

RAPPORT DE PHYSIQUE NUMÉRIQUE

# Fluctuation de densité dans l'univers primordial



*Brahim Hassani*

---

M1 - Magistère de Physique Fondamentale  
Université Paris-Cité

---

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>2</b>
1.1	Introduction . . . . .	2
1.2	Objectifs du projet . . . . .	2
<b>2</b>	<b>l'Univers Homogène</b>	<b>3</b>
2.1	Introduction . . . . .	3
2.2	Proportion des différents fluides cosmologiques . . . . .	6
2.3	Dynamique du facteur d'échelle . . . . .	7
2.4	Conclusion . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Perturbations Cosmologiques</b>	<b>10</b>
3.1	Introduction . . . . .	10
3.2	Champ de densité des Baryons et de la Matière Noire Froide . . . . .	12
3.3	Conclusion . . . . .	14
3.4	Spectre de puissance et simulation du fond diffus cosmologique . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Idées d'approfondissements pour aller plus loin</b>	<b>19</b>
4.1	Théorie de Press-Schechter . . . . .	19
4.2	Facteur de courbure . . . . .	20
4.3	Spectre électromagnétique du CMB . . . . .	21
<b>5</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>22</b>

---

# 1 Introduction générale

## 1.1 Introduction

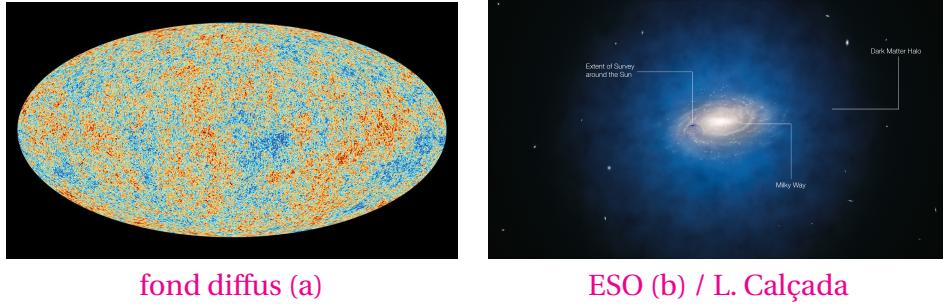
Dans le cadre du modèle standard de la cosmologie (modèle  $\Lambda$ CDM), les surdensités primordiales, qui apparaissent peu de temps après le Big-Bang et qui sont visibles sur le CMB [1] (Cosmic Microwave Background en anglais) ou "fond diffus cosmologique" en français sont amplifiées par la gravité. On distingue principalement 4 types de "fluides cosmologiques" qui auront tous un but bien particulier dans la formation de l'Univers tel que nous le connaissons actuellement :

- **La matière (ou baryons)** : visible sur le CMB, c'est la brique élémentaire avec laquelle sont fait quasiment tous les objets astrophysiques (étoiles, planètes, galaxies...) ainsi que nous-même (évidemment). Les Baryons interagissent beaucoup avec la lumière (le rayonnement), ceci le distingue du 2<sup>nd</sup> type fluide qui est la matière noire froide.
- **La matière noire** : tout le monde la connaît, mais personne ne connaît sa nature (enfin, pour l'instant..), pourtant ce fluide va jouer un rôle assez important dans la formation des grandes structures de l'Univers. Cependant, le terme "matière noire" englobe en fait 2 régimes de matière noire : la matière noire chaude "Hot Dark Matter" et la matière noire froide "Cold Dark Matter" (CDM), le terme "froid" veut dire ici que la matière noire s'écoule à des vitesses faibles devant la vitesse de la lumière. Elle a la particularité, contrairement à la matière, de ne quasiment pas interagir avec le rayonnement. Dans la suite, c'est ce régime que nous utiliserons et qui pose le cadre de la théorie  $\Lambda$ CDM. Nous savons alors d'où vient le "CDM", mais d'où vient le " $\Lambda$ " ?
- **L'énergie noire (notée  $\Lambda$ )** : comme pour la matière noire, tout le monde sait qu'elle "existe", mais personne ne connaît sa nature. Introduit par Albert Einstein dans les équations de la Relativité Générale en 1917 sous le nom de "constante cosmologique" ( $\Lambda$ ), elle a un rôle déterminant dans la dynamique globale de l'Univers. En effet, ce serait la constante cosmologique qui serait à l'origine de l'expansion accélérée de l'Univers. Nous verrons plus en détail son rôle dans la suite de ce rapport.
- **Le rayonnement** : le rayonnement électromagnétique est évidemment au rendez-vous, nous verrons que son couplage avec la matière baryonique est essentiel pour comprendre l'évolution du champ de densité des baryons.

Au bout d'un certain temps, ces surdensités de matière (matière baryonique et matière noire) s'effondrent. La matière noire va s'effondrer en premier pour former des halos, elle va ainsi créer des trous de potentiel gravitationnel au sein desquels le gaz et la matière baryonique vont pouvoir tomber et ainsi former les étoiles, galaxies et amas de galaxies. La matière noire va donc agir comme un petit cocon dans lequel va venir se loger la matière pour former les grandes structures (Voir [1]).

## 1.2 Objectifs du projet

Dans ce projet de physique numérique, nous allons principalement nous intéresser à l'Univers primordial. Ce dernier est un plasma chaud composé de matière baryonique (principalement des électrons et protons), de matière noire et de rayonnement. Ces trois composantes ont des dynamiques différentes[2] mais interagissent entre elles à travers



fond diffus (a)

ESO (b) / L. Calçada

FIGURE 1 – fond diffus cosmologique (a) et position de la matière noire (b)

la gravité (matière noire, matière baryonique et rayonnement) et l’interaction électromagnétique (rayonnement et matière baryonique).

Les restes de cette période nous apparaissent sous la forme du fond diffus cosmologique [1], un rayonnement quasi-homogène et isotrope à quelques centaines de GHz dans le domaine radio. En ce qui concerne la matière à cette époque, les observations du fond diffus cosmologique nous indiquent que la matière baryonique ne représente environ que  $\frac{1}{6}$  de la matière totale, les  $\frac{5}{6}$  restants étant sous forme de matière noire. Le but de ce projet est donc d’étudier la physique du plasma primordial, pour ce faire nous allons résoudre l’évolution temporelle du champ de densité de la matière baryonique et de la matière noire froide en résolvant les équations hydrodynamiques qui régissent ces évolutions.

Cet exercice sera découpé en deux composantes, l’évolution de la partie homogène d’abord, et celle de petites perturbations de densités autour d’une valeur moyenne ensuite. La partie homogène va dicter l’évolution globale de l’univers, soit son expansion, alors que les fluctuations vont s’effondrer sous l’influence de la gravité pour former les grandes structures de l’Univers que l’on observe aujourd’hui, telles que les galaxies ou les amas de galaxies. Par la suite, nous utiliserons ces résultats afin de simuler le fond diffus cosmologique (CMB). Enfin, nous discuterons de quelques pistes que nous aurions pu explorer “pour aller plus loin” dans le projet si nous avions eu plus de temps (prédition de l’abondance des Halos formés par le modèle de Press-Schechter, spectre électromagnétique du CMB...).

\* \* \*

## 2 l’Univers Homogène

### 2.1 Introduction

Dans cette partie, nous allons discuter de l’Univers homogène, c’est-à-dire l’étude du mouvement global de l’Univers sans décrire ce qui se passe à plus petite échelle. Pour cela, nous allons essayer de comprendre comment l’Univers évolue, en particulier, comment évolue sa taille<sup>1</sup> au cours du temps. Nous le savons, la taille de l’Univers augmente,

---

1. Ici, “taille” signifie taille relative par rapport à la taille de l’Univers aujourd’hui qui, par convention vaut 1.

nous savons même que cette expansion augmente de plus en plus vite. **Mais comment le "démontrer" numériquement?** C'est ce que nous verrons dans une partie ultérieure. Avant d'y arriver, un peu de travail, un peu de formalisme!

