4 X_1

Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias

Ciclo: 2016-II

[Cod: CM 141 Curso: Cálculo Vectorial I]
[Tema:Espacios vectorial, producto interno, rectas, planos y cónicas.]

Examen Sustitutorio de
Cálculo Vectorial I

1. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones, justificando su respuesta en cada caso:

   a) Sea $S = \{(x, y) \in \mathbb{R} : x - 2y = 0\}$ un subespacio vectorial, entonces la dimensión de S es 1.

   b) Considere la siguiente función $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle \doteq x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2y_1x_2 + 3y_1y_2$, entonces $\langle \, , \, \rangle$ es un producto interno en $\mathbb{R}^2$.

   c) Considere $A = (3, -2), B = (8, 1)$ y $C = (5, -4)$, entonces la longitud de la altura del triángulo ABC trazada desde el vértice A es $\dfrac{8\sqrt{34}}{17}$.

2. Una circunferencia $C(P_0, r)$ con centro en P_0 y radio $r (r > 0)$ es el conjunto de todos los puntos P cuya distancia a P_0 es r, es decir:

$$C(P_0, r) = \{P \in \mathbb{R}^2 : |P - P_0| = r\}$$

   Demuestre que si un par de circunferencias se intersecta en dos puntos, entonces la recta que une los centros de las circunferencias es ortogonal a la recta que pasa por los puntos de intersección de las circunferencias. → intersección $n_1 \times n_2$

3. Los planos $P_1 : 8x + 4y + 3z = 24$ y P_2 se intersecan, el plano P_3 contiene al eje X y al eje Y. Además la recta $L_1 = \{(0, 6, 0) + t(22, 11, 25)\}$ está contenido en el plano P_2, P_2 y P_3 forman un ángulo cuya medida en θ tal que $tan(\theta) = \frac{5\sqrt{5}}{11}$. Determine la recta contenida en $P_1 \cap P_2$ en su forma simétrica.

   $\measuredangle(n_2, n_3) = \theta$

4. *a*) Considere $u, v, w \in \mathbb{R}^3$. Demostrar: Si $u \times v = v \times w = w \times u \neq 0$, entonces $u + v + w = 0$.

   b) Sean $u, v \in \mathbb{R}^3$ no nulos. Sabiendo que $Proy_v u = (7, 3, 5)$ y $Proy_u v = (-8, 4, 2)$. Calcule u y v.

5. Sean $M_1 = (3, 5)$ y $M_2 = (1, 1)$ los puntos de tangencia de las rectas tangentes trazadas a la cónica $C : y = x^2 - 2x + 2$ desde un punto P.

   $C: x^2 - 2x - y + 2 = 0$

   $\frac{x_1^2}{x_3^2} - 2\frac{x_1}{x_3} - \frac{x_2}{x_3} + 2 = 0$

   a) Determine la recta polar L de P respecto a la cónica C.

   b) Calcule el polo de L respecto a la cónica C.

UNI, 14 de diciembre del 2016
Los profesores. [1]

$\Rightarrow x_1^2 - 2x_1x_3 - x_2x_3 + 2x_3^2 = 0$

[1] Hecho en LaTeX