



$\langle a, b \rangle + \langle a, b \rangle = \langle a+b, (-1, 5) \rangle$   
 $2\langle a, b \rangle = \langle a+b, (-1, 5) \rangle$   
 $2\langle a, b \rangle = \langle a+b, (1, -5) \rangle$

$\langle a^\perp, a+b^\perp \rangle = \langle a^\perp, (-1, 5) \rangle$   
 $\langle a^\perp, b^\perp \rangle = \langle a^\perp, (-1, 5) \rangle = \langle a, b \rangle$

Examen Parcial de Cálculo Vectorial I-CM141

25

**Temas:** Espacio vectorial, dependencia lineal, ortogonalidad, producto vectorial y rectas.

1. Determine los vectores  $a$  y  $b$  en  $\mathbb{R}^2$  de modo que verifiquen las condiciones siguientes:

i)  $a + b^\perp = (-1, 5)$ .

ii)  $(a^\perp + b) \perp (-5, 3)$ .

iii)  $(a + b) \parallel (1, -1)$ .

2. Demostrar:

(a) Dados  $V$  un espacio vectorial,  $S_1$  y  $S_2$  dos subespacios vectoriales de  $V$ , definimos  $S_1 + S_2 = \{x + y : x \in S_1, y \in S_2\}$ , entonces  $S_1 + S_2$  es un subespacio vectorial de  $V$ .

(b) Dado  $V = \{u_n : u_n \text{ es una sucesión en } \mathbb{R}\}$  un espacio vectorial con las operaciones usuales y  $S = \{(u_n)_{n \in \mathbb{N}} \in V : u_{n+2} = u_{n+1} + u_n, \forall n \in \mathbb{N}\}$ , entonces  $S$  es un subespacio vectorial de  $V$ .

3. Sea  $\{u_1, u_2\}$  y  $\{v_1, v_2\}$  dos bases de  $\mathbb{R}^2$  tales que  $v_1 = -2u_1 - u_2$  y  $v_2 = 5u_1 + 2u_2$ . Si  $w \in \mathbb{R}^2$  tal que  $w = au_1 + bu_2$ . Hallar  $x$  e  $y$  tal que  $w = xv_1 + yv_2$ .

4. Sean  $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ . Demostrar:

i) Si  $u + v + w = 0$ , entonces  $u \times v = v \times w = w \times u$ .

ii) Si  $u \times v = v \times w = w \times u \neq 0$ , entonces  $u + v + w = 0$ .

5. Para que valores de  $a$  las rectas  $r$  y  $s$  no son alabeadas, donde:  $r : x = y = z - a$  y

$s : \frac{2x-1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{a}$ .

Handwritten notes and calculations:

- $\|a+b\|^2 = \|a\|^2 + \|b\|^2 + 2\langle a, b \rangle$
- $\|a+b\|^2 = \|a\|^2 + \|b\|^2$  (if  $a \perp b$ )
- $a+b = \lambda(1, -1)$
- $a^\perp + b = \lambda(-3, -5)$
- $(a+b) \perp (1, 1)$
- $34 + 2\langle a, b \rangle = 17 + 2\langle a, b \rangle$
- $3u_1 + u_2 = v_1 + v_2$
- $w = au_1 + bu_2$
- $\mu \cdot (v \times w) = \lambda uv \cdot p_0 + t(v)$
- $v_1 = -2u_1 - u_2$
- $v_2 = 5u_1 + 2u_2$
- $x - \frac{1}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{a}$