

Aprendizaje estadístico

Formulario · Primavera 2021

Carlos Lezama EST - 25134

ITAM

Introducción

¿Cuándo necesitamos aprendizaje de máquina?

Dos aspectos de un problema dado pueden requerir el uso de programas que aprendan y mejoren sobre la base de su “experiencia”: la **complejidad** del problema y la necesidad de **adaptabilidad**.

Complejidad

- Tareas realizadas por animales o humanos.
- Tareas más allá de las capacidades humanas.

Adaptabilidad

Una característica limitante de las herramientas programadas es su rigidez: una vez que el programa se ha escrito e instalado, permanece sin cambios. Sin embargo, muchas tareas cambian con el tiempo, o de un usuario a otro. Las herramientas de aprendizaje de máquina (programas cuyo comportamiento se adapta a sus datos de entrada) ofrecen una solución a estos problemas; estos son, por naturaleza, adaptables a los cambios en el entorno con el que interactúan.

Tipos de aprendizaje

- Supervisado o no supervisado.
- Por refuerzo.
- Agentes pasivos o activos.
- Maestro.
- Protocolo por bloques o continuo.

1. Modelo formal de aprendizaje

1.1. Marco formal de aprendizaje estadístico

Entradas $(\{\mathcal{X}, \mathcal{Y}, S\})$

- **Conjunto de dominio** (\mathcal{X}): $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^d$ tal que $d < \infty$.
- **Conjunto de etiquetas** (\mathcal{Y}): en el caso de etiquetado binario, podemos definir $\mathcal{Y} = \{0, 1\}$ ó $\mathcal{Y} = \{-1, +1\}$.
- **Conjunto de entrenamiento** (S): Una sucesión $S = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^m$ tal que $m < \infty$ y $(x_i, y_i) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$.

Reglas de predicción (h)

$h : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$; también llamado *predictor*, *hipótesis* o *clasificador*.

Algoritmo de aprendizaje (A)

Denotamos $A(S)$ a la hipótesis que el algoritmo de aprendizaje A genera al observar el conjunto de entrenamiento S . Asimismo, asumimos que \mathcal{X} tiene una medida de probabilidad desconocida \mathcal{D} y que existe una función desconocida f que etiqueta los datos de manera correcta, es decir:

$$\exists f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y} \quad \text{tal que} \quad f(x_i) = y_i, \quad \forall i.$$

Métricas de éxito

Definición 1.1 (Error de un clasificador). *Dado un subconjunto de dominio $A \subseteq \mathcal{X}$ y su probabilidad de observarlo $\mathcal{D}(A)$. En muchos casos, nos referimos a A como un evento y lo expresamos usando una función $\pi : \mathcal{X} \rightarrow \{0, 1\}$ tal que $A = \{x \in \mathcal{X} : \pi(x) = 1\}$. Así pues, definimos el **error del clasificador** $h : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ como sigue:*

$$L_{\mathcal{D}, f}(h) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{P}_{x \sim \mathcal{D}} [h(x) \neq f(x)] \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{D}(\{x : h(x) \neq f(x)\}).$$

*También se le conoce como **error de generalización**, **riesgo** o **error verdadero** de h .*

1.2. Minimización de riesgo empírico