

Solutions

ACM/ICPC 2017 ECL-Final

Practice Round

A. Trapezoid Counting

先处理等腰梯形腰和上下底边都不相同的情况。

然后处理等腰梯形的腰跟长边或短边相等的情况。

最后减去退化成平行四边形的情况，就是结果。

B. Center

题意: 在一个二维平面上有若干个点 (X_i, Y_i) , 求一个中心 (X, Y) (不需要是给定的点), 使得 $\sum_{i=0}^{N-1} \max(|X - X_i|, |Y - Y_i|) \times W_i$ 最小。

将坐标轴旋转45度, 适当缩放后, 所求的答案就变成了

$$\sum_{i=0}^{N-1} (|X - X'_i| + |Y - Y'_i|) \times W_i$$

此时X和Y是独立的, 拆开分别求解即可。

C. The 4m Corporation

先处理MAX=MIN的情况。

然后根据MAX, MIN先设好两个数, 再把MEDIUM放好, 然后两边尽力把平均数往AVERAGE靠, 最后如果能够靠到, 就有解, 否则就无解。

D. Card Game

仔细研究规则以后发现，其实这是个图，只要求出这个图的最小生成树，就可以把除了一个点以外的所有的点都删掉。

Final Round

Problem A. Chat Group

求 $2^N - \sum_{i=0}^{K-1} \binom{N}{i}$

$$\binom{N}{i+1} = \binom{N}{i} \times (n-i)/(i+1)$$

预处理逆

Problem B. Scapegoat

可以证明, 给每个Inkling增加一个trouble, 方差的增量是单调递增的。

所以只需要建一个堆, 每次给增量最小的Inkling一个trouble即可。

Problem C. Traffic Light

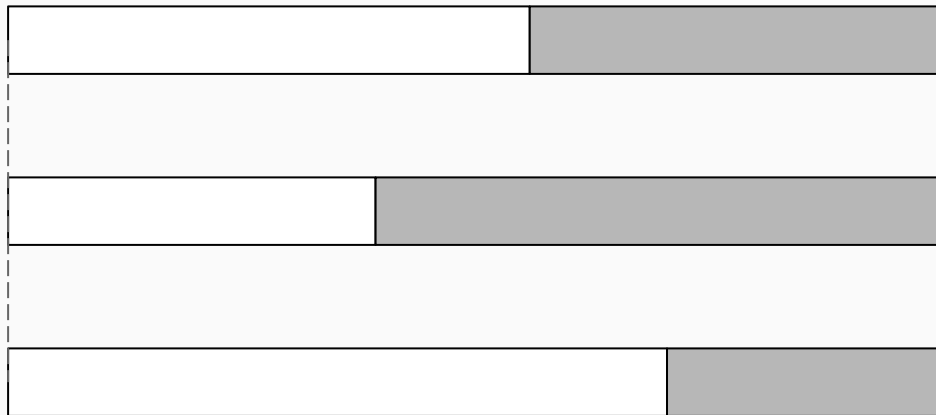
最优策略: 每当Mr. Ang遇到红灯时, 后面全是绿灯。

因为所有灯的周期都一样

可以先忽略交通灯之间的时间

把红灯结束时间对齐即可

答案为 $\max(b_i) + \sigma(s_i)$



Problem D. Mr. Panda and Geometric Sequence

枚举公差 p/q , 那么等比数列前三项应该为 kp^2, kpq, kq^2 (k 为正整数)

