

Plataforma de Control Para Motor de Imán Permanente

Roberto Herrera, Luís A. González, David Saucedo, Adolfo Esquivel

Centro de Investigación y Desarrollo de Tecnología Digital,
Ave. del Parque 1310 Mesa de Otay, Tijuana B. C. 22510.

TEL: + (664)6231344

correo-e: charles@citedi.mx, lgonzal@citedi.mx, dsaucedo@citedi.mx, esquivel@citedi.mx

Resumen — Se presenta el sistema de control de un motor de **imán permanente**, el cual es la base para realizar **técnicas de control iterativo**. En este artículo se discutirá una técnica experimental para identificar los parámetros de un motor de **corriente directa con imán permanente** utilizando sus ecuaciones de estado, esto como una primera etapa. La plataforma de control nos permitirá en etapas posteriores, diseñar un regulador óptimo para el motor y posteriormente se utilizará ésta, para desarrollar una técnica iterativa para la sintonía de los parámetros de un **control PID**, que introduzcan elementos de robustez dentro del sistema controlador.

Abstract — This paper shows a permanent magnet motor control system. It is the platform to experiment iterative control techniques. We will discuss an experiment to identify the parameters of a permanent magnet DC motor, in order to design an optimal regulator for the motor. The motor will be used to develop an iterative technique, for tuning the parameters in a PID control, adding robustness to the system controller.

Palabras clave — *Control PID, Identificación de parámetros de motores, Motor imán permanente,*

I. INTRODUCCIÓN

Las técnicas de diseño de controladores para sistemas invariantes en el tiempo dependen fuertemente en la determinación de funciones de peso, que modelen bien sea los fenómenos que se desean eliminar o aquellos que se busca que el sistema controlador, rastree o satisfaga. Lo anterior se hace de una forma empírica. El procedimiento se lleva a cabo en forma iterativa para métodos de identificación y

de diseño de controladores. Esta es una posible solución inicial del sistema a controlar [1][2][3].

II. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

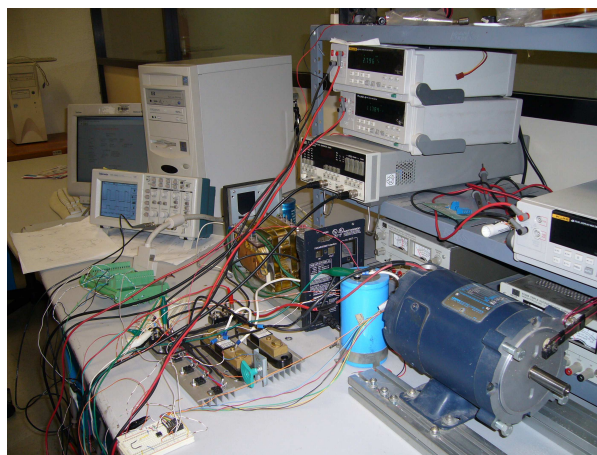


Figura 1. Sistema de control del potencia e interfaces para el motor LESSON ¼ HP.

A. Unidad de Potencia

En la Figura 1 se muestra la unidad de potencia desarrollada para el control del motor de imán permanente de la marca LESSON [4], las características del motor se pueden ver en el Apéndice. La unidad de potencia es constituida por el circuito de dos transistores TIP3055C y dos TIP2955, en paralelo, los cuales forman un par complementario y soportan una carga máxima de 30 Amperes. El manejo de estos transistores se realiza por otro transistor TIP3055C/TIP2955 y un opto acoplador que interfaza el circuito de potencia con el nivel TTL de la tarjeta NI6035E.

La velocidad angular del motor es obtenida por un *encoder* incremental asociado al eje del motor, del cual se obtienen 103 pulsos con revolución, la salida es nivel TTL bajo, esta salida se conecta directamente a la entrada digital de la tarjeta por medio de un contador digital. La función del contador es determinar la velocidad angular del motor $\omega(t)$. La medición de la corriente se hace por medio de una resistencia “shunt”, la cual tiene una relación de 5Amper /50 mVolts. La salida se conecta a una entrada analógica de la tarjeta NI6035E.

