

# Оглавление

<b>Введение</b>	2
<b>Глава 1. ОБЗОР АНАЛОГОВ</b>	5
<b>Глава 2. ВЫБОР ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СКАНЕРА</b>	10
2.1. Выбор метода сканирования	10
2.2. Выбор компоновки	12
<b>Глава 3. ВЫВОД НЕОБХОДИМЫХ УРАВНЕНИЙ</b>	15
3.1. Конфигурации модели	15
3.1.1. Условные обозначения	16
3.1.2. Модель в системе координат принтера	16
3.1.3. Модель в системе координат камеры	20
3.1.4. Выбор модели	24
3.2. Оценка теоретической погрешности	24
3.3. Калибровка сканера	24
<b>Глава 4. АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ ВИДЕО</b>	27
4.1. Этапы работы алгоритма сканирования	27
4.2. Обзор алгоритмов обработки входных данных	27
<b>Глава 5. Алгоритм обработки в Gcode</b>	28
<b>Глава 6. Описание работы системы</b>	29
<b>Заключение</b>	30
<b>Список литературы</b>	31

## Введение

В настоящее время существует множество задач, требующих бесконтактного метода измерений: ориентирование в пространстве, измерение объектов, реконструкция объектов, сбор биометрических данных, реверс-инжиниринг, а также дизайн и творчество. Подобных задач с каждым годом становится всё больше, и таким образом растёт важность 3D-сканирования и следовательно необходимость эффективных алгоритмов, решающих конкретную задачу. Кроме того, некоторые задачи требуют уникальных встроенных решений, что представляет собой как правило ещё и конструкторскую задачу.

Одним из конкретных применений такой технологии является фигурное нанесение глазури на различные кондитерские изделия. На данный момент такая операция как правило выполняется вручную, что означает высокую стоимость, длительное производство и низкую повторяемость. Автоматизация этого процесса происходит обычно на крупных предприятиях, где производят большие партии однотипных кондитерских изделий.

Относительно недавно стали появляться автоматизированные комплексы для нанесения рисунков на различные кондитерские изделия, однако они всё равно ограничены конкретными видами изделий (например, плоские крекеры). Такие комплексы работают по принципу 3D-принтера или ЧПУ-станка. Они печатают в одной плоскости, не имея возможности наносить материал с учётом отклонений формы, не говоря уже об изделиях сложной формы, таких как овсяное печенье, кексы, торты и т.д., у которых форма в общем случае не только не плоская, но и обладает множеством искривлений, выпуклостей и впадин. Данное обстоятельство мешает автоматизации нанесения произвольных рисунков на произвольные изделия.

Данная работа посвящена разработке модуля 3D-сканирования для кондитерского принтера, что позволит наносить рисунки на произвольные изделия. Разработка основывается на базе прототипа системы автоматического фигурно-

го нанесения пищевой пасты в который модуль необходимо встроить. Прототип представляет из себя принтер закрытого типа с подвижным печатающим узлом и статичным столом, на котором располагаются кондитерские изделия.

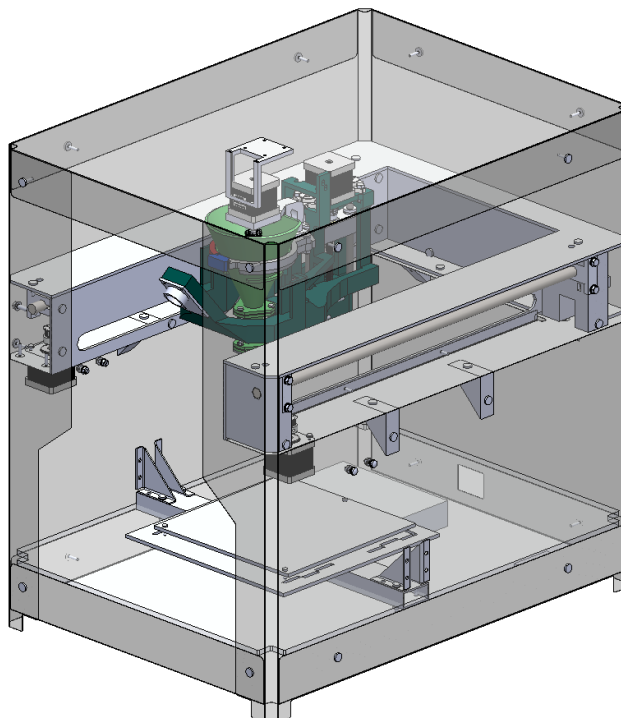


Рисунок 1 – Прототип системы автоматического фигурного нанесения пищевой пасты

В направлении технического зрения для прототипа уже была проделана некоторая работа, однако, как показала практика, этого было недостаточно в виду чего потребовалась разработка нового модуля и соответствующего алгоритма для его работы.

Алгоритм должен решать следующие задачи:

- получение облака точек рабочей зоны
- обнаружение объектов и их положений в облаке точек
- генерация gcode произвольного рисунка с учётом облака точек

Новый модуль должен удовлетворять следующим требованиям:

- рабочая зона 200 × 200 мм

- точность  $\pm 0.5$  мм
- время обработки данных не более 30 секунд
- минимальная стоимость

## Глава 1

## ОБЗОР АНАЛОГОВ

Как уже было отмечено ранее, 3D-сканеры находят применение во множестве областей и решают самые разные задачи. Поэтому на данный момент уже есть готовые устройства, позволяющие производить сканирование, и реализовано несколько методов сканирования, каждый из которых требует разные компоненты и ресурсы. Рассмотрим существующие аналоги таких устройств и соответствующие им методы. Ограничим выбор 3D-сканерами распространяющиеся по open-source модели, поскольку в нашем проекте важна низкая стоимость модуля.

Определим критерии для сравнения устройств:

Описать в каких единицах бывают параметры

Точность — насколько результаты измерения отклоняются от реальных. Один из наиболее важных параметров сканеров. В зависимости от метода колеблется от единиц миллиметров до микрометров.

Скорость — насколько быстро производятся вычисления. Многие задачи требуют расчётов в реальном времени и этот критерий является критическим. Как правило Высокая скорость обработки сказывается на точности алгоритма или ограничивает применимость системы (универсальность), поскольку использует специфичные упрощения и аппроксимации.

