

# **Economía 5**

Formulario · Primavera 2021

Carlos Lezama

ECO · 22105  
ITAM

Parte I

# Producción y consumo

## 1. El modelo estático de producción y consumo

### 1.1. El problema de la firma

$$\max_{\{l\}} \quad pf_j(l) - wl$$

$f_j$	Función de producción
$l$	Nivel de empleo
$p$	Precio del bien final
$w$	Precio del trabajo (salario)

**Definición 1.1** (Función de producción). La **función de producción**  $f_j$  describe la relación entre la producción de bienes y la cantidad de trabajo requerido en la  $j$ -ésima empresa competitiva, y se denota:

$$y_j = f_j(l) \text{ tal que } j \in J.$$

Propiedades de la función de producción

- (i) Creciente, i.e. el trabajo es siempre productivo.
- (ii) Cóncava, i.e. está sujeta a la ley de rendimientos marginales decrecientes.

**Definición 1.2** (Ganancias óptimas). Definimos las **ganancias óptimas** de la firma  $j$  como sigue:

$$\pi_j(w, p) = pf_j(l_j(w, p)) - wl_j(w, p).$$

**Definición 1.3** (Demanda laboral). La solución  $l_j$  de la condición de optimalidad del problema de la firma se conoce como **demanda laboral** de la firma  $j$ .

**Definición 1.4** (Oferta de bienes). A la función  $y_j(w, p)$  se le conoce como **oferta de bienes** de la empresa  $j$ .

Proposición 1.1

Las funciones de **demanda laboral** y **oferta de bienes** son homogéneas de grado 0.

Proposición 1.2

La función de **ganancias óptimas** es homogénea de grado 1.

**Definición 1.5** (Productividad total de los factores). Definimos la **productividad total de los factores** ( $A$ ) como la parte del crecimiento de la producción que no se explica por el crecimiento de los insumos medidos tradicionalmente.

## 1.2. El problema de los consumidores

$$\begin{aligned} &\max_{\{h, c\}} \quad u_i(h, c) \\ \text{sujeto a} \quad &\underbrace{h + n = H_i}_{\text{Restricción de tiempo}}, \\ &\underbrace{pc = \underbrace{w \cdot n}_{\text{Ingreso laboral}} + \sum_{j \in J} \theta_{ij} \pi_j(w, p)}_{\text{Restricción presupuestaria}}. \end{aligned}$$

O bien,

$$\begin{aligned} &\max_{\{h, c\}} \quad u_i(h, c) \\ \text{sujeto a} \quad &\underbrace{wh + pc}_{\text{Valor de mercado de la canasta de consumo}} = \underbrace{wH_i + \sum_{j \in J} \theta_{ij} \pi_j(w, p)}_{\text{Riqueza}}. \end{aligned}$$

$\theta_{ij}$	Acciones de la firma $j$
$c$	Consumo del bien final
$\pi_j$	Ganancias de la firma $j$
$h$	Tiempo dedicado al ocio
$n$	Tiempo dedicado al trabajo
$H_i$	Unidades de tiempo disponibles

**Definición 1.6** (Función de utilidad). Sea una función  $u_i(h, c)$ , esta representa la utilidad del  $i$ -ésimo consumidor por ocio y consumo si, para cualquier par de alternativas  $(h_0, c_0), (h_1, c_1) \in \mathbb{R}^2$ , se tiene  $u_i(h_0, c_0) < u_i(h_1, c_1)$  si y solo si el consumidor en cuestión prefiere la canasta  $(h_1, c_1)$  sobre la canasta  $(h_0, c_0)$ .

Propiedades de la función de utilidad

- (i) Continuamente diferenciable.
- (ii) Creciente.
- (iii) Monótona.
- (iv) Cuasicóncava.

**Definición 1.7** (Demanda de ocio). La **demanda de ocio** es una de las soluciones al problema de los consumidores y se denota:

$$h^* = h_i(w, p).$$

**Definición 1.8** (Demanda de consumo). La **demanda de consumo** es una de las soluciones al problema de los consumidores y se denota:

$$c^* = c_i(w, p).$$

**Definición 1.9** (Oferta laboral). Dadas nuestras unidades de tiempo disponibles,  $H_i$ , y nuestra demanda de consumo  $h_i(w, p)$ , definimos la **oferta laboral** como sigue:

$$n_i(w, p) = H_i - h_i(w, p).$$

Proposición 1.3

Las **demandas de ocio** y **consumo** y la **oferta laboral** son funciones homogéneas de grado cero.

## 1.3. Equilibrio competitivo

**Definición 1.10** (Equilibrio competitivo). Definimos el **equilibrio competitivo** como un vector de precios  $(w^*, p^*)$  y una asignación  $\left(\left\{l_j^*, y_j^*\right\}_{j \in J},\left\{h_i^*, c_i^*\right\}_{i \in I}\right)$  tales que:

- (i) Todas las cantidades son óptimas a los precios  $(w^*, p^*)$ .

i.e. 
$$\begin{aligned} l_j^* &= l_j(w^*, p^*), \\ y_j^* &= y_j(w^*, p^*), \\ h_i^* &= h_i(w^*, p^*), \\ c_i^* &= c_i(w^*, p^*). \end{aligned}$$

- (ii) Las cantidades individuales vacían el mercado de bienes y el mercado laboral.

i.e. 
$$\begin{aligned} \sum_{j \in J} y_i(w^*, p^*) &= \sum_{i \in I} c_i(w^*, p^*), \text{ y} \\ \sum_{j \in J} l_j(w^*, p^*) &= \sum_{i \in I} [H_i - h_i(w^*, p^*)]. \end{aligned}$$