El control de la unidad de potencia se realiza desde la unidad digital, tarjeta NI6035E, por un control PWM o bien un convertidor analógico con un rango de voltaje de ± 12 V.

B. Unidad de programación

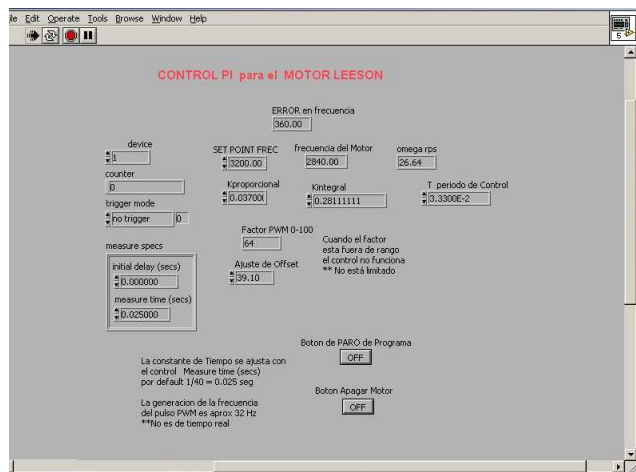


Figura 2. Pantalla del programa de control

El programa de aplicación de software ejecuta los comandos y lleva a cabo el control y monitoreo del sistema. El control del sistema se realiza desde el ambiente de programación (Figura 2) de Labview de National Instruments (NI)[5] en el cual se usa la tarjeta de interfaz NI 6035E de NI. El control del motor se realiza por medio de un tren de pulsos a los cuales se les modula su ancho (PWM), para ello se programa a una frecuencia de repetición de 40 Hz. y con un ciclo de trabajo desde un 5% hasta 95%. En la Figura 3, se puede ver la señal PWM en el osciloscopio.



Figura 3. La unidad de programación genera el tren de pulsos de PWM para controlar el sistema.

III. MODELO FÍSICO

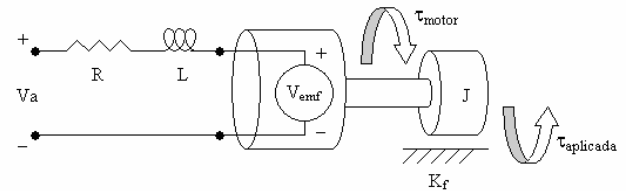


Figura 4. Esquema de modelo físico del motor

Donde

- K_f es la constante de fricción
- V_{emf} Voltaje de Fuerza Contraelectromotriz
- τ_{motor} Par motor
- $\tau_{aplicada}$ Par carga aplicada
- J Inercia total
- L Autoinducción del circuito del motor
- R Resistencia eléctrica del circuito inductor
- V_a Tensión de armadura o de inducido

A partir del esquema del motor de CD. (ver Figura 4). El primer paso es modelar la corriente a través del motor. Usando la ley de Kirchoff de voltaje, la ecuación lineal que modela el circuito es (1)

$$V_a - Ri - L \frac{di}{dt} - V_{emf} = 0 \quad (1)$$

Usando la ley de Newton del movimiento, la suma de momentos sobre el eje de revolución es (2)

$$\sum M = \tau_{motor} - K_f \omega - \tau_{aplicada} = J\alpha \quad (2)$$

El par del motor está relacionado (3) con la corriente a través de la armadura por la constante K_m .

$$\tau_{motor} = K_m i \quad (3)$$

Y el voltaje de la fuerza contra electromotriz (4) se relaciona con la velocidad de la armadura por la constante K_m

$$V_{emf} = K_b \omega \quad (4)$$

Al sustituir (3) y (4) en las ecuaciones (1) y (2). Esto, nos lleva a las ecuaciones (5) y (6).

$$i' = -\frac{R}{L}i - \frac{K_b}{L}\omega + \frac{V_a}{L} \quad (5)$$

$$\omega' = \frac{K_m}{J}i - \frac{K_f}{J}\omega + \frac{\tau_{aplicada}}{J} \quad (6)$$

Estas puede expresarse como una matriz de variable de estado (7).

$$\begin{bmatrix} i' \\ \omega' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_b}{L} \\ -\frac{K_m}{J} & -\frac{K_f}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_a + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \tau_{aplicada} \quad (7)$$

Consideramos una identificación de parámetros sin carga, $\tau_{aplicada}$ se hace cero y las ecuaciones de salida se reducen a (8).

