# METROLOGÍA ESTADÍSTICA

## ANÁLISIS DE DATOS

- Cuando se obtiene uno o más grupos de datos, producto de repeticiones en una medida, la mejor forma de representarlas, es mediante las “Medidas de tendencia central”

## Medidas de tendencia central

- MEDIAS
  - Aritmética
  - Ponderada
  - Armónica

## Media aritmética

- Si una serie de repeticiones de la medida de un objeto provee **n** valores individuales independientes, el valor más probable para el conjunto generalmente es:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$\overline{X} =$ Media aritmética

$x_i =$ Valores individuales del conjunto

$n =$ Cantidad de valores individuales

## Ejemplo:

En la determinación del área efectiva de un conjunto pistón- cilindro de una balanza de presión por el método de comparación, fueron obtenidos los siguientes valores:

| Nº | Valor [$mm^2$] | Nº | Valor [$mm^2$] |
|---|---|---|---|
| 1 | 4.032161 | 8 | 4.032734 |
| 2 | 4.032161 | 9 | 4.032734 |
| 3 | 4.032403 | 10 | 4.032863 |
| 4 | 4.032633 | 11 | 4.032853 |
| 5 | 4.032674 | 12 | 4.032944 |
| 6 | 4.032633 | 13 | 4.032752 |
| 7 | 4.032721 | 14 | 4.032853 |

$$\overline{X} = \frac{1}{14}\left(4.032161 + \ldots + 4.032853\right)$$

$$\overline{X} = 4.032651\left[mm^2\right]$$

# Media ponderada

- Es la media aritmética que se utiliza cuando a cada valor de la variable (xi) se le otorga una ponderación o peso distinto de la frecuencia o repetición. Para poder calcularla se tendrá que tener en cuenta las ponderaciones de cada uno de los valores que tenga la variable

$$\overline{X}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

$\overline{X} =$ Media ponderada

$x_i =$ Valores individuales del conjunto

$w_i =$ Peso de cada valor individual

**Ejemplo:**

Se realizaron 10 repeticiones de una medición de presión, que está relacionada con la temperatura:

| Presión (xi) | Temperatura (wi) |
|---|---|
| 40,12 | 25,8 |
| 40,23 | 26 |
| 40,05 | 25,3 |
| 40,13 | 25,8 |
| 40,18 | 25,9 |
| 40,20 | 25,9 |
| 40,23 | 26,1 |
| 40,25 | 26,4 |
| 40,25 | 26,4 |
| 40,26 | 26,5 |

$$\overline{X}_p = \frac{(40{,}12 \times 25{,}8 + \ldots + 40{,}26 \times 26{,}5)}{25{,}8 + 26 + \ldots + 26{,}5}$$

$$\overline{X}_p = 40{,}19$$

# Media armónica

- Es la inversa de la media aritmética de las inversas de los valores de la variable, responde a la siguiente expresión:

$$\overline{X}_h = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{xi}}$$

$\overline{X}_h =$ Media armónica

$x_i =$ Valores individuales

$n =$ Cantidad de valores individuales

Se utiliza para promediar velocidades, caudales, rendimientos etc.

## Ejemplo:

Calcular el valor medio de flujo de un punto de calibración en un banco gravimétrico, del cual se tomaron cinco lecturas.

Condiciones del banco:

Tiempo de ventana: 30 segundos

Velocidad de la bomba: k * 40 Hz

| Nº | Lectura [l/min] |
|---|---|
| 1 | 253,5 |
| 2 | 253,1 |
| 3 | 252,5 |
| 4 | 252,2 |
| 5 | 252,1 |

$$\overline{X}_h = \frac{5}{\frac{1}{253{,}5}+\frac{1}{253{,}1}+\frac{1}{252{,}5}+\frac{1}{252{,}2}+\frac{1}{252{,}1}}$$

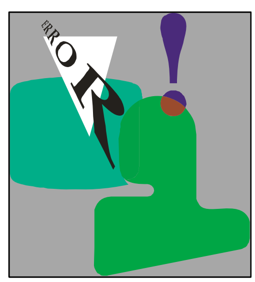
$$\overline{X}_h = 252{,}6 \; {}^{l}\!/_{\min}$$

## Errores en la medición:

Al aceptar que podemos cometer errores en el proceso de medición, estamos también aceptando que utilizar las **medidas de tendencia central** no es suficiente para garantizar por ejemplo, una buena calibración.

### Clasificación de los errores:

- •Debidos al método
- •Debidos al operario
- •Debidos al instrumento
- •Debido a las condiciones ambientales
- •Debido al mensurando



Para calificar debidamente un conjunto de datos, necesitamos conocer su dispersión.

