FLY, API per grafi

Simone Bisogno

26 luglio 2019

Sommario

Nella presente relazione è riportata l'interfaccia pubblica per il tipo di dato astratto *grafo* per il linguaggio di programmazione FLY, sviluppato all'interno del laboratorio ISISLab del Dipartimento di Informatica dell'Università degli Studi di Salerno.

In due dei linguaggi di programmazione più famosi e utilizzati – Java per la programmazoine orientata agli oggetti, Python per lo scripting – le librerie che rappresentano lo stato dell'arte nell'implementazione e gestione dell'ADT grafo sono, rispettivamente, **JGraphT** e **NetworkX**. In quanto fondato su entrambi questi linguaggi di programmazione, per l'introduzione dell'ADT grafo all'interno del linguaggio è stato necessario selezionare la migliore libreria per grafi per ogni linguaggio e poi metter a fattor comune le loro funzionalità, tenendo conto della diversa natura dei due linguaggi.

Qui è stata creata un'intersezione minimale delle API delle due librerie precedentemente citate per la creazione dell'API FLY per la gestione dei grafi.

Indice

1	API	comu	ne 3
	1.1	Strutti	ura
	1.2	Creazio	one
	1.3	Manip	olazione
		1.3.1	Aggiunta nodo
		1.3.2	Grado di un nodo
		1.3.3	Grado entrante di un nodo
		1.3.4	Grado uscente di un nodo
		1.3.5	Vicinato
		1.3.6	Stella entrante di un nodo
		1.3.7	Stella uscente di un nodo 6
		1.3.8	Nodi di un grafo 6
		1.3.9	Quantità nodi
		1.3.10	Rimozione nodo
		1.3.11	Presenza nodo
		1.3.12	Aggiunta arco
		1.3.13	Arco tra due nodi
		1.3.14	Archi di un grafo
		1.3.15	Quantità archi
		1.3.16	Peso di un arco
		1.3.17	Modifica peso di un arco
		1.3.18	Rimozione arco
		1.3.19	Presenza arco
	1.4	I/O	
		1.4.1	Carica da file
		1.4.2	Salva su file
	1.5	Visita	
		1.5.1	Visita in ampiezza
		1.5.2	Visita in profondità
	1.6	Conne	ttività
		1.6.1	Verifica
		1.6.2	Verifica connettività forte
		169	Componenti conneggo

	1.6.4	Quantità componenti connesse	16
	1.6.5	Componente connessa di un nodo	16
	1.6.6	Componenti fortemente connesse	17
1.7	DAG 6	e ordinamento topologico	18
	1.7.1	Test ciclicità	18
	1.7.2	Ordinamento topologico	18
1.8	Albero	o di copertura minimo	19
	1 8 1	Albero	10

Capitolo 1

API comune delle librerie JGraphT e NetworkX

1.1 Struttura

L'API comune si compone delle seguenti sezioni:

- manipolazione del grafo
- lettura e scrittura del grafo su file
- visita di un grafo
- individuazione componenti connesse
- ordinamento topologico
- albero di copertura minimo

1.2 Creazione

JGraphT La creazione di un grafo in JGraphT può essere realizzata instanziando oggetti di diverse classi per ottenere le possibili tipologie di grafo; il modo più comodo è l'utilizzo della classe org.jgrapht.graph.builder.GraphTypeBuilder¹ che permette la concatenazione di metodi per impostare le caratteristiche del grafo desiderato.

NetworkX In NetworkX, un'istanza di grafo è ottenuta tramite la funzione networkx.Graph(); non sono necessarie diverse implementazioni di grafo: ove necessario, le informazioni aggiuntive sono salvate in dizionari associati all'entità interessata (per esempio, il peso degli archi).

¹GraphTypeBuilder realizza il design pattern creazionale builder.

1.3 Manipolazione

Di seguito sono presentate le funzioni di API che permettono di gestire gli aspetti base di un grafo come l'aggiunta o la rimozione di nodi o di archi, il vicinato di un nodo, eccetera.

```
| Welcome to JShell -- Version 11.0.3

| For an introduction type: /help intro

jshell> import org.jgrapht.Graph

jshell> import org.jgrapht.graph.DefaultEdge

jshell> import org.jgrapht.util.SupplierUtil

jshell> import org.jgrapht.graph.builder.GraphTypeBuilder

jshell> Graph<String, DefaultEdge> graph = GraphTypeBuilder.undirected().edgeCla

ss(DefaultEdge.class).vertexSupplier(SupplierUtil.createStringSupplier()).buildG

raph()

graph ==> ([], [])

jshell>
```

Figura 1.1: Creazione di un grafo con JGraphX all'interno della shell Java JShell.

```
Python 3.7.3 (default, Apr 3 2019, 05:39:12)
[GCC 8.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> import networkx as nx
>>> g = nx.Graph()
>>>
```

Figura 1.2: Creazione di un grafo con NetworkX all'interno della shell Python.