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} \quad (8)$$

IV. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Dado que no se conocen los valores de las constantes J , K_b , K_f y L . Estos son los valores de los parámetros a estimar. Ahora, el modelo (7) se puede representar en el sistema (9) de nuevos parámetros concentrados

$$\begin{bmatrix} i' \\ \omega' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} V_a \quad (9)$$

que son los parámetros concentrados y tiene las equivalencias dadas en las relaciones en (10).

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{R}{L} & a_{12} &= -\frac{K_b}{L} \\ a_{21} &= \frac{K_m}{J} & a_{22} &= -\frac{K_f}{J} \\ b &= \frac{1}{L} \end{aligned} \quad (10)$$

De esta forma el sistema de ecuaciones de estado (7) se transforma en el sistema de ecuaciones (11).

$$\begin{aligned} i'(t) &= a_{11}i(t) + a_{12}\omega(t) + bV_a(t) \\ \omega'(t) &= a_{21}i(t) + a_{22}\omega(t) \end{aligned} \quad (11)$$

El sistema (11) puede expresarse en forma vectorial (12) como un sistema de matrices de estados.

$$X' = Ux + bV_a \quad (12)$$

Donde

$$\begin{aligned} X' &= \begin{bmatrix} i' \\ \omega' \end{bmatrix} & U &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \\ x &= \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} & b &= \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Definimos un vector de parámetro como

$$\bar{P} = [a_{11} \ a_{12} \ a_{21} \ a_{22} \ b]^T \quad (13)$$

Con lo que ahora la ecuación (9) se puede escribir como (14).

$$\begin{bmatrix} i' \\ \omega' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & \omega & 0 & 0 & V_a \\ 0 & 0 & i & \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ b \end{bmatrix} \quad (14)$$

En el experimento se ha de medir los valores de la corriente $i(t)$ y velocidad angular $\omega(t)$ cuando se aplica un escalón en el voltaje de entrada. Los valores de rapidez de cambio de la corriente $i'(t)$ y la aceleración angular $\omega'(t)$ se han de obtener por un método numérico, como aproximación de diferencia ($i'(t) = \Delta i / \Delta t$; $\omega'(t) = \Delta \omega / \Delta t$). La ecuación (14) de parámetros se puede escribir en forma reducida (15).

$$S = V\bar{P} \quad (15)$$

Donde

$$S = [i' \ \omega']^T$$

P tal como se define anteriormente (13).

El vector derivado de los estados V es la matriz de variables de estado en el tiempo (16).

$$\begin{bmatrix} i(t) & \omega(t) & 0 & 0 & V_a(t) \\ 0 & 0 & i(t) & \omega(t) & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Durante un tiempo T aproximado de 10τ , donde τ es la constante de tiempo que se obtiene experimentalmente de pruebas previas, considerando un sistema de primer orden. Los datos se muestrean

cada 40 mseg, en el tiempo T se adquieren 35 muestras, $X'_k = B_k P$ para $k = 1, 2, \dots, 35$, con estos los valores -cada punto es un par $i(t)$, $\omega(t)$ (16)- se forma la matriz aumentada B dada en (17)

$$X'_k = \begin{bmatrix} x'_1 \\ \vdots \\ x'_{35} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_{35} \end{bmatrix} \bar{P} = B \bar{P} \quad (17)$$

$$X = B \bar{P}$$

Si el rango (B) = número de parámetros, entonces la solución para el vector P será (18).

$$\bar{P} = B^+ X \quad (18)$$

Donde B^+ es la pseudo inversa de B dada por (19).

$$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T \quad (19)$$

De esta forma se obtiene la estimación de parámetros del sistema. Este se puede aplicar para otros modelos.