En relativité générale, l'équation d'Einstein permet de déduire l'équation d'évolution de la taille de l'Univers, il s'agit respectivement de la 1<sup>re</sup> et 2<sup>nd</sup> équation de *Friedmann-Lemaître*:

$$\begin{cases} H^2(t) = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \\ \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{-4\pi G}{3c^2}(\rho + P) + \frac{\Lambda c^2}{3} \end{cases} \quad (1)$$

Dans cette équation :

- :  $H(t)$  représente le paramètre d'Hubble, qui permet de rendre compte, à travers l'expansion de l'Univers, à quel point les galaxies s'éloignent de nous. Aujourd'hui, la valeur du paramètre d'Hubble est  $H_0 \approx 70 \text{ km.s}^{-1}.Mpc^{-1}$
- :  $a$  et  $\dot{a}$  représentent respectivement le facteur d'échelle<sup>2</sup> et la dérivée temporelle de ce dernier.
- :  $\rho$  représente la densité d'énergie des fluides considérés, nous verrons ensuite que nous considérerons 3 fluides cosmologiques qui sont la matière (baryonique + matière noire froide), le rayonnement, et l'énergie noire.
- : " $k$ " représente le facteur de courbure qui indique la géométrie globale de l'Univers. Une valeur nulle indique que l'Univers est plat.
- :  $\Lambda$  représente la constante cosmologique, que l'on nommera énergie noire.
- :  $P$  représente la pression associée à chaque fluide que l'on considère.

La 2<sup>nd</sup> équation de Friedmann est particulièrement intéressante, elle nous décrit l'accélération de l'expansion de l'Univers. Si nous vivons dans un Univers sans constante cosmologique ( $\Lambda = 0$ ) alors l'effet de la pression et de la densité des fluides cosmologique tend à ralentir l'expansion de l'Univers (à cause du terme négatif). Or, les mesures cosmologiques nous montrent plutôt que nous vivons dans un Univers où l'expansion est accélérée. L'ajout de la constante cosmologique permet donc de donner une contribution positive au taux d'expansion et donc finalement de rendre compte des mesures cosmologiques.

Dans toute la suite de ce projet, nous prendrons la constante de courbure "k" nulle. En effet, toutes les mesures cosmologiques actuelles montrent que nous vivons probablement dans un Univers où  $k = 0$  à grande échelle, c'est-à-dire dans un Univers globalement plat.

Maintenant, si nous voulons la forme finale de l'équation de Friedmann, il faut expliciter la dépendance en "a" des différents  $\rho_{m,r,\Lambda}$ .

Pour cela, partons de l'équation de Friedmann avec  $k = 0$  :

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 + \frac{\Lambda c^2}{3}a^2 \quad (2)$$

Et dérivons là par rapport au temps :

$$2a\ddot{a} = \frac{8\pi G}{3}\dot{\rho}a^2 + \frac{8\pi G}{3}\rho \times 2a\dot{a} + 2a\dot{a}\frac{\Lambda c^2}{3} \quad (3)$$

---

2. Il s'agit de la "taille" de l'Univers comme défini au point 1.

Remplaçons le terme en  $\ddot{a}$  par la 2<sup>nd</sup> équation de Friedmann [1], nous obtenons alors :

$$\frac{-8\pi G}{3}\dot{a}a(\rho + 3P) = \frac{8\pi G}{3}\dot{\rho}a^2 + \frac{8\pi G}{3}\rho \times 2a\dot{a} \quad (4)$$

De plus, on considère des fluides cosmologiques ayant une équation d'état pour la pression proportionnel à la densité d'énergie  $\rho$ , on a donc :

$$P = \omega\rho \quad (5)$$

où  $\omega$  va prendre des valeurs caractéristiques pour chaque fluide, par exemple[4] :

- :  $\omega = 0$  pour le fluide de matière
- :  $\omega = -1$  pour le fluide d'énergie noire
- :  $\omega = \frac{1}{3}$  pour le fluide de rayonnement

En utilisant l'équation [4] et [5] nous avons :

$$-3(1 + \omega)\frac{\dot{a}}{a} = \frac{\dot{\rho}}{\rho} \quad (6)$$

et donc finalement en intégrant en log, nous obtenons la relation de proportionnalité suivante :

$$\rho(a) \propto a^{-3(1+\omega)} \quad (7)$$

Ainsi :

- :  $\rho_m(a) = \rho_m^0 a^{-3}$  pour le fluide de matière
- :  $\rho_\Lambda(a) = cst = \rho_\Lambda^0$  pour le fluide d'énergie noire
- :  $\rho_r(a) = \rho_r^0 a^{-4}$  pour le fluide de rayonnement

où l'indice "0" se réfère à aujourd'hui de telle sorte que  $\rho_m^0$  signifie "la densité de matière mesurée aujourd'hui".

Maintenant que nous connaissons la dépendance en "a" de la densité des différents fluides cosmologique, nous pouvons enfin expliciter la 1<sup>re</sup> équation de Friedmann. Avant de faire cela, nous devons définir deux quantités. :

- : La densité critique<sup>3</sup> qui est définie de telle sorte que  $H_0^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_c$ .
- : La notion de "paramètre cosmologique" qui permet de connaître la proportion du fluide considéré par rapport à la densité critique. Pour chacun des 3 fluides ( $i$ ) on a  $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$ .

On peut maintenant réécrire l'équation de Friedmann, pour cela, on va diviser  $H^2$  par  $H_0^2$ , nous obtenons :

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{\rho_m}{\rho_c} + \frac{\rho_r}{\rho_c} + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G \rho_c} \quad (8)$$

qui se réécrit :

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{\rho_m^0 a^{-3}}{\rho_c} + \frac{\rho_r^0 a^{-4}}{\rho_c} + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G \rho_c} \quad (9)$$

---

3. Il s'agit de la densité qu'il faudrait mettre dans l'équation de Friedmann afin d'avoir un Univers plat et sans constante cosmologique.

où pour chacun des fluides (i) :

$$\frac{\rho_i^0}{\rho_c} = \Omega_i^0$$

et où

$$\frac{\Lambda c^2}{8\pi G\rho_c} = \Omega_\Lambda^0$$

la valeur des paramètres cosmologiques "aujourd'hui".  
finalement, l'équation de Friedmann s'écrit :

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_m^0 a^{-3} + \Omega_r^0 a^{-4} + \Omega_\Lambda^0 \quad (10)$$

ou plus précisément :

$$\frac{da}{dt} = H_0 \sqrt{\Omega_m^0 a^{-1} + \Omega_r^0 a^{-2} + \Omega_\Lambda^0 a^2} \quad (11)$$

Dans la suite, nous allons principalement résoudre cette équation. Elle peut être résolue analytiquement lorsque l'on considère seulement 2 fluides et qu'on supprime le 3<sup>ème</sup>, sinon, il faudra la résoudre numériquement. Mais a-t-on le droit de supprimer 1 fluide au détriment des autres...?

## 2.2 Proportion des différents fluides cosmologiques

Pour répondre à cette question, nous pouvons représenter l'évolution de la proportion des différents fluides au cours de l'histoire de l'Univers. Pour cela, il nous faut connaître la valeur des paramètres cosmologiques "aujourd'hui" (les  $\Omega_i^0$ ). Cela tombe bien, les mesures cosmologiques peuvent nous fournir ces valeurs :

- :  $\Omega_m^0 \approx 3.10^{-1}$
- :  $\Omega_r^0 \approx 10^{-4}$
- :  $\Omega_\Lambda^0 \approx 7.10^{-1}$

Nous pouvons alors tracer l'évolution convoitée (voir figure ci-dessous).

D'après cette figure, on comprend que la proportion des différents fluides dépend de l'âge de l'Univers. En effet, quand l'Univers était jeune ("a" très petit) c'est le fluide de rayonnement qui dominait, un peu plus tard, c'est le fluide de matière qui dominait et puis encore plus tard, par exemple aujourd'hui (pour  $a = 1$ ), c'est l'énergie noire qui domine.

Ces différentes évolutions dans la proportion des différents fluides vont jouer un rôle prépondérant sur la dynamique globale de l'Univers et va en quelque sorte façonner la manière dont le facteur d'échelle évolue...

