การพยากรณ์ (forecasting)

เราสามารถแสดงแบบจำลอง $ARMA(p, q)$ ได้สามรูปแบบ ซึ่งเราสามารถใช้รูปแบบใดรูปแบบหนึ่งในการสร้างการพยากรณ์

กรณีใช้รูปแบบ $\underline{ARMA}$ ① $ARMA(1,1)$ $y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}$

$\underline{h} \curvearrowright h+1$ $y_{h+1} = \phi y_h + \underline{\varepsilon_{h+1}} + \theta \varepsilon_h$

$\underline{\hat{y}_h(1)} = E(y_{h+1} | F_h) = \phi y_h + \theta \varepsilon_h$

$e_h(1) = \varepsilon_{h+1}$

$Var(e_h(1)) = var(\varepsilon_{h+1}) = \sigma^2$

$h \curvearrowright h+2$ $y_{h+2} = \phi y_{h+1} + \varepsilon_{h+2} + \phi \varepsilon_{h+1}$

$\hat{y}_h(2) = E(y_{h+2} | F_h) = \phi \hat{y}_h(1)$

$e_h(2) = \phi(y_{h+1} - \hat{y}_h(1)) + \varepsilon_{h+2} + \phi \varepsilon_{h+1}$

การพยากรณ์ (forecasting)

p. 58

$ARMA(\underset{p,q}{1,1}) \rightarrow AR(\infty)$

กรณีใช้รูปแบบออโตรีเกรสซีฟอนันต์

$y_t = \pi_1 y_{t-1} + \pi_2 y_{t-2} + \dots + \varepsilon_t$

$h \rightarrow h+1$

$y_{h+1} = \pi_1 y_h + \pi_2 y_{h-1} + \dots + \varepsilon_{h+1}$

$\hat{y}_h(1) = E(y_{h+1} | F_h) = \pi_1 y_h + \pi_2 y_{h-1} + \dots$

ค่าพยากรณ์จะขึ้นอยู่กับ y ที่เป็นอดีตเท่านั้น

การพยากรณ์ (forecasting)

$ARMA(1,1) \rightarrow MA(\infty)$

กรณีรูปแบบมูววิ่งเอเวอเรจอนันต์

$y_t = \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots$

$h \curvearrowright h+1$

$y_{h+1} = \varepsilon_{h+1} + \psi_1 \varepsilon_h + \psi_2 \varepsilon_{h-1} + \dots$

$\hat{y}_h(1) = E(y_{h+1} | F_h) = \psi_1 \varepsilon_h + \psi_2 \varepsilon_{h-1} + \dots$

$e_h(1) = y_{h+1} - \hat{y}_h(1) = \varepsilon_{h+1}$

$h \curvearrowright h+2 \quad : \hat{y}_h(2) = \psi_2 \varepsilon_h + \psi_3 \varepsilon_{h-1} + \dots$

$e_h(2) = \varepsilon_{h+2} + \psi_1 \varepsilon_{h+1}$

$\hookrightarrow Var(e_h(l))$ มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ

$= (1 + \psi_1^2 + \psi_2^2 + \dots + \psi_l^2)\sigma^2$

Nonstationary series

GDP

$E(y_t)$ → ขจัด trend

อนุกรมเวลาทางเศรษฐกิจจำนวนมากมีพฤติกรรมที่มีแนวโน้ม(trend)หรือมีลักษณะไม่นิ่ง (non-stationary) ตัวอย่างเช่น ราคาสินทรัพย์ อัตราแลกเปลี่ยน GDP

รูปแบบแนวโน้มของข้อมูลว่าเกิดจากความไม่นิ่งหรือเป็นแนวโน้ม

การสร้างแบบจำลอง *ARMA* เราจำเป็นต้องทำการแปลงข้อมูลในนิ่งเสียก่อน ในขณะที่ถ้าข้อมูลมีแนวโน้มเราจำเป็นต้องขจัดแนวโน้มเสียก่อน