V. PRUEBAS Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

A. Identificación experimental

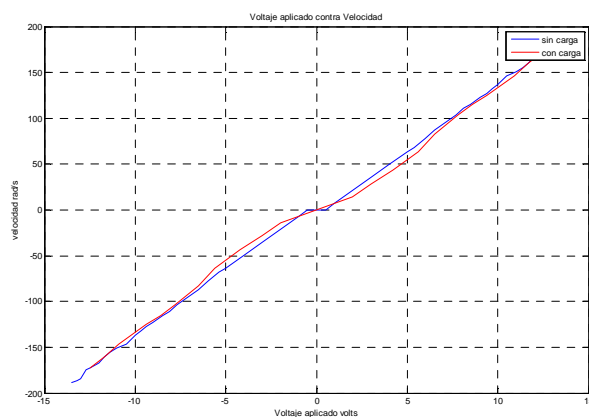


Figura 5. Velocidad contra voltaje del motor

El modelado matemático de un proceso dinámico puede determinarse verificando su respuesta frente a señales clásicas como pulsos, escalones, rampas, o otras señales determinísticas. Como primer paso se realiza ensayos estáticos.

Se han realizado ensayos con incrementos de 0.4 V. entre -12 a +12 V. para régimen sin carga y con carga de 0,012 N-m (1.13 Lb-in ó 6 Amp, ver tabla II de eficiencia en Apéndice). Los resultados se muestran en la Figura 5. Donde se puede observar que no se tiene un efecto de saturación del motor. Sin embargo, para valores de tensión cerca de cero se pierde la respuesta lineal del motor.

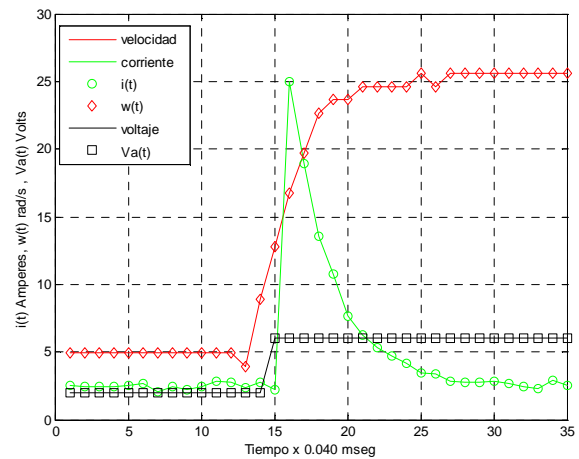


Figura 6. Gráfica de mediciones experimentales

En la gráfica de la Figura 6, puede observarse los valores de voltaje aplicado $Va(t)$, la corriente medida $i(t)$, y su velocidad angular $\omega(t)$ del motor para la respuesta escalón. Los valores de rapidez de cambio de la corriente $i'(t)$ y la aceleración angular $\omega'(t)$, que se observan en la gráfica de la Figura 7, se obtienen al derivarlos de los valores $i(t)$ e $\omega(t)$ de la Figura 6.

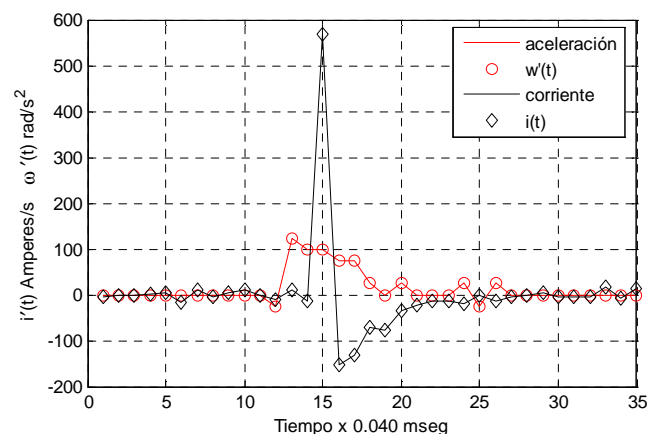


Figura 7. Gráfica de derivada la velocidad angular $\omega(t)$ y la corriente $i'(t)$.

