1 Capítulo 1

1.1 Questão 1

Demonstração. Para demonstrarmos que $X = A \cup B$, provaremos que **1.** $X \subset (A \cup B)$ e **2.** $(A \cup B) \subset X$.

1. Sabemos que $\forall A$ e $\forall B$, $A \subset (A \cup B)$ e $B \subset (A \cup B)$. Da 2^a hipótese, $A \subset (A \cup B)$ e $B \subset (A \cup B) \Rightarrow X \subset (A \cup B)$.

2. Da 1^a hipótese, $x \in A \Rightarrow x \in X$ e $y \in B \Rightarrow y \in X$. Assim, todo elemento de A ou de B também pertence a X. Mais formalmente: $z \in A$ ou $z \in B \Rightarrow z \in X$. Portanto, $(A \cup B) \subset X$.

De **1.** e **2.**, $X = (A \cup B)$. $\square$

1.2 Questão 2

Enunciado Dados os conjuntos A e B, seja X um conjunto com as seguintes propriedades:
1^a $X \subset A$ e $X \subset B$
2^a $Y \subset A$ e $Y \subset B \Rightarrow Y \subset X$
Prove que $X = A \cap B$.

Demonstração. Para demonstrarmos que $X = A \cap B$, provaremos que **1.** $X \subset (A \cap B)$ e **2.** $(A \cap B) \subset X$.

1. Da 1^a hipótese, segue que: $x \in X \Rightarrow x \in A$ e $x \in X \Rightarrow x \in B$. Assim, todo elemento de X pertence também aos conjuntos A e B. Assim, $x \in X \Rightarrow x \in A$ e $x \in B$. Logo, $x \in X \Rightarrow x \in (A \cap B)$. Donde concluímos que $X \subset (A \cap B)$.

2. Sabemos que $\forall A$ e $\forall B$, $(A \cap B) \subset A$ e $(A \cap B) \subset B$. Da 2^a hipótese, temos que $(A \cap B) \subset A$ e $(A \cap B) \subset B \Rightarrow (A \cap B) \subset X$. Portanto, $(A \cap B) \subset X$.

De **1.** e **2.**, $X = (A \cap B)$.

$\square$