I metodi di JGraphT, ove non espressamente indicato, sono tutti appartenenti all'interfaccia org.jgrapht.Graph.

1.3.1 Aggiunta nodo

JGraphT

• metodo: addVertex(V)

• parametri: nodo di tipo V

• restituisce: boolean, indica il corretto inserimento del nodo

- funzione: add_node(v)
- parametri: v, oggetto che rappresenta un nodo
- restituisce: nulla

1.3.2 Grado di un nodo

JGraphT

- metodo: degreeOf(V)
- parametri: nodo di tipo V
- restituisce: il grado del nodo (int)

NetworkX

- funzione: degree(v)
- parametri: v è un oggetto che rappresenta un nodo
- restituisce: il grado del nodo (int)

1.3.3 Grado entrante di un nodo

JGraphT

- metodo: inDegreeOf(V)
- parametri: nodo di tipo V
- restituisce: il grado entrante del nodo (int)

NetworkX

- funzione: in_degree(v)
- parametri: v è un oggetto che rappresenta un nodo
- restituisce: il grado entrante del nodo (int)

1.3.4 Grado uscente di un nodo

- metodo: outDegreeOf(V)
- parametri: nodo di tipo V
- restituisce: il grado uscente del nodo (int)

- funzione: out_degree(v)
- parametri: v è un oggetto che rappresenta un nodo
- restituisce: il grado uscente del nodo (int)

1.3.5 Vicinato

JGraphT

- metodo: edgesOf(V)
- parametri: nodo di tipo V
- restituisce: l'insieme degli archi incidenti (Set<E>)

NetworkX

- funzione: list(g.adj[v])
- $\bullet\,$ parametri: g è un oggetto che rappresenta un grafo, v è un oggetto che rappresenta un nodo
- restituisce: una lista di archi incidenti su \mathtt{v}

1.3.6 Archi entranti di un nodo

JGraphT

- metodo: incomingEdgesOf(V)
- parametri: nodo di tipo V
- restituisce: l'insieme degli archi entranti (Set<E>)

- funzione: list(g.in_edges(nbunch=v))
- $\bullet\,$ parametri: g è un oggetto che rappresenta un grafo, v è un oggetto che rappresenta un nodo
- restituisce: una lista di archi entranti in v

1.3.7 Stella uscente di un nodo

JGraphT

- metodo: outgoingEdgesOf(V)
- parametri: nodo di tipo V
- restituisce: l'insieme degli archi uscenti (Set<E>)

NetworkX

- funzione: list(g.out_edges(nbunch=v))
- $\bullet\,$ parametri: g è un oggetto che rappresenta un grafo, v è un oggetto che rappresenta un nodo
- restituisce: una lista di archi uscenti da v

1.3.8 Nodi di un grafo

JGraphT

- metodo: vertexSet()
- parametri: nessuno
- restituisce: l'insieme di nodi del grafo (Set<V>)

NetworkX

- funzione: list(g.nodes)
- parametri: g è un oggetto che rappresenta un grafo
- restituisce: la lista di nodi del grafo

1.3.9 Quantità nodi

- metodo: vertexSet().size()
- parametri: nessuno
- restituisce: la cardinalità dell'insieme dei nodi (int)

• funzione: order()

• parametri: nessuno

• restituisce: la cardinalità dell'insieme dei nodi (int)

funzione: number_of_nodes()

• parametri: nessuno

• restituisce: la cardinalità dell'insieme dei nodi (int)

1.3.10 Rimozione nodo

JGraphT

• metodo: removeVertex(V)

• parametri: nodo di tipo V

• restituisce: boolean, indica la corretta rimozione del nodo

NetworkX

• funzione: remove_node(v)

• parametri: v è un oggetto che rappresenta un nodo

• restituisce: nulla

• note: la rimozione di un nodo non presente nel grafo provoca un NetworkXError con il messaggio "The node e is not in the graph"