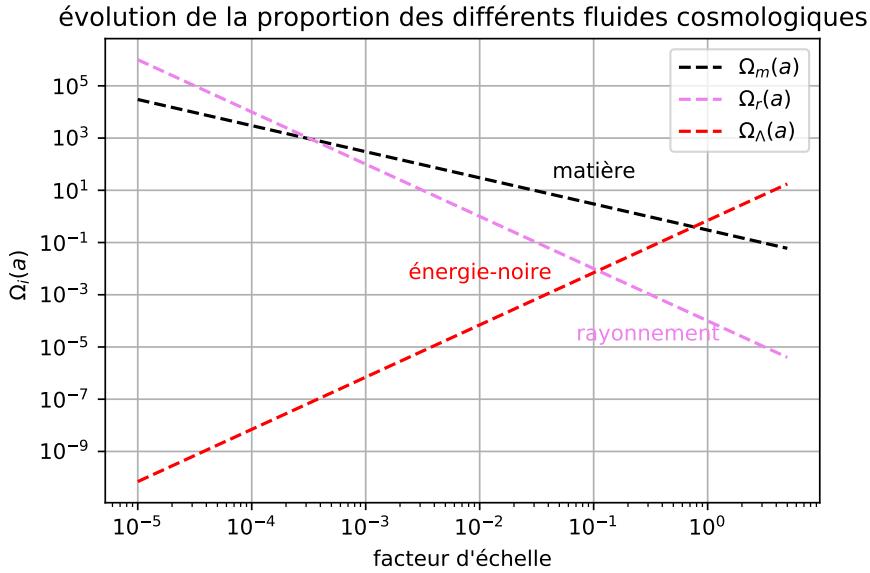


FIGURE 2 – Évolution de la proportion des différents fluides cosmologiques

### 2.3 Dynamique du facteur d'échelle

L'équation d'Einstein donne une relation directe entre le contenus en masse et énergie de l'Univers et sa géométrie. Si on considère la métrique FLRW<sup>4</sup>, l'équation d'Einstein se simplifie et on tombe sur l'équation de Friedmann-Lemaître. Nous allons maintenant résoudre l'équation de Friedmann-Lemaître-Lemaître[11], pour cela, nous allons considérer 2 exemples de proportions de fluides différents avec à chaque fois seulement 2 fluides (matière et énergie noire) pour que nous puissions comparer le résultat numérique et analytique<sup>5</sup> :

- :  $\Omega_m^0 \approx 3.10^{-1}$  et  $\Omega_\Lambda^0 \approx 7.10^{-1}$
- :  $\Omega_m^0 \approx 99.10^{-2}$  et  $\Omega_\Lambda^0 \approx 1.10^{-1}$

Nous pourrons ainsi vérifier numériquement si la dynamique globale de l'Univers dépend ou non du contenus en masse/énergie que l'on considère. Pour la résolution de l'équation de Friedmann[11], nous utilisons un Euler explicite avec la condition initiale  $a = 1$ .

Voici le résultat :

---

4. Pour Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker. La métrique FLRW permet de se placer dans le cadre d'un univers homogène et isotrope. Elle décrit la dynamique de l'Univers à grande échelle.

5. Nous aurions pu aussi nous intéresser au couple (matière - rayonnement), mais disons qu'ici, on préfère mettre en évidence l'expansion accélérée de l'Univers.

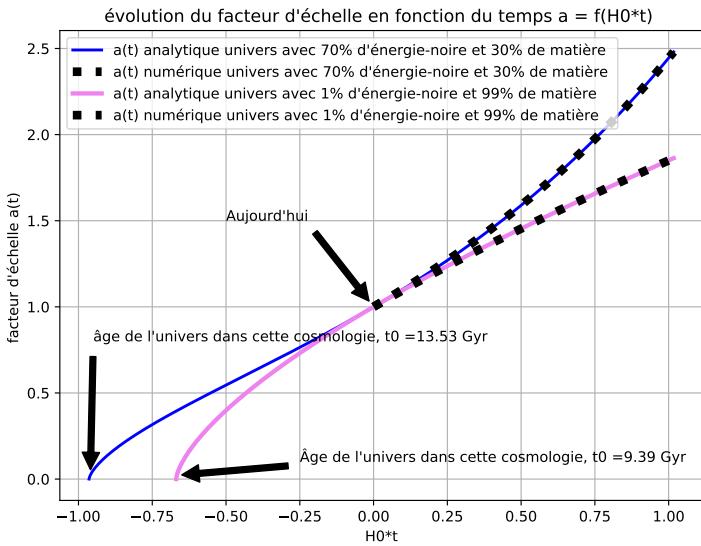


FIGURE 3 – Évolution du facteur d'échelle

On voit donc que la solution numérique et analytique colle bien ensemble. En utilisant l'équation de Friedmann[11] où l'on néglige la contribution de rayonnement, on peut, après plusieurs changements de variables assez coriaces, trouver l'expression de la solution analytique correspondante[4] :

$$a(t) = \frac{1}{b^{\frac{1}{3}}} \sinh^{\frac{2}{3}} \left( \frac{3}{2} H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda} (t - t_0) \right) \quad (12)$$

où

$$b = \frac{\Omega_\Lambda^0}{\Omega_m^0}$$

et

$$t_0 = \frac{-1}{H_0} \frac{2}{3\sqrt{\Omega_\Lambda}} \arcsin \left( \sqrt{b} \right)$$

Ici " $t_0$ " représente littéralement l'âge de l'Univers dans la cosmologie considéré. On peut donc déterminer cet âge dans les 2 cas que nous avons choisi comme le montre la figure[3]. L'âge de l'Univers dépend donc de la cosmologie, dans le cas où nous avons choisi 99% de matière et 1% d'énergie noire, l'âge vaut environ 9.4 Gyr, ce qui n'est pas du tout comparable à la valeur admise aujourd'hui grâce aux mesures cosmologiques ( $\approx 13.8$  Gyr). En revanche, lorsque l'on se rapproche des bonnes valeurs de proportion de fluides cosmologiques pour la matière et l'énergie noire (70% d'énergie noire et 30% de matière) la valeur de " $t_0$ " se rapproche grandement de la valeur admise et vaut alors  $\approx 13.5$  Gyr...

Cependant, pour avoir une valeur encore plus précise et se rapprocher des 13.8 Gyr, il aurait fallu prendre en compte le rayonnement qui devient dominant aux petites valeurs de  $a$ <sup>6</sup>.

6. mais dans ce cas, nous n'aurions pas pu tracer la solution analytique qui devient insoluble lorsque l'on considère 3 fluides, l'idée était simplement de montrer que l'on se rapproche de la bonne valeur.

Maintenant que nous avons montré que l'âge de l'Univers dépend de la cosmologie, qu'en est-il de l'évolution globale de la taille de l'Univers ? Il y a principalement 2 points à soulever sur la courbe bleue et sur la courbe magenta de la figure[3] :

- Pour la courbe magenta : *Dans l'Univers dominant en matière (courbe magenta), la taille de l'Univers augmente, mais de façon très lente de telle sorte que la vitesse d'expansion est quasiment constante. On peut montrer en utilisant l'équation[12] que si  $\Omega_\Lambda^0 \ll \Omega_m^0$  alors  $a(t) \approx t^{\frac{2}{3}}$  ce qui représente bien l'évolution du facteur d'échelle dans le cas d'un Univers dominé par la matière d'après la figure[3].*
- Pour la courbe bleue et magenta : *Pour des temps très petits (proche du "Big-Bang"), la pente du facteur d'échelle est assez raide, ceci signifie que la valeur du paramètre de Hubble  $H(t = t_{\text{procheDuBigBang}})$  était très grande à cette époque. De ce fait, l'expansion était beaucoup plus forte aux premiers instants de l'univers lorsque le rayonnement dominait.*
- Pour la courbe bleue : *En revanche, dans l'Univers avec 70% d'énergie noire (courbe bleue), tout est « chamboulé ». En effet, toujours dans la figure[3] on observe un profil "exponentiel" du facteur d'échelle à partir d'un certain instant. Le fait qu'il existe un "instant" à partir duquel l'expansion se met à évoluer de manière exponentielle peut être compris en analysant la figure[2]. En effet, le fluide d'énergie noire s'est mis à dominer seulement tardivement dans l'histoire de l'Univers, et donc son influence n'arrive que tardivement... Ce que nous dit cette courbe, c'est que la taille de l'Univers augmente, mais surtout augmente de plus en plus rapidement, c'est l'expansion accélérée de l'Univers ! Cette expansion accélérée de l'Univers est bien en concordance avec les observations astronomiques. En effet, historiquement, l'expansion de l'Univers a été détectée en analysant la lumière reçue par les galaxies. Les astrophysiciens et astrophysiciennes ont alors constaté que le spectre de la lumière reçue était décalé vers le rouge (redshift) ce qui est la preuve que les structures s'éloignent de nous dû à l'expansion de l'Univers (d'autres types de mesures montrent que cette expansion est accélérée).*

## 2.4 Conclusion

Finalement, la dynamique globale de l'Univers dépend du ou des fluides cosmologiques que l'on considère ainsi que des proportions dans lesquelles on considère ces fluides. La constante cosmologique permet bien de rendre compte de l'expansion accélérée de l'univers.