A partir de estos datos se conforma la matriz V - ecuación (16)- para cada punto y se aplica el esquema de identificación de los parámetros propuesto dado por la ecuación (17). Se toman 35 puntos con los que se forma la matriz de los datos experimentales $B_E = [5 \times 70]$. Al calcular, el rango de la matriz, con el programa Matlab, se encuentra que el rango de matriz $B_E = 5$. Lo que nos indica que se tienen cinco vectores linealmente independientes y en consecuencia el sistema tiene una solución única.

El segundo paso, una vez que se tiene la matriz B_E (17) y su pseudo inversa B_E^+ (19) se puede resolver el sistema de ecuaciones y obtener la matriz de parámetros P (18). Al hacer el cálculo se obtiene

$B_E^T B_E$ de la ecuación (16) es

1.0e+004 *

0.1629	0.3036	0.0	0.0	0.0847
0.3036	1.2445	0.0	0.0	0.3135
0.0	0.0	0.1629	0.3036	0.0
0.0	0.0	0.3036	1.2445	0.0
0.0847	0.3135	0.0	0.0	0.00812

$\text{inv}(B_E^T B_E)$

ans =

0.0017	0.0012	0.0	0.0	-0.0063
0.0012	0.0037	0.0	0.0	-0.0156
0.0	0.0	0.0011	-0.0003	0.0
0.0	0.0	-0.0003	0.0001	0.0
-0.0063	-0.0156	0.0	0.0	0.0681

Se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros concentrados de la primera iteración

$$P = B_E^+ [i' \ \omega']^T$$

ans = [-18.5019 -26.2249 3.2632 -0.2402 120.6833]

A partir de estos valores se pueden obtener los parámetros del modelo del motor (Figura 3). Para ello hay que considerar la constante de torsión K_m que da el fabricante (ver tabla II del Apéndice) y aplicar las relaciones dadas en (10). Los valores de los parámetros estimados son:

L	$=$	0.0083	R	$=$	0.1536
K_b	$=$	0.2177	J	$=$	0.1808
K_f	$=$	0.0434			

TABLA I. PARÁMETROS COMPLETOS DEL MOTOR LEESON

Numero de Parte	108045	Mod.C4D17NK58
Relación de engranes	1:1	
Pulsos por revolución	103	
Resistencia del motor, R	0.1536	Ω
Constante Fuerza Elec., Kb	227.7×10^{-3}	V-s/rad
Torsión constante, Km	0.0737	N-m/Amp
Rotor inductancia, L	8.3×10^{-3}	H
Rotor inercia, J	0.0226	kg-m-s ²
Constante de Velocidad, Kn	--	rad/s-V

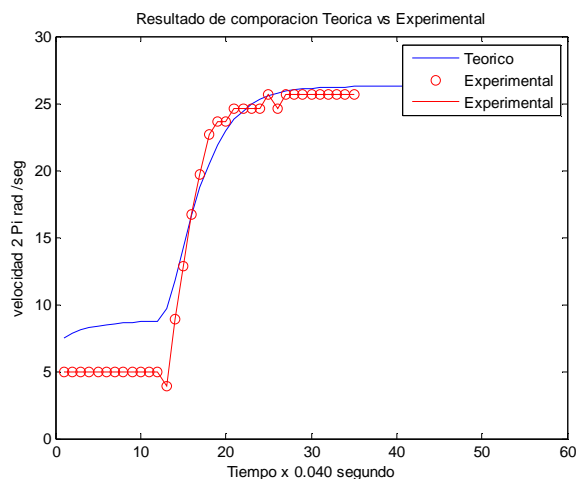


Figura 8. Gráfica experimental de la comparación teórica contra el resultado experimental una respuesta escalón

Como se puede observar en la tabla I, ahora tenemos, de forma completa, los parámetros completos del modelo del motor. A partir de estos parámetros ya se puede proponer un controlador y determinar la robustez del sistema, si el sistema no es robusto se puede hacer un cálculo iterativo de los parámetros con mayor precisión, tanto en bucle abierto como cerrado. A partir de estos valores se pueden comparar gráficamente (como se muestra en la Figura 8) los valores experimentales contra los parámetros estimados.

