

## Домашнее задание 2

23.11.2021

1. Найдите матрицу  $A^{-1}$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Найдите матрицу  $X$ , удовлетворяющую равенству

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

3. Найдите определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Используя общее определение для определителя  $n \times n$ , вычислите следующий определитель:

$$\begin{vmatrix} x & y & 0 & 0 \\ 0 & x & y & 0 \\ 0 & 0 & x & y \\ y & 0 & 0 & x \end{vmatrix}$$

5. С помощью приведения матрицы к треугольному виду вычислите определитель размера  $n \times n$ , где  $n \geq 2$ :

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ 3 & 4 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 3 & 3 & \dots & 4 & 3 \\ 3 & 3 & \dots & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Дайте ответ в зависимости от  $n$ .

6. Используя формулы Крамера, решите следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} -x_1 + \frac{x_2}{2} + 3x_3 = 2 \\ -2x_1 + 3x_2 + 11x_3 = 2 \\ 4x_1 - 2x_2 - 11x_3 = 2 \end{cases}$$

7. Пусть  $A \in M_n(\mathbb{R})$  такова, что  $A^m = 0$  для некоторого натурального  $m$ . Покажите, что матрица  $(E - A)$  обратима (указание: найдите явный вид обратной матрицы).