### 3 Perturbations Cosmologiques

#### 3.1 Introduction

Maintenant que nous avons résolu l'univers homogène, nous pouvons nous attaquer à l'évolution du champ de densité des baryons et de la matière noire froide. Depuis le début, nous parlons de "fluides" cosmologiques, l'appellation "fluide" n'est pas prise au hasard, en effet, ce sont les équations hydrodynamiques de la mécanique des fluides qui vont régir l'évolution de ces champs scalaires de densité. Pour être un peu plus précis, ce ne sont pas exactement les équations de la mécanique des fluides comme nous les apprenons dans un cours d'hydrodynamique que nous allons utiliser, mais plutôt une version légèrement modifiée tenant compte de l'expansion de l'univers, c'est-à-dire tenant compte du facteur d'échelle  $a(t)$ . Dans la suite l'indice (i) fera référence aux baryons (b) ou à la matière noire froide (c). Les équations sous forme brutes sont les suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + a^{-1} \nabla \cdot (\rho_i u_i) = 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + a^{-1} (u_i \cdot \nabla) u_i + H u_i = -a^{-1} \frac{\nabla P_i}{\rho_i} - a^{-1} \nabla \phi \\ a^{-2} \nabla^2 \phi = 4\pi G (\rho_m - \bar{\rho}_m) \end{cases} \quad (13)$$

où

$$\rho_m = \rho_b + \rho_c$$

Les deux premières équations correspondent à l'équation de continuité et l'équation d'Euler respectivement. La dernière équation est simplement l'équation de Poisson de la gravité Newtonienne.

On va maintenant définir la perturbation de la densité en introduisant une surdensité  $\delta_i$  qui vient perturber le champ  $\rho_i$  :

$$\rho_i = \bar{\rho}_i + \bar{\rho}_i \delta_i = \bar{\rho}_i (1 + \delta_i) \quad (14)$$

On peut réécrire le système d'équations en introduisant la divergence du champ de vitesse  $u$  :

$$\theta_i = \nabla \cdot u_i$$

et en considérant que la vitesse  $u$  soit petite devant la vitesse du son dans le fluide, qui s'écrit :

$$\nabla P_i = \frac{\partial P_i}{\partial \rho_i} \nabla \rho_i = c_{s,i}^2 \nabla \rho_i \quad (15)$$

On obtient alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta_i}{\partial t} + a^{-1} \theta_i = 0 \\ \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + H \theta_i = -a^{-1} c_{s,i}^2 \nabla^2 \delta_i - a^{-1} \nabla^2 \phi \\ a^{-2} \nabla^2 \phi = 4\pi G \bar{\rho}_m \delta_m \end{cases} \quad (16)$$

où :

- $\theta_i$  et  $\delta_i$  représentent respectivement la divergence du champ de vitesse et la surdensité du fluide ( $i$ ), qui sont les fonctions solution de ce système d'équations.
- $c_{s,i}$  la description de la vitesse du son dans le fluide ( $i$ ) qui dépend de l'âge de l'univers et du fluide considéré :
  - \* **pour la matière noire froide :**  $c_{s,c} = 0$ , en effet, celle-ci interagit pas autrement que par la gravité. Elle ne possède donc pas de pression et par conséquent sa vitesse du son est nulle d'après l'équation[15].
  - \* **pour la matière ordinaire, la description et un peu plus compliquée et dépend explicitement de l'âge de l'univers.** : Dans le modèle  $\Lambda$ CDM on distingue deux régimes, avant et après la recombinaison qui a lieu à  $a_{rec} \approx 10^{-3}$ . Avant la recombinaison, le bain de photons dans lequel baignent les baryons a suffisamment d'énergie pour ioniser les atomes d'hydrogène et empêche donc leur formation. Le plasma primordial est donc totalement ionisé. Cependant, au cours de l'expansion, la température de ce bain de photons baisse (à cause du décalage vers le rouge cosmologique) jusqu'à ce qu'il n'ait plus assez d'énergie pour ioniser l'hydrogène. À ce moment, les électrons libres se lient aux protons pour former des atomes d'hydrogène neutre : **c'est la recombinaison**. Le fluide de baryons devient alors neutre et les photons n'interagissent plus avec lui. C'est à cet instant que sont émis les photons du fond diffus cosmologique qu'on peut observer des nos jours dans le ciel[1]. En résumé, la recombinaison correspond à l'époque où le plasma primordial devient un gaz monoatomique neutre et se comporte ensuite comme un gaz parfait. Avant la recombinaison les baryons interagissent très fortement avec les photons et on admettra que ceci implique que  $c_{s,b} = \frac{c}{\sqrt{3}}$ , où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide. Après la recombinaison le fluide de baryons se comporte comme un gaz parfait. En considérant que la recombinaison soit instantanée, on a donc :

• :

$$c_{s,i} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T_b}{\mu m_H}}$$

où  $\gamma = \frac{5}{3}$  est l'indice adiabatique d'un GP monoatomique,  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $\mu$  est le poids moléculaire moyen,  $m_H$  la masse de l'atome d'H, et enfin  $T_b$  qui est une description de la température des baryons au cours de l'expansion utilisant le modèle de Tseliakhovich[2] et Hirata ( $T_{CMB,0} = 2.7$  K la température du CMB aujourd'hui et  $a_1$  et  $a_2$  des constantes.) :

$$T_b = \frac{T_{CMB,0}}{a} \left( 1 + \frac{\frac{a}{a_1}}{1 + (\frac{a_2}{a})^{\frac{3}{2}}} \right)^{-1}$$

Bien qu'il nous fasse de l'œil, on n'a pas trop envie de résoudre ce système d'EDP, on préfère passer dans l'espace de Fourier qui aura le bon goût de simplifier les opérateurs spatiaux au profit d'un vecteur d'onde "k" :

$$\nabla \longrightarrow ik$$

En passant dans l'espace de Fourier, en se limitant à certaines valeurs de  $k^7$ , et en effectuant le changement de variable suivant qui simplifie le système :

$$\frac{d}{dt} = Ha \frac{d}{da}$$

Nous obtenons le système final à résoudre :

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta_c}{\partial a} = -\frac{\theta_c}{aH} \\ \frac{\partial \theta_c}{\partial a} = \frac{-3H}{2a} (\Omega_c \delta_c + \Omega_b \delta_b) - \frac{2\theta_c}{a} \\ \frac{\partial \delta_b}{\partial a} = -\frac{\theta_b}{aH} \\ \frac{\partial \theta_b}{\partial a} = \frac{-3H}{2a} (\Omega_c \delta_c + \Omega_b \delta_b) - \frac{2\theta_b}{a} + \frac{c_{s,i}^2 k^2}{a^3 H} \delta_b \end{cases} \quad (17)$$

Nous avons donc transformé un système compliqué d'EDP en un système plus simple d'EDO couplés où  $H$  et  $c_{s,b}$  sont finalement seulement des fonctions de ' $a$ ' et où ' $k$ ' est le vecteur d'onde qui intervient comme paramètre.

**Cependant, il est bon de remarquer d'après[17], que  $\delta_b$  possède une position bien particulière au sein du système :** en effet, il s'agit de la seule solution à être couplée avec le rayonnement (les photons) à travers le vecteur d'onde associé " $k$ ", ceci aura une répercussion bien caractéristique dans la dynamique du champ de densité des baryons...

### 3.2 Champ de densité des Baryons et de la Matière Noire Froide

Justement, parlons-en ! On va donc résoudre ce système d'équations différentielles couplées en utilisant `scipy.integrate.odeint` et ce, pour une valeur de "k" prise un peu au hasard<sup>8</sup>, mais qui respecte l'inégalité inscrite dans la note de bas de page précédente. De plus, nous allons choisir des proportions arbitraires pour le fluide de matière noire froide et de matière sachant que la somme doit faire 1 (cf.[4]). Il est inutile de représenter l'évolution de la divergence du champ de vitesse  $\theta_i$  qui ne nous intéresse pas dans ce projet. On se contente donc de "plot" l'évolution du champ de densité de la CDM (Cold Dark Matter) et de la matière baryonique. En concordance avec ce qui a été dit à propos du couplage dans le système[17] vérifions si l'évolution des deux fluides est semblable, ou non...