En la gráfica de la Figura 8, se puede apreciar el ajuste de los parámetros encontrados para una prueba

experimental comparados con lo teórico, obteniéndose una buena aproximación entre ellos.

Estimación experimental constante de tiempo τ

Consideran que el sistema es de primer orden. Si el tiempo que se tiene para el establecimiento es de $3\tau = 0.56$ por lo que se obtiene una τ experimental de 0.1867 segundos.

VI. CONCLUSIONES

Se presenta un método teórico para identificar los parámetros del motor. Este se comprueba experimentalmente, en esta etapa de la investigación. Aunque existen otras formas de estimar éstos, con esta plataforma se puede obtener de manera experimental, como una buena aproximación y usando el esquema propuesto, los parámetros de motores de C.D. similares, dado que muchas veces los fabricantes no proporcionan este tipo de información.

En el presente trabajo se construyó una plataforma de control para un motor de C.D. de imán permanente para ilustrar un método de identificación de sistemas, con la ayuda de una aplicación en PC en Labview. El sistema nos permite obtener las características para realizar un control robusto de forma iterativa. La frecuencia de repetición del PWM no es óptima dado que su frecuencia es sólo de 40 Hz., y la repuesta del control PID es lenta debido a que el tiempo de medición de la frecuencia es de centenas de milisegundo.

APÉNDICE

Apéndice 1. Parámetros proporcionadas por el fabricante del motor LESSON

TABLA II. PARÁMETROS DEL MOTOR

Numero de Parte	108045	Mod.C4D17NK5 8
Relación de engranes	1:1	
Pulsos por revolución	103	
Resistencia del motor, R	0.048	Ω
Torción constante, Km	0.0737	N-m/Amp

TABLA III. DESEMPEÑO Y EFICIENCIA DEL MOTOR

Eficiencia	corriente amperes	Par de fuerza N-m
0.0	4.1	0.0
0.782	19	0.9944 (8.8 Lb-in)
0.793	34	2.2035 (19.5 Lb-in)

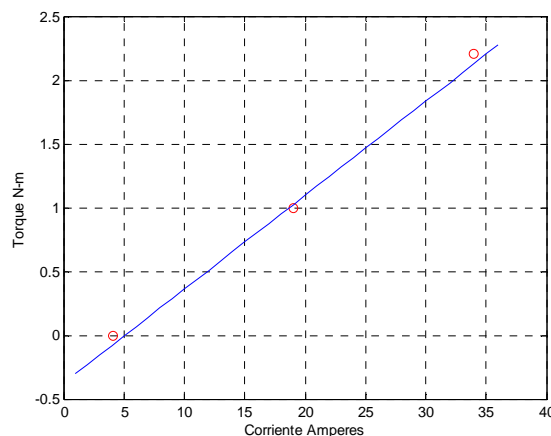


Figura 9. Corriente contra par de fuerza del motor

RECONOCIMIENTOS

Este trabajo es realizó con los apoyos del proyecto CGPI20050948 del IPN.

REFERENCIAS

- [1] Barrientos, A., Peñin L. Balguer, C. Rafael Aracil, R. *Fundamentos de la Robótica*. McGraw-Hill, pp. 210-218, (1997).
- [2] Martínez, M., Marín, R., Izurrategui. C., "Estrategias de Identificación de un Motor DC desde Aplicación Software sobre PC", XXVI Jornadas de Automática Universidad Alicante 7-10 de septiembre (2005).
- [3] Kuo, C. Bejamin, *Sistema de Control Automático*, 7ª Ed. Prentice Hall, México, pp. 694-714, (1996).
- [4] Lesson Electric, *Industrial-Duty & Commercial-Duty, Electric Motors*, Ed. Lesson Electric, (1999). www.lesson.com.
- [5] National Instrument, *Labview ver 7.0*. (2005), www.ni.com.