1.3.11 Presenza nodo

JGraphT

• metodo: containsVertex(V)

• parametri: nodo di tipo V

• restituisce: boolean, indica la presenza del nodo nel grafo

NetworkX

• funzione: has_node(v)

 $\bullet\,$ parametri: v è un oggetto che rappresenta un nodo

• restituisce: Boolean, indica la presenza del nodo nel grafo

1.3.12 Aggiunta arco

JGraphT

• metodo: addEdge(V, V)

• parametri: due nodi di tipo V

• restituisce: l'arco creato (E)

NetworkX

• funzione: add_edge(v1, v2)

• parametri: v1 e v2 sono due oggetti che rappresentano due nodi

• restituisce: nulla

1.3.13 Arco tra due nodi

JGraphT

• metodo: getEdge(V, V)

• parametri: due nodi di tipo V

• restituisce: l'arco tra i due nodi, se esiste (E)

NetworkX

• funzione: edges[v1, v2]

 $\bullet\,$ parametri: v1 e v2 sono due oggetti che rappresentano due nodi

• restituisce: l'arco tra i due nodi, se esiste

1.3.14 Archi di un grafo

JGraphT

• metodo: edgeSet()

• parametri: nessuno

• restituisce: l'insieme degli archi di un grafo (Set<E>)

NetworkX

• funzione: list(g.edges)

 $\bullet\,$ parametri: g è un oggetto che rappresenta un grafo

• restituisce: la lista di archi del grafo

1.3.15 Quantità archi

JGraphT

• metodo: edgeSet().size()

• parametri: nessuno

• restituisce: la cardinalità dell'insieme di archi (int)

NetworkX

• funzione: size()

parametri: nessuno

• restituisce: la cardinalità dell'insieme di archi (int)

1.3.16 Peso di un arco

JGraphT

• metodo: getEdgeWeight(E)

• parametri: un arco di tipo E

• restituisce: il peso dell'arco (double)

 note: il metodo accessore e quello modificatore sono gli unici metodi che richiedono esclusivamente la specifica di un oggetto del tipo dell'arco piuttosto che della coppia di nodi suoi estremi; per utilizzare i due nodi agli estremi, passare come argomento l'invocazione al metodo getEdge(V, V)

NetworkX

• espressione: g[v1][v2]['weight']

• parametri: v1 e v2 sono due oggetti che rappresentano due nodi, weight è l'attributo dell'arco associato al peso

• restituisce: il peso dell'arco (float)

1.3.17 Modifica peso di un arco

JGraphT

- metodo: setEdgeWeight(E, double)
- parametri: un arco di tipo E, un peso di tipo double
- restituisce: nulla
- note: il metodo accessore e quello modificatore sono gli unici metodi che richiedono esclusivamente la specifica di un oggetto del tipo dell'arco piuttosto che della coppia di nodi suoi estremi; per utilizzare i due nodi agli estremi, passare come argomento l'invocazione al metodo getEdge(V, V)

NetworkX

- espressione: g[v1][v2]['weight'] = new_weight
- parametri: v1 e v2 sono due oggetti che rappresentano due nodi, weight è l'attributo dell'arco associato al peso, new_weight è il valore del nuovo peso
- restituisce: nulla

1.3.18 Rimozione arco

JGraphT

- metodo: removeEdge(V, V)
- parametri: due nodi di tipo V
- restituisce: l'arco rimosso (E)

NetworkX

- funzione: remove_edge(v1, v2)
- parametri: v1 e v2 sono due oggetti che rappresentano due nodi
- restituisce: nulla

1.3.19 Presenza arco

- metodo: containsEdge(V, V)
- parametri: due nodi di tipo V
- restituisce: boolean, indica la presenza dell'arco nel grafo

- funzione: has_edge(v1, v2)
- parametri: v1 e v2 sono due oggetti che rappresentano due nodi
- restituisce: Boolean, indica la presenza dell'arco nel grafo

1.4 I/O

I metodi qui descritti sono relativi a classi del pacchetto org.jgrapht.io di JGraphT, mentre le funzioni sono definite nel pacchetto networkx di NetworkX.

Il formato utilizzato per la serializzazione dei grafi è la lista di archi (edge list), una delle rappresentazioni più comuni per i grafi.