Диапазон измерений — диапазон расстояний (глубины) на которую рассчитано устройство для обеспечения заданной точности. Как правило определяется физическими ограничениями метода и конструкцией. Например размеры матрицы камеры и угол обзора задают верхний порог измерений, а для методов основанных на регистрации импульсов света существует нижний предел измерений обусловленный высокой скоростью света.

Габариты — в зависимости от используемой технологии получаютс

личные габариты и конфигурации. В настоящее время существуют ручные сканеры довольно малых размеров, но также есть и “настольные”, более габаритные устройства.

**Мобильные приложения** В настоящее время 3D-технологии довольно распространены, поэтому существуют приложения на смартфон (например, Sony 3D Creator), которые позволяют проводить сканирование любому человеку при наличии девайса поддерживающего необходимые технологии. Такие приложения как правило распространяются бесплатно, что делает её денежно самой выгодной (не считая стоимости смартфона).

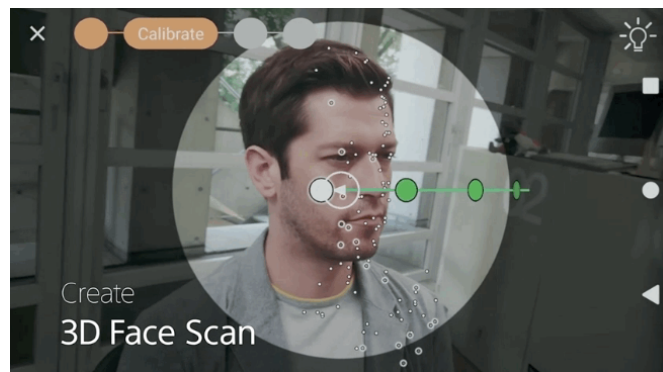


Рисунок 1.1 – Окно приложения Sony 3D creator

Эти приложения используют метод фотограмметрии для расчётов. Суть данного метода заключается в том, что, имея несколько изображений одного объекта с разных точек обзора, можно сопоставить особые точки (features) этих изображений после чего восстановить модель объекта по каждому пикселю снимков[1].

Метод фотограмметрии, стереоскопия в частности, как правило имеет сравнительно низкую точность, но высокую скорость сканирования. Особенно низкая точность свойственна мобильным приложениям в виду ограниченных вычислительных ресурсов и качества используемых камер. Измерять таким методом можно объекты на расстоянии порядка метра от точки обзора. Габариты и стоимость ограничены используемым смартфоном, однако этот же метод можно

использовать с несколькими фиксированными камерами.

Таблица 1.1 – Характеристики приложения Sony 3D creator

Метод	Фотограмметрия\стереозрение
Диапазон	$\approx 1$ м
Скорость	По завершению съёмки
Точность	$\approx 1$ мм
Габариты	Корпус смартфона
Стоимость	Бесплатно (стоимость смартфона)

**BQ Ciclop DIY 3D Scanner** Это сканер с открытым исходным кодом, предоставляет доступ к 3D-моделям для самостоятельной печати. Представляет из себя поворотную платформу с закреплёнными к ней веб-камере и двумя лазерными модулями. Данное устройство использует метод лазерной триангуляции для расчёта координат в сцене.



Рисунок 1.2 – Сканер BQ Ciclop

Суть этого метода в том, что лазер излучает на исследуемую поверхность, которую снимает камера. Камера и лазер при этом должны находиться под углом друг к другу. Таким образом проекция лазера, видимая в кадре, искажается согласно форме исследуемой поверхности. Зная угол и расстояние между камерой и лазером, а так же фокусное расстояние, можно рассчитать координаты засвеченных точек используя отклонение проекции в кадре, так как эти

величины формируют подобные треугольники с одной неизвестной величиной – координатой точки.

Данный метод, как правило, обладает высокой точностью. В дорогих сканерах (например, Faro ScanArm) точность может быть в пределах микрометров. Но сканирование этим методом может занять некоторое время, т.к. возможно исследовать только один "профиль" сцены за кадр. Таким образом необходимо провести лазером от одного конца сцены до другого, при этом плотность облака напрямую зависит от частоты кадров камеры и скорости движения вдоль сцены.

Недостатками этого аналога являются его конструкция с поворотным столиком, которую невозможно внедрить в систему. Также нельзя использовать его код, т.к. он написан с учётом конструкции сканера.

Таблица 1.2 – Характеристики сканера BQ Ciclop 3D Scanner

Метод	Лазерная триангуляция
Диапазон	Ø250 × 205 мм
Скорость	2-8 минут на оборот
Точность	≈ 0.5 мм
Габариты	500 × 300 × 230 мм
Стоимость	6 000 р.

**hesamh DIY 3D Scanner** Данный аналог это открытый проект за авторством пользователя hesamh основанный на методе структурированного света. Сканер собран из старого проектора и двух веб-камер, закреплённых на деревянном основании. Для этого проекта в открытом доступе находится инструкция для самостоятельной сборки и он использует свободное программное обеспечение 3DUNDERWORLD для обработки данных.

Метод структурированного света похож на лазерную триангуляцию (триангуляция с проекцией линией является частным случаем), но использует специ-



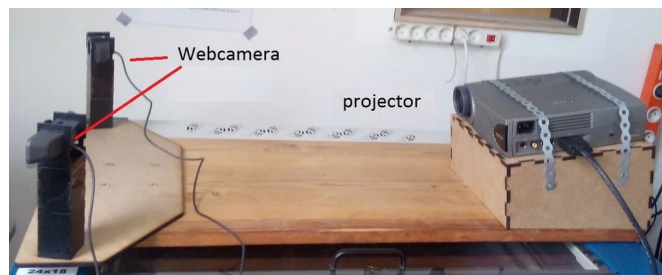


Рисунок 1.3 – Сканер hesamh

альный рисунок (паттерн), как правило чередующихся чёрных и белых полос. Этот рисунок также проецируется на объект, с помощью проектора, и искажения рисунка соответствуют форме объекта. Данный метод обладает в общем случае такой же точностью как метод лазерной триангуляции, но позволяет получить больше информации из одного кадра. Однако при этом необходим более сложный алгоритм для обработки данных с камеры. Другим существенным недостатком этого метода является необходимость использовать проектор, что значительно увеличивает его габариты и стоимость по сравнению с другими методами.

Таблица 1.3 – Характеристики сканера от hesamh

Метод	Структурированный свет
Диапазон	до 2 м от камеры
Скорость	-
Точность	$\approx 0.5$ мм
Габариты	$1000 \times 500 \times 300$ мм
Стоимость	$\sim 10000$ р.

