UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE CIENCIAS

CURSO: Calculo Vectorial I COD. CURSO: CM - 141

PRACTICA: Practica N°2 SECCIÓN: A

APELLIDOS Y NOMBRES (Alumno) CODIGO FIRMA

Lima, 14 de Septiembre del 20 16 N° Lista 14

NOTA: 14+1 (En números) En letras

Nombre del Profesor Firma del Profesor

CALIFICACIÓN

Preg N°	Puntos
1	4
2	3+1
3	3
4	4
5	
6	
Total	14+1

---

② ⓐ $\{u, u^{\perp}\}$ son L.I

$\lambda u + B u^{\perp} = 0 \ (*)$

Si $\lambda \neq 0$

$u = \frac{-B}{\lambda} u^{\perp} \Rightarrow u \parallel u^{\perp}$?

(Imposible $u \neq 0$) contradiccion

$\Rightarrow$ necesariamente $\lambda = 0$ (1)

(1) en $(*)$

$B u^{\perp} = 0$

$B = 0 \lor u^{\perp} = 0$

$(u^{\perp})^{\perp} = 0^{\perp}$

$-u = 0$

$u = 0$

(Imposible por dato)

$\Rightarrow B = 0$

$w = (x, y) \quad u = (a, b)$

$\alpha = \frac{ax + by}{a^2 + b^2} \quad B = \frac{-bx + ay}{a^2 + b^2}$

Formalizaremos los calculos

ⓑ $\exists\, \alpha, B \in \mathbb{R}$ tal que $w = \alpha u + B u^{\perp}$

$\Rightarrow$ Equivalentemente $\{u, u^{\perp}\}$ genera a $\mathbb{R}^2$

(In tonto | Borrador)

$w = \alpha u + B u^{\perp}$

$\langle w, u \rangle = \langle \alpha u + B u^{\perp}, u \rangle$

Por prop de P.I $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$

$\langle w, u \rangle = \langle \alpha u, u \rangle + \langle B u^{\perp}, u \rangle$

- por prop de P.I. $\langle \lambda u, v \rangle = \lambda \langle u, v \rangle$
- $u \perp v \Rightarrow \langle u^{\perp}, u \rangle = 0$

$\langle w, u \rangle = \alpha \langle u, u \rangle + 0$

Como $u \neq 0$

$\Rightarrow \alpha = \frac{\langle w, u \rangle}{\|u\|^2}$

Igualmente para B

$\Rightarrow B = \frac{\langle w, u^{\perp} \rangle}{\|u\|^2}$

• $\cancel{\alpha} u + \beta v$

$$\left(\frac{ax+by}{a^2+b^2}\right)(a,b) + \left(\frac{-bx+ay}{a^2+b^2}\right)(-b,a)$$

$$\left(\frac{a^2x+aby}{a^2+b^2}, \frac{abx+b^2y}{a^2+b^2}\right) + \left(\frac{+b^2x-ayb}{a^2+b^2}, \frac{-abx+a^2y}{a^2+b^2}\right)$$

$$= \left(\frac{(a^2+b^2)x}{a^2+b^2}, \frac{(a^2+b^2)y}{a^2+b^2}\right) = (x,y) = w$$

$$\Rightarrow w = \alpha u + \beta u^{\perp}$$

(c) Para que $\{u, u^{\perp}\}$ sea una base de $\mathbb{R}^2$

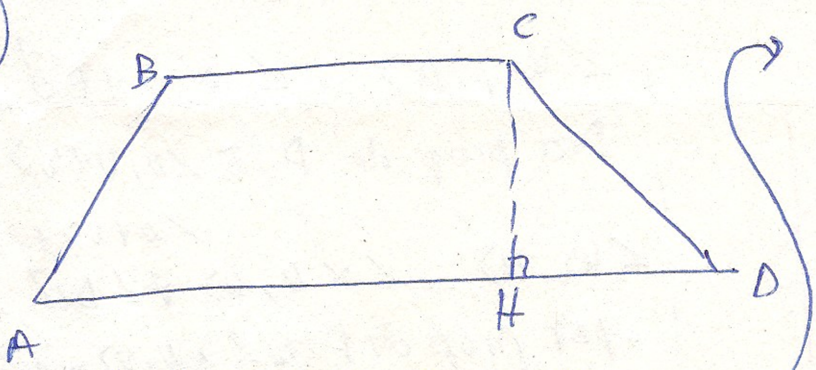
Debe cumplir dos condiciones

i) $\{u, u^{\perp}\}$ son LI $\rightarrow$ esto se probo en (a)

ii) $\{u, u^{\perp}\}$ genera a $\mathbb{R}^2$ $\rightarrow$ esto se probo en (b)

$\Rightarrow$ Concluimos que $\{u, u^{\perp}\}$ es una base.

