

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



EQUIPO:

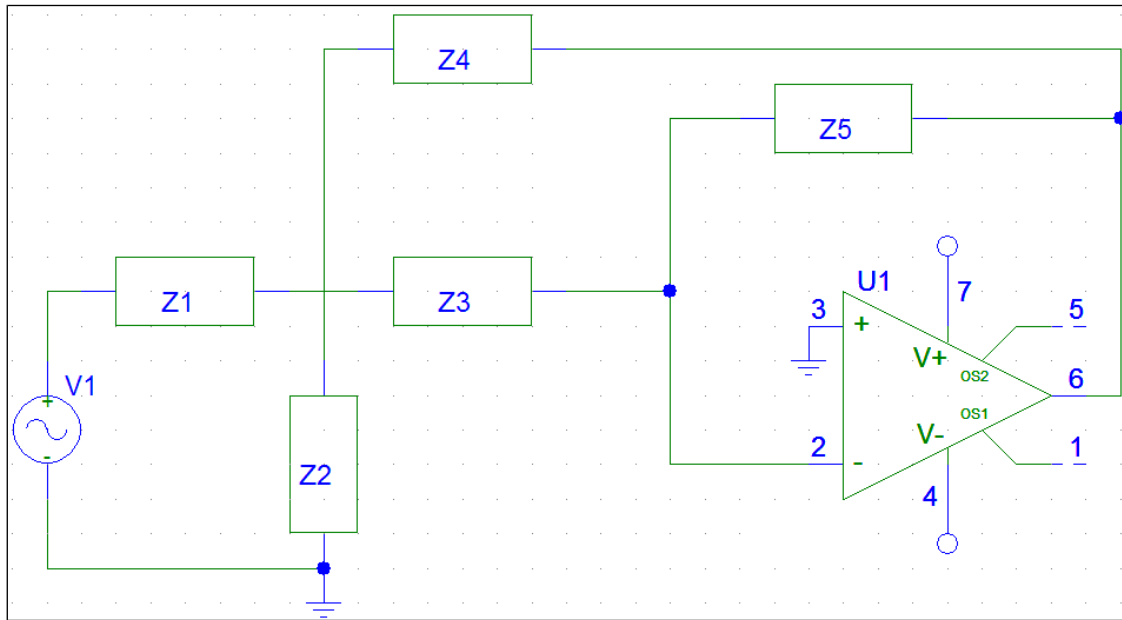
ASIGNATURA:

GRUPO: 1

**sábado, 21 de octubre de 2017. Ciudad Universitaria. México**  
**ECUALIZADOR**

**FILTRO PASO BANDA DE BANDA ANGOSTA**

Los filtros de banda angosta presentan la típica respuesta en frecuencia que se observa en la siguiente figura. El análisis y la construcción de esos filtros, se simplifica mucho al estipularse que el filtro de banda angosta tendrá una ganancia máxima de 1 o 0 [dB] a la frecuencia de resonancia  $F_r$ . En un filtro de banda angosta sólo se emplea un amplificador operacional, como se muestra continuación (compare este circuito con los circuitos de banda ancha con dos amplificadores operacionales). La resistencia de entrada queda establecida aproximadamente por la resistencia  $R$ . si se coloca una resistencia de realimentación ( $2R$ ), de modo que sea el doble de la resistencia de entrada  $R$ , la ganancia máxima del filtro será 1 o 0 [dB] en la frecuencia de resonancia  $F_r$ . Ajustando  $R_r$  es posible cambiar o realizar el ajuste fino de la frecuencia de resonancia sin modificar el ancho de banda o la ganancia.



Analizando diagrama, por método de suma de corrientes:

$$\frac{v_e - v_a}{Z_1} = \frac{v_a - v_s}{Z_4} + \frac{v_a - v_n}{Z_3} + \frac{v_a - 0}{Z_2}$$

$$\frac{v_e - v_a}{Z_1} = \frac{v_a - v_s}{Z_4} + \frac{v_a - 0}{Z_3} + \frac{v_a - 0}{Z_2}$$

$$\frac{v_e - v_a}{Z_1} = -\frac{v_s}{Z_4} + v_a \left( \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \right) \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{v_a - v_n}{Z_3} = \frac{v_n - v_s}{Z_5}$$

$$\frac{v_a}{Z_3} = -\frac{v_s}{Z_5}$$

$$v_a = -v_s \frac{Z_3}{Z_5} \dots\dots\dots(2)$$

$$(2) \text{ en } (1) \frac{v_e - \left[ -v_s \frac{Z_3}{Z_5} \right]}{Z_1} = -\frac{v_s}{Z_4} + \left[ -v_s \frac{Z_3}{Z_5} \right] \left( \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \right)$$

$$\frac{v_e + v_s \frac{Z_3}{Z_5}}{Z_1} = -\frac{v_s}{Z_4} - v_s \frac{Z_3}{Z_5} \left( \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \right)$$

$$\frac{v_e}{Z_1} + v_s \frac{Z_3}{Z_5 Z_1} = -\frac{v_s}{Z_4} - v_s \frac{Z_3}{Z_5} \left( \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \right)$$

$$\frac{v_e}{Z_1} = -\frac{v_s}{Z_4} - v_s \frac{Z_3}{Z_5} \left( \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \right) - v_s \frac{Z_3}{Z_5 Z_1}$$

$$\frac{v_e}{Z_1} = v_s \left[ -\frac{1}{Z_4} - \frac{Z_3}{Z_5} \left( \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \right) - \frac{Z_3}{Z_5 Z_1} \right]$$

$$\frac{1}{Z_1 \left[ -\frac{1}{Z_4} - \frac{Z_3}{Z_5} \left( \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} \right) - \frac{Z_3}{Z_5 Z_1} \right]} = \frac{v_s}{v_e}$$

$$\frac{1}{Z_1 \left[ -\frac{1}{Z_4} - \frac{Z_3}{Z_5} \left( \frac{Z_2 Z_4 + Z_3 Z_4 + Z_3 Z_2}{Z_3 Z_2 Z_4} \right) - \frac{Z_3}{Z_5 Z_1} \right]} = \frac{v_s}{v_e}$$

$$\frac{1}{Z_1 \left[ -\frac{1}{Z_4} - \left( \frac{Z_2 Z_4 + Z_3 Z_4 + Z_3 Z_2}{Z_5 Z_2 Z_4} \right) - \frac{Z_3}{Z_5 Z_1} \right]} = \frac{v_s}{v_e}$$