## Глава 2

# ВЫБОР ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СКАНЕРА

В результате обзора аналогов стало ясно, что использовать готовые решения для нашей системы невозможно. Таким образом необходимо разработать собственный модуль совместимый с прототипом. Для этого требуется с учётом особенностей принтера выбрать подходящий метод сканирования, компоновку модуля и составляющие модуля.

### 2.1. Выбор метода сканирования

Для выбора метода сканирования необходимо выделить условия работы и ограничения накладываемые существующей конструкцией на модуль и сопоставить их с требованиями и особенностями методов, а также учесть требования технического задания.

Поскольку все методы оптические, они предъявляют требования к освещению окружения. Оно не должно быть неравномерным, не должно быть слишком ярким и должно быть без бликов. При этом сканируемые поверхности не должны быть зеркальными или поглощающими свет.

Параметры конструкции принтера:

- габариты принтера  $400 \times 550 \times 560$  мм
- размеры стола  $200 \times 200$  мм
- контролируемое освещение
- закрытый корпус

Видно, что свободное пространство в принтере ограничено, особенно учитывая наличие подвижного печатающего узла, габариты которого выходят за пределы рабочей зоны. Таким образом становится невозможно использование крупных компонентов в нашем модуле, даже если они стационарные.

Поэтому метод структурированного света в данном случае не подходит, так как требует использование проектора, которые имеют большие размеры и не дешёвы. Существуют и миниатюрные проекторы, однако их цены ещё выше. Помимо этого алгоритмы для расчёта координат по этому методу довольно сложны.

Лазерная триангуляция накладывает дополнительные ограничения на возможные сканируемые поверхности, так как использует видимое излучение для работы. Это значит, что сканирование в свете предметов такого-же цвета, что и свет излучаемый лазером, будет сильно затруднено. Такая ситуация может возникнуть, если изделие, например торт, будет обладать цветным покрытием. Однако это можно преодолеть если использовать сканирование в темноте. Это позволит сканировать такие объекты, тем не менее качество таких сканов будет хуже из-за явления самозасветки лазера. Так же, используя этот метод, модуль, целиком или только лазер, необходимо перемещать вдоль сцены, чтобы захватить все профили исследуемой поверхности. Это снизит скорость сканирования в сравнении с остальными методами. Однако для реализации этого метода достаточно одной камеры и лазерного модуля. Это позволяет компактно расположить элементы, так как они не занимают много места. Так же это позволяет не тратить больших средств, что важно в данном проекте.

Метод фотограмметрии или стереозрения в данной работе не рассматривается, так как этот метод был опробован ранее и не показал удовлетворительных результатов. В данном методе теряется большое количество данных сцены и точность оставляет желать лучшего. При этом для этого необходимы две камеры, что так же проблематично встроить в существующую систему[2].

## 2.2. Выбор компоновки

Общий план модуля сканирования представлен на рисунке 2.1 (подвижный узел не показан). Он демонстрирует относительное расположение элементов в пространстве. В данной компоновке лазер направлен перпендикулярно столу (параллельно оси  $Z$ ), линия проекции параллельна оси  $Y$  стола, а камера под углом к вертикали – вокруг оси  $Y$  системы координат стола – не имея поворота относительно остальных осей. При этом из-за особенностей конструкции камера получается расположена «вверх-ногами». Движение модуля происходит параллельно оси  $X$  системы координат принтера в сторону уменьшения координаты.

убрать подпись в углу картинки

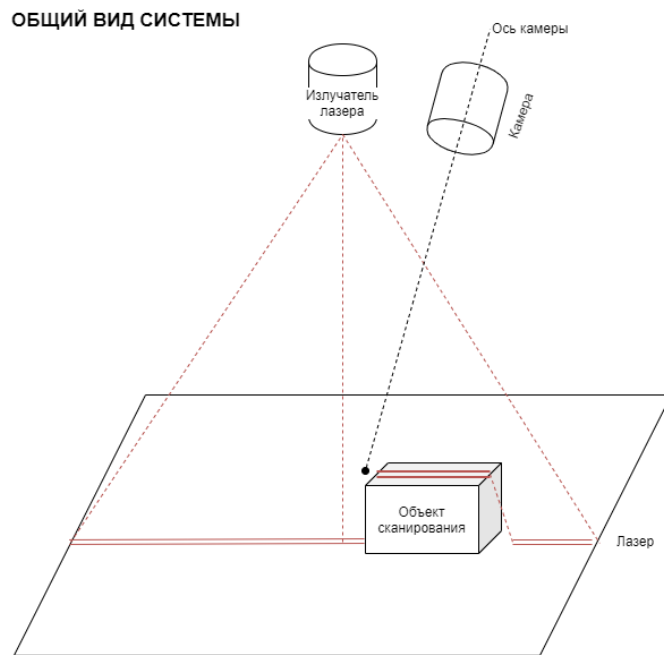


Рисунок 2.1 – Общий план модуля

Для обеспечения лучших показателей точности необходимо выбрать расстояние и угол между оптической осью камеры и осью лазера, а так же расстояние от камеры до стола. Этот этап важен, так как от этих параметров зависит разрешающая способность сканера и видимая рабочая зона. Чем ниже камера к столу, тем меньше дискретизация значений координат, но одновременно мень-

ше видимая область. Угол наклона камеры также влияет на дискретизацию и видимую область сканера. С помощью расчётов [если мне не лень](#) приведённых в разделе [3.2](#) были установлены следующие величины этих размеров:

Таблица 2.1 – Основные размеры модуля сканирования

Высота над столом	$150 \pm 10$ мм
Расстояние от камеры до лазера	$150 \pm 10$ мм
Угол между осями камеры и лазера	$30 - 45^\circ$

Данные величины позволяют достичь необходимой по ТЗ точности в  $\pm 0.5$  мм и ширины обзора 200 мм. Для модуля используется камера Microsoft Lifecam Cinema с максимальным разрешением  $1080 \times 720$  и максимальной частотой 30 кадров в секунду. Использование данной камеры позволяет упростить процесс калибровки, так как она обладает встроенной ректификацией изображения. Лазерный модуль S-2S с толщиной проецируемой линии в 3 мм. Толщина линии лазера также влияет на точность измерений и в общем случае чем тоньше, тем лучше.

