

Calculs élémentaires sur les radicaux (racines carrées)

I Définition

Soit a un nombre entier naturel, $a^2 = b$ si et seulement si b est un nombre positif unique. On peut également noter $a = \sqrt{b}$. D'après la définition, on déduit que $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$.

Soit a un nombre entier relatif, $a^2 = b$ peut avoir zéro, une, ou deux solutions. Si b est un nombre strictement négatif, alors l'équation n'a pas de solution. Si b vaut zéro, alors l'équation a pour solution $a = 0$. Enfin, si b est strictement positif, alors l'équation admet deux solutions : $a = \sqrt{b}$ et $a = -\sqrt{b}$.

Remarque : le symbole utilisé pour écrire les racines peut faire penser à un $\sqrt{}$, mais c'est un R stylisé. Il ne s'agit pas du R de racine, mais de celui de « radical ». En effet pour parler des racines carrées, on peut aussi employer le mot « radicaux ».

II Multiplication

Si a et b sont deux nombres positifs, alors $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

D'après la définition, $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \times (\sqrt{b})^2 = ab$

III Quotient

Si a et b sont deux nombres positifs, et b différent de zéro, alors $\sqrt{a}/\sqrt{b} = \sqrt{a/b}$