1 Ejercicio 4.1: Calcula los puntos donde se cortan las parábolas y= x^2 , y = $2x^2$ + ax + b. Discute todos los casos posibles dependiendo de los valores de a y b.

```
solve([y=x^2, y=2·x^2+ax+b], [x,y]);
```

$$\left[[x=-\sqrt{-b-ax}, y=-b-ax], [x=\sqrt{-b-ax}, y=-b-ax]\right]$$

Lo que va a marcar la diferencia es la raíz cuadrada, o sea, -b-ax:
-Si -b-ax > 0: la raíz se podrá solucionar y nos dará una solución en forma ±x, por lo tanto tendríamos dos puntos de intersección distintos.
-Si -b-ax < 0: la raíz no tiene solución, por lo tanto no se cortan las funciones.
-Si -b-ax = 0: en tal caso, la solución de la raíz es 0, así que las funciones intersectan en ese único punto.

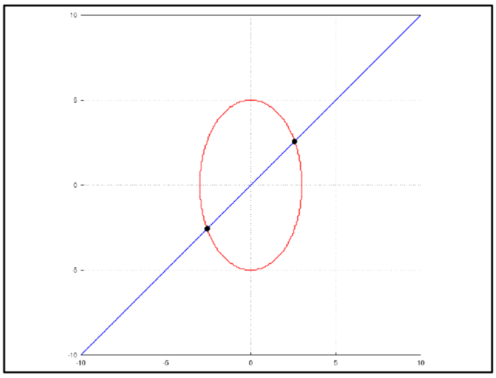
2 Ejercicio 4.2: Dibuja, en un mismo gráfico, la elipse de semieje horizontal a = 3 y de semieje vertical b = 5 y la bisectriz del primer cuadrante. Calcula los puntos donde se cortan ambas curvas.

Asumimos centro 0 para la elipse.

```
solve([y=x, x^2/3^2+y^2/5^2=1],[x,y]);
```

$$\left[\left[x=-\frac{15}{\sqrt{34}}, y=-\frac{15}{\sqrt{34}}\right], \left[x=\frac{15}{\sqrt{34}}, y=\frac{15}{\sqrt{34}}\right]\right]$$

```
wxdraw2d(
   color=red,
   line_width=2,
   implicit(x^2/3^2+y^2/5^2=1, x, −10, 10, y, −10, 10),
   color=blue,
   explicit(x, x, −10, 10),
   color=black,
   point_type=7,
   point_size=2,
   points([[−15/sqrt(34),−15/sqrt(34)],[15/sqrt(34),15/sqrt(34)]]),
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   proportional_axes=xy,
   grid=true
);
```



3 Ejercicio 4.3:

3.1 a) Comprueba que los puntos A = – 7, −1 y B = 7, 1 pertenecen a las graficas de las dos curvas siguientes: la circunferencia de centro (0, 0) y radio 8 y la hipérbola de ecuación $x^2 - y^2 = 6$.

Para ver si el punto pertenece (a parte de verlo en la gráfica) podemos hacer solve sustituyendo x e y por los puntos dados. Nos devolverá una lista vacía si no pertenece, mientras que si sí pertenece, nos devolverá un "all", dado que se da un 0=0.

```
solve(−7^2−1^2=8^2);
```

solve: variable list is empty, continuing anyway.

[ ]

```
solve(7^2+1^2=8^2);
```

solve: variable list is empty, continuing anyway.

[ ]

```
solve((−7)^2−(−1)^2=6);
```

solve: variable list is empty, continuing anyway.

[ ]

```
solve(7^2−1^2=6);
```

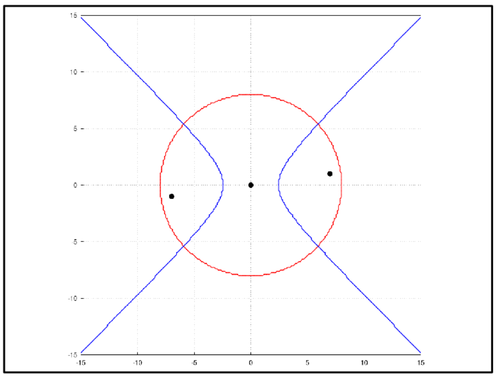
solve: variable list is empty, continuing anyway.