Камера устанавливается в специальный держатель изготовленный по технологии 3D-печати, в котором предусмотрена калибровка поворота камеры для более точного направления на интересующую зону и надёжного закрепления. Реализация крепления и установки модуля в систему рассматривается в работе [ссылка на мацуганова](#).

К конструкции модуля предъявляются следующие требования:

- минимизация влияния вибрации на положение камеры
- размеры в пределах указанных в таблице [2.1](#)
- минимизация видимой части препятствий
- допускаются препятствия в верхней половине кадра занимающие не более четверти высоты кадра

- возможность калибровки поворота камеры
- возможность калибровки поворота лазера

Итоговый вид модуля в составе системы изображён на рисунке 2.2. Крепление камеры изображена на рисунке 2.3.

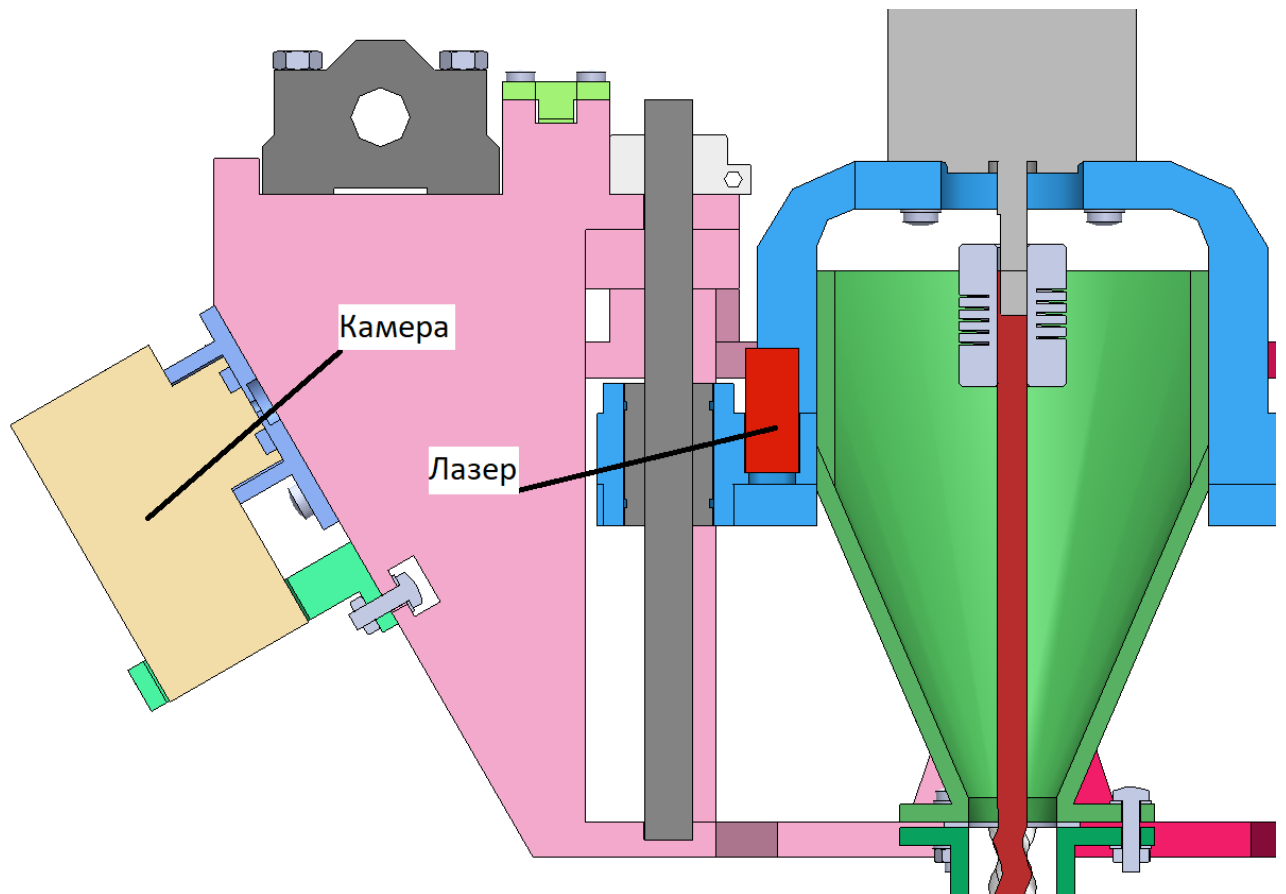


Рисунок 2.2 – Финальная компоновка модуля сканирования

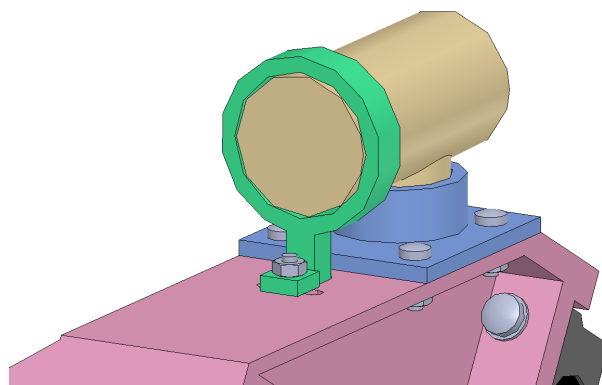


Рисунок 2.3 – Крепление камеры

## Глава 3

## ВЫВОД НЕОБХОДИМЫХ УРАВНЕНИЙ

## 3.1. Конфигурации модели

Для написания алгоритма сканирования в первую очередь необходимо составить математическую модель сканера, то есть вывести соответствующие уравнения, по которым будут рассчитываться координаты точек в сцене. При этом возможно несколько вариантов для вывода необходимых уравнений.

Для расчёта камера представляется пинхол-моделью (pinhole camera model), в которой отверстие соответствует диафрагме и является центром проекции, а экран соответствует получаемому изображению. Начало координат в данной модели располагается в центре проекций – точке где пересекаются линии проекций точек пространства.

Оси координат направлены следующим образом –  $Z$  от камеры перпендикулярно плоскости изображения,  $Y$  вниз параллельно короткой стороне кадра,  $X$  вправо параллельно длинной стороне. Таким образом получаем правую систему координат.