โดยที่กระบวนการที่มีลักษณะแนวโน้มอาจจะแบ่งได้เป็น (1) random walk with drift (2) trend stationary

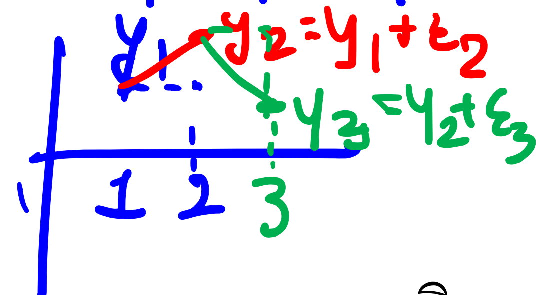
วิธีเดิม detrend (ก่อน 1970s)

1970 – นักเศรษฐศาสตร์ พบว่า GDP ของ...
ไม่ได้มีลักษณะ
มีแนวโน้ม trend
ที่ระบุชัดเจน (deterministic)

รูปแบบ 1 Random Walk with drift

Difference-stationary

Random Walk $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$

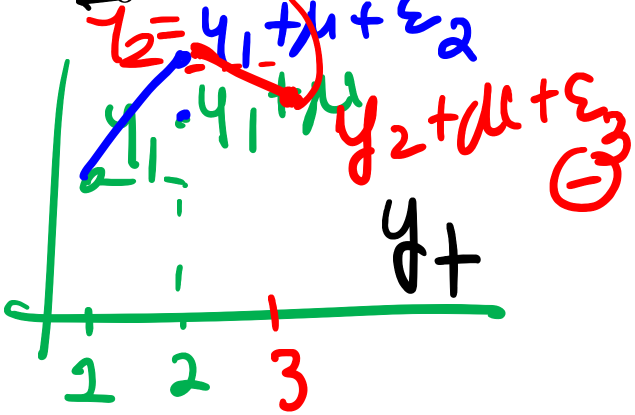


กำหนดให้ y_t เป็น random walk with drift

$$\boxed{y_t = \underline{\mu} + \underline{y_{t-1} + \varepsilon_t}} \qquad (2.68)$$

drift

โดย $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ และเราเรียก μ ว่าตัวสร้างแนวโน้ม (drift) หากเราสมมุติให้ $y_0 = 0$ จะได้



$$y_1 = \mu + y_0 + \varepsilon_1 = \mu + \varepsilon_1 \quad (y_0 \to 0)$$

$$y_2 = \mu + y_1 + \varepsilon_2 = 2\mu + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$y_3$$

$$\boxed{y_t = t \cdot \mu + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_t}$$

กระบวนการแนวเดินแบบสุ่มแบบมีแนวโน้มจะมีค่าคาดหมาย ($E(y_t)$) เท่ากับ

$$E(y_t) = E(t\mu + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_t) = t\mu + 0$$

ค่าความแปรปรวน ($Var(y_t)$) เท่ากับ

$$Var(y_t) = Var(t\mu + \varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_t) = t \cdot \sigma^2$$

(ค่าเฉลี่ยไม่คงที่)

(var ไม่คงที่)

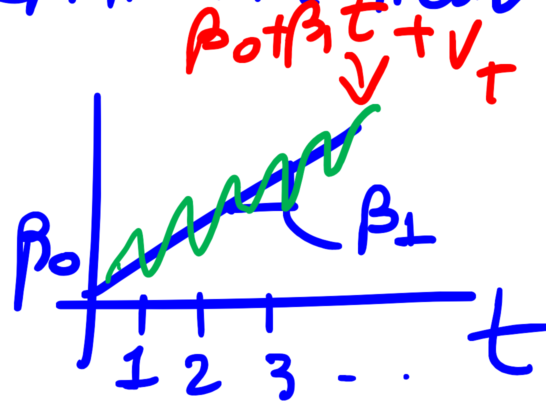
รูปแบบที่ 2 มีแนวโน้มชัดเจน (deterministic trend)