1.4.1 Carica grafo da file

Per il caricamento di un grafo da file in JGraphT, è necessario prima creare un oggetto del tipo dell'interfaccia GraphImporter<V, E>, dove V è il tipo generico del nodo ed E quello dell'arco; la classe CSVImporter<V, E> realizza i metodi della su citata interfaccia per il caricamento di un grafo in rappresentazione edge list.

JGraphT

- metodo: importGraph(Graph<V, E>, Reader)
- parametri:
 - un grafo con tipo di nodi V e tipo di archi E
 - un oggetto Reader per l'accesso in lettura a un flusso di caratteri
- restituisce: nulla
- note: il metodo legge la rappresentazione dal flusso di caratteri in input e la salva all'interno del grafo dato

- funzione: read_edgelist(path, delimiter=' ')
- parametri:
 - path è il percorso del file da cui leggere la lista di archi di un grafo

- delimiter è un parametro opzionale a cui può essere associato come valore il carattere da utilizzare per separare i vertici di un arco all'interno della lista (di default è None)
- restituisce: il grafo letto dal flusso
- funzione: read_weighted_edgelist(path, delimiter=' ')
- parametri:
 - path è il percorso del file da cui leggere la lista di archi di un grafo
 - delimiter è un parametro opzionale a cui può essere associato come valore il carattere da utilizzare per separare i vertici di un arco all'interno della lista (di default è None)
- restituisce: il grafo pesato letto dal flusso

1.4.2 Salva grafo su file

Per il salvataggio di un graf su file in JGraphT, è necessario prima creare un oggetto del tipo dell'interfaccia GraphExporter<V, E>, dove V è il tipo generico del nodo ed E quello dell'arco; la classe CSVExporter<V, E> realizza i metodi della su citata interfaccia per il salvataggio di un grafo in rappresentazione edge list.

JGraphT

- metodo: exportGraph(Graph<V, E>, Writer)
- parametri:
 - un grafo con tipo di nodi V e tipo di archi E
 - un oggetto Writer per l'accesso in scrittura a un flusso di caratteri
- restituisce: nulla
- note: il metodo scrive il grafo dato all'interno del flusso di caratteri in output come lista di archi

- funzione: write_edgelist(G, path, delimiter=' ')
- parametri:
 - G è un oggetto che rappresenta un grafo

- path è il percorso del file in cui scrivere la lista di archi di G
- delimiter è un parametro opzionale a cui può essere associato come valore il carattere da utilizzare per separare i vertici di un arco all'interno della lista (di default è None)
- restituisce: nulla
- funzione: write_weighted_edgelist(G, path, delimiter=' ')
- parametri:
 - G è un oggetto che rappresenta un grafo
 - path è il percorso del file in cui scrivere la lista di archi di G
 - delimiter è un parametro opzionale a cui può essere associato come valore il carattere da utilizzare per separare i vertici di un arco all'interno della lista (di default è None)
- restituisce: nulla

1.5 Visita

I metodi qui descritti sono relativi a classi del pacchetto org.jgrapht.tra verse di JGraphT, mentre le funzioni sono definite nel pacchetto networkx di NetworkX.

Le visite sono eseguite in JGraphT instanziando un iteratore del tipo interfaccia GraphIterator<V, E>, mentre in NetworkX è sufficiente l'invocazione di funzioni a cui viene passato il grafo come parametro.

1.5.1 Visita in ampiezza

La classe JGraphT che realizza l'iteratore sul grafo per la visita in ampiezza è BreadthFirstIterator(Graph<V, E>, V).

- metodo: BreadthFirstIterator(Graph<V, E>, V)
- parametri:
 - un grafo con tipo di nodi V e tipo di archi E
 - un nodo di tipo V da cui iniziare la visita
- restituisce: un iteratore sui nodi del grafo

- funzione: list(bfs_edges(G, root))
- parametri:
 - G è un oggetto che rappresenta un grafo
 - root è il nodo da cui iniziare la visita
- restituisce: lista di archi appartenenti all'albero di visita
- nota: per ottenere la lista di nodi visitati, è possibile utilizzare l'espressione nodes = [root] + [v for u, v in edges], dove edges è la lista di archi visitati

1.5.2 Visita in profondità

La classe JGraphT che realizza l'iteratore sul grafo per la visita in profondità è DepthFirstIterator(Graph<V, E>, V).