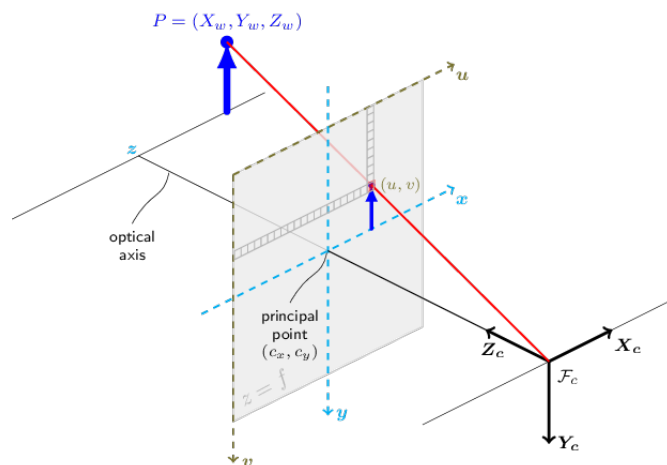


Рисунок 3.1 – Пинхол модель камеры; principal point — центр изображения, проекция начала координат на плоскость изображения

Экран в данной модели может располагаться как между объектом и центром проекции (как показано на рисунке 3.1), так и за центром проекции. В последнем случае изображение оказывается перевёрнутым.

### 3.1.1. Условные обозначения

$f$  — фокусное расстояние камеры в пиксельной мере

$u, v$  — горизонтальная и вертикальная координаты соответственно в плоскости изображения (пиксели)  $u_0, v_0$  — координата центра изображения

### 3.1.2. Модель в системе координат принтера

Первый расчёт производится в системе координат принтера. Эта модель основывается на реальных размерах сборки и отражает реальную конструкцию модуля. В данном варианте предполагается, что стол — рабочая поверхность — находится в плоскости  $XU$ , лазер излучает перпендикулярно столу и камера имеет поворот только вокруг оси  $Y$ . При этом считается, что лазер не имеет поворота вокруг своей оси.

Похожий метод расчёта используется в работе Machine vision system for curved surface inspection[3].

Необходимо найти уравнения описывающие зависимость координат  $(x_P, y_P, z_P)$  точки  $P$  от координат проекции этой точки на плоскость изображения  $(u_P, v_P)$ . Из  $\triangle PP'M$  видно, что

$$z_P = \frac{P'M}{\cos \angle PP'M} \quad (3.1)$$

где  $\alpha$  — угол поворота камеры вокруг оси  $Y$ . Далее из  $\triangle CP'M$  очевидно

$$P'M = CP' \sin(\beta - \beta_0) \quad (3.2)$$

где  $\beta$  — произвольный угол падения луча лазера на матрицу,  $\beta_0$  — угол падения луча лазера отражённого от поверхности стола на матрицу. Рассмотрим  $\triangle CP'C'$



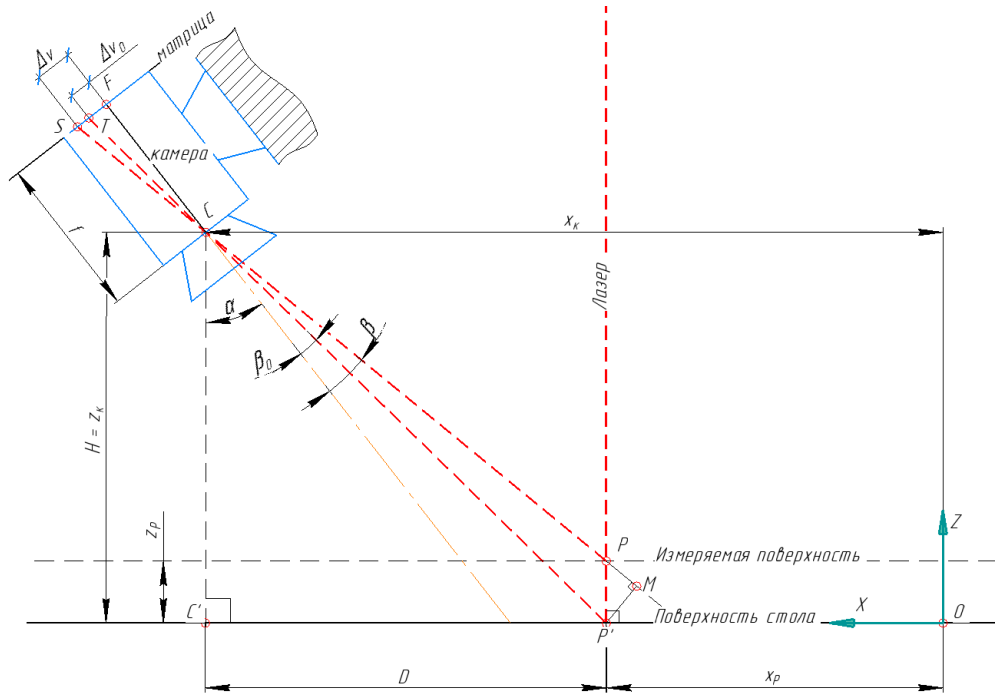


Рисунок 3.2 – Чертёж поясняющий вычисления

можно увидеть, что

$$CP' = \frac{H}{\cos(\alpha + \beta_0)} \quad (3.3)$$

Подставляя последовательно полученные равенства друг в друга получаем следующее уравнение

$$z_P = H \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\cos(\alpha + \beta_0) \cos \angle PP'M} \quad (3.4)$$

нетрудно показать, что

$$\cos \angle PP'M = \sin(\alpha + \beta) \quad (3.5)$$

В итоге приходим к уравнению координаты  $z$  точки  $P$ , выраженной через углы падения луча лазера на матрицу камеры.

$$z_P = H \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\cos(\alpha + \beta_0) \sin(\alpha + \beta)} \quad (3.6)$$

Расстояние точки  $P$  от камеры при данном методе расчёта константа на всём протяжении линии лазера в виду конструкции и равно расстоянию между камерой и лазером  $C'P' = D$

$$D = H \operatorname{tg}(\alpha + \beta_0) \quad (3.7)$$

тогда координата  $x_P$  выражается следующим соотношением

$$x_P = x_K - D = x_K - H \operatorname{tg}(\alpha + \beta_0) \quad (3.8)$$

Для вывода уравнения координаты  $y_P$  необходимо рассмотреть модуль в проекции на плоскость  $ZY$