Ci-dessous, voici la figure[4] :

Il y a plusieurs choses à décrire dans cette figure, concentrons nous tout d'abord sur [la figure\(a\)](#) où il y a  $\Omega_c = 0.20$  et  $\Omega_b = 0.80$  :

– **Pour la courbe noire (baryons) :** *On observe principalement 2 régimes dans l'évolution du champ où nous allons nous référer à la figure[2] pour les décrire :*

- **un régime de fortes oscillations entre  $a \approx 10^{-5}$  et  $a \approx 10^{-3}$  :** *Considérons une sphère de matière dans l'univers primordial et voyons ce qui peut lui arriver. D'après[2] il y a très peu d'énergie noire au profit d'une grande quantité de rayonnement et de matière à cette époque, le rayonnement va alors exercer une pression de radiation sur la sphère de matière qui aura tendance à diluer cette*

---

7. Il faut se limiter à des valeurs de  $k$  très inférieur à  $40 \text{ Mpc}^{-1}$  pour pouvoir résoudre ces équations, sinon, il faut tenir compte de la relativité générale, ce qui dépasse le cadre de ce projet.

8. Concrètement, il faut prendre des valeurs de  $k \in [10^{-3}, 1] \text{ Mpc}^{-1}$

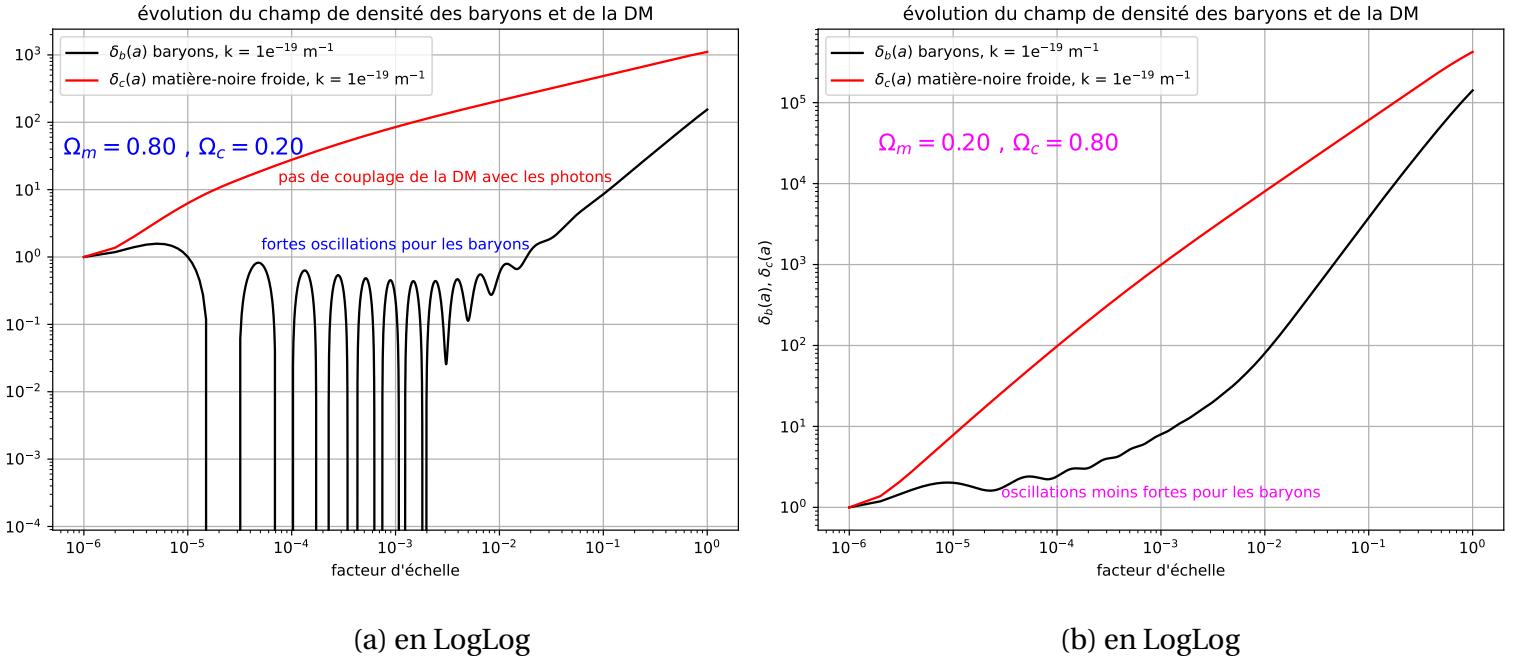


FIGURE 4 – Évolution du champ de densité des 2 fluides en fonction de la proportion relative de ces derniers

dernière, et donc à diminuer sa surdensité, sauf que, en même temps, la matière exerce une auto-gravité qui tend à faire s'effondrer la sphère. Il y a donc, durant toute cette gamme de facteur d'échelle, une compétition entre la pression de radiation du rayonnement et l'auto-gravité de la sphère de matière : cette compétition est à l'origine de ces oscillations que l'on nomme "BAO" (pour Baryon Acoustic Oscillations en anglais). Le terme de couplage de  $\delta_b$  dans [17] est donc bien à l'origine de ces "BAO".

- **un régime d'effondrement :** toujours d'après[2], la proportion de rayonnement commence à devenir vraiment assez petite après  $a \approx 10^{-2}$  et plus, cela va donc permettre à la matière de prendre l'avantage et l'auto-gravité de la sphère va commencer à augmenter et va finalement contre-carrée la pression de radiation qui elle, devient de moins en moins importante. Finalement, après  $\approx 10^{-2}$ , la sphère de matière finie par s'effondrer comme le montre la fig[4].

– **Pour la courbe rouge (CDM) :** Cette courbe est aussi très intéressante, car elle permet de comprendre l'image (b) de la figure[1] de l'ESO qui permet de se rendre compte de l'importance du rôle de la CDM dans la formation des galaxies. **Premièrement :** la CDM n'a pas de BAO, on l'avait déjà prédit de part sa nature (la CDM n'interagit que par des effets de gravitations.) mais maintenant, on peut aussi s'en convaincre grâce à cette figure.

**Deuxièmement :** la surdensité de la CDM semble être toujours environ 10 fois plus importante que la surdensité en matière baryonique. Ceci va donc dans le sens selon lequel la CDM s'effondre en premier afin de former des halos de matière noire au sein duquel va ensuite tomber le gaz et la matière baryonique pour former les grandes structures.

**Pour la figure(b)** ( $\Omega_b = 0.20$  et  $\Omega_c = 0.80$ ), il n'y a rien à dire de plus concernant la forme générale de l'évolution de la CDM, en revanche, pour la matière baryonique, on remarque que les oscillations sont beaucoup moins importantes. En effet, dans cette figure, il y a moins de matière (20% de la matière totale contre 80% dans la fig(a)), de ce fait, la réponse de l'auto-gravité de la sphère sera moins importante et par effet d'inertie, l'amplitude des oscillations seront moins importantes. Finalement la sphère va pouvoir s'effondrer plus rapidement que dans la fig(a).

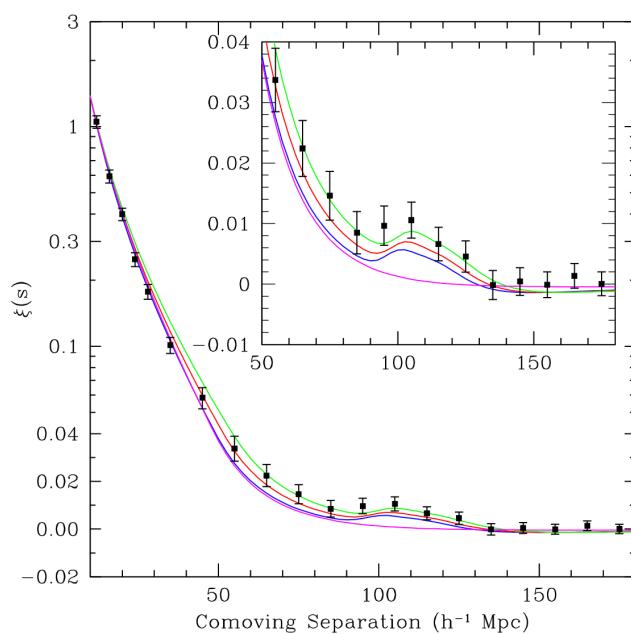
### À noter que :

Les proportions choisis dans la fig(b) collent davantage avec les mesures cosmologiques qui donnent  $\Omega_b \approx 0.15$  et  $\Omega_c \approx 0.85$ . Le choix de proportion de la fig(a) n'est donc pas cohérent avec la réalité expérimentale, en revanche, il garde un intérêt puisqu'il nous a permis de mieux comprendre la physique sous-jacente.