Trend- stationary

กำหนดให้ z_t เป็น trend-stationary

$$z_t = \underline{\beta_0 + \beta_1 t} + v_t \quad (2.70)$$

$\beta_0+\beta_1 t+v_t$

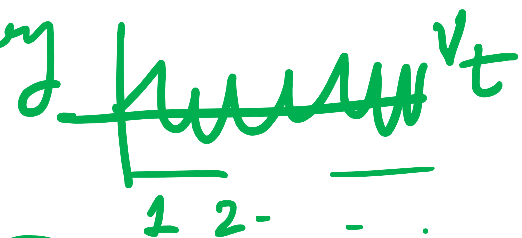


โดยที่ v_t เป็นอนุกรมนิ่งใดๆเช่น AR(1)

ค่าคาดหมายของ ($E(z_t)$) จะเท่ากับ

ค่าความแปรปรวน ($Var(z_t)$) จะเท่ากับ

stationary



$$\underline{E(Z_t)} = E(\beta_0+\beta_1 t+v_t) = \underline{\beta_0+\beta_1 t} + \underbrace{E(v_t)}_{}$$

ค่าเฉลี่ยของ z_t ไม่คงที่ (ขึ้นกับ t)

คงที่ (v_t เป็น stationary)

Difference- and Trend- stationary

Random walk with drift (stochastic trend)

Figure: ข้อมูลจำลองของกระบวนการแนวเดินแบบสุ่มแบบมีแนวโน้มและกระบวนการที่นิ่งหลังจากขจัดแนวโน้ม

deterministic trend

กระบวนการทั้งสองที่ได้ยกตัวอย่างมา เป็นกระบวนการที่ไม่นิ่ง (non-stationary) แต่มีคุณลักษณะที่แตกต่างกันดังนั้น วิธีการที่ใช้ในทำให้อนุกรมนิ่งจึงแตกต่างกัน

สูตรสำเร็จ ถ้ารูปแบบไม่สามารถแยกออกมาแต่ละส่วนได้ว่า y_t มี trend

- เพราะต้องใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแปลง y_t ให้เป็น stationary

กรณี Deterministic trend $y_t = \boxed{\beta_0+\beta_1 t} + z_t \Rightarrow$ detrend $y_t - (\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 t)$

กรณี R.W. with drift - การ detrend ไม่ได้ทำให้ y_t เป็น stationary เพราะต้องใช้การ difference

Difference-stationary

R.W. with drift $y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t$

$-y_{t-1}$ $\quad$ $-y_{t-1}$

$\boxed{\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \mu + \varepsilon_t}$ $\Rightarrow$ stationary ?

$E(\Delta y_t) = E(\mu + \varepsilon_t) = \mu$

$Var(\Delta y_t) = Var(\mu + \varepsilon_t) = Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$

วิธีการการทำ first difference $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$

$\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$ เราจะเรียกว่า second difference

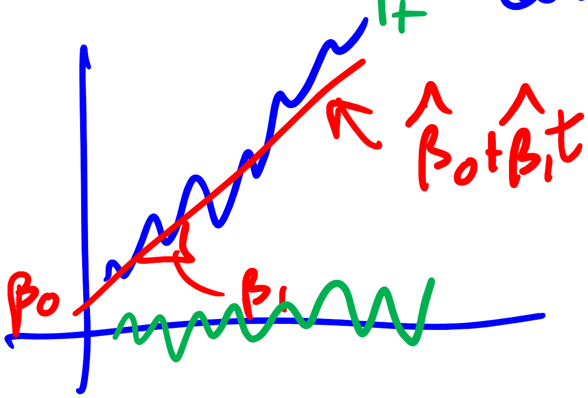
วิธีการดำเนินการผลต่างจะเหมาะกับอนุกรมเวลาที่เป็นกระบวนการนิ่งหลังจากดำเนินการผลต่าง โดยที่หากอนุกรมเวลา y_t เป็น stationary หลังจากการทำ first difference เราจะเรียกอนุกรมเวลา y_t Integrated of order 1 หรือ $I(1)$