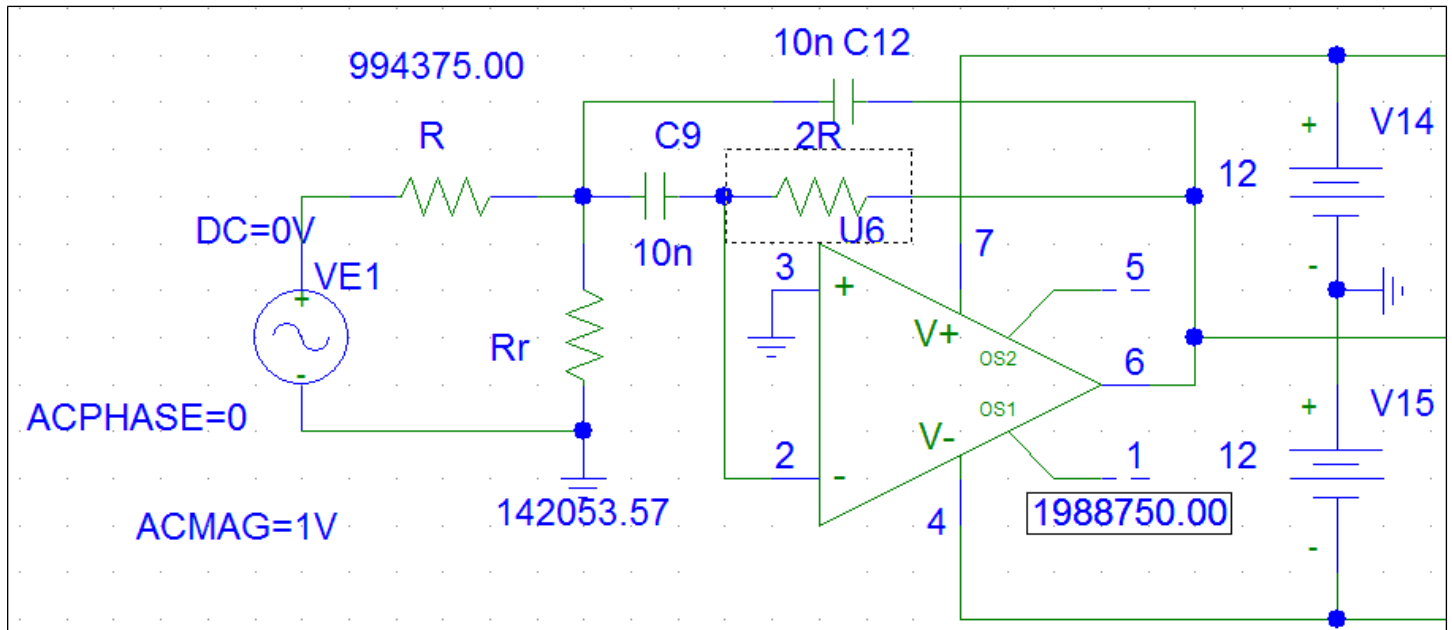
$$\frac{1}{Z_1 \left[ \frac{-Z_5 Z_2 Z_1 - Z_1 (Z_2 Z_4 + Z_3 Z_4 + Z_3 Z_2) - Z_2 Z_4 Z_3}{Z_5 Z_2 Z_4 Z_1} \right]} = \frac{v_s}{v_e}$$

$$\frac{1}{Z_1 \left[ \frac{-Z_5 Z_2 Z_1 - Z_1 Z_2 Z_4 - Z_1 Z_3 Z_4 - Z_1 Z_3 Z_2 - Z_2 Z_4 Z_3}{Z_5 Z_2 Z_4 Z_1} \right]} = \frac{v_s}{v_e}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{Z_5 Z_2 Z_4}{[Z_5 Z_2 Z_1 + Z_1 Z_2 Z_4 + Z_1 Z_3 Z_4 + Z_1 Z_3 Z_2 + Z_2 Z_4 Z_3]}$$

Función de transferencia del circuito en función de las impedancias.

Si asignamos estos elementos a las respectivas impedancias  $Z1=R$ ,  $Z2=R_r$ ,  $Z3=1/sC$ ,  $Z4=1/sC$ ,  $Z5=2R$ , obtenemos lo siguiente:



Como podemos ver en la entrada tenemos dos impedancias resistivas, a continuación un capacitor que esta a tierra virtual, el cual, actúa como un filtro paso bajas, en seguida, sobre la línea de la señal que se realimenta vemos un arreglo capacitivo y resistivo el cual actúa como un filtro paso altas.

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{(2R)(R_r)\left(\frac{1}{sC}\right)}{\left[(2R)(R_r)(R) + (R)(R_r)\left(\frac{1}{sC}\right) + (R)\left(\frac{1}{sC}\right)\left(\frac{1}{sC}\right) + (R)\left(\frac{1}{sC}\right)(R_r) + (R_r)\left(\frac{1}{sC}\right)\left(\frac{1}{sC}\right)\right]}$$

Multiplicando por  $(sC)^2/(sC)^2$

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{(2R)(R_r)sC}{\left[(2R)(R_r)(R)(sC)^2 + (R)(R_r)(sC) + (R) + (R)(sC)(R_r) + (R_r)\right]}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{(2R)(R_r)sC}{\left[2R^2(R_r)(sC)^2 + (sC)[2R(R_r)] + (R + R_r)\right]} \quad \text{Tenemos 2 polos y un cero}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{2RR_rCs}{2R^2R_rC^2s^2 + 2RR_rCs + (R + R_r)}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{\frac{2RR_r C}{2R^2 R_r C^2} s}{\frac{2R^2 R_r C^2}{2R^2 R_r C^2} s^2 + \frac{2RR_r C}{2R^2 R_r C^2} s + \frac{(R + R_r)}{2R^2 R_r C^2}} = - \frac{\frac{1}{RC} s}{s^2 + \frac{1}{RC} s + \frac{(R + R_r)}{2R^2 R_r C^2}}$$

$$\boxed{\frac{v_s}{v_e} = - \frac{\frac{1}{RC} s}{s^2 + \frac{1}{RC} s + \frac{(R + R_r)}{2R^2 R_r C^2}}} \quad \text{Expresión comprobada del COUGHLIN}$$

En función de las admitancias según bibliografía tenemos:

$$Y_1 = \frac{1}{R} \quad Y_2 = \frac{1}{R_r} \quad Y_3 = sC \quad Y_4 = sC \quad Y_5 = \frac{1}{2R}$$

$$\boxed{\frac{v_s}{v_e} = - \frac{Y_1 Y_3}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}}$$

Sustituyendo:

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{\left(\frac{1}{R}\right)(sC)}{\frac{1}{2R} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_r} + sC + sC\right) + (sC)(sC)}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{\frac{sC}{R}}{\frac{1}{2R^2} + \frac{1}{2RR_r} + \frac{2sC}{2R} + s^2 C^2} = \frac{\frac{sC}{R}}{\frac{(2RR_r)(2R) + (2R^2)(2R) + (2R^2)(2RR_r)(2sC) + (2R^2)(2RR_r)(2R)s^2 C^2}{(2R^2)(2RR_r)(2R)}}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{(2R^2)(2RR_r)(2R)(sC)}{R \left\{ (2RR_r)(2R) + (2R^2)(2R) + (2R^2)(2RR_r)(2sC) + (2R^2)(2RR_r)(2R)s^2 C^2 \right\}}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{(8R^4 R_r C)s}{\left\{ (4R^3 R_r) + (4R^4) + (8R^4)(R_r)(sC) + (8R^5)(R_r)C^2 s^2 \right\}}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{\frac{(8R^4 R_r C)}{(8R^5)(R_r)C^2} s}{\frac{(8R^5)(R_r)C^2}{(8R^5)(R_r)C^2} s^2 + \frac{(8R^4)(R_r)C}{(8R^5)(R_r)C^2} s + \frac{\{4R^3 R_r + 4R^4\}}{(8R^5)(R_r)C^2}} = \frac{\frac{(8R^4 R_r C)}{(8R^5)(R_r)C^2} s}{\frac{(8R^5)(R_r)C^2}{(8R^5)(R_r)C^2} s^2 + \frac{(8R^4)(R_r)C}{(8R^5)(R_r)C^2} s + \frac{4R^3\{(R_r) + (R)\}}{(8R^5)(R_r)C^2}}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{\left(\frac{1}{RC}\right)s}{s^2 + \left(\frac{1}{RC}\right)s + \left(\frac{R_r + R}{2R^2 R_r C^2}\right)}$$