### 3.3 Conclusion

**Pourquoi les Oscillations Acoustiques de Baryons sont si intéressantes :** La mise en évidence ainsi de la caractérisation profonde de ce phénomène de BAO a été très importante en cosmologie, en effet, plusieurs études ont montré que la distribution des galaxies dans l'Univers est corrélée à ces BAO.

Des mesures de corrélation entre l'amplitude des Oscillations Acoustiques et la distance typique entre les galaxies à révélé un excès de probabilité pour une distance typique de l'ordre de 150 Mpc. Pour quantifier cet excès, les cosmologistes ont mesuré la fonction de corrélation sur 46 778 galaxies rouges, comme le montre ce résultat dans **The Astrophysical Journal**[7] :



La fonction de corrélation  $\xi$  représente globalement la probabilité pour que 2 galaxies soient séparées d'une distance "d", on observe alors un pic de probabilité pour  $d \approx 105[h^{-1} Mpc]$  où  $h = 0.7$  est le taux d'expansion. Finalement, on retrouve bien la valeur de  $105/0.7 = 150$  Mpc attendu. La courbe magenta représente la fonction de corrélation pour un univers sans Baryons, on constate qu'il n'y a pas de pique dans ce cas-là, il n'y a donc pas de corrélation, il s'agit donc bien des oscillations acoustiques de Baryons qui sont à l'origine de ce pic. Les autres tracés sont calculés pour des proportions de Baryons différentes de 0.

Ce résultat est très intéressant, car il permet de comprendre que les BAO ne sont pas juste quelque chose de localisé dans l'histoire de l'Univers. Aujourd'hui encore, la distribution des galaxies porte en elle l'emprunte des Oscillations Baryoniques.

\*\*\*

### 3.4 Spectre de puissance et simulation du fond diffus cosmologique

Dans cette partie, nous allons directement utiliser le résultat précédent concernant le champ de densité des baryons et l'appliquer afin de simuler le fond diffus cosmologique!

Pour cela, nous avons besoin de définir le "spectre de puissance".

Dans l'univers primordial, les fluctuations de densité sont distribuées de façon stochastique, selon une loi de distribution qui dépend des paramètres cosmologiques utilisés. On peut comprendre cet effet en faisant une analogie avec le traitement du signal :

Imaginons un signal déterministe auquel on rajoutera un petit signal aléatoire. Le signal déterministe est associé au modèle d'expansion du fluide cosmologique (car on connaît l'univers homogène à travers l'équation de Friedmann[??]). Le petit signal aléatoire est similaire aux fluctuations de densité. Or, en théorie du signal, les signaux aléatoires sont entièrement caractérisés par leur spectre de puissance. Par conséquent, il en est de même pour les fluctuations de densité de l'Univers. Les fluctuations de densité initialement similaires à un bruit blanc[3.4] sont à la fois amplifiées et filtrées de manière différentiée par rapport à leur taille.

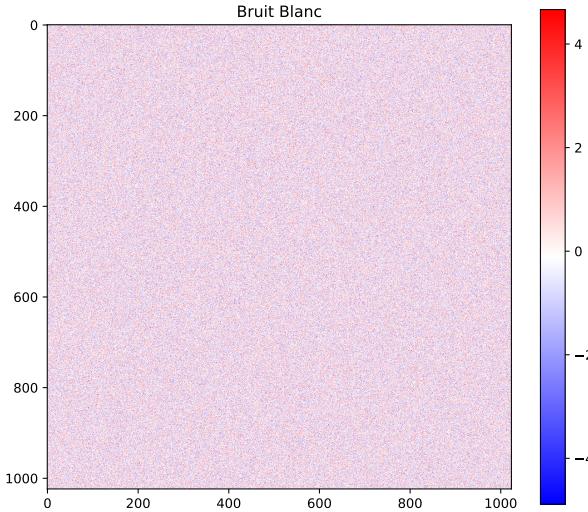
Le spectre de puissance est donc un outil mathématique qui va nous permettre d'en apprendre plus de l'évolution des surdensités primordiales.

Formellement, le spectre de puissance est défini dans l'espace de Fourier et évolue comme une loi de puissance :

$$P(k) = Ak^{n-4}\delta_b^2(k) \quad (18)$$

où pour obtenir  $\delta_b^2(k)$  on boucle  $\delta_b^2(a)$  sur plusieurs valeurs de 'k' qui vérifient l'inégalité du bas de page de la page (13) et où A et n sont des nouveaux paramètres cosmologiques.

Comme dit plus haut, si l'on veut espérer simuler le CMB, il faut d'abord partir d'un bruit blanc qui va ensuite être amplifié pour former le CMB. Pour réaliser le bruit blanc en 2D, on utilise un *random.normal* qui va simuler une distribution aléatoire suivant une loi normale sur chaque pixel du bruit blanc :



Nous faisons ensuite la transformée de Fourier de ce bruit blanc afin de pouvoir le composer avec le spectre de puissance, ensuite nous finissons par une transformée de Fourier inverse :

$$CMB = TF^{-1}(TF(Bruit_{blanc})\sqrt{P(k)}) \quad (19)$$

Les simulations CMB vont donc en particulier être sensibles aux paramètres cosmologiques associés à  $\delta_b(k)$ , mais aussi aux nouveaux paramètres cosmologiques A et n.

Dans la suite, nous prendrons A = 1 et nous simulerons le CMB pour des valeurs de "n" différentes et avec  $\Omega_b = 0.20$  et  $\Omega_c = 0.80$ <sup>9</sup>.

Voici ce que nous donnent les simulations CMB pour 4 valeurs de "n" différentes :

---

9. On ne va pas étudier la dépendance en  $\Omega_b$  et  $\Omega_c$  car il s'avère que la simulation CMB n'est pas très sensible à ces paramètres.

