

# Aufgabe 1: Flohmarkt

Teilnahme-Id: 55628

Bearbeiter dieser Aufgabe:  
Michal Boron

April 2021

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Lösungsidee</b>	<b>2</b>
1.1	Formulierung des Problems . . . . .	2
1.2	(Themenbezogene Arbeiten) . . . . .	2
1.3	Komplexität des Problems . . . . .	2
1.4	Inhalt: Heuristik . . . . .	3
1.5	Grenzen der Heuristik . . . . .	3
1.6	Laufzeit . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Umsetzung</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Beispiele</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Quellcode</b>	<b>3</b>

- Definitionen, Modellierung des Problems
- (Themenbezogene Arbeiten)
- Komplexität
  - Notwendigkeit einer Heuristik
- heuristisches Verfahren
  - Greedy-Anlegen am Anfang
  - heuristisches Verbesserungsverfahren
    - \* welche Methode?
    - \* hill climbing
    - \* simuliertes Abglühen
- Diskussion der Ergebnisse
  - Grenzen/Mängel der Heuristik
    - \* was wird nicht erkannt? (edge-cases)
    - \* was lässt sich nicht eindeutig ausschließen?
    - \* getroffene Annahmen
  - Qualität der Ergebnisse
    - \* Qualität der Ergebnisse am Anfang (Greedy-Verfahren)
    - \* Qualität bzgl. des großen Flächeninhalts, des Gesamtflächeninhalts aller Rechtecke, %
    - \* was und wann kann nicht verbessert werden? (Beispiel 4: 7370)
- Laufzeit

# 1 Lösungsidee

## 1.1 Formulierung des Problems

Gegeben sei eine Strecke der Länge  $N$  und ein Zeitraum von  $B$  bis  $E$ . Außerdem gegeben sei eine Liste von  $Z$  Anmeldungen. Die Anmeldungen betreffen die Vermietung eines Teils der Strecke in einer konkreten Zeitspanne. Jede **Anmeldung**  $i$  besteht aus einer Strecke  $0 < s_i \leq N$ , einem Mietbeginn  $B \leq b_i < E$  und einem Mietende  $b_i < e_i \leq E$ . In diesem Problem werden Strecken in vollständigen Metern behandelt und alle Zeiten werden in vollständigen Stunden angegeben. Obwohl  $N$  auf 1000 Meter,  $B$  auf 8:00 und  $E$  auf 18:00 festgelegt sind, kann unser Programm mit beliebigen Größen umgehen.

Die Aufgabe ist ein Optimierungsproblem. Man soll so eine Teilfolge von  $k$  Anmeldungen wählen, dass alle gewählten Strecken in den angegebenen Zeiten vermietet werden können, d.h., für jede Anmeldung steht eine freie stetige Strecke der angegebenen Länge in der angegebenen Zeitspanne durchgehend zur Verfügung, und die Mieteinnahmen möglichst hoch sind, wobei der Preis 1 Euro pro Meter pro Stunde beträgt.

Man kann das Problem auf folgende Weise modellieren. Wir setzen:  $M := E - B$ . Wir bilden ein Rechteck  $R$  der Größe  $N \times M$ . So kann man analog jede Anmeldung  $i$  als ein kleineres Rechteck  $r_i$  der Größe  $s_i \times m_i$  darstellen, wobei  $m_i := e_i - b_i$ .

So können wir die obige Aufgabe umformulieren: Wähle so eine Teilfolge  $Z'$  von Rechtecken aus  $Z$ , die eine Anordnung innerhalb von  $R$  bilden, dass kein Paar der Rechtecke in  $Z'$  sich überlappt und der Gesamtflächeninhalt aller Rechtecke in  $Z'$  maximal ist. Genauer gesagt: Jedes Rechteck  $r_i$  in  $Z'$  besitzt 4 Ecken, die den folgenden Punkten entsprechen:  $(x_i, b_i), (x_i, e_i), (x_i + s_i, e_i), (x_i + s_i, b_i)$ . Man beachte, dass  $b_i, e_i$  und  $s_i$  fixiert sind. So ist die Aufgabe, nur  $x_i$  so zu wählen, dass die Bedingungen der Aufgabe erfüllt werden. Wir können uns dieses Problem so vorstellen, dass die Länge  $s_i$  und Breite  $m_i$  jedes Rechtecks  $r_i$  sowie seine Anordnung entlang der  $y$ -Achse fixiert sind, und wir können das Rechteck entlang der  $x$ -Achse zwischen den  $x$ -Werten von 0 und  $N - s_i$  verschieben.

Wir nennen unsere Aufgabe FLOHMARKT-PROBLEM.

TODO: check, reformulate

## 1.2 (Themenbezogene Arbeiten)

## 1.3 Komplexität des Problems

Betrachten wir das zu FLOHMARKT-PROBLEM zugehörige Entscheidungsproblem: Gegeben ein umschließendes Rechteck  $R$  und eine Liste  $Z$  von Rechtecken mit fixierten Länge, Breite und Anordnung entlang der  $y$ -Achse, können alle Rechtecke aus  $Z$  innerhalb von  $R$  so platziert werden, dass sie sich paarweise nicht überlappen?

Wir zeigen, dass FLOHMARKT-PROBLEM NP-vollständig ist, indem wir zunächst zeigen, dass es in NP liegt und auch NP-schwer ist.

Offensichtlich kann dieses Problem von einer nichtdeterministischen Turingmaschine bezüglich der Eingabelänge in Polynomialzeit gelöst werden. Gegeben sei eine Platzierung der Rechtecke aus  $Z$  innerhalb von  $R$ . Man kann leicht einen in Polynomialzeit laufenden Algorithmus entwickeln, der anhand der Koordinaten der kleineren Rechtecke überprüft, ob keines der Rechtecke über die Grenzen von  $R$  hinausreicht und ob kein Paar von Rechtecken aus  $Z$  sich überlappt. Somit liegt FLOHMARKT-PROBLEM in NP.

TODO: Zeige, das Problem ist NP (überprüfbar in P)

Zeige, das Problem ist NP-schwer: Reduktion zu einem anderen NP-voll. oder NP-schweren Problem.

Die Reduktionsfunktion muss in Polynomialzeit laufen.

<https://stackoverflow.com/questions/4294270/how-to-prove-that-a-problem-is-np-complete>

TODO: Notwendigkeit einer Heuristik

**1.4 Inhalt: Heuristik**

**1.5 Grenzen der Heuristik**

**1.6 Laufzeit**

**2 Umsetzung**

**3 Beispiele**

**4 Quellcode**