

## Introduction à l'imagerie médicale

### Exercice 1 : Générer des images

1. Définir trois fonctions de type  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  et afficher leur graphe sur un domaine rectangulaire  $\Omega$  (voir *surf* dans la documentation Matlab).
2. Définir pour chaque fonction une image associée  $I(i, j) = f(x_i, x_j)$  où  $(x_i, x_j)_{i,j}$  est un échantillonnage régulier de  $\Omega$ . Prédire l'allure des images générées puis les afficher avec *imagesc*. Changer la *colormap* et afficher la *colorbar*. Indiquez le nombre de pixels de vos images (format  $x \times y$ ).
3. Créer une image d'un disque, d'un cercle puis d'une ellipse.
4. Un code barre est une image qui peut être vue comme la réalisation d'un processus aléatoire. Un motif est répété de façon aléatoire sur un fond blanc (un pixel noir ou une droite verticale). Écrire une fonction qui construit des codes barres rectilignes (le nombre de pixels  $n \times m$  sera pris en argument de la fonction). Considérer ensuite de nouveaux motifs et créer plusieurs types d'images aléatoires avec des distributions de probabilité différentes (ne vous limitez pas à des images binaires).



### Exercice 2 : Transformée de Radon

Rappel : la transformée de Radon d'une fonction  $f$  est donnée pour tout angle  $\theta$  et tout  $u \in \mathbb{R}$ , par

$$R[f](\theta, u) = p_\theta(u) = \int_{\mathbb{R}} f(u \cos \theta - v \sin \theta, u \sin \theta + v \cos \theta) dv.$$

1. Écrire un pseudo algorithme pour calculer la transformée de Radon discrète d'une image. Appliquer le manuellement sur l'image 2x2 suivante

$$\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}$$

Identifier les paramètres de votre algorithme.

2. Existe-t-il une fonction proposée par Matlab ? Quels sont les paramètres de cette fonction, que représentent-ils ? Faire le lien avec la procédure mise en œuvre par un scanner à rayons X. On utilisera cette fonction dans la suite de l'exercice.
3. Construire et calculer la transformée de Radon des images suivantes
  - 3 points dont un centré et un deuxième sur l'axe vertical médian
  - 2 droites

Dans chaque cas, afficher via *subplot* l'image et son sinogramme puis analyser les sinogrammes obtenus.

4. Montrer que la transformée de Radon du disque unité est donnée par

$$p_{\theta}(u) = \begin{cases} 2\sqrt{1-u^2}, & \text{si } |u| \leq 1 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Vérifier numériquement à l'aide de l'image du disque écrite à l'exercice 1. Pour cela, afficher sur une même figure à l'aide de la fonction *plot* les 2 solutions pour  $p_{\theta}(u)$  (qui ne dépend pas de  $\theta$ ) (*indications Matlab* : utiliser *hold on* et *hold off* ainsi que l'option '\*' de la fonction *plot*).

## Exercice 3 : Reconstruction

1. Calculer la transformée de Radon de vos autres images construites à l'exercice 1. Calculer leur transformée inverse et comparer avec les images originales (chercher et utiliser une fonction Matlab pour calculer l'inverse de la transformée de Radon). Commenter.
2. Idem avec l'image *phantom* disponible sur Matlab. Cette **image synthétique** est largement utilisée dans la recherche en imagerie médicale. Elle sert de référence pour la comparaison de méthode de traitement d'images. Quel est le paramètre de cette image proposé par Matlab ? Étudier la qualité de la reconstruction et le temps de calcul en fonction de ce paramètre. Faire varier le nombre de rayons simulés (quelle est néanmoins la couverture angulaire nécessaire ?). Quels sont les liens entre ces paramètres ?
3. Quels critères utiliseriez-vous pour comparer deux fonctions et leurs algorithmes associés pour cette tâche de reconstruction d'images acquises par rayons X (penser aux différents utilisateurs et à leurs conditions de travail) ?