(1)



$\overline{BC} = (1,3)$ $\quad \overline{CD} = (5,-1)$

$\overline{HD} = \text{proy}_{\overline{AD}} CD$

por prop de proy

Sea $u \parallel v$

• $\text{proy}_u w = \text{proy}_v w$

$$\overline{HD} = \text{proy}_{\overline{BC}} \overline{CD}$$

$$= \frac{\langle \overline{CD}, \overline{BC} \rangle}{\|BC\|^2} \cdot \overline{BC}$$

$$= \frac{\langle (5,-1), (1,3) \rangle}{10} \cdot (1,3)$$

$$= \frac{(1,3)}{5}$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{\|BC\| + \|AD\|}{2}\right)\|CH\|$$

~~A~~

$\|AD\| = 2\|HD\| + \|BC\|$

$\|AD\| = 2\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right) + \sqrt{10} = \frac{7}{5}\sqrt{10}$

$\|CH\|^2 + \|HD\|^2 = \|CD\|^2$

$\|CH\|^2 + \left(\frac{49}{25}(\sqrt{10})^2\right) = 26$

$\|CH\|^2 + \frac{98}{5} = 26$

$\|CH\|^2 = \frac{32}{5}$

$\|CH\| = \frac{4\sqrt{10}}{5}$

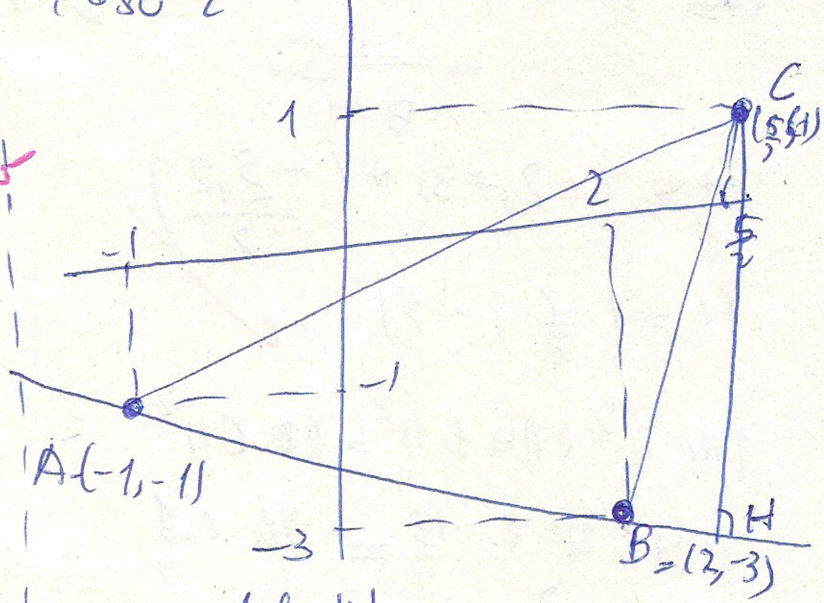
error calculo

$\Rightarrow A = \left(\frac{\sqrt{10} + \frac{7}{5}\sqrt{10}}{2}\right)\left(\frac{4\sqrt{10}}{5}\right)$

$A = \left(\frac{6}{5}\sqrt{10}\right)\left(\frac{4}{5}\sqrt{10}\right)$

$A = \frac{24(\sqrt{10})^2}{25} = \frac{48}{5}$ 2.