JGraphT

- metodo: DepthFirstIterator(Graph<V, E>, V)
- parametri:
 - un grafo con tipo di nodi V e tipo di archi E
 - un nodo di tipo V da cui iniziare la visita
- restituisce: un iteratore sui nodi del grafo

- funzione: list(dfs_edges(G, source=root))
- parametri:
 - G è un oggetto che rappresenta un grafo
 - source (opzionale) è il nodo da cui iniziare la visita
- restituisce: lista di archi appartenenti all'albero di visita
- nota: per ottenere la lista di nodi visitati, è possibile utilizzare l'espressione nodes = [root] + [v for u, v in edges], dove edges è la lista di archi visitati

1.6 Connettività

I metodi qui descritti sono relativi a classi del pacchetto org.jgrapht.alg. connectivity di JGraphT, mentre le funzioni sono definite nel pacchetto networkx di NetworkX.

In particolare, la classe che realizza l'ispezione del grafo per la connettività è ConnectivityInspector<V, E>, al cui costruttore va passato il grafo da ispezionare; per la connettività forte, la classe da utilizzare è KosarajuStrongConnectivityInspector<V, E> mentre non è definita una classe o un metodo per la verifica della connettività debole.

1.6.1 Verifica

JGraphT

• metodo: isConnected()

• parametri: nessuno

• restituisce: boolean, indica lo stato di connessione del grafo

NetworkX

• funzione: is_connected(G)

• parametri: G è un oggetto che rappresenta un grafo

• restituisce: Boolean, indica lo stato di connessione del grafo

1.6.2 Verifica connettività forte

JGraphT

• metodo: isStronglyConnected()

• parametri: nessuno

 restituisce: boolean, indica lo stato di connessione forte del grafo direzionato

 nota: il metodo va utilizzato su un ispettore di tipo KosarajuStrong ConnectivityInspector<V, E>

NetworkX

• funzione: is_strongly_connected(G)

 $\bullet\,\,$ parametri: ${\tt G}$ è un oggetto che rappresenta un grafo direzionato

• restituisce: Boolean, indica lo stato di connessione forte del grafo

1.6.3 Componenti connesse

JGraphT

- metodo: connectedSets()
- parametri: nessuno
- restituisce: una lista di insiemi in cui ogni insieme contiene i nodi nella stessa componente (List<Set<V>>)

NetworkX

- funzione: connected_components(G)
- parametri: G è un oggetto che rappresenta un grafo
- restituisce: un generatore per una lista di insiemi di nodi, ordinata per cardinalità
- nota: per estrarre le componenti connesse dal generatore, è possibile usare l'espressione list(set for set in connected_components(G)); per estrarre i sottografi connessi, è possibile usare l'espressione list(G .subgraph(set) for set in connected_components(G))

1.6.4 Quantità componenti connesse

JGraphT

- metodo: connectedSets().size()
- parametri: nessuno
- restituisce: il numero di componenti connesse del grafo (int)

NetworkX

- funzione: number_connected_components(G)
- parametri: G è un oggetto che rappresenta un grafo
- restituisce: il numero di componenti connesse del grafo (int)

1.6.5 Componente connessa di un nodo

- metodo: connectedSetOf(V)
- parametri: nodo di tipo V
- restituisce: l'insieme dei nodi che costituisce la componente connessa del nodo dato (Set<V>)

- funzione: node_connected_component(G, v)
- parametri:
 - G è un oggetto che rappresenta un grafo
 - v è un oggetto che rappresenta un nodo
- restituisce: l'insieme dei nodi che costituisce la componente connessa del nodo dato

1.6.6 Componenti fortemente connesse

Entrambe le librerie utilizzano l'algoritmo di Kosaraju-Sharir per la determinazione delle componenti fortemente connesse di un grafo.

JGraphT

- metodo: getStronglyConnectedComponents()
- parametri: nessuno
- restituisce: la lista di sottografi fortemente connessi del grafo ispezionato (List<Graph<V, E>>)
- nota: il metodo va utilizzato su un ispettore di tipo KosarajuStrong ConnectivityInspector<V, E>
- metodo: getStronglyConnectedSets()
- parametri: nessuno
- restituisce: la lista di insiemi di nodi fortemente connessi del grafo ispezionato (List<Graph<V, E>>)
- nota: il metodo va utilizzato su un ispettore di tipo KosarajuStrong ConnectivityInspector<V, E>

