

Agrupamento Capacitado

Isabel de Castro Cordeiro

2021

1 Modelagem matemática

O Problema de Agrupamento Capacitado consiste em formar um determinado número de clusters ou grupos de um conjunto de elementos de tal forma que a soma dos pesos dos elementos em cada cluster esteja dentro de alguns limites de capacidade, e a soma dos benefícios entre os pares de elementos no mesmo cluster é maximizada. Este problema surge no contexto dos planejadores de instalações no processamento e distribuição de correspondência.

Dado um grafo $G = (V, E)$, onde V é um conjunto de n nós e E é um conjunto de arestas, seja $w_i \geq 0$ o peso do nó $i \in V$ e seja d_{ij} a distância da aresta $(i, j) \in E$. O problema de agrupamento capacitado (CCP) consiste na partição de n entidades em p clusters de forma que a soma dos pesos dos elementos em cada cluster esteja dentro de alguns limites de capacidade inteiros, W (tamanho de cada cluster é restrito) e a soma das distâncias entre os pares de elementos no mesmo cluster são minimizados.

O problema de agrupamento capacitado é declarado como segue:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

s.a.

$$\sum_{j \in J} y_j = p, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \quad i \in I, \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq y_j, \quad i \in I, j \in J, \quad (4)$$

$$x_{ij}, y_j = \{0, 1\}, \quad i \in I, j \in J, \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} w_i x_{ij} \leq W_j, \quad j \in J, \quad (6)$$

onde

$$d_{ij} = \left[\sum_{k=1}^l (a_{ik} - a_{jk})^S \right]^{\frac{1}{S}}, \quad i \in I, j \in J, \\ |I| = n, |J| = m.$$