[ ]

Los puntos dados no pertenecen a ninguna de las dos curvas.

3.2 b) Dibuja, en un mismo gráfico, las dos curvas anteriores, así como los puntos A y B y el centro de la circunferencia dada. Utiliza opciones de color y grosor de línea para diferenciar los distintos objetos representados.

```
wxdraw2d(
   color=red,
   line_width=2,
   implicit(x^2+y^2=8^2, x, −15, 15, y, −15, 15),
   color=blue,
   implicit(x^2−y^2=6, x, −15, 15, y, −15, 15),
   color=black,
   point_type=7,
   point_size=2,
   points([[−7,−1],[7,1],[0,0]]),
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   proportional_axes=xy,
   grid=true
);
```



3.3 c) En el gráfico anterior, dibuja también la recta que une los puntos representados.

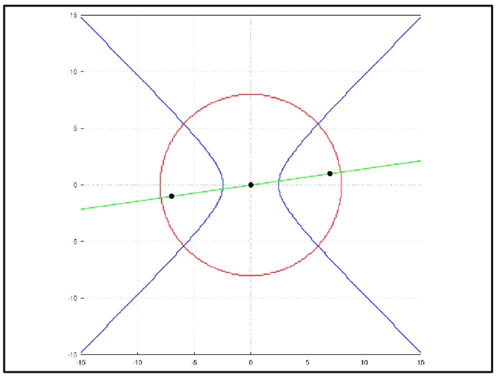
Para calcular la recta que une dos o más puntos tenemos que resolver el sistema de ecuaciones de la ecuación fundamental de la recta (y=mx+a)

```
solve([−1=(m·−7)+a, 1=(m·7)+a],[m,a]);
```

$$\left[\left[m=\frac{1}{7},a=0\right]\right]$$

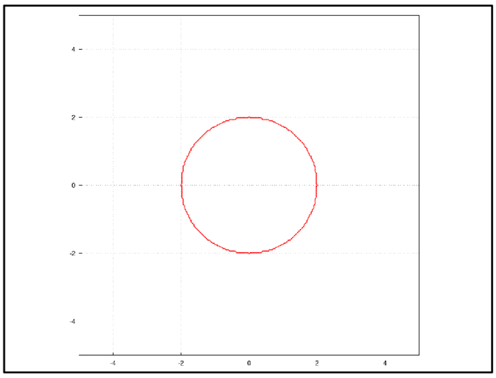
Es decir, la ecuación que une los dos puntos es la que tiene por m=1/7 y a=0: y=7*x

```
wxdraw2d(
   color=red,
   line_width=2,
   implicit(x^2+y^2=8^2, x, −15, 15, y, −15, 15),
   color=blue,
   implicit(x^2−y^2=6, x, −15, 15, y, −15, 15),
   color=green,
   explicit(x/7, x, −15, 15),
   yrange=[−15,15],
   color=black,
   point_type=7,
   point_size=2,
   points([[−7,−1],[7,1],[0,0]]),
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   proportional_axes=xy,
   grid=true
);
```



4 *Ejercicio 4.4: Consideremos la circunferencia de centro (0, 0) y radio 2. Dibújala. Ahora consideremos un rectángulo centrado en el origen e inscrito en ella. Determina el rectángulo así construido cuyo área sea 1.*

```
wxdraw2d(
  color=red,
  line_width=2,
  implicit(x²+y²=2², x, −5, 5, y, −5, 5),
  yaxis=true,
  xaxis=true,
  proportional_axes=xy,
  grid=true
);
```



Otra forma de plantear este ejercicio es determinar un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa pasa por (0,0) y es de longitud 2r (4), cuyo área sea 0.5. Me parece una aproximación más fácil porque cuando determinemos los catetos tendremos los lados del rectángulo, y este estará centrado en 0.

