

# Домашнее задание 1

16.11.2021

1. Решите систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 6x + 12y + 5z + t = -6 \\ 9x + 18y + 17z - 8t = -9 \\ 5x + 10y + 4z + t = -5 \end{cases}$$

2. Система линейных уравнений называется *совместной*, если она имеет хотя бы одно решение (в вещественных числах). Определите, при каких значениях параметра  $\lambda \in \mathbb{R}$  следующая система является совместной, а при каких — нет (*явное решение системы предъявлять не обязательно*):

$$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5 \\ -12x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -6 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ \lambda x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$$

3. Найдите многочлен  $f(x)$  третьей степени, для которого

$$f(1) = 1, \quad f(-1) = 13, \quad f(2) = 7, \quad f(-3) = 17.$$

4. Вычислите:

$$(A^T B^T + B^T A)^T - ((2BA)^T - E^3)^2 - A^T B - BA,$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Найдите все матрицы, коммутирующие с матрицей  $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ .

6. Напомним основные операции над матрицами:

- сложение/вычитание двух матриц:  $A \pm B$ ;
- умножение матрицы на число:  $\lambda A$ ;
- умножение матрицы на матрицу:  $AB$ .

Для произвольных  $n \times n$  матриц  $A$  и  $B$  предложите способ вычисления выражения

$$3BA^4 + B^2A^3 - 3BA^3B - B^2A^2B,$$

в котором используется лишь константное (не зависящее от  $n$ ) количество указанных выше операций, и при этом **не более 4-х** операций умножения матрицы на матрицу. Разрешается выделять дополнительную память — хранить в памяти константное число  $n \times n$  матриц (возможно, зависящих от  $A, B$ ), которые могут быть использованы при промежуточных вычислениях.

7. Студент перемножил следующие матрицы, расположив их в некотором порядке (были использованы все матрицы):

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 12 & -7 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислите матрицу, которую он получил (перечислите все возможные варианты).