

Quantitative Analytics.

Lectures. Week 3.

Торговля опционами – Антон Филатов | 3 лекция

Kamenskaya Elizaveta

1 октября 2022 г.

## Contents

<b>1</b>	<b>Ставки, дисконт-фактор</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Случаи в опционах</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Ставки турецкой лиры.</b>	<b>7</b>

# 1 Ставки, дисконт-фактор

В реальности стоимость опциона зависит не от текущей цены underlying (базового актива), а от его цены, которую предполагает рынок в будущем, на момент экспирации.

## Пример 1.

Есть опцион USD Call RUB Put, со сроком  $T = 1$  год, страйком  $k = 71$ , номиналом 100m\$ (100 миллионов долларов) Спот  $S = 71$ .

Кажется, что опцион в деньгах, на самом деле не точно. Пусть ставка для рубля  $r^R = 7.5\%$  и ставка для доллара  $r^S = 1\%$ . Чему равен годовой форвард (курс в будущем) для рубля?

$$FwD_{1y} = (1 + (r^R - r^S)) * S = (1 + 1,065) * 71 = 75,615$$

*Цитата из лекции: “когда говорят, что рынок так думает, это по определению означает, что вы можете сделать сделку, Market Value которой будет ноль при том значении, который рынок думает. То есть если вы покупаете доллар по 75,6, вы ничего не заработаете, ничего не потеряете” (вероятно под словом “покупаете” имеется в виду реализуете свой опцион)*

## Определения 0

Если цена базового актива выше страйка (на момент экспирации), опцион колл “в деньгах” (**in-the-money**), если ниже - “вне денег” (**out-of-the-money**), если равна страйку “на деньгах” (**at-the-money**). Для опциона “пут” наоборот: цена актива ниже страйка - в деньгах, выше - вне денег, равна - также на деньгах.

**Пример 2** Опцион USD Call TRY (турецкая лира) Put, со сроком  $T = 1$  год, страйком  $k = 10$ , номиналом 10m \$ (10 миллионов долларов) Спот  $S = 9$ . Ставка турецкой лиры:  $r^T = 20\%$ , ставка доллара  $r^S = 1\%$ . Форвардная цена FwD 10,8. То есть даже когда цена страйка сильно выше спота, при большой ставке, опцион все равно в деньгах.

Почему важны ставки: потому что мы “смотрим опцион” не против того, какой на настоящий момент курс, а против того, где рынок думает в момент, когда нужно будет принимать решение. В примере 1 курс был оценен в 75,6. Можно получить примерно такое число, считая “экспоненциально”, т.е.  $S * e^{(r^R - r^S)}$ , можно так, как было посчитано в примере или же по некоторым конвенциям.

Основное фундаментальное экономическое понятие имеет “дисконт фактор”, которое не имеет понятия “конвенция”.

**Определение 1** Пусть  $C_{T_0}$  - цена в момент  $T_0$ ,  $C_{T_1}$  - цена в момент  $T_1$ . Дисконт фактор - это число  $DF_{T_0T_1}$ , удовлетворяющее равенству

$$C_{T_0} = C_{T_1} * DF_{T_0T_1}$$

*Комментарий: вероятно, неконвенциональность заключается в том, что в самой формуле не используются ставки, которые можно считать по-разному. Есть цена в будущем, которая, вообще говоря, неизвестна, но вопрос ее определения остается за скобками.*

**Пример 3** Есть 100\$. Процентная ставка по доллару 1%. Мы готовы получить 101\$ в будущем, предполагая, что ничего не заработаем и ничего не потеряем. Цена в будущем не всегда больше цены в прошлом, деньги могут подорожать. Другими словами дисконт фактор может быть как больше 1, так и меньше 1.

Как в итоге считается дисконт-фактор? В теории есть безрисковая ставка. На практике безрисковых ставок нет. Есть ставки для которых риск близок к нулю.

Ставки для долларов считаются по казначейским облигациям США. Логика: если США не будет хватать долларов, чтобы оплатить свои долги, они всегда их могут напечатать. Вопрос: безрисковая ли это ставка? В реальности не совсем: как только государство начинает печатать деньги, валюта начинает обесцениваться. (Когда правительство (или ЦБ) печатает долги, это практически всегда так).

**Пример 4** Есть 100\$. Можно вложиться в казначейские облигации США под 1%, можно в облигации РФ под 2%, можно в некий надежный диверсифицированный портфель абстрактного инвестора под 3%. Как же правильно? Откуда мы будем брать ставку? Из депозитов.

Для самостоятельного изучения: Прочитать, что такое zero rates.

## 2 Случаи в опционах

### Пример 5

USD Call RUB Put,  $k=71$ ,  $T=2d$ ,  $N=100m\$$ ,  $S=71$ .

Вопрос 1: Какая примерно дельта?