- funzione: kosaraju_strongly_connected_components(G)
- parametri: G è un oggetto che rappresenta un grafo direzionato
- restituisce: un generatore di insiemi di nodi
- nota: per estrarre le componenti fortemente connesse dal generatore, è
 possibile usare l'espressione list(set for set in kosaraju_connect
 ed_components(G)); per estrarre i sottografi fortemente connessi, è
 possibile usare l'espressione list(G.subgraph(set) for set in kosa
 raju_connected_components(G))

1.7 Digrafi aciclici (DAG) e ordinamento topologico

I metodi qui descritti sono relativi alle classi TopologicalOrderIterator<V, E> del pacchetto org.jgrapht.traverse di JGraphT e CycleDetector<V, E> di org.jgrapht.alg.cycle, mentre le funzioni sono definite nel pacchetto networkx di NetworkX.

1.7.1 Test ciclicità

Il test di ciclicità determina se un grafo direzionato è provvisto di cicli.

In JGraphT viene testata esplicitamente la presenza di cicli in un grafo direzionato con il metodo detectCycles() della classe CycleDetector<V, E> costruendone un oggetto passando il grafo direzionato come argomento al costruttore; in NetworkX viene testata la proprietà del grafo di essere direzionato e aciclico.

JGraphT

• metodo: detectCycles()

• parametri: nessuno

- restituisce: boolean, indica la presenza di almeno un ciclo nel grafo direzionato
- note: detectCycles() va invocato su un oggetto CycleDetector<V,
 E> costruito con un grafo direzionato (viene lanciata una IllegalAr gumentException altrimenti)

NetworkX

• funzione: is_directed_acyclic_graph(G)

• parametri: G è un oggetto che rappresenta un grafo

• restituisce: Boolean, indica se il grafo è diretto aciclico

• nota: non è imposto che G sia creato con DiGraph()

1.7.2 Ordinamento topologico

In JGraphT l'ordinamento topologico viene definito creando un iteratore di tipo TopologicalOrderIterator<V, E> (il quale parte da un nodo sorgente qualsiasi del grafo); parimodo, in NetworkX l'ordinamento topologico viene definito con un generatore ottenuto dall'invocazione del metodo topological_sort(G).

In entrambe le librerie, le implementazioni scelgono un nodo sorgente (non è specificato espressamente come) e da lì calcolano l'ordinamento.

JGraphT

- metodo: TopologicalOrderIterator(Graph<V, E>)
- parametri:
 - un grafo con tipo di nodi V e tipo di archi E
- restituisce: un iteratore sull'ordinamento topologico

NetworkX

- funzione: topological_sort(G)
- parametri: G è un oggetto che rappresenta un grafo direzionato
- restituisce: un generatore sull'ordinamento topologico
- nota: per avere la lista, è sufficiente avvolgere la chiamata a funzione con list()

1.8 Albero di copertura minimo

In JGraphT, l'albero di copertura minimo viene realizzato instanziando un oggetto del tipo dell'interfaccia SpanningTreeAlgorithm<E> di org.jgrapht.alg.interfaces, per esempio KruskalMinimumSpanningTree<V, E> oppure PrimMinimumSpanningTree<V, E>, entrambi di org.jgrapht.alg.spanning; in NetworkX, la funzione per il calcolo dell'albero di copertura minimo è contenuta nel pacchetto networkx.

L'algoritmo scelto per l'individuazione dell'albero minimo ricoprente è ${\it Prim}.$

1.8.1 Albero

- metodo: getSpanningTree()
- parametri: nessuno
- restituisce: l'albero di copertura minimo (SpanningTreeAlgorithm. SpanningTree<E>)
- note: il metodo va invocato su un oggetto di tipo PrimMinimumSpanningTree<V,
 E>, al cui costruttore va passato il grafo pesato da cui estrarre l'albero minimo ricoprente

- funzione: minimum_spanning_tree(G, algorithm='prim')
- parametri:
 - ${\tt G}$ è un oggetto che rappresenta un grafo pesato
 - algorithm indica l'algoritmo da utilizzare per il calcolo dell'albero minimo ricoprente: può essere kruskal, prim oppure boruvka.
- restituisce: un grafo che rappresenta un minimo albero ricoprente oppure una foresta
- nota: per l'algoritmo di Borůvka, è richiesto che tutti gli archi siano pesati e che i pesi siano a due a due distinti; per gli altri algoritmi, in caso di arco non pesato, viene considerato come peso predefinito il valore 1