Caixeiro viajante com janelas de tempo aplicado para a minimização de atraso de chegada em N localidades

Breno C. Zukowski[1], **Henrique Ribeiro dos Santos**[1], **Jean Luca dos Santos Silva**[1], **Paola Paulina D. J. S. Capita**[1]

[1]Faculdade de Tecnologia de Ribeirão Preto - (FATEC)
Ribeirão Preto, SP – Brasil

breno.marques@fatec.sp.gov.br, henrique.santos54@fatec.sp.gov.br, jean.silva88@fatec.sp.gov.br,paola.capita@fatec.sp.gov.br

Abstract. *The traveling salesman problem is a classic of mathematical literature, where a salesperson must visit a set of N cities once and return to his point of origin, through a route that minimizes the traveled distance. This work proposes a solution with a mathematical programming model, for a variant of the original problem that has time limits for arrival at each city, in which delays are allowed and the objective is to minimize the overall delay of the route. Using the PyMathProg library we achieved interesting results, offering plausible routes to the points offered.*

Resumo. *O problema do caixeiro viajante é um clássico da literatura matemática, onde um vendedor deve visitar um conjunto de N cidades uma única vez e retornar ao seu ponto de origem, através de uma rota que minimiza a distância percorrida. Este trabalho propõe uma solução via modelo de programação matemática, para uma variante do problema original que conta com tempos limite para chegada a cada cidade, em que atrasos são permitidos e têm-se como objetivo minimizar o atraso geral da rota. Com a utilização da biblioteca PyMathProg atingimos resultados interessantes, oferecendo rotas plausíveis para os pontos oferecidos.*

1. Introdução

Os problemas de roteirização e otimização de tempo são grandes conhecidos do cotidiano, não é incomum que uma rota tenha diversas possibilidades de percurso. Este tipo de problema é explorado há séculos, sendo um dos seus exemplos mais famosos o Problema do Caixeiro Viajante (PCV), problema este trabalhado desde o século XIX por diversos matemáticos. Com o advento da Pesquisa Operacional (PO), este tipo de situação começou a tomar novas proporções através da utilização de modelos matemáticos e programação de computadores para obter soluções eficientes para diversas variações do PCV.

A PO é a área do conhecimento dedicada a estudar e aplicar métodos analíticos para a resolução de problemas nas mais diversas áreas de atuação humana (SOBRAPO 2017). A partir dela somos capazes de encontrar soluções ótimas com limitações de recursos e restrições, modelando matematicamente a realidade para obter resultados factíveis para a resolução de diversas situações (Hillier e Lieberman 2013).

Neste trabalho exploramos Problema do Caixeiro Viajante com tempo limite de chegada utilizando uma abordagem desenvolvida em aula que será descrita em detalhes na próxima sessão.

2. Descrição do problema

O problema do caixeiro viajante é um clássico da otimização combinatória, que propõe que um determinado caixeiro deverá visitar *n* cidades diferentes, iniciando e encerrando sua viagem na primeira cidade. A ordem das cidades visitadas é irrelevante e de cada uma delas pode-se ir diretamente a qualquer outra (Silveira 2000). Trata-se de um problema de complexidade $R(n) = (n-1)!$ e pertence a classe dos NP-completos. Até o presente momento este é um problema aberto da matemática, sem resolução polinomial descoberta.

Tendo em vista essas informações, existem também variações desta proposição e a partir de uma desssas desenvolvemos o seguinte trabalho. Dado o enunciado temos:

(a) Um veículo que deve partir do ponto inicial, visitará *n* localidades e retornará ao ponto de partida após as visitas.
(b) Cada localidade a ser visitada tem um prazo limite para receber a visita.
(c) Atrasos são permitidos, porém uma multa que aumenta com o tempo de atraso é imposta.
(d) A distância euclidiana (em linha reta) entre as localidades é contabilizada como tempo de percurso.

O modelo deverá minimizar o atraso total das visitas, eliminando sub-rotas e garantindo que as restrições sejam devidamente atendidas.

3. Modelagem Matemática

$$\min \sum_{j \in N\backslash\{0,n+1\}} w_j \tag{1}$$

$$\text{s.a} \sum_{j \in N\backslash\{0\}} x_{ij} = 1 \qquad i \in N\backslash\{n+1\} \tag{2}$$

$$\sum_{i \in N\backslash\{n+1\}} x_{ij} = 1 \qquad j \in N\backslash\{0\} \tag{3}$$

$$\varphi_j \geq \varphi_i + (S_i + t_{ij})x_{ij} - M_{ij}(1 - x_{ij}) \qquad i \in N\backslash\{n+1\} \qquad j \in N\backslash\{0\} \tag{4}$$

$$w_j \geq \varphi_j - D_j \qquad j \in N\backslash\{0, n+1\} \tag{5}$$

$$w_j \geq 0 \qquad j \in N\backslash\{0, n+1\} \tag{6}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad i \in N\backslash\{n+1\} \qquad j \in N\backslash\{0\} \tag{7}$$

Alguma coisa (1)

4. Resultados Computacionais

5. Considerações Finais

Referências

HILLIER, F.; LIEBERMAN, G. *Introdução a Pesquisa Operacional*. AMGH, 2013. ISBN 9788580551198. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=-A88a0-KxQ0C>.

SILVEIRA, J. F. Porto da. *Problema do Caixeiro Viajante*. UFRGS, 2000. Acessado em 02 de Jun. de 2022. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/ portosil/caixeiro.html>.

SOBRAPO. *O que é pesquisa operacional?* SOBRAPO, 2017. Acessado em 26 de Mai. de 2022. Disponível em: <https://www.sobrapo.org.br/o-que-e-pesquisa-operacional>.