再枚举 k , 这样就能不重复地枚举出所有 10^{15} 内满足要求的数字。

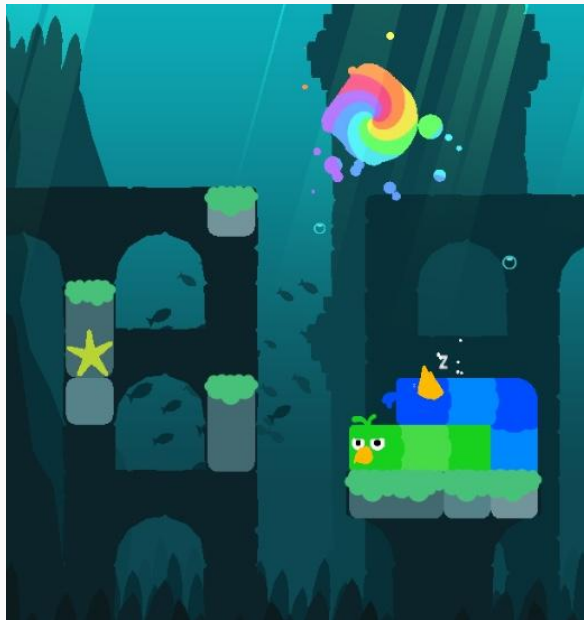
一共只有几百万个满足要求的数, 每次询问二分查找即可。

Problem E. Snakebird

大模拟题

由于保证最多3条snakebird, 以及食物和长度总和不超过10, 所以状态非常有限。

8个sample基本cover了所有情况, 只要根据规则写完过了sample, 基本就能AC了。



Problem F. Good Number

首先不考虑环, 即只要求所有的后缀都不大于从原串:

可以使用KMP算法找到第一个位置使得 $s[pos] > s[next(pos - 1) + 1]$ 。显然, $s[pos]$ 必须修改。若要使得最终串的字典序最大, 则答案一定是重复 $s[0..pos]$, 直到有 N 个字符为止。

考虑环状置换:

- 若 $N \% (pos + 1) == 0$, 显然将 $s[0..pos]$ 重复 $N / (pos + 1)$ 次即可。
- 若 $N \% (pos + 1) != 0$, 则上述算法(非环状)构造的最后一个非0字符会导致最终结果不是一个好数(因为 $s[0]$ 是最大的), 此时要将最后一位非0字符减一, 然后不断重复该过程即可。

本题也可以使用环状最小表示算法解决, 复杂度均为线性。

Problem G. Image Recognition

- 对于任意一个图片子集，可以找到一个像素将它划分成两个子集
- 递归划分图片至每个集合只有一张图片
- 划分的过程可以可以建成一棵树
- 对于一组询问构成的子树，输出每个分叉点的划分集合的像素即可
 - 这些分叉点的集合就是 dfs 序中所有相邻两个点的 lca

Problem H. Mr. Panda and Birthday Song

题意: 给一个带有小写字母和问号的字符串。问是否存在一种方案, 使得将所有问号替换成小写字母之后, 连续的元音字母个数小于 X 个, 且连续的辅音字母个数小于 Y 个。

动态规划

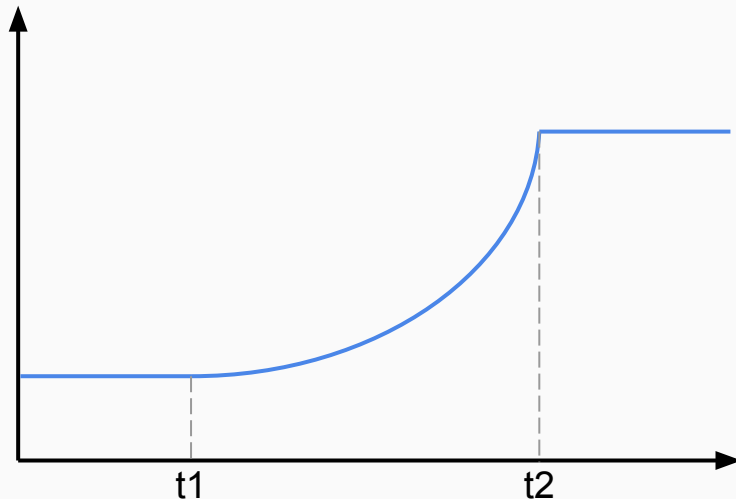
$f(i, 0/1)$ 表示以第 i 个字母结尾的合法字符串(没有任何一种音素超过限制), 其中第 i 个字母是元音/辅音, 与第 i 个字母连在一起且音素相同的字母个数的最小值。