y_t มีชื่อ difference-stationary

ในขณะที่อนุกรมเวลานิ่งจะคือ $I(0)$

วิธีการที่สองเหมาะกับอนุกรมที่เป็นกระบวนการนิ่งหลังจากกำจัดแนวโน้ม

(deterministic trend อาจใช้การ detrend



$y_t - (\hat\beta_0 + \hat\beta_1 t)$

(trend-stationary

การทดสอบยูนิทรูทในรูป AR(1)

RW. $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ (เป็นกรณีพิเศษของ AR(1))

$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t$; $\phi = 1$

เครื่องมือสำคัญที่ใช้ในการระบุว่าควรจะใช้วิธีการใดในการกำจัดแนวโน้ม คือการทดสอบยูนิทรูท (unit root test) → $\phi = 1$ $(z = 1)$

$(1 - \phi z) = 0$

Root ของ AR(1) $z = \frac{1}{\phi} = 1$ ⇒ unit root

สมมุติว่าเราพิจารณาแบบจำลอง $AR(1)$ ซึ่งเขียนได้ดังนี้

H_0: $\phi = 1$ (y_t เป็น unit root) → Nonstationary

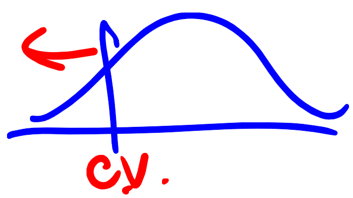
$$y_t = \phi y_{1-t} + \varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2) \qquad (2.71)$$

$\phi > 1$ ⇒ y_t เป็น Nonstationary

H_1: $\phi < 1$ ⇒ y_t เป็น stationary

การทดสอบยูนิทรูทมีพื้นฐานจากการทดสอบสมมุติฐานหลักว่าหาก $\phi = 1$ แล้ว y_t จะเป็น unit root และมีลักษณะเป็น random walk

ดังนั้นสมมุติฐานที่เราต้องการทดสอบคือ (หางเดียว)



$$H_0 : \phi = 1 \qquad (y_t \sim I(1)) \quad \text{unit root}$$

$$H_1 : \phi < 1 \qquad (y_t \sim I(0)) \quad \text{AR(1) เป็น stationary}$$

ตัวสถิติ $t = \dfrac{\hat{\phi} - 1}{se(\hat{\phi})}$ เปรียบเทียบกับ c.v.

ปฏิเสธ H_0 ถ้า $t <$ c.v.

การทดสอบยูนิทรูทในรูป AR(1)

เราสามารถประมาณค่าสมการ (2.71) ด้วย OLS และใช้ตัวสถิติที่เรียกว่าตัวสถิติ Dickey-Fuller t ซึ่งคำนวณได้โดย

$$t_{\phi=1} = \frac{\hat{\phi} - 1}{se(\hat{\phi})} \quad \sim$$

การทดสอบนี้เป็นการทดสอบหางเดียวทางซ้าย คือเราจะปฏิเสธสมมุติฐานหลักถ้าค่าตัวสถิติน้อยกว่าค่าวิกฤติ และสรุปว่าอนุกรมเวลาเป็นอนุกรมนิ่ง หากเราไม่สามารถปฏิเสธสมมุติฐานหลักได้ แสดงว่าอนุกรมดังกล่าวเป็นยูนิทรูท

ถ้า H_0 เป็นจริง $y_t \sim RW.$ $\rightarrow$ $\hat{\phi} \not\sim N$ $\Rightarrow t \not\sim t$ dist

$\Rightarrow$ Dickey Fuller เสนอ dist ใหม่. Dickey-Fuller t distribution (ไม่สามารถเปิดตาราง t ปกติ)

การทดสอบยูนิทรูทในรูป AR(1)

