

在介绍三类损失时，用二分类任务来展示它的计算方法，其他类型的任务可按此推广。

对于一训练集合 $D = \{X, Y\}$, x_i 为其中一个样本，对应的真实值为 $y_i = [y_{i0}, y_{i1}]$, $p_i = [p_{i0}, p_{i1}]$ 为两个类别的预测概率，其中 $y_{i0}, y_{i1} \in \{0, 1\}$, $p_{i0}, p_{i1} \in [0, 1]$ ，前者为取值为0或1，后者取值范围为[0,1]，样本数量为 N 。

1 交叉熵(CE)

在上述定义的二分类任务上，其交叉熵定义为：

$$CE = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j \in \{0,1\}} y_{ij} \log p_{ij}$$

从公式上可以看出，每个 x_i 样本对目标函数权重是一样的，这对于 imbalanced data 来说是不合适的，这就引出带权重的交叉熵损失函数。

2 带权重交叉熵(WCE)

$$Weighted \ CE = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i \sum_{j \in \{0,1\}} y_{ij} \log p_{ij}$$

其中 λ_i 为对应的样本权重，调整不同类型样本下在训练时的权重，一般样本数量越小，权重越大。

3 Focal Loss

Focal Loss 是一个在交叉熵(CE)基础上改进的损失函数，起初为了解决图像领域中目标检测任务中样本数量不平衡性的问题，以及样本的难易性问题。

$$Focal \ Loss = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha_i \sum_{j \in \{0,1\}} (1 - p_{ij})^\gamma \log p_{ij}$$

4 Dice Loss

Dice Loss原理是与F1值是一致的，Dice Loss是由F1值导向的，用其代替Cross Entropy，可以降低样本不平衡性的影响。

$$Dice\ Loss = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - \frac{2p_{i1}y_{i1} + \gamma}{p_{i1}^2 + y_{i1}^2 + \gamma})$$