Economía 5

Formulario · Primavera 2021

Parte I

Producción y consumo

1. El modelo estático de producción y consumo

Definición 1.1 (Función de producción). La función de producción f_j describe la relación entre la producción de bienes y la cantidad de trabajo requerido en la j-ésima empresa competitiva, y se denota:

$$y_j = f_j(l) \ tal \ que \ j \in J.$$

Propiedades de la función de producción

- (I) Creciente $(f'_i > 0)$, i.e. el trabajo es siempre productivo.
- (II) Cóncava $(f_j'' \le 0)$, i.e. está sujeta a la ley de rendimientos marginales decrecientes.

1.1. El problema de la firma

$$\max_{\{l\}} pf_j(l) - wl$$

- f_j Función de producción
- l Nivel de empleo
- p Precio del bien final
- w Precio del trabajo (salario)

Condición de optimalidad

$$l: pf'_j(l_j(w,p)) = w.$$

Definición 1.2 (Ganancias óptimas). Definimos las ganancias óptimas de la firma i como sique:

$$\pi_i(w, p) = pf_i(l_i(w, p)) - wl_i(w, p).$$

Definición 1.3 (Demanda laboral). La solución l_j de la condición de optimalidad del problema de la firma se conoce como demanda laboral de la firma j.

Definición 1.4 (Oferta de bienes). A la función $y_j(w, p)$ se le conoce como oferta de bienes de la empresa j.

Proposición 1.1

Las funciones de **demanda laboral** y **oferta de bienes** son homogéneas de grado 0.

Proposición 1.2

La función de ganancias óptimas es homogénea de grado 1.

Definición 1.5 (Función de utilidad). Sea una función $u_i(h,c)$, esta representa la utilidad del i-ésimo consumidor por ocio y consumo si, para cualquier par de alternativas $(h_0,c_0),(h_1,c_1) \in \mathbb{R}^2$, se tiene $u_i(h_0,c_0) < h_i(h_1,c_1)$ si y solo si el consumidor en cuestión prefiere la canasta (h_1,c_1) sobre la canasta (h_0,c_0) .

Propiedades de la función de utilidad

- (I) Continuamente diferenciable, i.e. existe u'_i continua.
- (II) Creciente $(u_i' > 0)$.
- (III) Monótona.
- (IV) Cuasicóncava.

1.2. El problema de los consumidores

$$\begin{aligned} \max_{\{h,c\}} \ u_i(h,c) \\ \text{sujeto a} \quad h+n = H_i, \\ pc = wn + \sum_{j \in J} \theta_{ij} \pi_j(w,p). \end{aligned}$$

O bien,

$$\begin{aligned} & \max_{\{h,c\}} \ u_i(h,c) \\ & \text{sujeto a} \quad wh + pc = wH_i + \sum_{j \in I} \theta_{ij} \pi_j(w,p). \end{aligned}$$

- θ_{ij} Acciones de la firma j
- c Consumo del bien final
- π_i Ganancias de la firma j
- p Precio del bien final
- w Precio del trabajo (salario)
- h Tiempo dedicado al ocio
- n Tiempo dedicado al trabajo
- H_i Unidades de tiempo disponibles

Condiciones de optimalidad

$$h: \frac{\partial u_i}{\partial h}(h^*, c^*) = \lambda^* w,$$

$$c: \frac{\partial u_i}{\partial c}(h^*, c^*) = \lambda^* p,$$

$$\lambda: wh^* + pc^* = wH_i + \sum_{i \in I} \theta_{ij} \pi_j(w, p).$$

Si $h^*, c^* > 0$, en el óptimo:

$$TMS(h^*, c^*) = \frac{w}{p} \text{ tal que } wh^* + pc^* = wH_i + \sum_{j \in J} \theta_{ij} \pi_j(w, p).$$

Definición 1.6 (Demanda de ocio). La demanda de ocio es una de las soluciones al problema de los consumidores y se denota:

$$h^* = h_i(w, p).$$

Definición 1.7 (Demanda de consumo). La demanda de consumo es una de las soluciones al problema de los consumidores y se denota:

$$c^* = c_i(w, p).$$

Definición 1.8 (Oferta laboral). Dadas nuestras unidades de tiempo disponibles, H_i , y nuestra demanda de consumo $h_i(w, p)$, definimos la **oferta laboral** como sique:

$$n_i(w,p) = H_i - h_i(w,p).$$

1.3. Equilibrio competitivo

Definición 1.9 (Equilibrio competitivo). Definimos el equilibrio competitivo como un vector de precios (w^*, p^*) y una asignación $\left(\left\{l_j^*, y_j^*\right\}_{j \in J}, \left\{h_i^*, c_i^*\right\}_{i \in I}\right)$ tales que:

(I) Todas las cantidades son óptimas a los precios (w^*, p^*) .

i.e.
$$\begin{split} l_j^* &= l_j(w^*, p^*), \\ y_j^* &= y_j(w^*, p^*), \\ h_i^* &= h_i(w^*, p^*), \\ c_i^* &= c_i(w^*, p^*). \end{split}$$

 (II) Las cantidades individuales vacían el mercado de bienes y el mercado laboral.

i.e.
$$\sum_{j \in J} y_i(w^*, p^*) = \sum_{i \in I} c_i(w^*, p^*), \ y$$

$$\sum_{j \in J} l_j(w^*, p^*) = \sum_{i \in I} \left[H_i - h_i(w^*, p^*) \right].$$

1.4. Maximización del bienestar social o problema del planificador central

$$\label{eq:max_def} \begin{aligned} & \underset{\{h,c,l\}}{\text{máx}} & u(h,c) \\ & \text{sujeto a} & h+l=H, \\ & c=f(l). \end{aligned}$$

O bien.

$$\max_{\{l\}} u(H-l, f(l)).$$

Condición de optimalidad

$$l: \frac{\frac{\partial u}{\partial h}(H - l^*, f(l^*))}{\frac{\partial u}{\partial c}(H - l^*, f(l^*))} = f'(l^*).$$

2. Aplicaciones del modelo estático de producción y consumo

Definición 2.1 (Demanda de consumo agregada). Definimos la demanda de consumo agregada como sigue:

$$C(w) = \sum_{i \in I} c_i(w).$$

Definición 2.2 (Demanda laboral agregada). Definimos la demanda laboral agregada como sigue:

$$L(w) = \sum_{j \in J} l_j(w).$$

Definición 2.3 (Ganancias agregadas). Definimos las ganancias agregadas como sigue:

$$\Pi(w) = \sum_{j \in J} \pi(w).$$

Definición 2.4 (Oferta laboral agregada). Definimos la oferta laboral agregada como sigue:

$$N(w) = \sum_{i \in I} n_i(w).$$

Definición 2.5 (Producción agregada). Definimos la producción agregada como sique:

$$Y(w) = \sum_{j \in J} y_j(w).$$

En caso de encontrarnos con agentes heterogéneos, recordemos que cada subgrupo de consumidores, o empresas, con ciertas características obtendrá demandas, u ofertas, agregadas representativas tales que la demanda, u oferta, agregada de todos los agentes será la suma de los agregados representativos.

Parte II Consumo en el tiempo Parte III Producción en el tiempo Parte IV Economía abierta Parte V Inversión y capital