Universidad Nacional de Ingeniería

Ciclo 2015-2

Facultad de Ciencias - Escuela Profesional de Matemática

Septiembre 23, 2015

Práctica Calificada N^{0}02 de Cálculo Vectoria I - CM142

Semana 05

[Temas: Dependencia e Independencia lineal-Bases -Producto interno- Proyección.]

P1. Determine el valor de verdad de las proposiciones que se fomulan para un $\mathbb{R}$-espacio vectorial V, provisto de un producto interno $\langle\ ,\ \rangle$. **[1 ptos. c/u.]**

a. Dos vectores son linealmente dependientes si, y solo si, uno de estos es combinación lineal del otro.

b. Si V es el espacio euclideano $\mathbb{R}^2$ y si $\langle u\,,\,v\rangle = 0$, entonces el ángulo que forman tales vectores es 90^0.

c. Si tres vectores son linealmente independientes, entonces dos cualquiera de estos tambien son linealmente independientes.

d. Si tres vectores son linealmente dependientes, entonces dos cualquiera de estos también son linealmente dependientes.

e. Si $\{u,\, v\}$ forman una base de V y $w \in V$, entonces existen escalares α y β, pero no únicos, tales que $w = \alpha u + \beta v$.

P2. Considere el $\mathbb{R}$ - espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ provisto de las operaciones usuales. [2.5 ptos. c/u.]

a. Demuestre que dos vectores son linealmente independientes generan $\mathbb{R}^2$.

b. Siendo u un vector no nulo, responda a la pregunta: ¿ es una base de $\mathbb{R}^2$ la colección $\{u,\, u^{\perp}\}$?

P3. Considere el $\mathbb{R}$ - espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ provisto de las operaciones usuales y del producto interno canónico $\langle\ ,\ \rangle$. Sean u y v vectores no nulos.

a. Demuestre que el ángulo $0 \leq \theta \leq \pi$ que forman tales vectores, es tal que

$$sen(\theta) = \frac{|\langle u\,,\,v^{\perp}\rangle|}{\|u\|\,\|v\|}$$

b. Si $Proy_u(Proy_v u) = Proy_v(Proy_u v)$, demuestre que u y $v^{\perp}$ son paralelos o que u y v tienen igual módulo.

P4. Sean las rectas $L_1(P_0\,,\,\vec{u})$ y $L_2(Q_0\,,\,\vec{v})$, contenidas en $\mathbb{R}^2$, y no paralelas. Demuestre que su intersección es un conjunto unitario, es decir, estas se cortan en un único punto.[5ptos.]

[†]

[†]Hecho en LaTeX / Los Profesores.