แปลง AR(1) โดยลบ y_{t-1}

$$y_t - y_{t-1} = \underbrace{(\phi - 1)}_{\pi} y_{t-1} + \varepsilon_t$$

สมการ (2.71) ที่เราใช้ในการทดสอบยูนิทรูทยังสามารถเขียนในรูป

$$t = \frac{\hat{\pi} - 0}{se(\hat{\pi})} \sim \text{DF t dist.}$$

$$\Delta y_t = \pi y_{1-t} + \varepsilon_t, \qquad (2.72)$$

$\pi = \phi - 1$

$H_0: \phi = 1 \Rightarrow \pi = 0$

$H_1: \phi < 1 \Rightarrow \pi < 0$

โดยที่ $\pi = (\phi - 1)$ ซึ่งในที่นี้การทดสอบยูนิทรูทจะเป็นการทดสอบ $H_0 : \pi = 0$ (unit root) และ $H_1 : \pi < 0$ (stationary)

ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบยูนิทรูทจะมีการแจกแจงที่ไม่เป็นมาตรฐานและไม่เป็นการแจกแจงแบบปกติเมื่อข้อมูลขนาดใหญ่เหมือนในกรณีทดสอบอื่นๆที่เราเคยพบมา Phillips (1987) ได้พิสูจน์ว่าหาก y_t เป็นยูนิทรูท $t_{\phi=1}$ และ $\boxed{T(\hat{\phi} - 1)}$ จะมีการแจกแจงแบบ Dickey-Fuller t และ Dickey-Fuller normalized bias

Normalized bias

การแจกแจง Dickey-Fuller

ตารางสำหรับการแจกแจง Dickey-Fuller สามารถใช้คำสั่ง `adfTable` ใน `library(fUnitRoots)` โดยสมการทดสอบมีได้ 3 รูปแบบ

`trend=c("nc")` - no constant เช่นในสมการ (2.72) (ในหัวข้อย่อยต่อไปจะพิจารณากรณีมีพจน์ค่าคงที่ และจุดตัด) และแสดงการแจงแจงของ t โดยระบุ `statistics=c("t")` ส่วนการแจกแจง Dickey-Fuller normalized bias จะต้องระบุว่า `statistics=c("n")`

ทดสอบ DF unit root ขึ้นอยู่กับรูปแบบของสมการที่เราประมาณค่า

$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t$ (ไม่มี constant)

No constant

+ stat

```
> library(fUnitRoots)
> adfTable(trend=c("nc"), statistic=c("t"))
$x
[1]  25  50 100 250 500 Inf

$y
[1] 0.010 0.025 0.050 0.100 0.900 0.950 0.975 0.990

$z
     0.010 0.025 0.050 0.100 0.900 0.950 0.975 0.990
 25  -2.66 -2.26 -1.95 -1.60  0.92  1.33  1.70  2.16
 50  -2.62 -2.25 -1.95 -1.61  0.91  1.31  1.66  2.08
100  -2.60 -2.24 -1.95 -1.61  0.90  1.29  1.64  2.03
250  -2.58 -2.23 -1.95 -1.62  0.89  1.29  1.63  2.01
500  -2.58 -2.23 -1.95 -1.62  0.89  1.28  1.62  2.00
Inf  -2.58 -2.23 -1.95 -1.62  0.89  1.28  1.62  2.00
```

T \ α

⇓ α = 0.05

> 500

CV.