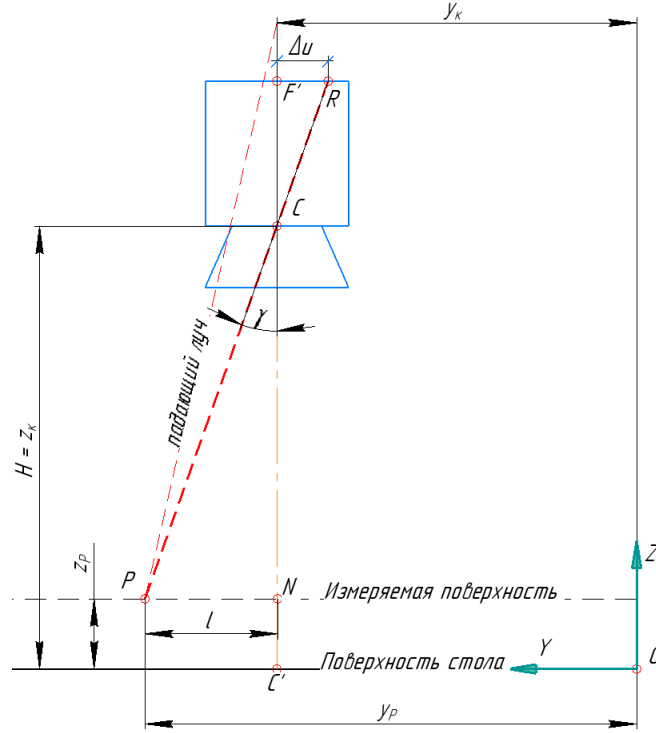


Рисунок 3.3 – Чертёж в проекции на плоскость  $ZY$

При выводе важно помнить, что данный вид – проекция. Из чертежа очевидно, что

$$y_P = y_K + l \quad (3.9)$$

Из  $\triangle CPN$  легко вывести  $l$

$$l = CN \operatorname{tg} \gamma \quad (3.10)$$

где  $\gamma$  – угол падения луча лазера на матрицу в данной проекции. Поскольку  $CN = H - z_P$  можно записать

$$y_P = y_K + (H - z_P) \operatorname{tg} \gamma \quad (3.11)$$

Для вывода углов падения  $\beta$  и  $\beta_0$  рассмотрим  $\triangle CSF$  и  $\triangle CTF$ . Очевидно, что

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \beta &= \frac{\Delta v}{f} \\ \operatorname{tg} \beta_0 &= \frac{\Delta v_0}{f}\end{aligned}\tag{3.12}$$

где  $\Delta v = v_P - v_0$  – расстояние в пикселях от точки падения луча лазера на матрицу до центра изображения,  $\Delta v_0 = v_{P0} - v_0$  – аналогичное расстояние для луча лазера, отражённого от поверхности стола.

Рассмотрев  $\triangle CF'R$  получим значение угла падения в проекции  $ZY$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta u}{CF'} = \frac{\Delta u}{f \cos \alpha}\tag{3.13}$$

где  $CF' = f \cos \alpha$  – проекция фокусного расстояния на плоскость  $ZY$ . Из полученных равенств легко найти значения углов, поскольку величины  $\Delta u$  и  $\Delta v$  известны из изображения с камеры.

Таким образом приходим к следующим уравнениям

$$\begin{cases} x_P = x_K - H \operatorname{tg} (\alpha + \beta_0) \\ y_P = y_K + (H - z_P) \frac{\Delta u}{f \cos \alpha} \\ z_P = H \frac{\sin (\beta - \beta_0)}{\cos (\alpha + \beta_0) \sin (\alpha + \beta)} \end{cases}\tag{3.14}$$

Преимущества этой модели:

- $H$  можно измерять напрямую
- рассчитанные значения координат сразу в системе координат принтера
- отражает реальную конструкцию сканера
- координата  $x$  константа относительно камеры

Недостатки:

- много тригонометрических преобразований

- при изменении высоты камеры необходимы новые замеры
- большое количество допущений, как следствие много возможностей для ошибок

### 3.1.3. Модель в системе координат камеры

Второй расчёт делается в системе координат связанной с камерой. Эта модель основывается на теоретических величинах и расчёт координат происходит в два этапа. Первый – расчёт координат относительно камеры, второй – преобразование в систему координат принтера. В этой модели считается, что лазер не имеет поворота вокруг своей оси, все остальные компоненты могут располагаться произвольно.

Для преобразования между двумя системами координат необходимо знать матрицу поворота системы камеры относительно системы принтера. С помощью пакета *орепсв* можно полностью определить положение камеры в пространстве используя шахматный паттерн.

Введём следующие определения:

*Рабочая плоскость* — плоскость перпендикулярная оптической оси камеры и проходящая через точку пересечения оптической оси камеры и луча лазера