Caso 2



$\overline{BC} = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$

$\overline{AB} = (3,-2)$

$BH = proy_{AB}\, BC$

$\overline{BH} = \left(\frac{\frac{3}{2} - 8}{11}\right)(3,-2)$

$BH = \frac{-13}{22}(3,-2)$

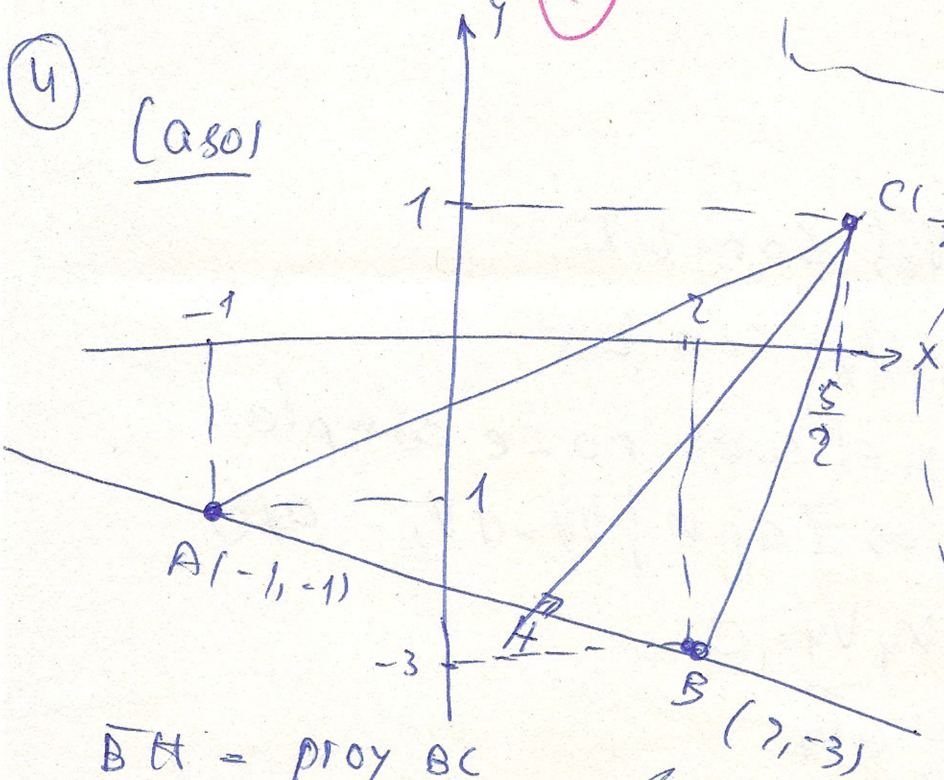
$BH = \left(\frac{-39}{22}, \frac{+13}{11}\right)$

$H = \left(\frac{-39}{22}, \frac{13}{11}\right) + (2,-3)$

$\cancel{H = \left(-\frac{5}{2}, -\frac{20}{11}\right)}$

Observamos la Componente "X" del punto H y es Contradictorio con la Grafica.

(4) Caso 1



$\overline{BH} = proy_{BA}\, BC = \frac{\langle BC, BA\rangle}{\|BA\|^2} \cdot \overline{BA}$

$\overline{BH} = \frac{\langle(\frac{1}{2},4);(-3,2)\rangle}{13} \cdot (-3,2)$

$\overline{BH} = \frac{-\frac{3}{2}+8}{13}(-3,2) = \frac{(-3,2)}{2}$

$\cancel{H} = B + \underset{\overline{BA}}{\text{proy}}\ BC$ Caso 1
 BH

$H = (+2, -3) + \left(\frac{-3, 2}{2}\right)$

$H = \left(\frac{1}{2}, -2\right)$

$\|HC\|^2 + \|HB\|^2 = \|BC\|^2$

$\|HC\|^2 + \frac{13}{4} = 16 + \frac{1}{4}$

$\|HC\|^2 = 13$

$\Rightarrow \|HC\| = \sqrt{13}$

Por lo cual por la ecuación

$t \cdot V = d$

$t\left(\frac{\sqrt{13}}{4}\right) = \sqrt{13}$

$\Rightarrow t = 4$

3 b Si $\{V_1, V_2, V_3\}$ son LI
$\Rightarrow \{V_1, V_2, V_3, V_4\}$ son LI

Damos un caso en el cual no se cumple.

Sea ~~...~~ $V_4 \parallel V_1 \Rightarrow \exists a \in \mathbb{R} \mid V_4 = aV_1 \quad a \neq 0$

$\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + \alpha_3 V_3 + \alpha_4 \underbrace{V_4}_{aV_1} = 0$

$(\alpha_1 + a\alpha_4)V_1 + \alpha_2 V_2 + \alpha_3 V_3 = 0$

Pero como $\{V_1; V_2, V_3\}$ son LI

$\Rightarrow \alpha_2 = 0 \wedge \alpha_3 = 0 \quad \wedge \ \alpha_1 + a\alpha_4 = 0 \quad (*)$

2

Pero (*) no garantiza que $\alpha_1 \wedge \alpha_4$ sean 0. Por ejemplo un valor de α_1 puede ser "$-a\alpha_4$" y no nulo. Por lo cual es (Falsa)

(a) Si $\{v_1, v_2, v_3\}$ son L I

$\Rightarrow \{v_1, v_2\}$ son L I (*)

$\Rightarrow$ ~~Demos un laso en el cual no se cumpla~~ (*)

~~Con las condiciones siguientes~~

~~Sea $v_1 \not\parallel v_2$ $\wedge$ $v_2 \not\parallel v_3$~~

~~$\exists a \in K$ $v_1 = a v_2$~~

~~$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3 = 0$~~

~~$a v_2$~~

~~$(\lambda_1 a + \lambda_2) v_2 + \lambda$~~

$\Rightarrow$ Si: $v_3 \parallel v_2$ $\quad v_3 = a v_2$

$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3 = 0$

Como v_1, v_2, v_3, son L I

$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ (*) 1

pero Como $v_3 = a v_2$

$\lambda_1 v_1 + (\lambda_2 + a\lambda_3) v_2 = 0$

pero Como $\lambda_1 = 0$ $\wedge$ $\lambda_2 + a\lambda_3 = 0$

$\Rightarrow \{v_1, v_2\}$ son L I