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{\left(\frac{1}{RC}\right)s}{s^2 + \left(\frac{1}{RC}\right)s + \left(\frac{1}{R^2 C^2}\right)\left(\frac{R_r + R}{2R_r}\right)}$$

Expresión comprobada del COUGHLIN

Calculando los polos:

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1$$

$$b = \frac{1}{RC}$$

$$c = \frac{R_r + R}{2R^2 R_r C^2}$$

$$s_{1,2} = \frac{-\frac{1}{RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{RC}\right)^2 - 4\frac{R_r + R}{2R^2 R_r C^2}}}{2}$$

$$s_{1,2} = \frac{-\frac{1}{RC} \pm \sqrt{\frac{1}{R^2 C^2} - \frac{2(R_r + R)}{R^2 R_r C^2}}}{2} = \frac{-\frac{1}{RC} \pm \sqrt{\frac{R^2 R_r C^2 - 2R^2 C^2 (R_r + R)}{(R^2 R_r C^2)(R^2 C^2)}}}{2}$$

$$s_{1,2} = \frac{-\frac{1}{RC} \pm \sqrt{\frac{\{R_r - 2(R_r + R)\}}{(R^2 C^2)R_r}}}{2} = \frac{-\frac{1}{RC} \pm \frac{1}{RC} \sqrt{\frac{\{R_r - 2R_r - 2R\}}{R_r}}}{2} = \frac{-\frac{1}{RC} \pm \frac{1}{RC} \sqrt{\frac{-(R_r + 2R)}{R_r}}}{2}$$

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \frac{1}{2RC} \sqrt{\frac{(R_r + 2R)}{R_r}} j \quad \text{Comprobado.}$$

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \frac{1}{2RC} \sqrt{\frac{(R_r + 2R)}{R_r}} j$$

## CALCULO DEL ANCHO DE BANDA

$$B = f_H - f_L$$

$$BW = -\frac{1}{2RC} + \frac{1}{2RC} \sqrt{\frac{(R_r + 2R)}{R_r}} j - \left( -\frac{1}{2RC} - \frac{1}{2RC} \sqrt{\frac{(R_r + 2R)}{R_r}} j \right) = \left( \frac{2}{2RC} \sqrt{\frac{(R_r + 2R)}{R_r}} j \right)$$

$$BW = \frac{1}{2\pi} \frac{RC}{RC} [Hz]$$

$$BW = \frac{0.15915}{RC} [Hz] \quad \text{expresión comprobada del COUGHLIN}$$

## CALCULO DE LA FRECUENCIA DE RESONANCIA

$$\omega_r = \sqrt{\omega_L \omega_H} = 2\pi \sqrt{\left( -\frac{1}{2RC} + \frac{1}{2RC} \sqrt{\frac{(R_r + 2R)}{R_r}} j \right) \left( -\frac{1}{2RC} - \frac{1}{2RC} \sqrt{\frac{(R_r + 2R)}{R_r}} j \right)}$$

$$\omega_r = \sqrt{\omega_L \omega_H} = \sqrt{\left( \frac{1}{2RC} \right)^2 + \left( \frac{1}{2RC} \sqrt{\frac{(R_r + 2R)}{R_r}} \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4R^2 C^2} + \frac{1}{4R^2 C^2} \frac{(R_r + 2R)}{R_r}} = \sqrt{\frac{1}{4R^2 C^2} \left( 1 + \frac{(R_r + 2R)}{R_r} \right)}$$

$$\omega_r = \frac{1}{2RC} \sqrt{\left( 1 + \frac{(R_r + 2R)}{R_r} \right)} = \frac{1}{2RC} \sqrt{\left( \frac{R_r + (R_r + 2R)}{R_r} \right)} = \frac{1}{2RC} \sqrt{\left( \frac{R_r + R_r + 2R}{R_r} \right)} = \frac{1}{2RC} \sqrt{\left( \frac{2R_r + 2R}{R_r} \right)}$$

$$\omega_r = \frac{1}{2RC} \sqrt{2 \left( \frac{R_r + R}{R_r} \right)} = \frac{1}{2RC} \sqrt{2 \left( 1 + \frac{R}{R_r} \right)} = \frac{\sqrt{2}}{2RC} \sqrt{\left( 1 + \frac{R}{R_r} \right)}$$

Por lo tanto la frecuencia de resonancia es:

$$f_r = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2RC} \sqrt{\left( 1 + \frac{R}{R_r} \right)}}{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi RC} \sqrt{\left( 1 + \frac{R}{R_r} \right)}$$

$$f_r = \frac{0.1125}{RC} \sqrt{\left( 1 + \frac{R}{R_r} \right)} \quad \text{Expresión comprobada del COUGHLIN}$$

$$B = \frac{f_r}{Q}$$

$$\frac{0.15915}{RC} = \frac{0.1125}{RC} \sqrt{1 + \frac{R}{R_r}}$$

$$0.15915 = \frac{0.1125 \sqrt{1 + \frac{R}{R_r}}}{Q}$$

$$\left( \frac{0.15915}{0.1125} \right) Q = \sqrt{1 + \frac{R}{R_r}}$$

$$\left( \frac{0.15915}{0.1125} \right)^2 Q^2 = 1 + \frac{R}{R_r}$$

$$\left( \frac{0.15915}{0.1125} \right)^2 Q^2 - 1 = \frac{R}{R_r}$$

$$R_r = \frac{R}{\left( \frac{0.15915}{0.1125} \right)^2 Q^2 - 1}$$

$$R_r = \frac{R}{2.0013Q^2 - 1} \quad \text{Expresión comprobada del COUGHLIN}$$



## Calculos:

Mediante una tabla de Excel se realizaron los cálculos, un resumen de las expresiones utilizadas son las siguientes:

$$f_r = \frac{0.1125}{RC} \sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_r}\right)} \quad BW = \frac{0.15915}{RC} [Hz] \quad R = \frac{0.15915}{BW(C)} [Hz] \quad R_r = \frac{R}{2.0013Q^2 - 1}$$

Sustituyendo y realizando los cálculos para las frecuencias deseadas tenemos:

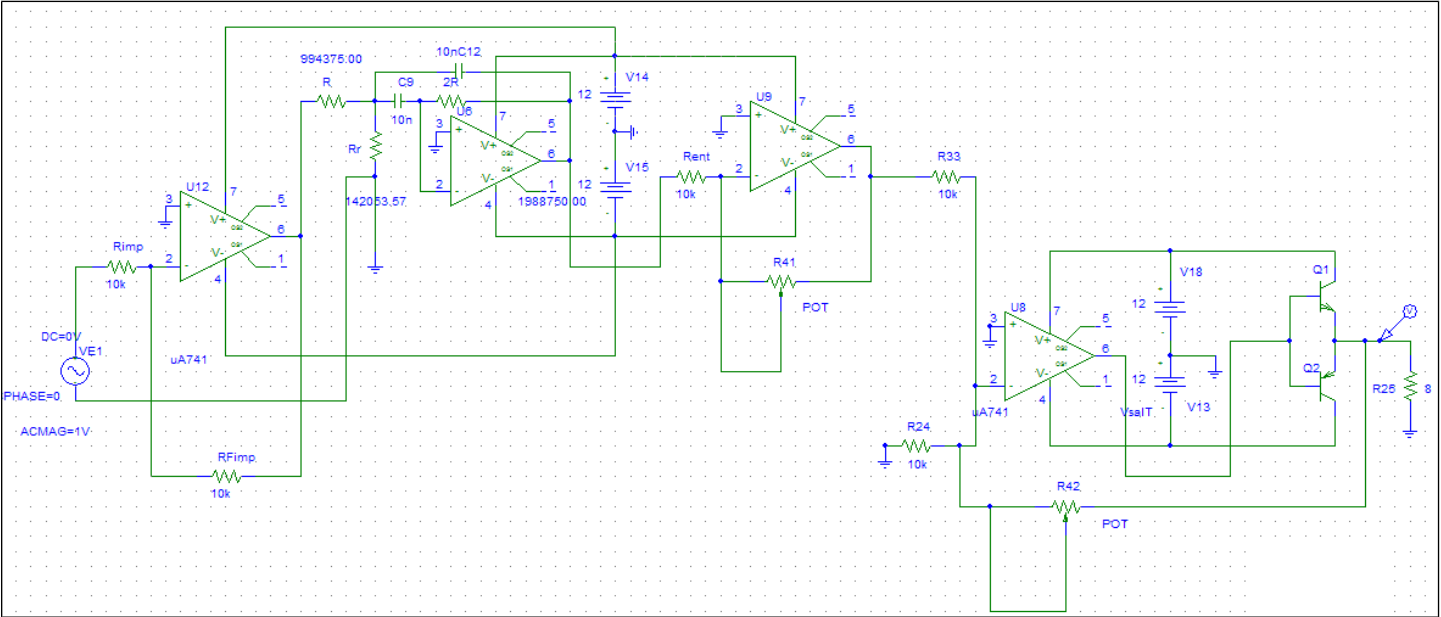
Fr [Hz]	Q	BW [Hz]	C [F]	R	2R feedback [ohms]	Rr [ohms]
32,00	2,00	16,00	0,0000000100	994375,00	1988750,00	142053,57
64,00	2,00	32,00	0,0000000100	497187,50	994375,00	71026,79
128,00	2,00	64,00	0,0000000100	248593,75	497187,50	35513,39
250,00	2,00	125,00	0,0000000100	127280,00	254560,00	18182,86
500,00	2,00	250,00	0,0000000100	63640,00	127280,00	9091,43
1000,00	2,00	500,00	0,0000000100	31820,00	63640,00	4545,71
2000,00	2,00	1000,00	0,0000000100	15910,00	31820,00	2272,86
4000,00	2,00	2000,00	0,0000000010	79550,00	159100,00	11364,29
8000,00	2,00	4000,00	0,0000000010	39775,00	79550,00	5682,14
16000,00	2,00	8000,00	0,0000000010	19887,50	39775,00	2841,07

## VALORES COMERCIALES

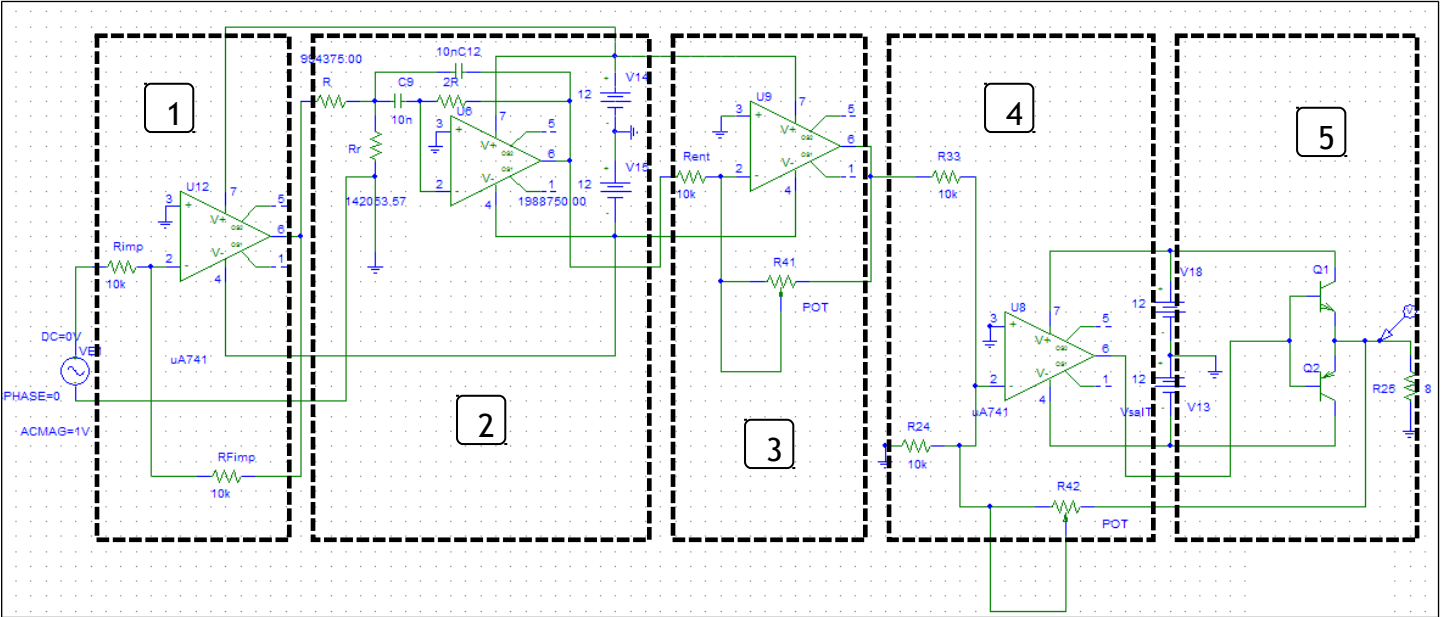
Fr [Hz]	C [F]	R	R <sub>comercial</sub>	2R feedback	2R <sub>comercial</sub>	Rr	Rr <sub>comercial</sub>
32,00	10[nF]	994375,00	100[kΩ]	1988750,00	2 de 1[MΩ]	142053,57	120[kΩ]
64,00	10[nF]	497187,50	470 [kΩ]	994375,00	1 [MΩ]	71026,79	68[kΩ]
128,00	10[nF]	248593,75	220 [kΩ]	497187,50	470 [kΩ]	35513,39	33[kΩ]
250,00	10[nF]	127280,00	120 [kΩ]	254560,00	270 [kΩ]	18182,86	18[kΩ]
500,00	10[nF]	63640,00	68[kΩ]	127280,00	120 [kΩ]	9091,43	1[kΩ]
1000,00	10[nF]	31820,00	33[kΩ]	63640,00	68 [kΩ]	4545,71	4.7[kΩ]
2000,00	10[nF]	15910,00	15[kΩ]	31820,00	33 [kΩ]	2272,86	2.2[kΩ]
4000,00	1[nF]	79550,00	82[kΩ]	159100,00	150 [kΩ]	11364,29	10[kΩ]
8000,00	1[nF]	39775,00	39[kΩ]	79550,00	82 [kΩ]	5682,14	5.6[kΩ]
16000,00	1[nF]	19887,50	18[kΩ]	39775,00	39 [kΩ]	2841,07	2.7[kΩ]

**SIMULACIONES A VALORES TEORICOS:**

Simulación de cada filtro con Pspice a ganancia unitaria:



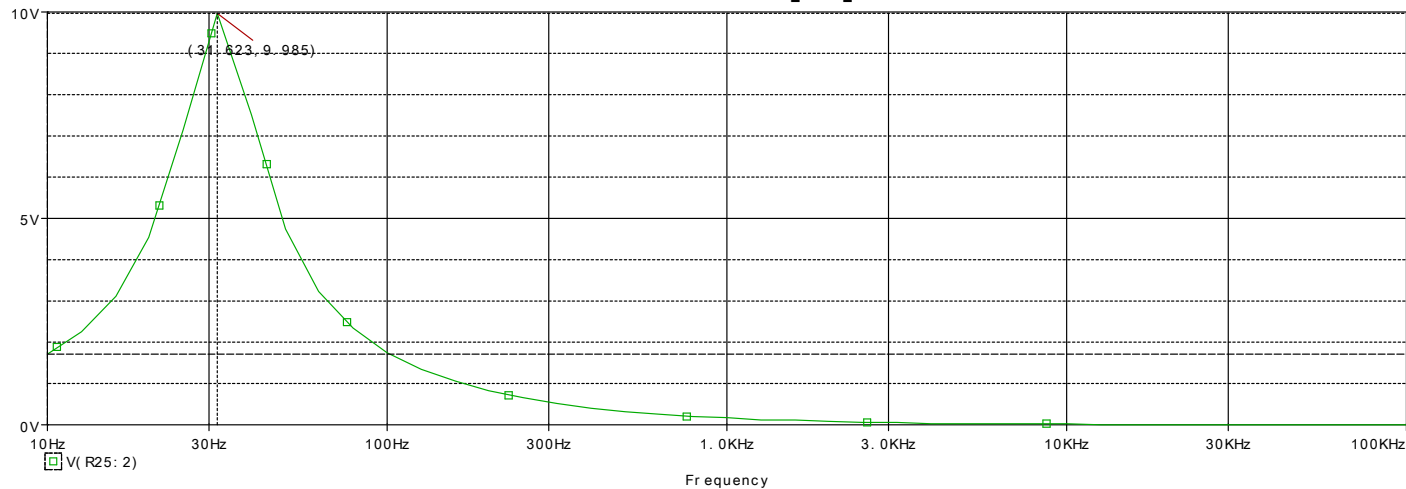
**ETAPAS DEL CIRCUITO**



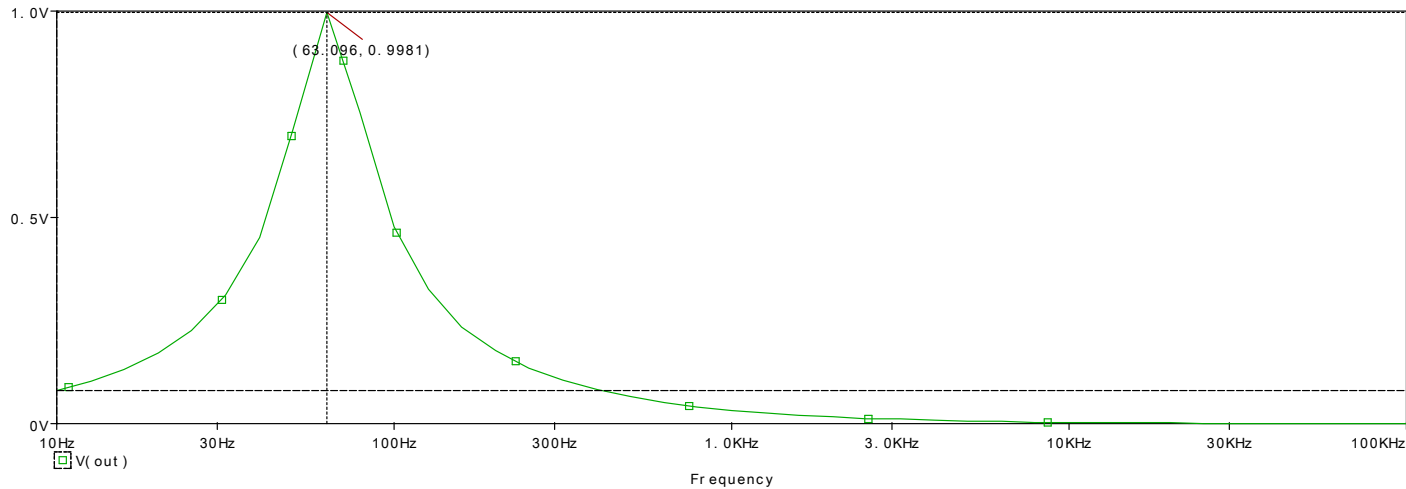
ETAPA	1	2	3	4	5
FUNCIÓN	ETAPA ACOPLADORA	FILTRO PASO BANDA DE BANDA ANGOSTA	AMPLIFICACION DE CADA FILTRO	MEZCLADOR DE FILTROS, CON CONTROL MAESTRO	ETAPA DE POTENCIA



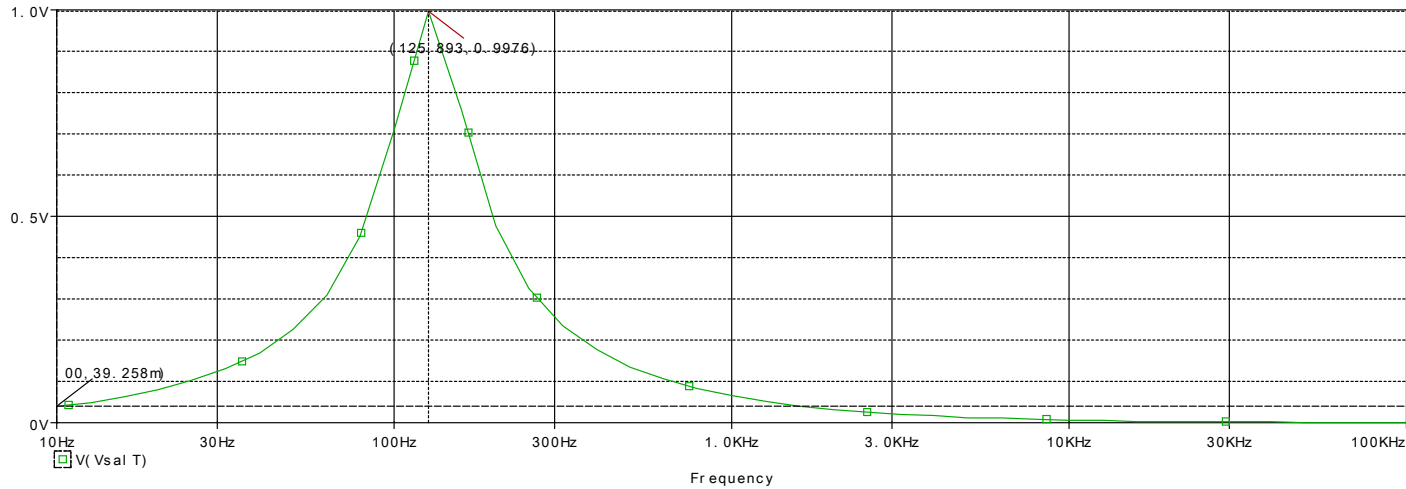
FILTRO DE 32 [Hz]