*Измеряемая плоскость* — плоскость, до которой измеряется расстояние

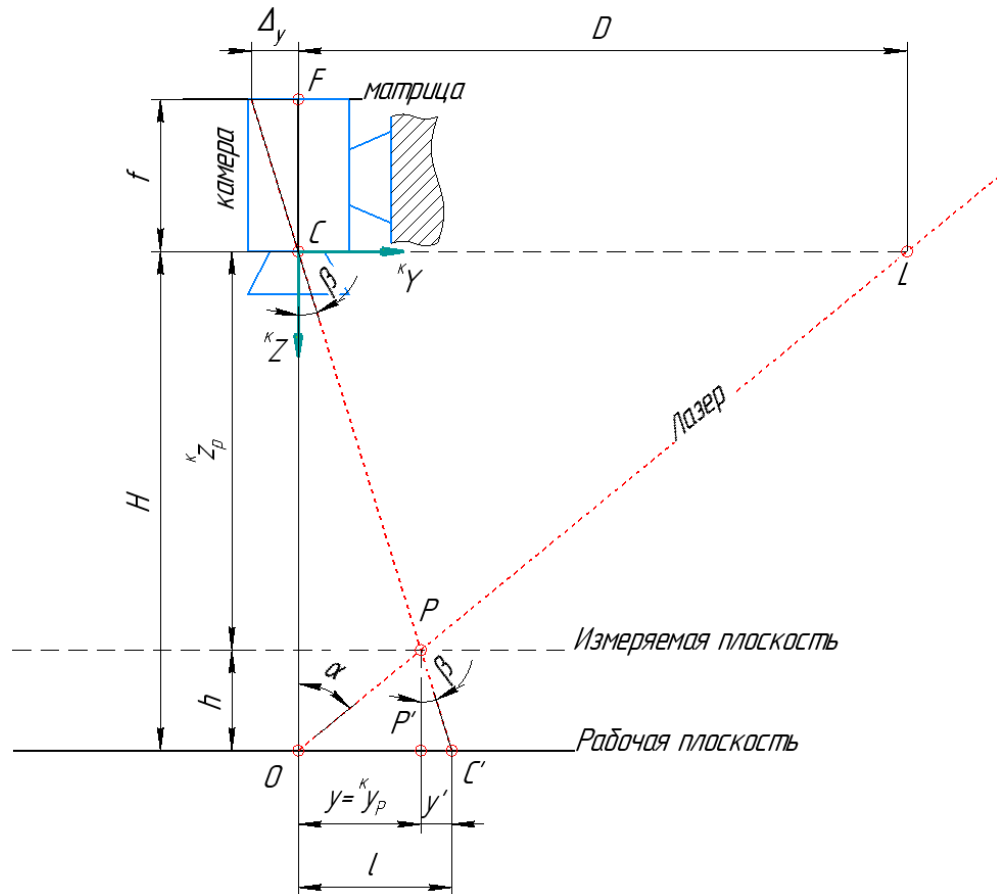


Рисунок 3.4 – Чертёж поясняющий вычисления;  $O$  — точка пересечения оптической оси камеры и луча лазера (плоскости свечения лазера);  $C$  — оптический центр камеры, начало координат СК камеры;  $P$  — точка пересечения луча лазера и измеряемой плоскости;  $P'$  — проекция точки  $P$  на рабочую плоскость;  $h$  — высота измеряемой плоскости над рабочей плоскостью;  $l_x, l_y$  — кажущиеся координаты измеряемой точки;  $x, y$  — реальные координаты измеряемой точки;  $x', y'$  — разность кажущейся и реальной координаты измеряемой точки

**ИСПРАВИТЬ ЧЕРТЁЖ**

На рисунке 3.4 обозначены следующие размеры:

$H$  — рабочая высота, расстояние от оптического центра камеры до рабочей плоскости.

$\alpha$  — угол между осями камеры и лазера.

Необходимо найти уравнения описывающие зависимость координат ( ${}^Kx_P, {}^Ky_P, {}^Kz_P$ ) точки  $P$  в системе координат камеры от координат проекции

этой точки на плоскость изображения  $(u_P, v_P)$ . Из чертежа очевидно, что

$${}^{\kappa}z_P = H - h, \quad (3.15)$$

где  $h$  – высота измеряемой плоскости над рабочей. Рассмотрим треугольники  $\triangle OPC$ ,  $\triangle OPP'$ ,  $\triangle PCP'$ . Видно что

$$l_y = y + y', \quad (3.16)$$

где  $l_y$  – кажущаяся координата точки  $P$ ,  $y = {}^{\kappa}y_P$  – реальная координата точки  $P$ ,  $y'$  – разность реальной и кажущейся координаты. Так как  $PP' = h$  можно записать следующее:

$$y = h \operatorname{tg} \alpha \quad (3.17)$$

$$y' = h \operatorname{tg} \beta$$

где  $\beta$  – угол при вершине  $P$  в треугольнике  $\triangle PCP'$ ,  $\alpha$  – угол между оптической осью камеры и осью лазера. Также из треугольника  $\triangle COS'$  ясно

$$l = H \operatorname{tg} \beta \quad (3.18)$$

следовательно

$$H \operatorname{tg} \beta = h (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \quad (3.19)$$

Зная, что  $h = H - {}^{\kappa}z_P$  получаем

$${}^{\kappa}z_P = H \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} \quad (3.20)$$

Из треугольника  $\triangle CF$  НЕТ БУКВЫ находим

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\Delta v}{f}, \quad (3.21)$$

где  $\Delta v = v_P - v_0$ ,  $f$  – фокусное расстояние камеры. В итоге получаем

$${}^{\kappa}z_P = H \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v}{f}} \quad (3.22)$$

Далее из  $\triangle C$  НЕТ БУКВЫ  $P$  очевидно, что

$${}^{\kappa}y_P = {}^{\kappa}z_P \operatorname{tg} \beta = H \frac{\operatorname{tg} \alpha \frac{\Delta v}{f}}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v}{f}} \quad (3.23)$$

аналогично для  ${}^{\kappa}x_P$

$${}^{\kappa}x_P = {}^{\kappa}z_P \operatorname{tg} \gamma = H \frac{\operatorname{tg} \alpha \frac{\Delta u}{f}}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v}{f}} \quad (3.24)$$

где  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta u}{f}$  – угол падения луча лазера на матрицу в плоскости  $XZ$ ,  $\Delta u = u_P - u_0$ .

В результате для системы координат камеры получаем:

$$\begin{cases} {}^{\kappa}x_P = H \frac{\operatorname{tg} \alpha \frac{\Delta u}{f}}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v}{f}} \\ {}^{\kappa}y_P = H \frac{\operatorname{tg} \alpha \frac{\Delta v}{f}}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v}{f}} \\ {}^{\kappa}z_P = H \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v}{f}} \end{cases} \quad (3.25)$$

Для перевода в систему координат принтера:

$$\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} {}^{\kappa}x_P \\ {}^{\kappa}y_P \\ {}^{\kappa}z_P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{\kappa} \\ y_{\kappa} \\ z_{\kappa} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Преимущества модели:

- отсутствие тригонометрии в расчётах координат
- параметры  $H$  и  $\alpha$  фиксированы
- меньшее количество допущений

Недостатки модели:

- сложно прямо измерить  $H$  и  $\alpha$ , необходим теоретический расчёт
- необходима матрица поворота камеры

В этом методе главными параметрами являются высота камеры над рабочей плоскостью и угол между камерой и лазером, но они рассчитываются теоретически и не совпадают с аналогичными из предыдущего метода.

### 3.1.4. Выбор модели

Сравнивая модели мы видим, недостатки второй модели менее серьёзны чем первой, а также что вторая модель не имеет недостатков первой модели. В частности расчёт в системе координат камеры упрощает эксплуатацию модуля, т.к. отсутствует необходимость повторных измерений параметров при изменении положения внешних по отношению к модулю элементов (например, перемещение стола). Также меньшее количество допущений для второй модели позволяет добиться более точных результатов не имеющих пространственных искажений (например, растяжение сцены), которые могут возникать в следствии дополнительного неучтенного наклона камеры. Таким образом более выгодным вариантом расчёта является вторая модель.