การทดสอบ unit root

สิ่งสำคัญในการทดสอบยูนิทรูทคือการระบุว่าสมมุติฐานหลักและสมมุติฐานทางเลือกมีความเหมาะสมกับข้อมูลหรือ โดยเฉพาะแนวโน้ม โดยกรณีที่เราพบบ่อยมีสองกรณีคือกรณีมีค่าคงที่อย่างเดียว และกรณีมีค่าคงที่และแนวโน้ม

ในกรณีค่าคงที่อย่างเดียว สมการที่ใช้ในการประมาณค่าตัวสถิติทดสอบคือ

"c"

$$y_t = c + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{5}$$

$$\Delta y_t = c + \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$$

และสมมุติฐานที่เกี่ยวเนื่องคือ

$$H_0 : \phi = 1 \qquad (y_t \sim I(1) \text{without drift})$$

$$H_1 : \phi < 1 \qquad (y_t \sim I(0) \text{with non-zero mean})$$

การทดสอบ unit root

ในกรณีที่มีค่าคงที่และแนวโน้ม สมการที่ใช้ในการประมาณค่า

constant + trend

$$y_t = \boxed{c + \delta t} + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{6}$$

และสมมุติฐานที่เกี่ยวเนื่องกันคือ $\Delta y_t = \underline{c + \delta t} + \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$

$$H_0: \pi = 0 \equiv H_0 : \phi = 1 \qquad (y_t \sim I(1) \text{with drift})$$

$$H_1: \pi < 0 \quad H_1 : \phi < 1 \qquad (y_t \sim I(0) \text{with deterministic time trend})$$

โดยที่รูปแบบของสมการที่ใช้ในการทดสอบมักจะเป็นในรูป

$$\underline{\Delta y_t} = c + \underline{\pi} y_{t-1} + \varepsilon_t$$

และ

$$\Delta y_t = c + \delta t + \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Augmented DF test

Unit root

$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t$

Reg กับ time series

การทดสอบยูนิทรูทด้วยพจน์ที่เพิ่มเข้าไปโดยมีพื้นฐานจากแบบจำลอง $ARMA(p, q)$ แล้วเรียกว่า Augmented Dickey-Fuller ซึ่งตัวทดสอบสามารถประมาณค่าได้จากสมการ

Autocor.

$$\cancel{y_t = \beta'(D_t) + \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \psi_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t}$$

แก้ไขโดยใส่ lag ของ dep

หรือเราสามารถประมาณค่าสมการนี้

$\Delta y_{t-1}, \ldots, \Delta y_{t-p}$

AIC/BIC ใช้เลือก p

constant+trend

$$\Delta y_t = \beta' D_t + \pi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \psi_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

แก้ปัญหา Autocor.

โดยที่ $\pi = \phi - 1$ ซึ่งภายใต้สมมุติฐานหลัก Δy_t จะเป็น $I(0)$ และอนุมานได้ว่า $\pi = 0$

การทดสอบ $H_0: \pi = 0$ vs $H_1: \pi < 0$ Augmented DF unit root test

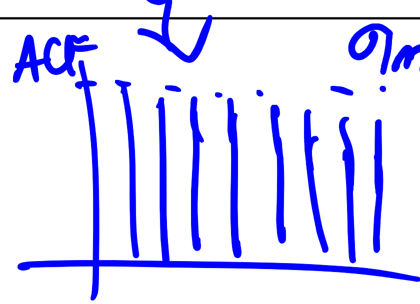
ตัวอย่าง 3.8

ทดสอบยูนิทรูทของ SET index รายวัน จากข้อมูลในไฟล์ `setindex.txt` แต่ในที่นี้เราจะใช้ชุดคำสั่ง `fUnitRoots` โดยเบื้องต้นเราจะพิจารณา ACF ของอนุกรมเวลาและอนุกรมเวลาที่ได้ปรับผลต่างอันดับหนึ่ง (first-differenced) จาก ACF ของอนุกรมเวลา `set$index` เราพบว่าน่าจะมีปัญหายูนิทรูทเนื่องจากค่า ACF ลดลงช้ามาก

* Package : fUnitRoots , urca

```
> set=read.table(file="setindex.txt", header=TRUE)
> library(fUnitRoots)
> acf(set$index)
> acf(diff(set$index))
> plot(diff(set$index),type="l")
```