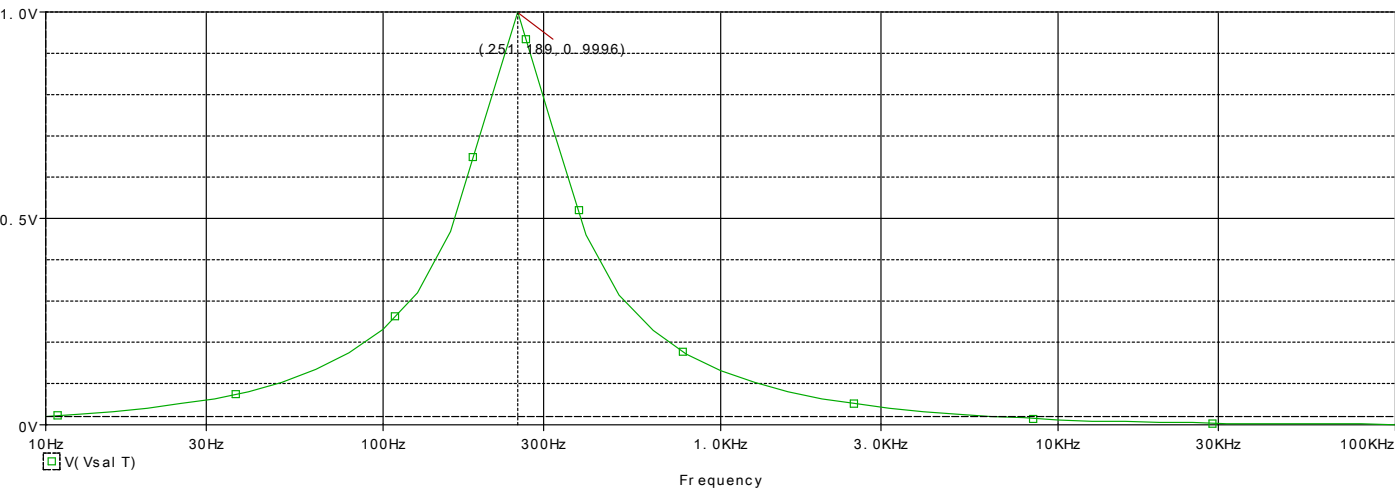
FILTRO DE 64



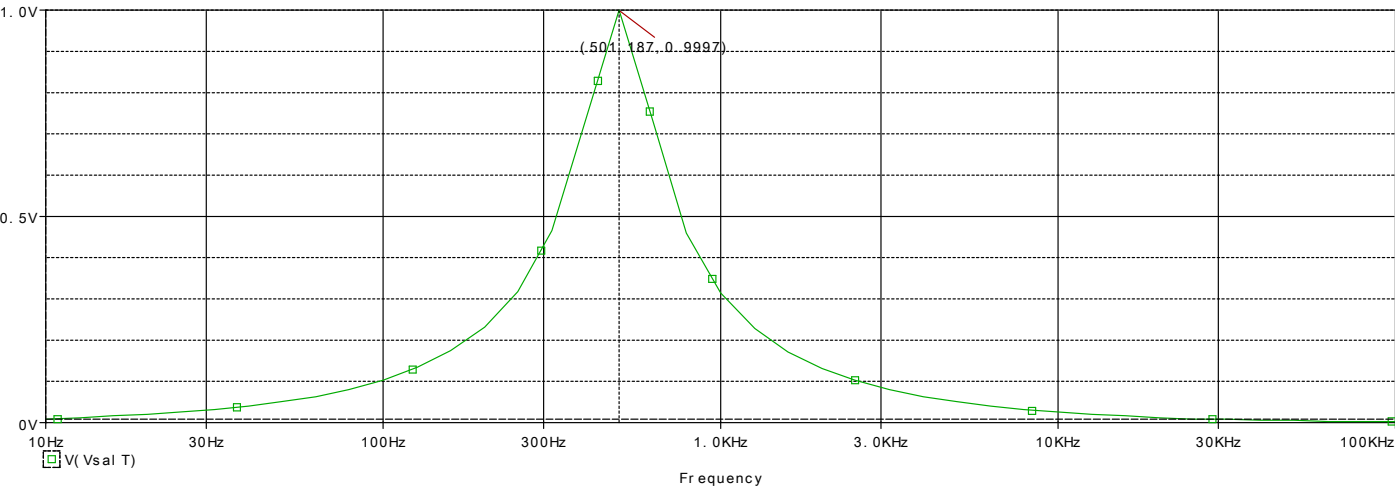
FILTRO DE 128



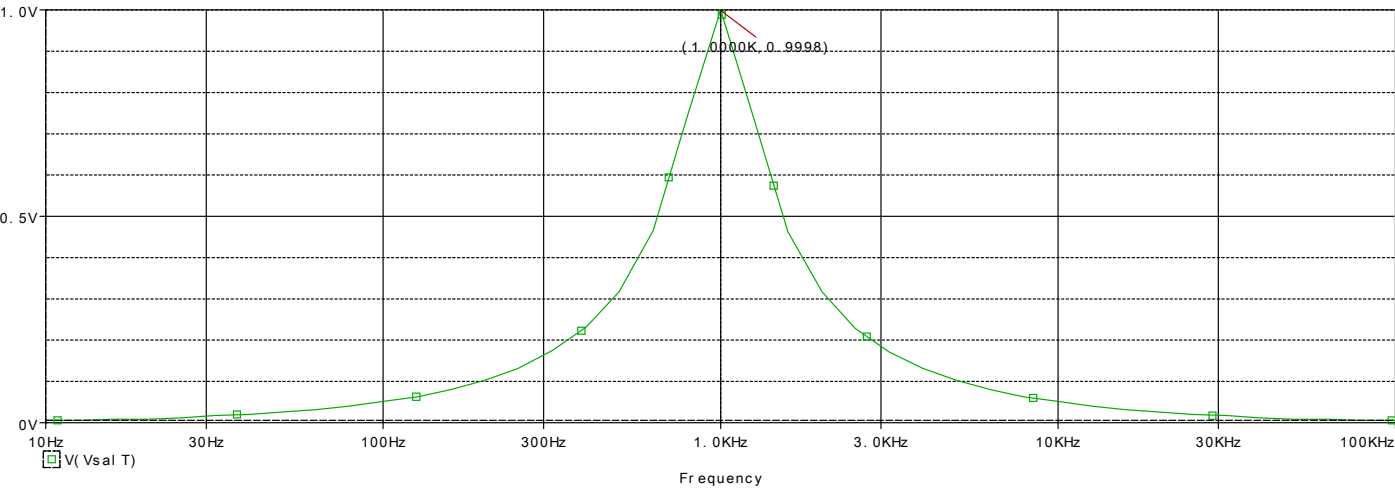
FILTRO DE 250



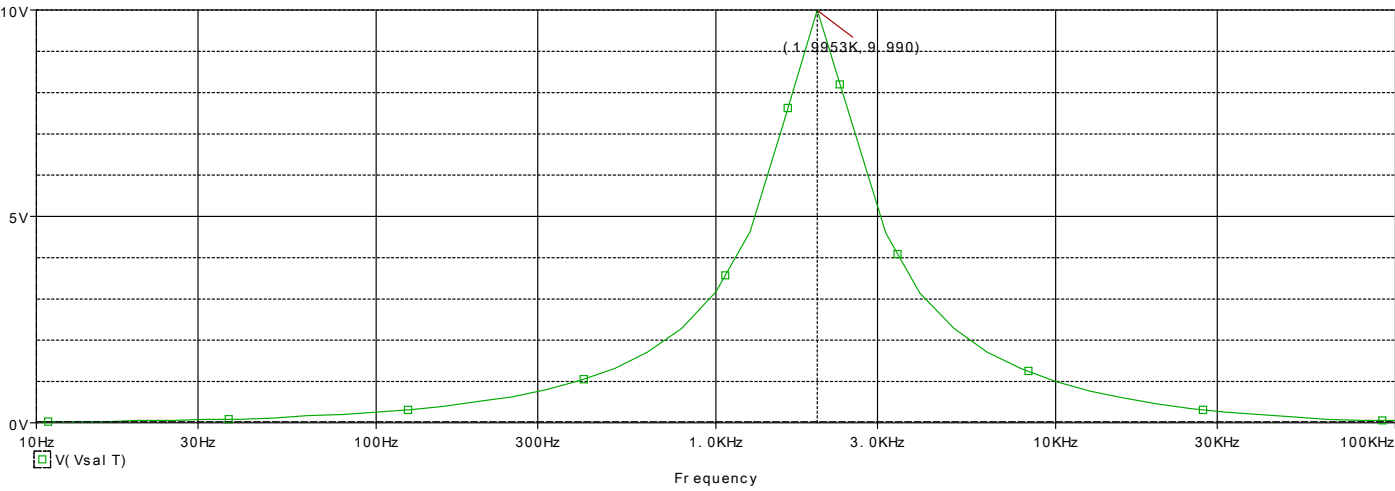
**FILTRO DE 500**



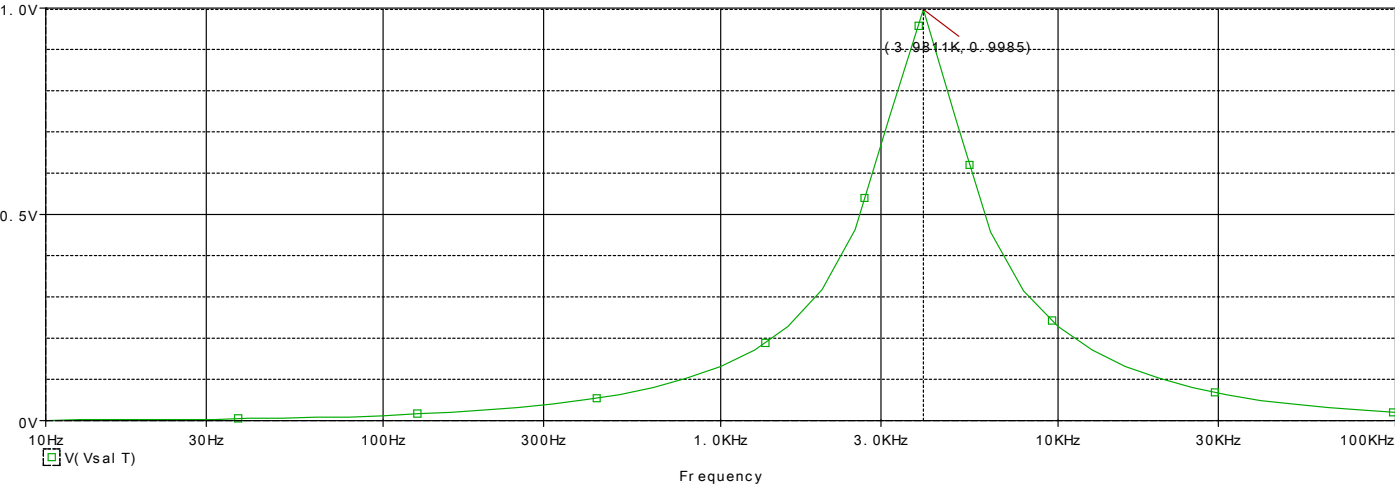
**FILTRO DE 1000**



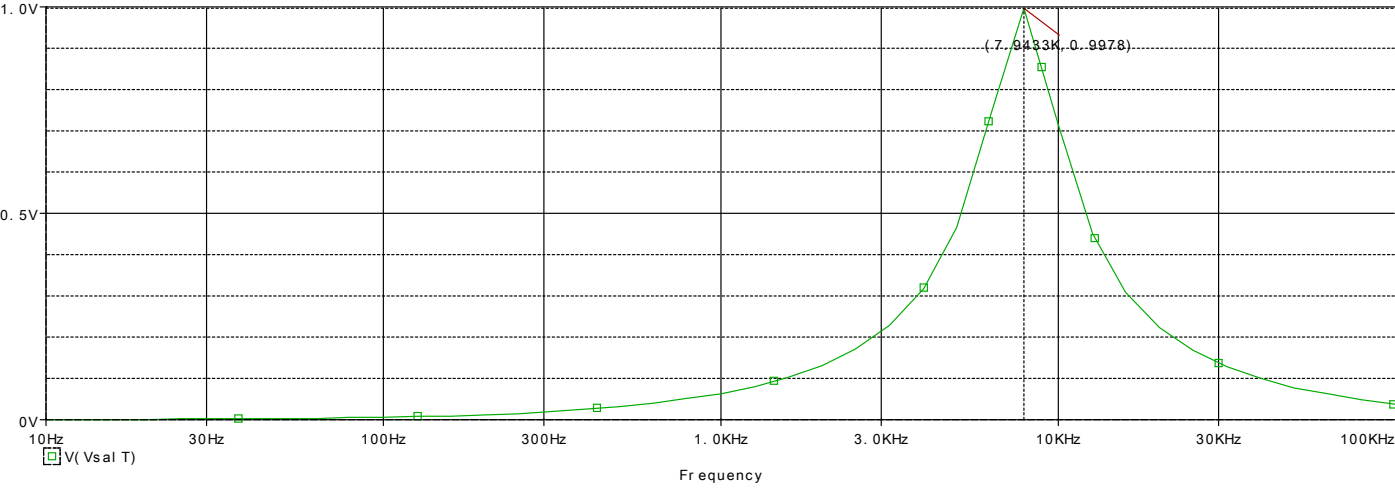
**FILTRO DE 2000**

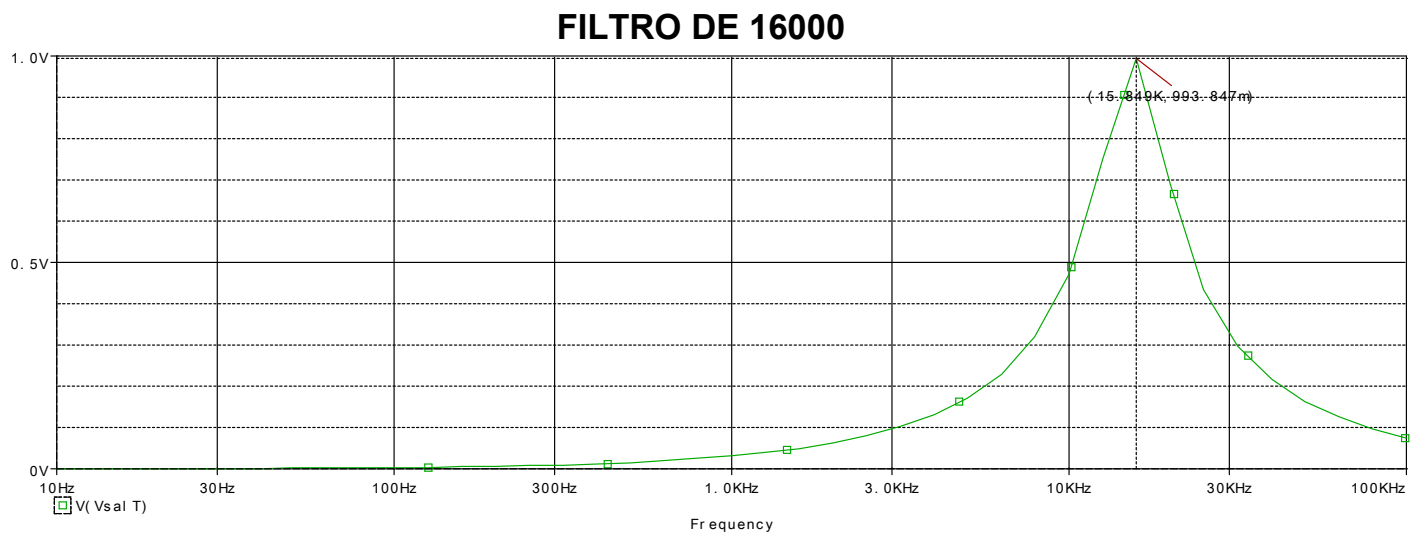


FILTRO DE 4000