El área de un triángulo es (b*h)/2, y la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma del cuadrado de los catetos. Como sabemos que el área tiene que resultar 0.5, y la hipotenusa mide 4, tenemos datos suficientes como para plantear un sistema de ecuaciones:

```
numer:true;
solve([(b·h)/2=0.5, 4²=b²+h²],[b,h]);
```

true

rat: replaced -0.5 by -1/2 = -0.5
rat: replaced 0.5 by 1/2 = 0.5

$$[[b=-3.992149036946613, h=-0.2504916501726719], [b=3.992149036946613, h=0.2504916501726719], [b=-0.2504916501726711, h=-3.992149036946614], [b=0.2504916501726711, h=3.992149036946614]]$$

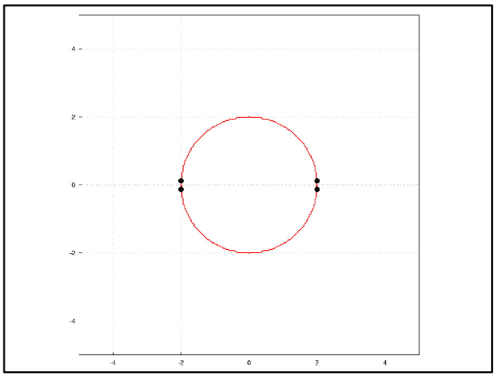
Hemos obtenido 4 soluciones, que nos dan justo lo que necesitamos: el tamaño de los catetos.
Es decir: tenemos un triángulo rectángulo, hipotenusa 4, base 3.99.., altura 0.25..
Si tomamos ese triángulo y los rotamos con eje en la hipotenusa, entonces obtenemos nuestro rectángulo área 1 enclaustrado en el círculo (con base 3.99.... y altura 0.25).

```
−3.992149036946613·−0.2504916501726719;
```

0.9999999999999999

Como vemos, el área de este rectángulo sería ~1. Podemos representarlo (con puntos) si tomamos las longitudes y las dividimos entre 2 (ya que está centrado en el 0,0) y ubicamos un punto en cada cuadrante del sistema de coordenadas:

```
wxdraw2d(
   color=red,
   line_width=2,
   implicit(x^2+y^2=2^2, x, −5, 5, y, −5, 5),
   color=black,
   point_type=7,
   point_size=2,
   points([[−3.992149036946613/2,−0.2504916501726719/2],
             [3.992149036946613/2,0.2504916501726719/2],
             [−3.992149036946613/2,0.2504916501726719/2],
             [3.992149036946613/2,−0.2504916501726719/2]]),
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   proportional_axes=xy,
   grid=true
);
```



Obviamente, la versión de base 0.25.. y altura 3.99.. sería exactamente igual de válida.

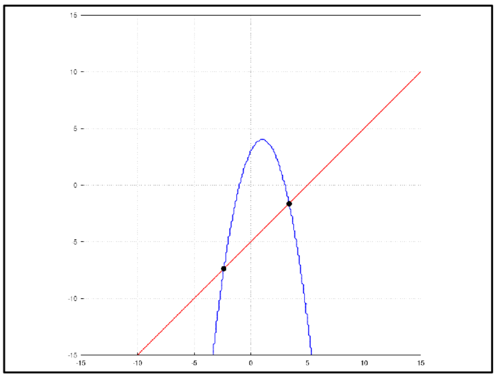
5 *Ejercicio 4.5: Representa gráficamente y determina los puntos de corte de las siguientes curvas:*

5.1 a) La recta x – y = 5 y la parábola $(x – 1)^2 + y = 4$

```
solve([x−y=5, (x−1)^2+y=4],[x,y]);
```