Problem I. PUBG

题意:从平面中某个起点跑向移动中的圆(毒圈), 毒圈外有持续伤害, 问如何规划线路使得受到的总伤害最少。

考虑起点到圆周的关于时间的函数

—— 下凸的单调增函数



Problem I. PUBG

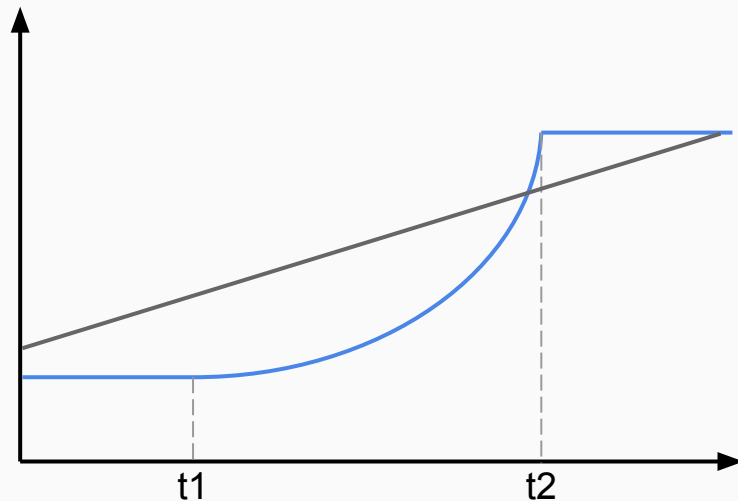
- 起点在圆内:

最优策略下, 被毒圈追上后无法再追上毒圈

三分被毒圈追上的时间, 得到此时毒圈的位置与半径

被追上前, 直线跑向此时的毒圈

被追上后, 直线跑向最终的毒圈



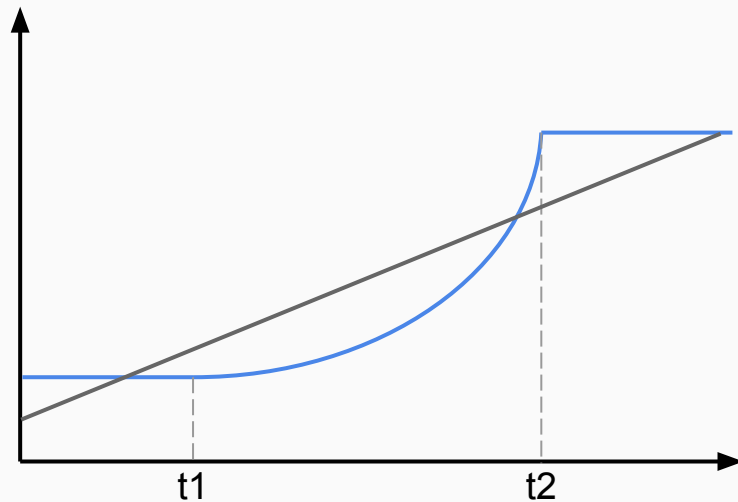
Problem I. PUBG

- 起点在圆外：

三分追上毒圈的时间，得到此时毒圈的位置与半径

追上毒圈前，直线跑向此时的毒圈

追上毒圈后，套用“起点在圆内”的情况



Problem J. Straight Master

题意:对于一副特殊的扑克牌, 给定每种点数的牌数, 问是否可以恰好拆分成若干个长度为3-5的顺子。

长度 >5 的顺子一定可以拆成若干个长度为3-5的顺子。将原序列差分, 然后扫描贪心即可。

特殊情况:一手空牌是 Yes。

Problem K. Downgrade

题意的问题比较多。

只要把每个级别需要的小级数总和存下来。

然后每次二分就可以求出下一次的大级和小级了。

最后，如果某次级别不变了，那就永远不会变了。

Problem L. SOS

首先可以证明当 N 为奇数时, 只有Mr. Panda可能赢, N 为偶数时, 只有Mr. Sheep可能赢。

当 $n \geq 15$ 时候, Mr. Panda和Mr. Sheep都可以轻松制造出S..S, 于是轻松获胜。

$n < 15$ 的时候状态最多 3^{15} , 直接dp就可以了。

Problem M. World Cup

世界杯63场比赛, 已知小组赛门票, 1/8决赛门票, 1/4决赛门票, 半决赛门票, 以及决赛门票价格。买了若干张门票, 求价格总和。

直接做, 注意答案超出 `int32`。