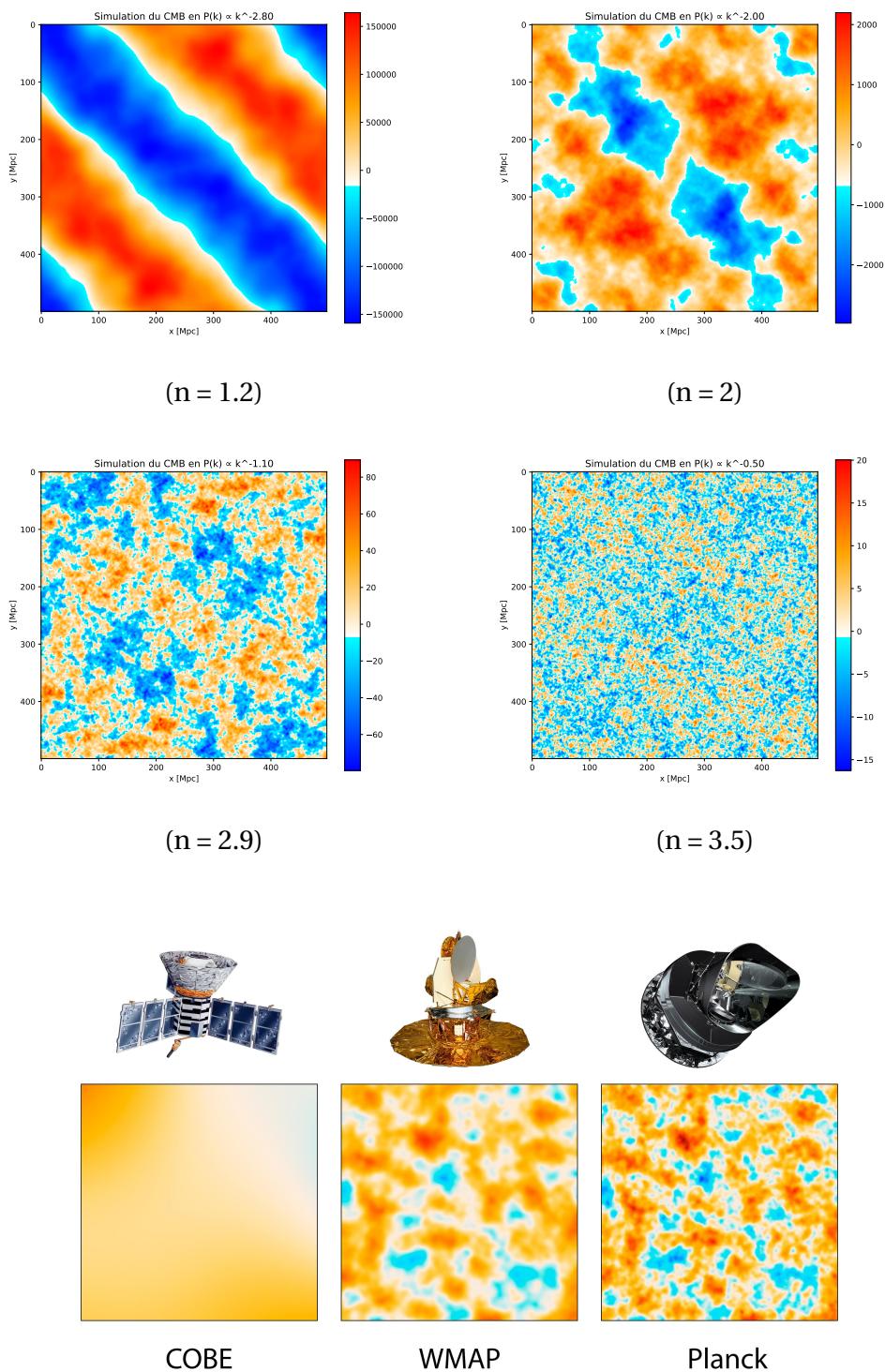


FIGURE 5 – Simulations du CMB et comparaison avec de vraies missions de relevé du fond diffus cosmologique  
[Source ici](#)

**Qu'observe-t-on ?** : il est clair que lorsque nous prenons des valeurs de n de plus en plus petites, la simulation du CMB évolue, on a l'impression qu'elle semble se produire "à plus grande échelle" :

- Les structures qui apparaissent sont plus grandes.
- La densité numérique du colorbar est beaucoup plus importante, les structures sont donc plus denses.
- Les structures ont l'air de paraître 'floutée'

**Mais pourquoi ?** : Pour comprendre la raison profonde de ces observations, il faut revenir sur la définition mathématique du spectre de puissance. En effet, le spectre de puissance est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation à deux points  $\xi(r)$ <sup>10</sup> des quantités décrivant le processus d'effondrement gravitationnel. Plus précisément, on peut facilement montrer que :

$$P(k, t) = \int e^{k \cdot r} \xi(r, t) dr \quad (20)$$

où  $r = |x - y|$ , le module de la distance entre 2 "pixels" de surdensité,  $\xi(|x - y|)$  représente la fonction de corrélation à deux points et où  $\xi(|x - y|) = \langle \delta(x) \delta(y) \rangle$  représente aussi ce que l'on nomme "fonction d'auto-corrélation spatiale" permettant d'évaluer la dépendance spatiale entre les valeurs d'une même variable (ici  $\delta(x, y)$ ) en différents endroits de l'espace (x et y). Dans notre cas, cette fonction est équivalente à la fonction de corrélation à 2 points.

On comprend ainsi le lien direct entre le spectre de puissance P(k) et la fonction de corrélation à 2 points : il y a une simple relation de proportionnalité.

Ici, on s'intéresse à la fonction de corrélation à deux points du contraste de densité de matière à 2 dimensions  $\delta(x, y)$ . Cette relation entre P(k) et  $\xi(|x - y|)$  nous apprend alors que, plus "n" est petit, plus le spectre de puissance à une échelle 'k' est grand (Voir fig.[6]), et donc plus la fonction de corrélation associée est grande. Or, la fonction de corrélation représente la probabilité pour que 2 "pixels" de surdensité soient séparés d'une distance "r" à un certain instant t, cette probabilité est donc plus élevée et donc la corrélation spatiale (à une échelle 'r') augmente[5].

Nous comprenons alors que si le champ de densité prend une valeur particulière à un certain point (x,y) de l'espace, il y a maintenant une probabilité accrue qu'il prenne des valeurs similaires aux points voisins, et cette probabilité augmente encore lorsque nous diminuons n.

Finalement, c'est bien ce que nous observons dans les simulations CMB : plus "n" est petit, plus les "nuages" de densités sont proches les uns des autres et tendent à en former plus qu'un (ou plusieurs gros).

**Il est important de souligner que** : Dans les simulation CMB, le floutage n'a pas la même origine que dans les relevés de fond diffus cosmologique fait par

---

10. grossièrement, il s'agit de la probabilité pour que 2 "pixels" de surdensité soient séparés d'une distance "r" à un certain instant t.

COBE, WMAP et PLANCK qui est juste, dans ce cas là, une question de résolution optiques des instruments de mesures. Dans les simulations CMB, le floutage vient du fait que nous regardons le fond diffus à des échelles de plus en plus large, ainsi, nous sommes moins sensibles aux détails, mais davantage aux valeurs moyennes du champ de densité, d'où l'aspect de floutage. Ici, l'idée était surtout de comparer la forme des structures ainsi que la répartition du champ de densité de la matière à de vraies données!

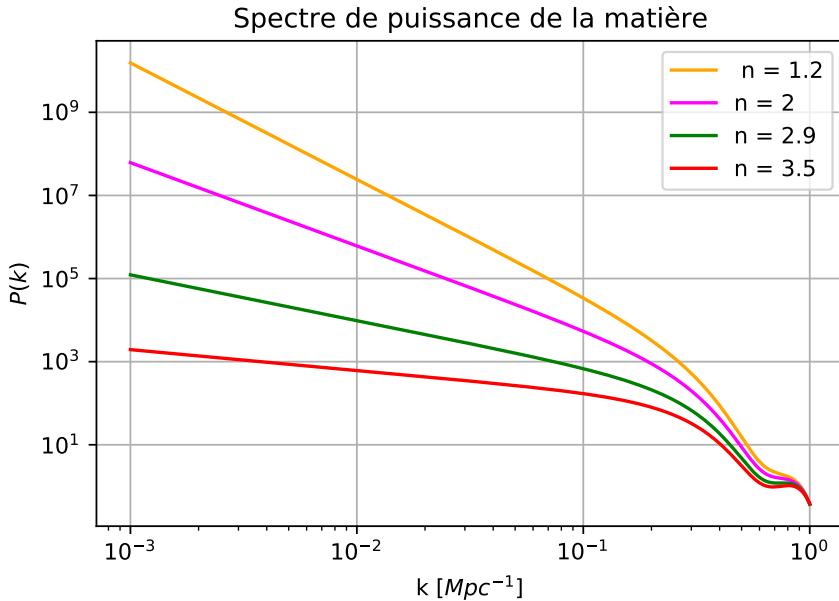


FIGURE 6 – Spectre de puissance pour les différentes valeurs de  $n$  ci-dessus

\*\*\*

## 4 Idées d'approfondissements pour aller plus loin

### 4.1 Théorie de Press-Schechter

Dans cette partie "pour aller plus loin", je ne vais pas vraiment étudier en détail la physique du modèle de Press-Schechter (P-S). Je veux simplement décrire ce que j'aurai pu faire si j'avais eu plus de temps (et surtout plus d'espace).

Si l'on regarde la figure[4], on constate que la surdensité pourrait tendre vers l'infini, or, en physique, l'infini nous pose bien évidemment un gros problème, une surdensité infinie n'a pas de sens. En réalité, après le phénomène de BAO, lorsque la matière commence à s'effondrer et que la surdensité augmente, il va y avoir un instant à partir duquel la surdensité va saturer. On appelle cette surdensité « la surdensité du Viriel ».