ACF for Price Index



ดูที่ 1 สงสัยได้ว่า
น่าจะมีปัญหา
unit root

เราจะทดสอบยูนิทรูทโดยใช้ Augmented Dickey-Fuller test โดยคำสั่งที่ใช้ในที่นี้ค่า `adfTest` โดยเราต้องระบุค่าล่าของ y_t ที่เราจะรวมในสมการ โดยในที่นี้จะเลือก `lags=10` และรูปแบบของสมการ `type` (ไม่มีค่าคงที่ (`nc`), มีค่าคงที่ (`c`) และมีค่าคงที่และเส้นแนวโน้ม (`ct`)) จากกราฟ Δy_t เราพบว่ามีค่าจุดตัดต่างจากศูนย์แต่ไม่มีแนวโน้มดังนั้นเราจะเลือก `type=c("c")`

(fUnitRoots series P / constant

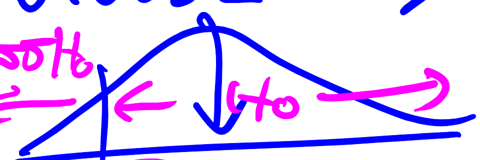
```
> adfTest(set$index, lags=10, type=c("c"))

Title:
 Augmented Dickey-Fuller Test

Test Results:
  PARAMETER:
    Lag Order: 10
  STATISTIC:
    Dickey-Fuller: -0.0682
  P VALUE:
    0.9501
```

t = -0.0682 > C.V. (-1.95)

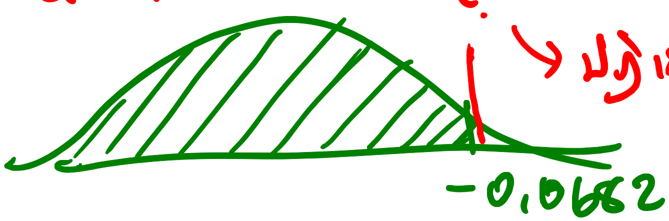
ไม่สามารถปฏิเสธ Ho



> α = 0.05

α =? เพื่อเราจะปฏิเสธ Ho (ไม่สามารถปฏิเสธ Ho)

→ ปฏิเสธ Ho



DF t distribution

Price Index เป็น unit root

(ไม่เป็น stationary)

ใส่ใน ARMA ไม่ได้ ... Yt

ARIMA

y_t ยังไม่เป็น stationary => แปลงให้เป็น stationary เพื่อใช้ ARMA

Definition 2

Integrated

เราจะเรียกกระบวนการ y_t ว่า $ARIMA(p,d,q)$ ถ้า $\Delta^d y_t = (1-L)^d y_t$ เป็นกระบวนการ $ARMA(p,d,q)$ หรือเราสามารถเขียนในรูปทั่วไปเป็น

AR(P) MA(q)

$$\phi(L)(1-L)^d y_t = \theta(L)\varepsilon_t \tag{7}$$

stationary

และถ้าหาก $E(\Delta^d y_t) = \mu$ เราสามารถเขียนแบบจำลองได้เป็น

$$\phi(L)(1-L)^d y_t = \delta + \theta(L)\varepsilon_t$$

โดยที่ $\delta = \mu(1-\phi_1 - ... - \phi_p)$

I(d) ⇐ เพราะต้องทำ diff กี่ครั้ง จนเป็น stationary ⇑ ค่า order of Integration

y_t เป็น unit root → แปลงให้เป็น stationary ด้วย difference

→ $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$? stationary => ทดสอบ ADF → Rej H_0 ⇒ Δy_t เป็น stationary