## 1.4. Maximización del bienestar social o problema del planificador central

$$\begin{aligned} &\max_{\{h, c, l\}} \quad u(h, c) \\ \text{sujeto a} \quad &h + l = H, \\ &c = f(l). \end{aligned}$$

O bien,

$$\max_{\{l\}} \quad u(H - l, f(l)).$$

**Definición 1.11** (Función  $\varphi$ ). Definimos la **función**  $\varphi$  como aquella que representa todas las combinaciones de ocio y consumo que satisfacen la condición de eficiencia.

$$\text{i.e. } c \stackrel{\text{def}}{=} \varphi(l).$$

#### Propiedades de la función $\varphi$

- (i) Decreciente.
- (ii) Convexa.

**Definición 1.12** (Demanda de consumo agregada). Definimos la **demanda de consumo agregada** como sigue:

$$C(w) = \sum_{i \in I} c_i(w).$$

**Definición 1.13** (Demanda laboral agregada). Definimos la **demanda laboral agregada** como sigue:

$$L(w) = \sum_{j \in J} l_j(w).$$

**Definición 1.14** (Ganancias agregadas). Definimos las **ganancias agregadas** como sigue:

$$\Pi(w) = \sum_{j \in J} \pi_j(w).$$

**Definición 1.15** (Oferta laboral agregada). Definimos la **oferta laboral agregada** como sigue:

$$N(w) = \sum_{i \in I} n_i(w).$$

**Definición 1.16** (Producción agregada). Definimos la **producción agregada** como sigue:

$$Y(w) = \sum_{j \in J} y_j(w).$$

*Nota:* en caso de encontrarnos con agentes heterogéneos, recordemos que cada subgrupo de consumidores, o empresas, con ciertas características obtendrá demandas, u ofertas, agregadas representativas tales que la demanda, u oferta, agregada de todos los agentes será la suma de los agregados representativos.

## 2. Política fiscal en el modelo estático

### Observación 2.1

El gobierno financia el gasto público y las transferencias gubernamentales con la recaudación de impuestos.

$$\text{i.e. } \underbrace{T = G + \Omega}_{\text{Restricción presupuestaria del gobierno}}.$$

### 2.1. Impuestos distorsivos

#### Proposición 2.1

Sean  $t_i$  y  $\omega_i$  los impuestos y transferencias que el individuo  $i$  paga y recibe, respectivamente. Para satisfacer la restricción presupuestaria del gobierno:

$$\sum_{i \in I} \omega_i = \Omega = T = \sum_{i \in I} t_i.$$

#### Proposición 2.2

Cada individuo recibe una proporción fija  $\varepsilon_i \geq 0$  de la recaudación.

$$\text{i.e. } \omega_i = \varepsilon_i \Omega = \varepsilon_i T.$$

#### 2.1.1. Impuesto al ingreso

El monto de los impuestos que el individuo  $i$  paga es:

$$t_i = \tau_y \left( wn_i + \sum_{j \in J} \theta_{ij} \pi_j(w) \right).$$

**Definición 2.1** (Impuesto proporcional). Un **impuesto proporcional** o **tasa impositiva única sobre la renta** es un sistema de impuestos en el que el tipo de gravamen siempre será el mismo, independientemente del nivel de renta.

**Definición 2.2** (Impuesto progresivo). Un **impuesto progresivo** es un sistema de impuestos en el cual se establece que a mayor nivel de renta, mayor será el porcentaje de impuestos a pagar sobre la base imponible.

#### Proposición 2.3

Cuando la tasa impositiva es única, la recaudación total de la economía es:

$$T = \tau_y Y.$$

### Observación 2.2

Dado que la incidencia legal de los impuestos recae en los hogares, el problema de las empresas no se modifica y los consumidores se enfrentan a una nueva restricción:

$$c = (1 - \tau_y) \left( wn_i + \sum_{j \in J} \theta_{ij} \pi_j(w) \right) + \varepsilon_i \Omega.$$

Y, el planificador central, a una nueva restricción:

$$c = (1 - \tau_y) f(l) + \Omega.$$

#### 2.1.2. Impuesto al consumo

El monto de los impuestos que el individuo  $i$  paga es:

$$t_i = \tau_c c_i.$$

#### Proposición 2.4

La recaudación total de la economía es:

$$T = \tau_c \sum_{i \in I} c_i.$$

### Observación 2.3

Dado que la incidencia legal de los impuestos recae en los hogares, el problema de las empresas no se modifica y los consumidores se enfrentan a una nueva restricción:

$$(1 + \tau_c) c_i = wn_i + \sum_{j \in J} \theta_{ij} \pi_j(w) + \varepsilon_i \Omega.$$

Y, el planificador central, a una nueva restricción:

$$(1 + \tau_c) c = f(l) + \Omega.$$

#### Proposición 2.5

Si  $1 + \tau_c = \frac{1}{1 - \tau_y}$ ,  $\tau_y < \tau_c$  y, por lo tanto,  $T_y < T_c$ .

### Observación 2.4

En esta simplificación, dado que la recaudación se reintegra a los consumidores vía transferencias *lump sum*, esta no genera efecto riqueza alguno. El único efecto de los impuestos se da a través de la distorsión en el precio relativo de los bienes.

Parte II

Consumo en el tiempo

Parte III

**Producción en el tiempo**



Parte V

Inversión y capital