Dans le modèle de P-S, on considère souvent un effondrement à symétrie sphérique. Il existe 2 régimes[6] pour décrire l'évolution de la surdensité d'une telle sphère :

- **Un régime linéaire** : qui décrit bien l'évolution de la surdensité dans les premiers instants de l'effondrement jusqu'à une surdensité  $\delta_c$ .
- **Un régime non-linéaire** : qui décrit bien l'évolution de la surdensité avant et après la surdensité  $\delta_c$ .

Cette surdensité  $\delta_c$  (c pour critique) est très importante, car elle permet de faire le lien entre la solution non-linéaire complexe et la solution linéaire simple. Cela veut dire que nous sommes capables de prédire si une sphère de matière va s'effondrer en connaissant seulement son évolution linéaire. Si l'évolution linéaire prédit une surdensité  $\delta_{lin} > \delta_c$  on sait que le calcul non-linéaire aurait prédit une densité infinie (sphère effondrée), c'est-à-dire que la galaxie ou l'amas ce serait formé. Cette grandeur est la quantité clé qui entre dans les calculs analytiques pour prédire l'abondance des galaxies et amas de galaxies dans l'univers. La valeur de  $\delta_c$  est une constante qui ne varie quasiment pas avec le type de cosmologie, elle vaut  $\delta_c \approx 1.69$ .

L'objectif de cette partie aurait donc été d'obtenir une approximation de la fonction de masse  $\frac{dn}{dM}$  (nombre de halos par unité de volume comobile) de ces halos effondrés.

La fonction de masse de P-S dépend fortement de 2 paramètres cosmologiques qui sont [1] [6] :

- $\Omega_m = 0.3$  qui est la proportion de matière totale dans l'univers.
- $\sigma_8$  qui est un nouveau paramètre cosmologique représentant l'amplitude des fluctuations de densités dans un volume sphérique de rayon  $R = 8h^{-1}.Mpc$ .

**Pour conclure** : La fonction de masse permet de remonter au nombre de halos qui se sont formés plus tôt dans l'histoire de l'univers dans un certain volume V ayant une certaine échelle de distance "R". Cette prédiction dépend fortement de  $\Omega_m$  et  $\sigma_8$  et permet, grâce aux observations astronomiques, de contraindre fortement la valeur de ces paramètres. La fonction de masse agit donc comme une véritable sonde cosmologique. De plus, la forme de la fonction de masse permet de mieux comprendre l'échelle de masse des objets que l'on observe dans l'Univers<sup>11</sup>.

## 4.2 Facteur de courbure

Tout au long de ce semestre, je me suis plusieurs fois posé la question "mais que se passerait-il si nous n'avions pas pris  $k = 0$  dans l'équation de Friedmann[1]". En effet, les observations actuelles montrent que l'univers est plat aujourd'hui à grande échelle. Mais évidemment, il faut garder un esprit critique, ce qui est valable aujourd'hui ne l'était pas forcément, il y a 13 milliards d'années ou ne le sera pas nécessairement dans 2 milliards d'années. Nous aurions pu alors tenter de refaire tout le travail jusqu'à la simulation du CMB avec une valeur de k non nulle (si  $k > 0$  : on dit que l'univers possède une géométrie sphérique, si  $k < 0$  : on dit que l'univers est hyperbolique.).

---

11. Elle nous apprend par exemple que, dans l'univers jeune, le taux de formation stellaire était plus important qu'aujourd'hui, mais qu'en revanche, aujourd'hui, l'Univers forme des structures beaucoup plus massives que dans l'Univers jeune.

### 4.3 Spectre électromagnétique du CMB

Nous aurions pu également calculer le spectre électromagnétique du CMB et vérifier qu'il suit bien la loi d'un corps noir en concordance avec les observations. À l'équilibre thermique, les photons ont un spectre de corps noir, défini uniquement par la température, qui suit la loi de Planck.[3] :

$$B(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad (21)$$

Après le découplage (recombinaison), la longueur d'onde des photons change avec l'expansion dictée par le facteur d'échelle[3] :

$$\nu = \nu_{dec} \frac{(1+z)}{(1+z_{dec})}$$

Les photons conservent un spectre de corps noir après le découplage, avec une température :

$$T = T_{dec} \frac{(1+z)}{(1+z_{dec})}$$

où 'z' est le redshift tel que  $1+z = a_0/a = 1/a$ ,  $z_{dec} \approx 1100$  le redshift au moment du découplage et  $\nu_{dec}$  la fréquence au moment du découplage.

Nous avons alors tout les ingrédients pour prédire le spectre électromagnétique du CMB. Voici un résultat obtenu par le satellite COBE :

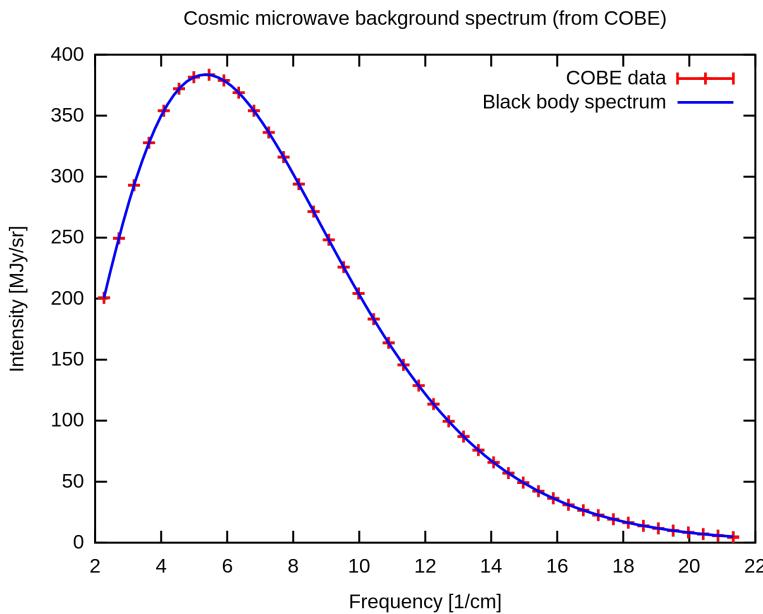


FIGURE 7 – Spectre du corps noir du CMB mesuré et attendu par le satellite COBE  
Source COBE [ici](#)

\*\*\*

## 5 Conclusion générale

l'objectif premier de ce sujet était de caractériser le phénomène de BAO, si caractéristique de l'évolution du champ de densité de la matière baryonique. Comme l'évolution du champ de densité des baryons et de la CDM évolue dans un univers dynamique, nous avons dû, au préalable, décrire comment cet univers évolue en résolvant les équations de Friedmann-Lemaître. Une des applications directes du champ de densité des baryons est la simulation du fond diffus cosmologique qui est décrite en calculant le spectre de puissance de la matière. Finalement, nous avons passé en revue 3 points "pour aller plus loin" :

- Le modèle de Press-Schechter qui permet de prédire l'abondance des halos observés, et qui permet donc de contraindre la cosmologie.
- Comprendre ce qui se serait passé si nous n'avions pas considéré un univers plat, mais hyperbolique, ou sphérique.
- Calculer le spectre électromagnétique du CMB et le comparer avec les mesures expérimentales.

Pour ma part, ce fut un plaisir d'étudier ce sujet, sur le plan personnel certes, car la cosmologie est un domaine qui m'intéresse particulièrement, mais aussi sur le plan des relations humaines qui ont été fructueuses avec mes camarades ce semestre. J'ai appris plein de nouvelles choses et j'ai creusé les aspects que je connaissais déjà, ceci m'a conforté dans mon choix de continuer vers la cosmologie.

En espérant que vous pourrez cerner, à travers ces pages, l'expression de ma passion distinguée à l'égard de la cosmologie.

## Références

- [1] [Cosmological Constraints on omegaM and sigma8 from Cluster Abundances Using the GalWCat19 Optical-spectroscopic SDSS Catalog.](#)
- [2] [Relative velocity of dark matter and baryonic fluids and the formation of the first structures.](#)
- [3] [Cours Cyrille Rosset - Laboratoire APC, Physique du fond diffus cosmologique.](#)
- [4] [Cours de cosmologie, Richard Taillet - LAPTh.](#)
- [5] [Polycopié de cours de cosmologie de l'Université de Cambridge par David Tong, professeur de physique théorique.](#)
- [6] [Cours de cosmologie\(4,5,6, 8 et 9\), Frank van den bosch - Université de Yale.](#)
- [7] [Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies.](#)

\*  
\* \*