# Medidas de Dispersión

- Amplitud
- Varianza
- Desviación estándar experimental

# Medidas de dispersión

**Amplitud**

- Es la diferencia entre el mayor y el menor valor del conjunto de datos analizado

| Grupo | Valor1 | Valor2 | Valor3 | Amplitud | Media |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 3 | 3 | 3 | 0 | 3 |
| B | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 |
| C | 9 | 0 | 0 | 9 | 3 |

## Varianza

Como forma de medir la dispersión de un número de mediciones independientes entre sí:

La varianza $S^2$ se define como la media de las diferencias cuadráticas de n puntuaciones, con respecto a su media aritmética, es decir:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2$$

$S^2$ Varianza

$\overline{X}$ Media aritmética

$x_i$ Valor de cada repetición

$n$ Número de repeticiones

## Desviación estándar experimental

- La raíz cuadrada de la varianza es denominada desviación estándar, y tiene la misma dimensión que la media.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{X}\right)^2}$$

$S^2$ Desviación estándar

$\overline{X}$ Media aritmética

$x_i$ Valor de cada repetición

$n$ Número de repeticiones

Ejemplo

| Grupo | Valor1 | Valor2 | Valor3 | Amplitud | Media | Varianza | Desviación [unidad] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 3 | 3 | 3 | 0 | 3 | 0 | 0 |
| B | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 1 | 1 |
| C | 9 | 0 | 0 | 9 | 3 | 27 | 5.19 |

Varianza

Desviación estándar experimental

$$S_A^2 = \frac{1}{2}\left[(3-3)^2 + (3-3)^2 + (3-3)^2\right] = 0$$

$$S = \sqrt{0} = 0$$

$$S_B^2 = \frac{1}{2}\left[(2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2\right] = 1$$

$$S = \sqrt{1} = 1$$

$$S_C^2 = \frac{1}{2}\left[(9-3)^2 + (0-3)^2 + (0-3)^2\right] = 27$$

$$S = \sqrt{27} = 5.19$$

# Criterio de rechazo de Chauvenet

- No es recomendable para pequeñas muestras
- Se admite que un conjunto de repeticiones tenga una distribución normal
- Se rechaza la medida si:

$$X_i - \overline{X} \rangle k_n S$$

$X_i =$ Valor de la repetición

$\overline{X} =$ Media del conjunto

$k_n =$ Coeficiente de Chauvenet

$S =$ Desviación estándar

## Coeficiente de Chouvenet

| n | $k_n$ | n | $k_n$ | n | $k_n$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1.15 | 8 | 1.86 | 30 | 2.40 |
| 3 | 1.35 | 9 | 1.92 | 40 | 2.48 |
| 4 | 1.54 | 10 | 1.96 | 50 | 2.57 |
| 5 | 1.65 | 15 | 2.13 | 100 | 2.81 |
| 6 | 1.73 | 20 | 2.24 | 300 | 3.14 |
| 7 | 1.80 | 25 | 2.33 | 500 | 3.29 |
| - | | - | | 1000 | 3.48 |

## Ejemplo:

Dado el conjunto de repeticiones de la medida del diámetro de un eje, determinar los valores que pueden ser rechazados por el criterio de Chauvenet

| i | $X_i$ [mm] | i | $X_i$ [mm] |
|---|---|---|---|
| 1 | 2.557 | 6 | 2.597 |
| 2 | 2.561 | 7 | 2.565 |
| 3 | 2.553 | 8 | 2.555 |
| 4 | 2.567 | 9 | 2.547 |
| 5 | 2.549 | 10 | 2.559 |

$\overline{X}$ = 2.561 [mm]

S = 0.014 [mm]

$K_{(10)}$ * S = 0.027

| i | $X_i - \overline{X}$ | i | $X_i - \overline{X}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.004 | 6 | 0.036 |
| 2 | 0 | 7 | 0.004 |
| 3 | 0.008 | 8 | 0.006 |
| 4 | 0.006 | 9 | 0.014 |
| 5 | 0.012 | 10 | 0.002 |

El valor de la medida Nº 6:

0.036 >0.027 es rechazado pues $X_i - \overline{X} > k_{(10)} *S$

Habiendo rechazado el valor Nº 6, el nuevo valor medio es: $\overline{X} = 2.557$ [mm]

$S = 0.007$ [mm]

$k_{(9)} = 0.013$

| i | $X_i - X$ |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 0.004 |
| 3 | 0.004 |
| 4 | 0.010 |
| 5 | 0.008 |
| 7 | 0.008 |
| 8 | 0.002 |
| 9 | 0.010 |
| 10 | 0.002 |

De acuerdo con el criterio de Chauvenet, todas las repeticiones son aceptadas pues:

$X_i - \overline{X} < 0.013$