Universidad del Valle de Guatemala Análisis y Diseño de Algoritmos Sección 10

Proyecto #1

21016	Javier Chavez
21032	Marco Ramírez
21108	Brian Carrillo
21116	Josué Morales

Investigación

Notación asintótica Big-Oh (O)

La notación asintótica Big-Oh acota superiormente una función de tiempo de ejecución, y es típicamente utilizada para medir y comparar el "escenario del peor caso" para algoritmos (Cormen et al., 2009). Su definición específica es la siguiente:

$$O(g(n)) = \{ f(n) : \exists c, n_0 > 0 \mid \forall n \ge n_0, 0 \le f(n) \le cg(n) \}$$

Tiempo de ejecución de una máquina de Turing

Un paso en una máquina de Turing es un evento en donde dicha máquina toma una transición. Ejecutar la máquina con diferentes entradas podría tomar un número diferente de pasos. Este número es sensible a:

- La estructura de la entrada
- La longitud de la entrada

Por lo tanto, podemos considerar que la complejidad de tiempo de ejecución de la máquina de Turing es una función f(n) = O(g(n)) que mide el número de pasos M en el peor de los casos para una entrada de longitud n. Si M entra en bucle en alguna entrada de longitud k, entonces $f(k) = \infty$ (Stanford, s.f.).

Convenciones

Enteros no negativos en cinta

El input de esta máquina de Turing corresponde a la posición del número de la serie de fibonacci que se desea calcular, en formato unario. Por ejemplo, considérese la serie de fibonacci como:

Para que la máquina de Turing calcule el número correspondiente a la sexta posición en la sucesión de fibonacci, el input ingresado inicialmente en la cinta debe ser el siguiente:

Interpretación de la respuesta en la cinta

El output de esta máquina de Turing corresponde al número de la serie de fibonacci correspondiente a la posición ingresada inicialmente en la cinta, en formato unario.

Continuando con el ejemplo anterior, la respuesta para la sexta posición de la sucesión es el número ocho en formato unario:

11111111

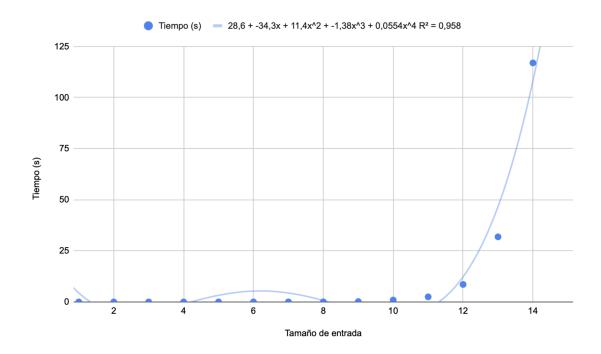
Diagrama de la máquina de Turing que calcula la sucesión de Fibonacci

Diagrama GitHub

Análisis empírico.

a. Listado de entradas de prueba usadas para medir tiempos de ejecución de la máquina.

b. Diagrama de dispersión que muestre los tiempos de ejecución de la máquina en función de su tamaño de entrada.



c. Regresión polinomial que se ajuste mejor a los datos.

$$f(x) = 28.6 + -34.3x + 11.4x^2 + -1.38x^3 + 0.0554x^4$$

Referencias

Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). Introduction to Algorithms. Massachusetts: The MIT Press.

Knuth, D. E. (1997). The Art of Computer Programming: Fundamental Algorithms. Addison Wesley Longman

Massachusetts Institute of Technology. (2003). 16.070 Introduction to Computers & Programming. Retrieved from Massachusetts Institute of Technology: http://web.mit.edu/16.070/www/lecture/big_o.pdf

Vinokur, Alex. (2006). Computing Fibonacci numbers on a Turing Machine. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/1958918_Computing_Fibonacci_numbers_on_a_T uring_Machine

Stanford. (s.f.). TM Time Complexity. Obtenido de https://web.stanford.edu/class/archive/cs/cs103/cs103.1132/lectures/24/Small24.pdf