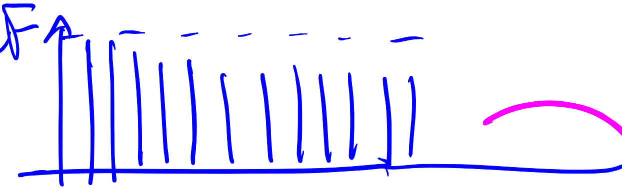
ไม่สามารถ Rej H_0

Δy_t ยังเป็น unitroot ⇒ $\Delta(\Delta y_t) = \Delta^2 y_t$ => ทดสอบ ADF

ARIMA

y_t

R.W. ACF



ไม่ใช่: เป็น unit root

ในทางปฏิบัติ เราสามารถแบ่งแยกขั้นตอนในการสร้างแบบจำลอง $ARIMA(p,d,q)$ ได้ดังนี้

สร้างแบบจำลอง

Nonstationary

1. พิจารณา ACF ของข้อมูลว่ามีข้อบ่งชี้ว่ามีปัญหาข้อมูลไม่นิ่ง (nonstationary) หรือไม่

   y_t เป็น stationary? (ถ้าไม่เป็น ⇒ diff กี่ครั้ง)

   1st diff
   2nd diff

2. ทดสอบยูนิทรูทว่ามีอินทิเกรตที่อันดับเท่าใด หรือหาค่า d นั่นเอง

   (stationary) ตัวแปรใหม่

3. หลังจากนั้นเราจะพิจารณาอนุกรม $z_t = \Delta^d y_t$ ว่าแบบจำลองที่เหมาะสมในการอธิบาย z_t ควรจะมีอันดับของ p และ q เท่าใด

   ARMA(p,q) ⇒ AIC/BIC

หลังจากที่เราได้ค่า d, p และ q แล้วเราก็จะได้แบบจำลอง $ARIMA(p,d,q)$

y_t

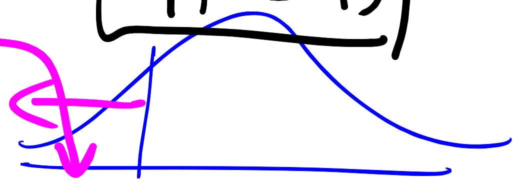
ตัวอย่างที่ 3.9

SET INDEX → unit root (Nonstationary)
first diff ของ set index

ต่อจากตัวอย่างที่ 2.8 เราพิจารณาว่า set index

ADF
$\Delta(\text{set index}_t)$

$$\boxed{Y_t \sim I(1)}$$



```
> adfTest(diff(set$index), lags=10, type=c("c"))
Title:
 Augmented Dickey-Fuller Test
Test Results:
  PARAMETER:
    Lag Order: 10
  STATISTIC:
    Dickey-Fuller: -16.7697
  P VALUE:
    0.01
> library(forecast)
> auto.arima(set$index
       ,d=1,D=0,max.p=12,max.q=12,ic=c("bic"),stepwise=FALSE,trace=FALSE)
Series: set$index
ARIMA(0,1,0)
sigma^2 estimated as 87.77:  log likelihood=-13312.56
AIC=26627.12   AICc=26627.12   BIC=26633.32
```

$t = -16.76$

$< \alpha(0.05)$

0,1,...,12

0,1,...,12

$CV = -1.95$

$t < CV$ ปฏิเสธ $H_0: \Delta Y_t$ เป็น unit root
แสดงว่า ΔY_t เป็น stationary

$p=0$ $q=0$

$\Delta Y_t = \varepsilon_t$ (ไม่มี lag ของ ΔY_t, ε_t)

$Y_t - Y_{t-1} = \varepsilon_t \rightarrow Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$

ซึ่งจากการใช้ BIC พบว่าอันดับที่เหมาะสมคือ $p = 0$ และ $q = 0$ ดังนั้น แบบจำลองที่เหมาะสมที่ใช้ประมาณค่า set index รายวันคือ ARIMA(0,1,0) หรือแบบจำลอง random walk นั่นเอง

$y_h + \varepsilon_{h+1}$

$y_{h+1} = y_h + \varepsilon_{h+1} \rightarrow \hat{y}_h(1) = E(y_{h+1} | F_h) = y_h$

- ราคาหลักทรัพย์ ⇒ unit root , ผลตอบแทน = ret_t ⇒ stationary.