1 Calcula los puntos donde se cortan las parábolas y = x^2, y = 2x^2 – 3ax + b. Discute todos los casos posibles dependiendo de los valores de a y b.

solve([y=x^2,y=2·x^2−3·a·x+ b], [x,y]);

$$[\left[x=-\frac{\sqrt{9\,a^2-4\,b}-3\,a}{2},y=-\frac{2\,b+3\,a\sqrt{9\,a^2-4\,b}-9\,a^2}{2}\right],$$

$$\left[x=\frac{\sqrt{9\,a^2-4\,b}+3\,a}{2},y=\frac{-2\,b+3\,a\sqrt{9\,a^2-4\,b}+9\,a^2}{2}\right]]$$

La discusión de casos de basa en lo que haya dentro de la raíz cuadrada: $9a^2$-4b. Las posibilidades son:

$9a^2$-4b>0, se traduce en una solución de la raíz cuadrada en forma de ±, lo que quiere decir que saldrían 2 puntos de corte.

$9a^2$-4b=0, quiere decir que $9a^2$ y 4b son el mismo número, es decir, que solo existe 1 punto de corte.

$9a^2$-4b<0, entonces no existe la raíz cuadrada (en los números reales), lo cual se traduce como 0 puntos de corte.

El dónde se ubiquen estos puntos de corte dependerá ya de los valores de a, b, pero con este análisis ya hemos determinado una generalización de todos los casos posibles.

2 Dibuja, en un mismo gráfico, la elipse de semiejes a=2 y b=5, y la recta de ecuación y=3−x. Calcular los puntos de corte de ambas curvas y dibujarlos sobre el primer gráfico.

El ejercicio no lo indica, así que asumimos centro 0 para la elipse. Su función es $x^2/a^2 + y^2/b^2=1$. Calculamos los puntos de corte resolviendo el sistema de ecuaciones con solve:

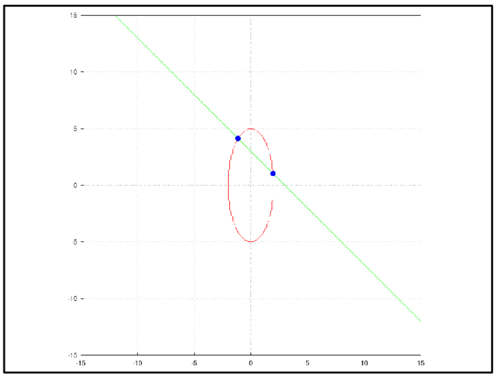
solve([$x^2/2^2+y^2/5^2$=1,y=3−x],[x,y]);

$$[\left[x=-\frac{4\,5^{3/2}-12}{29},y=\frac{4\,5^{3/2}+75}{29}\right],$$

$$\left[x=\frac{4\,5^{3/2}+12}{29},y=-\frac{4\,5^{3/2}-75}{29}\right]]$$

Y graficamos las funciones junto con los puntos obtenidos:

```
wxdraw2d(
   color=red,
   implicit(x²/2²+y²/5²=1, x, −15, 15, y, −15, 15),
   color=green,
   explicit(3−x, x, −15, 15),
   color=blue,
   point_size=2,
   point_type=7,
   points([[−(4·5^(3/2)−12)/29,(4·5^(3/2)+75)/29],[(4·5^(3/2)+12)/29,−(4·5^(3/2)−75)/2
   yrange=[−15,15],
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   grid=true,
   proportional_axes=xy
);
```



3 Calcula las soluciones de la ecuación 9*sin(x)+2 = (x³)/5.

Aunque contiene un seno, vamos a probar a usar solve. Sabemos que una función de grado impar siempre tiene, por lo menos, una solución real.

```
f(x):=9·sin(x) + 2 − (x³/5);
```

$$f(x):=9\sin(x)+2-\frac{x^3}{5}$$

```
solve(f(x),[x]);
```

$$[x=\frac{\left(\sqrt{3}\,5^{1/3}\,\%i-5^{1/3}\right)(9\sin(x)+2)^{1/3}}{2},x=-$$

$$\frac{\left(\sqrt{3}\,5^{1/3}\,\%i+5^{1/3}\right)(9\sin(x)+2)^{1/3}}{2}, x=5^{1/3}\,(9\sin(x)+2)^{1/3}]$$

La solución (real, a parte de las dos imaginarias) que nos da solve no es la mejor porque sigue conteniendo una "x". Vamos a probar con to_poly_solve.