*Напоминание и комментарий: дельта - это  $\Delta = \frac{\partial EV}{\partial S}$  - грек, равный производной математического ожидания выручки от опциона в момент экспирации по цене опциона. Ниже речь пойдет скорее о произведении дельты и номинала. В оригинале это  $\frac{\partial V}{\partial S}$ , но из смысла прошлой лекции это мат.ожидание*

Ответ на вопрос 1: дельта равна  $0.5 \cdot N = 50m\$$  - следствие из предыдущей лекции. (Страйк = споту)

Продолжение примера 5. Осталось 2 часа до экспирации. Все остальное осталось прежним. Какая дельта? Ответ:  $0.5 \cdot 100m\$ = 50m\$$ . Это неустойчивое положение. Спот может колебаться вокруг страйка (в момент времени за 5 секунд до экспирации может быть выше страйка, за 4 ниже и т.д.) Чем ближе к моменту экспирации, в такой ситуации, тем чаще дельта может меняться. Поэтому многие системы за день до момента экспирации определяют дельту как 1, если опцион в деньгах, и 0, если не в деньгах. (то есть не считают дельту точно, но считают в течение дня).

**Рассмотрим двух трейдеров** Допустим трейдер Ivan торгует с Josh'ом.

Посмотрим на возможный портфель Josh'a. У него short option  $100m\$$ , buy underlying  $50m\$$  (захеджировался). Тогда в случае цены базового актива выше страйка, его дельта  $-50m\$$ , в случае цены ниже страйка  $+50m\$$ . В то же время PL (PnL) таково, что Джош всегда теряет, кроме как случая, когда цена актива строго равна страйку. (красная линия на Fig 1)

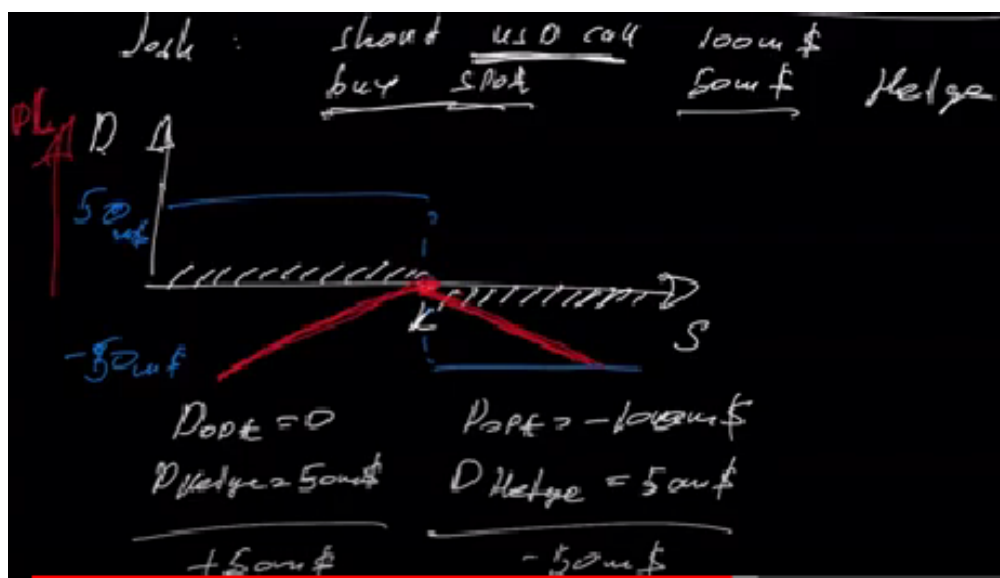


Fig. 1: Josh

(Правая ветвь красного графика неограничена)

Джош зарабатывает деньги на том, что получил премию за опцион. В реальности его дельта зависит от того, воспользуется ли Иван своим правом на покупку или не воспользуется. Потому что если Иван воспользуется, Джош должен будет продать  $100m\$$ , если же не воспользуется, дельта положительна.

Рассмотрим позицию Ивана, у него противоположная ситуация. (См Fig.2)

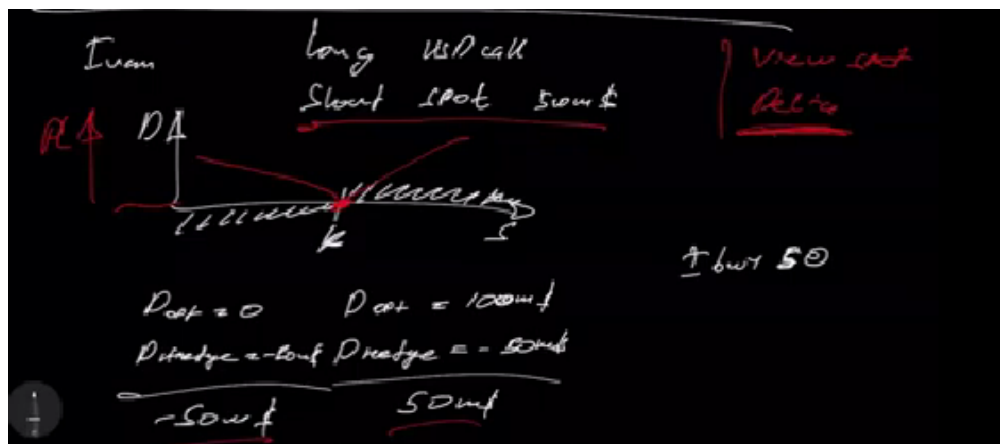


Fig. 2: Ivan

У него опцион на 100m\$ (opt, option) и шорт на 50m\$ (Hedge). Дельта при споте больше страйка 50m\$, ниже страйка -50m\$. Всегда неотрицательный PL.