Использование этой модели требует дополнительных предварительных расчётов, для использования, а именно – расчёт положения камеры относительно системы координат принтера и расчёт параметров модуля  $H$  и  $\alpha$ . Расчёт положения камеры – матрицы поворота  $R$  и координат  $(x_k, y_k, z_k)$  – можно произвести средствами библиотеки `opencv` используя специальный шахматный паттерн (подробнее в главе 4). Для расчёта параметров модуля необходимо вывести соответствующий расчёт на основе уравнений 3.25 3.26, что делается в разделе 3.3.

## 3.2. Оценка теоретической погрешности

НЕ ЗАБЫТЬ СДЕЛАТЬ

## 3.3. Калибровка сканера

Для калибровки сканера – расчёта параметров  $H$  и  $\alpha$  – необходимо вывести уравнения, в которых используя известные высоты эталонов можно рассчитать искомые величины. Для этого воспользуемся уравнением координаты  ${}^K z_P$  из



3.25

$${}^{\kappa}z_P = H \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v}{f}} \quad (3.27)$$

Имея два таких уравнения для разных высот  ${}^{\kappa}z_i$  и  ${}^{\kappa}z_k$  и соответствующих им разностей пикселей  $\Delta v_i$  и  $\Delta v_k$  получаем следующую систему уравнений

$$\begin{cases} {}^{\kappa}z_i = H \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v_i}{f}} \\ {}^{\kappa}z_k = H \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v_k}{f}} \end{cases} \quad (3.28)$$

разделив  ${}^{\kappa}z_i$  на  ${}^{\kappa}z_k$  получаем уравнение с одной неизвестной  $\operatorname{tg} \alpha$

$$\frac{{}^{\kappa}z_i}{{}^{\kappa}z_k} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v_k}{f}}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\Delta v_i}{f}} \quad (3.29)$$

проеделав небольшие преобразования приходим к окончательному уравнению для  $\operatorname{tg} \alpha$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{{}^{\kappa}z_k \frac{\Delta v_k}{f} - {}^{\kappa}z_i \frac{\Delta v_i}{f}}{{}^{\kappa}z_i - {}^{\kappa}z_k} \quad (3.30)$$

Конкретное значение угла в данном случае неважно поскольку в расчётах используется именно  $\operatorname{tg} \alpha$ , поэтому можно оставить так. Подставляя полученное равенство в любое уравнение в системе после преобразований получаем уравнение для  $H$

$$H = {}^{\kappa}z_i {}^{\kappa}z_k \frac{\Delta v_k - \Delta v_i}{{}^{\kappa}z_k \Delta v_k - {}^{\kappa}z_i \Delta v_i} \quad (3.31)$$

Таким образом получаем систему уравнений, позволяющую рассчитать параметры сканера зная координаты двух точек  ${}^{\kappa}z_i$  и  ${}^{\kappa}z_k$  в системе камеры и соответствующих им разностей координат в плоскости изображения.

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = \frac{{}^{\kappa}z_k \frac{\Delta v_k}{f} - {}^{\kappa}z_i \frac{\Delta v_i}{f}}{{}^{\kappa}z_i - {}^{\kappa}z_k} \\ H = {}^{\kappa}z_i {}^{\kappa}z_k \frac{\Delta v_k - \Delta v_i}{{}^{\kappa}z_k \Delta v_k - {}^{\kappa}z_i \Delta v_i} \end{cases} \quad (3.32)$$

Или можно переписать данную систему через углы падения луча лазера на матрицу  $\beta$  и получить следующую систему

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = \frac{{}^K z_k \operatorname{tg} \beta_k - {}^K z_i \operatorname{tg} \beta_i}{{}^K z_i - {}^K z_k} \\ H = {}^K z_i {}^K z_k \frac{\operatorname{tg} \beta_k - \operatorname{tg} \beta_i}{{}^K z_k \operatorname{tg} \beta_k - {}^K z_i \operatorname{tg} \beta_i} \end{cases} \quad (3.33)$$

Однако полученная система уравнений зависит от координат в системе камеры, которые сложно измерить на практике. Необходимо привести уравнения к использованию координат из системы принтера. Данные координаты гораздо легче получить, т.к. возможно произвести прямые измерения этих величин. Для перевода координат из системы камеры в систему принтера воспользуемся уравнением 3.26. Согласно данному уравнению координата  $z_P$  точки  $P$  в системе принтера выражается следующим образом

$$z_P = r_{31} {}^K x_P + r_{32} {}^K y_P + r_{33} {}^K z_P + z_K \quad (3.34)$$

подставляя сюда уравнения 3.24 и 3.23 получаем

$$z_P = r_{31} {}^K z_P \operatorname{tg} \gamma + r_{32} {}^K z_P \operatorname{tg} \beta + r_{33} {}^K z_P + z_K \quad (3.35)$$

соответственно  ${}^K z_P$  равняется

$${}^K z_P = \frac{z_P - z_K}{r_{31} \operatorname{tg} \gamma + r_{32} \operatorname{tg} \beta + r_{33}} \quad (3.36)$$

Таким образом для калибровки необходимо выполнить следующее

1. Измерить координату  $z$  минимум пары эталонов в системе принтера
2. Для каждого эталона определить  $\Delta v$  или  $\operatorname{tg} \beta$
3. Перевести координаты в систему камеры подставив в уравнение 3.36
4. Подставить полученные координаты и соответствующие углы в уравнение 3.32 или 3.33

Для лучшей точности рекомендуется выбирать пары эталонов с наибольшей разницей в высоте, а также проводить множество расчётов с различными парами эталонов для усреднения результатов и минимизации ошибки измерений.

## АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ ВИДЕО

### 4.1. Этапы работы алгоритма сканирования

### 4.2. Обзор алгоритмов обработки входных данных

#### Выбор алгоритмов

## Глава 5

### Алгоритм обработки в Gcode

## Глава 6

### Описание работы системы

## Заключение

## Список литературы

1. *Гужов В. И.* Методы измерения 3D-профиля объектов. Контактные, триангуляционные системы и методы структурированного освещения: учеб. пособие. — 2015. — с. 1—82. — ISBN 9785778227279.
2. Выпускная квалификационная работа разработка системы автоматического фигурного нанесения пищевых продуктов. —
3. Machine vision system for curved surface inspection / M.-F. R. Lee [и др.] // Machine Vision and Applications. — 2000. — т. 12, № 4. — с. 177—188. — ISSN 0932-8092. — DOI: [10.1007/s001380000043](https://doi.org/10.1007/s001380000043).