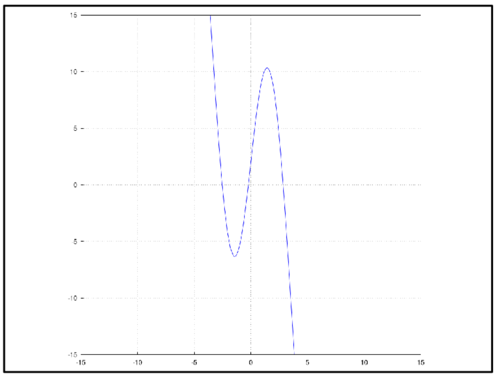
```
to_poly_solve([f(x)], [x]);
```

Unable to solve
Unable to solve
Unable to solve

$$\%solve\left(\left[9\sin(x)-\frac{x^3}{5}+2\right],[x]\right)$$

Tampoco nos ha servido, así que vamos con find_root. Find_root se basa en bolzano, así que necesitamos evaluar la función entre dos puntos de distinto signo. Graficamos f(x) para poder determinar estos puntos:

```
wxdraw2d(
   color=blue,
   explicit(f(x), x, −15, 15),
   yrange=[−15,15],
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   grid=true,
   proportional_axes=xy
);
```



Como vemos, la función hace 0 en 3 puntos distintos, así que haremos tres rangos para encontrar las 3 posibles soluciones. Si hiciéramos solo una evaluación (por ejemplo, de -5 a 5), find_root solo nos daría la última solución encontrada, no todas las posibles.

Las posibles soluciones son:

```
find_root(f(x), x, −5, −1);
```

$$-2.52362368336163$$

```
find_root(f(x), x, −1, 1);
        −0.2243504744091975
find_root(f(x), x, 1, 5);
        2.846846442339587
```

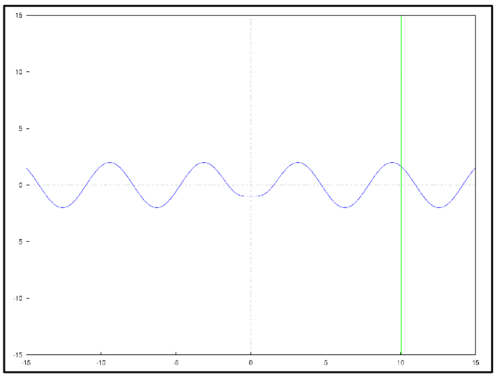
4 ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación e^-x^2 = 2*cos(x) en [−10,10]? ¿Cuáles son esas soluciones?

```
find_root(exp(−x^2)−2·cos(x), x, −10, 10);
```

find_root: function has same sign at endpoints: f(−10.0)= 1.678143058152905, f(10.0)=1.678143058152905
−− an error. To debug this try: debugmode(true);

Al intentar abordar la ecuación con find_root nos da error. Esto se debe a que find_root se basa en el teorema de bolzano y, como podemos ver en la gráfica, los puntos -10, 10 de la función (marcados con rectas verdes) son ambos positivos.

```
wxdraw2d(explicit (exp(−x^2)−2·cos(x), x, −15, 15),
        color=green,
        implicit(x=10+y·0,x,−15,15,y,−15,15),
        color=green,
        implicit(x=−10+y·0,x,−15,15,y,−15,15),
        yrange=[−15,15],
        yaxis=true,
        xaxis=true);
```



Para sortear este problema, vamos a analizar el tramo -10, 10 en tandas: haremos una evaluación por cada 0 que haga la función. Pero como es simétrica respecto al eje "y", podemos hacer la mitad de evaluaciones y simplemente cambiar el signo a los resultados:

```
find_root(exp(−x^2)−2·cos(x), x, −10, −5);
        −7.853981633974483
find_root(exp(−x^2)−2·cos(x), x, −5, −3);
        −4.712388980498129
```

```
find_root(exp(−x^2)−2·cos(x), x, −3, 0);
```

$$-1.52137201465511$$

Por lo tanto, las 6 posibles soluciones de la ecuación en el tramo
-10,10 son:
-7.853981633974483, -4.712388980498129,
-1.52137201465511,
7.853981633974483, 4.712388980498129,
1.52137201465511