$[[x=-2.372281323269014, y=-7.372281323269014],$
$[x=3.372281323269014, y=-1.627718676730986]]$

```
wxdraw2d(
   color=red,
   line_width=2,
   implicit(x−y=5, x, −15, 15, y, −15, 15),
   color=blue,
   line_width=2,
   implicit((x−1)^2+y=4, x, −15, 15, y, −15, 15),
   color=black,
   point_type=7,
   point_size=2,
   points([[−2.372281323269014,−7.372281323269014],
         [3.372281323269014,−1.627718676730986]]),
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   proportional_axes=xy,
   grid=true
);
```

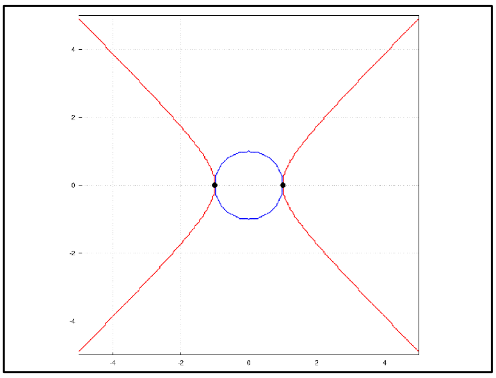


5.2 b) La hipérbola equilátera y la circunferencia de centro (−1, 1) y radio 1

```
solve([x^2−y^2=1, x^2+y^2=1^2],[x,y]);
```

$$[[x=-1,y=0],[x=1,y=0]]$$

```
wxdraw2d(
   color=red,
   line_width=2,
   implicit(x^2−y^2=1, x, −5, 5, y, −5, 5),
   color=blue,
   line_width=2,
   implicit(x^2+y^2=1, x, −5, 5, y, −5, 5),
   color=black,
   point_type=7,
   point_size=2,
   points([[−1,0],
           [1,0]]),
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   proportional_axes=xy,
   grid=true
);
```



5.3 c) Las circunferencias de centro (0, 0) y radio 2 y la de centro (−1, 3) y radio 3

```
to_poly_solve([(x+1)^2+(y−3)^2=3^2, x^2+y^2=2^2],[x,y]);
```

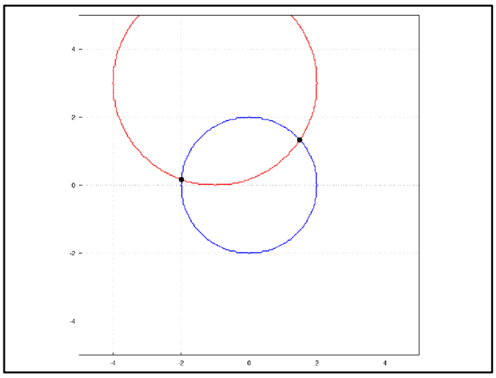
%union(?)

Ayudamos un poco a maxima para ver si puede calcularlo:

```
to_poly_solve([x^2+2·x+y^2−6·y=−1, x^2+y^2=2^2],[x,y]);
```

%union(
$[x=-1.992842505793338, y=0.1690524980688874]$,
$[x=1.492842505793338, y=1.330947501931113]$)

```
wxdraw2d(
   color=red,
   line_width=2,
   implicit((x+1)^2+(y−3)^2=3^2, x, −5, 5, y, −5, 5),
   color=blue,
   line_width=2,
   implicit(x^2+y^2=2^2, x, −5, 5, y, −5, 5),
   color=black,
   point_type=7,
   point_size=2,
   points([[−1.992842505793338,0.1690524980688874],
          [1.492842505793338,1.330947501931113]]),
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   proportional_axes=xy,
   grid=true
);
```



6 Ejercicio 4.6: Resolver la ecuación logarítmica: log(x) + log(x + 1) = 3

```
solve(log(x)+log(x+1)=3);
```

$$[\log(x)=3-\log(x+1)]$$

No puede, así que vamos a ayudar a maxima. Según las propiedades de los logaritmos: log(x*y)=log(x)+log(y)

```
solve(log(x^2+x)=3);
```

rat: replaced 20.08553692318767 by 138664461/6903697 = 20.08553692318768
rat: replaced 20.08553692318768 by 130268104/6485667 = 20.0855369231877
rat: replaced -1.54186146158907e-7 by -1/6485667 = -1.54186146158907e-7
rat: replaced 5.849415397709724e+7 by 219645548184/3755 = 5.84941539770972
rat: replaced 5.849415397709724e+7 by 219645548184/3755 = 5.84941539770972

$$[x=-5.009494087277161, x=4.009494087277161]$$

7 Ejercicio 5.1: Calcula las soluciones de 8*sen(x) + 1 – (x^2/3) = 0 en el intervalo 0, π^2.

```
find_root(8·sin(x)+1−(x^2/3)=0, x, 0, %pi^2);
```

