

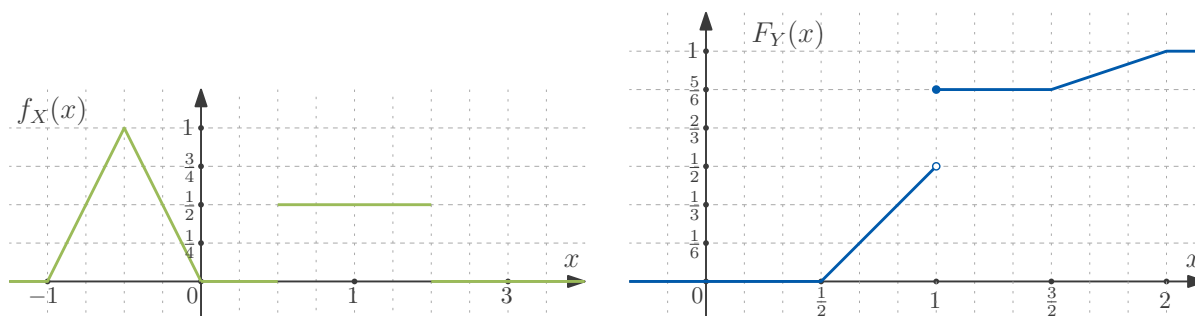


Теория вероятностей:
математическое ожидание и независимость.

9 марта 2022

Домашнее задание.

- 1** График функции плотности случайной величины X изображен на рисунке ниже. Найдите математическое ожидание случайной величины X .



- 2** График функции распределения случайной величины Y изображен на рисунке выше. Найдите математическое ожидание случайной величины Y .

- 3** Считается, что число запросов на сервере за некоторый промежуток времени хорошо моделирует распределение Пуассона с параметром λ равным частоте запросов.

А время между двумя последовательными запросами имеет показательное распределение (это одно из названий экспоненциального распределения) с тем же параметром.

Пусть X — число запросов за час, а частота запросов равняется 10 в час (т.е. $\lambda = 10$).

а) Чему в этих предположениях равняется среднее число запросов за час?

б) Чему равняется среднее время между двумя последовательными запросами? Ответ укажите в минутах.

в) Пусть $Y = e^X$ параметр, определяющий нагрузку на сервер в зависимости от количества запросов X . Найдите $\mathbb{E}Y$

- 4** Случайные величины $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ и $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ независимы и имеют нормальное распределение с параметрами $\mu_1 = 1, \sigma_1^2 = 4$ и $\mu_2 = 0, \sigma_2^2 = 1$.

а) Найдите дисперсию случайной величины $\frac{X-2}{2}$.

б) Найдите дисперсию случайной величины $2X - 3Y$.

в) Найдите математическое ожидание случайной величины $(X - Y)^2$.

- 5** Докажите, что $\min_{a \in \mathbb{R}} \mathbb{E}(X - a)^2$ равен $\text{Var}(X)$ и достигается только при $a = \mathbb{E}X$.

- 6** В мешке имеется 10 шаров, из которых 6 белых и 4 чёрных, и мы дважды вытаскиваем из него шар, не возвращая обратно.

Найдите **а)** распределение, **б)** математическое ожидание и **в)** дисперсию количества чёрных шаров среди вынутых.

г) Изменится ли ответ, если вынимать шары следующим образом: вытащили первый шар и положили обратно, а затем вытащили второй шар?