FILTRO DE 8000

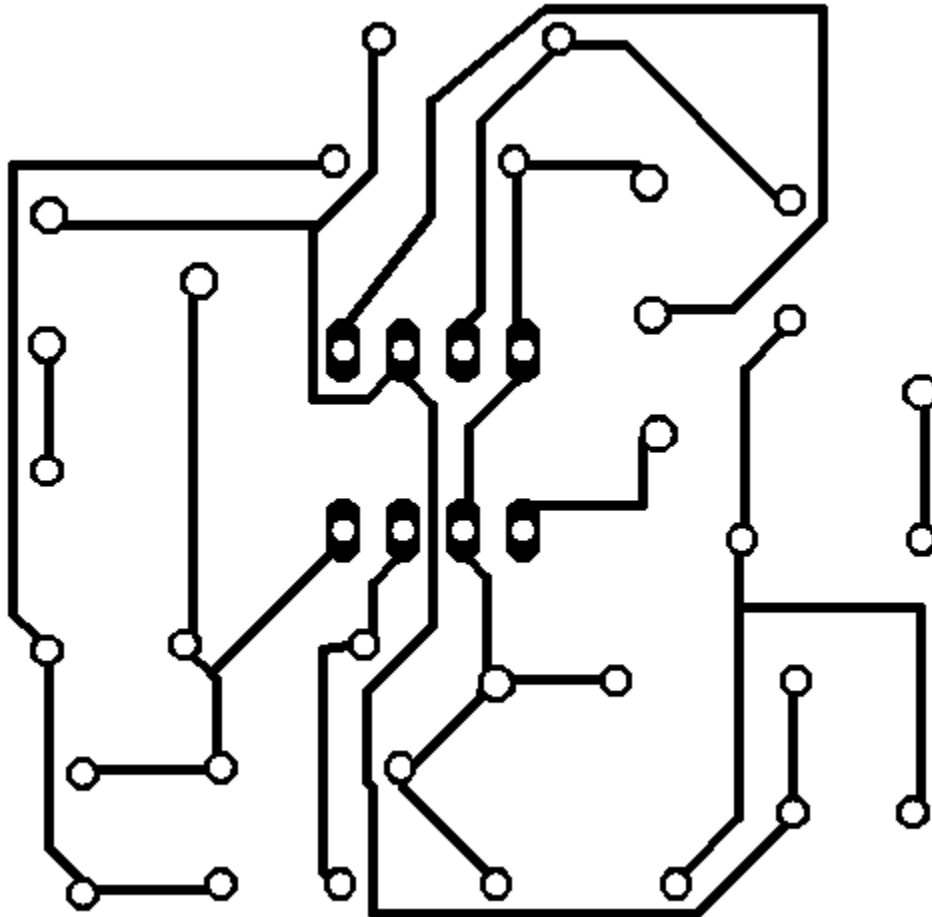




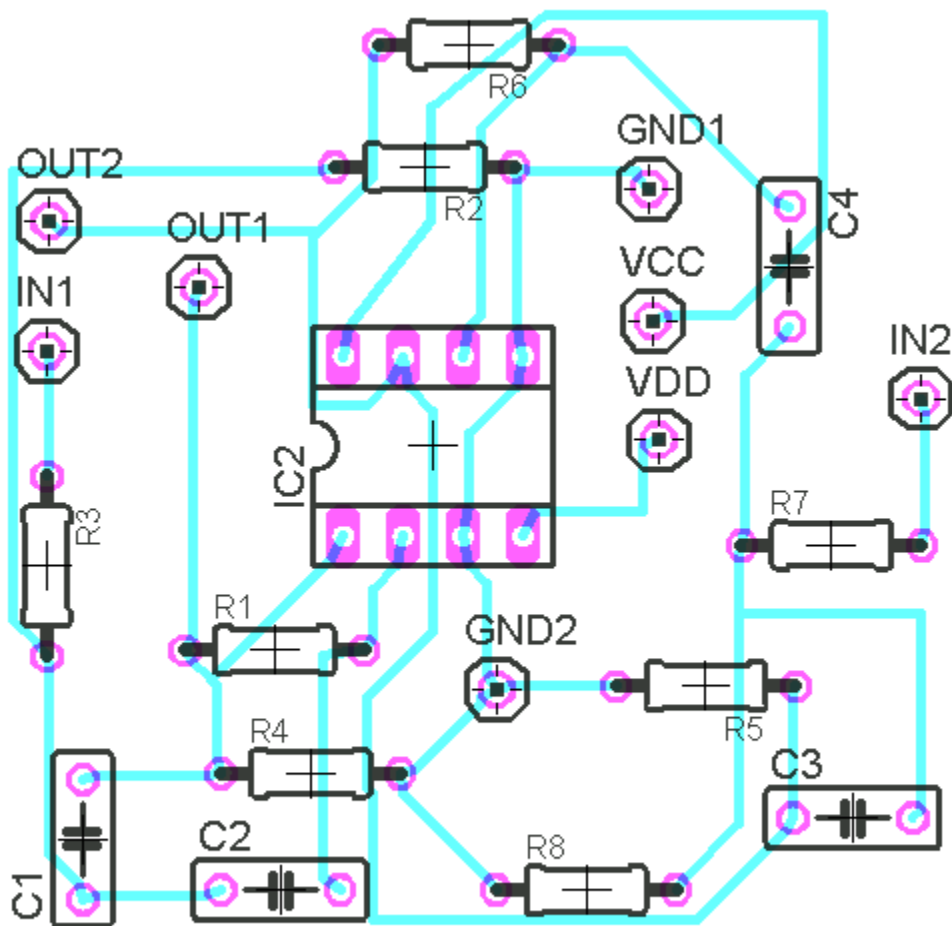
## VALORES CALCULEMOS EL ERROR RELATIVO PROPAGADO

Como vemos en **Fr** existe un error máximo de 9.22 % en **B** hasta un 15.84% y en **Q** hasta un 10.49 %, con esto consideramos que para nuestros valores comerciales de resistencias parecen razonables para realizar el prototipo, por lo que con esto nos dispondremos a construir.

## CIRCUITO INDIVIDUAL DE CADA FILTRO IMPRESO DISEÑADO CON EAGLE







## BIBLIOGRAFÍA

F. COUGHLIN Robert, F. DRISCOLL Frederick, Amplificadores operacionales y circuitos integrados lineales, Prentice Hall Hispanoamerica S.A. 1993

P. HUELSMAN Lawrence, E. TOBEY Gene. Amplificadores operativos Diseño y aplicación 2ª. Impresión, Mc Graw Hill, 1979.

Manual Eagle  
Manual Pspice