2.911390148275935

8 Ejercicio 5.2: Encuentra una solución de la ecuación tan(x) = 1/x

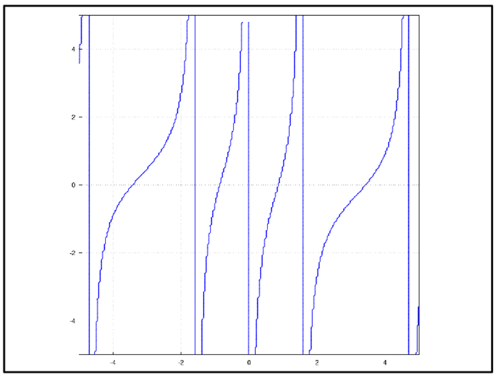
```
to_poly_solve([tan(x)=1/x], [x]);
```

Unable to solve
Unable to solve
Unable to solve

$$\%solve\left(\left[\tan(x)=\frac{1}{x}\right],[x]\right)$$

Como no podemos resolverlo con to_poly_solve, vamos a graficarla para determinar un tramo en el que podamos usar find_root.

```
wxdraw2d(
   color=blue,
   line_width=2,
   implicit(tan(x)− (1/x) = y, x, −5, 5, y, −5, 5),
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   proportional_axes=xy,
   grid=true
);
```



Recordamos que las líneas rectas no existen realmente, es como maxima lidia con los saltos en la gráfica. El ejercicio nos pide una solución a esta ecuación, así que vamos a tomar un rango en el cual la función cambie de signo. Por ejemplo, [-4,-2].

```
find_root(tan(x)=1/x, x, −4, −2);
```

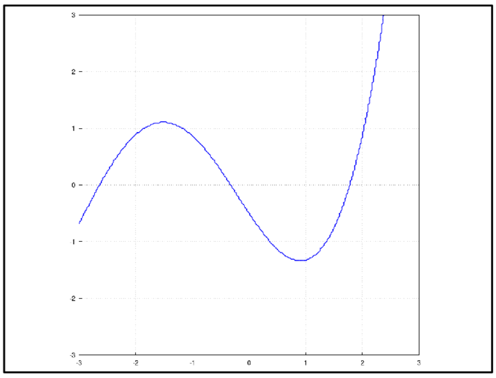
−3.425618459481728

9 Ejercicio 5.3: ¿Cuantas soluciones tiene la ecuación (e^x)/2 – 2 sen(x) = 1 en el intervalo [–3, 3]?

Como este ejercicio nos pide cuántas soluciones tiene, vamos a graficarlo primero:

```
wxdraw2d(
   color=blue,
   line_width=2,
   implicit((%e^x)/2 − 2·sin(x) −1 = y, x, −3, 3, y, −3, 3),
   yaxis=true,
   xaxis=true,
   proportional_axes=xy,
   grid=true
);
```

rat: replaced 0.5 by 1/2 = 0.5



Esta función tendrá tres soluciones en el tramo -3,3 porque hace 0 tres veces. Para averiguarlas, tomamos tres intervalos con signos distintos y resolvemos con find_root.

```
find_root((%e^x)/2 − 2·sin(x) = 1, x, −3, −2);
```

−2.638504920054618

```
find_root((%e^x)/2 − 2·sin(x) = 1, x, −1, 0);
```

−0.3250774115853095

```
find_root((%e^x)/2 − 2·sin(x) = 1, x, 1, 3);
```

1.777470414209466