Вариант 1. Если цена спота оказалась равной цене страйка  $K$  и Иван не станет покупать 50m\$ (а это возможно, он может реализовать не все опционы на 100m\$, а только частично), то у него останется шорт на 50m\$ ("на 50 дельта"), который нужно закрывать, а это дорого. То есть ему выгодно сказать I buy 50, то есть купить актив на 50m\$, чтобы закрыть шорт.

Вариант 2. Спот в момент экспирации оказался равным  $K+0.25$ коп. Скорее всего, вам не смогут продать опционы с таким маленьким инкрементом, в итоге вы "потратите больше на хеджирование". (Редко бывает так, что вам продадут сразу 50 миллионов. Человек, который вам обещает их продать сам их еще и шортил. Как только он начнет покупать большими кусками, он вызовет движение рынка вниз, 0.25коп не покроют убытки) Утверждается, что такой шорт закрывается при цене  $K + 2$ или $3$  копейки, можно попытаться скупать понемногу, не вызвав ни движения рынка, ни потеряв самому из-за случайного блуждания спота (так же моя интерпретация, в видео дословно: "там можно постараться это как-то потихоньку закрыть что-то такое") То есть Иван будет покупать все 100 миллионов при цене спота значительно выше цены страйка. Вариант 3. Спот оказался на одну копейку ниже цены страйка.  $K-1$ коп. Выгодно купить 50 миллионов, чтобы закрыть страйк. Если не покупаем - закрываем сами, это дорого так же дорого. (Комментарий: Наше право купить актив по цене страйка никуда не пропадает, просто покупать вы имеете право по цене страйка, даже если он больше цены спота)

**Итого.** Вокруг цены страйка образуется окрестность, внутри которой Иван покупает 50 миллионов, чтобы покрыть шорт, выше этой окрестности он покупает 100 миллионов, ниже не покупает ничего.

Теперь предположим у ивана есть некоторое View (со сленга, он думает, что рынок не прав и на самом деле спот будет несколько другим). Тогда он зашортит не 50 миллионов, а 30. Тогда в случае цены спота выше страйка ( $S > K$ ) дельта опциона будет равна 100m\$, а хедж -30m\$. Суммарная дельта 70m\$. В случае  $S < K$  дельта опциона 0, хедж -30m\$. Суммарная -30m\$.

**У Ивана в лонг 70 миллионов.** Ему нужно купить 70 миллионов, то есть нужно "продавать" рынок дальше. (Почему 70, а не 30 - из лекции не понятно. В слаке задал вопрос, пока что никто не ответил. Если кто-нибудь знает ответ или вы знаете, пишите, исправим) Интервал, о котором шла речь выше сместится вправо: если для 50 миллионов хватало 2-3 копейки, то для 70 нужно уже 3-4 копейки.

Джошу нужно знать: покупать или продавать, чтобы закрыть свои позиции, "выйти в ноль". При цене выше страйка, если Иван покупает 100м, тогда позиция Джоша -50m\$, ему нужно купить 50 на рынке. Если Иван не покупает, позиция Джоша 50m\$, и Джош продает 50м долларов. Если же Иван покупает только 50 из 100 миллионов, тогда позиция Джоша 0 и Джошу ничего не надо делать. Если Иван покупает 30. (А почему вдруг 30, а не 70 опять не понятно), то у Джоша остается 20 в лонг, и он продает 20.

В чем в итоге проблема для Джоша? Он может оказаться в следующей ситуации. Он торгует с несколькими людьми. (См. Fig. 3)

671	Short	Ivan	100 net
	Short	Kevin	50 net
	long	Pete	100 net
	long	Sara	50 net
<hr/>			
			0 net

Fig. 3: Josh trades

У Джоша сумма позиций в лонг и сумма позиций в шорт равны, кажется, что в сумме будет 0, Джош ничего не потеряет (а возможно и приобретет за счет того, что продавал опционы, что в лекции не учтено). Но это не так. Потому что Если Иван и Кевин (первые 2 строки на скриншоте выше) могут купить весь объем, могут только часть, могут вообще не купить. Решение они принимают об этом сильно близко ко времени экспирации, а Джошу после этого нужно успеть принять решение и написать Пете и Саре (2 последние строки), чтобы закрыть позиции.

Как это менеджить? Если предполагаем, что Иван и Кевин купят не все, то можно покрыть эти исполнения лонгом с петей. Поэтому, скорее всего Саре Джош ответит заранее. Дальше 2 варианта: либо Джош успевает получить ответы от Ивана и Кевина, покупают они или нет, тогда Джош быстро считает в голове, принимает решение и пишет Пете, либо Джош не успевает получить ответы и не успевает посчитать, тогда он может предполагать, что Иван и Кевин поступят эффективно и заехали 50 на 50. Предположив этот случай, Джош отвечает Пете и ждет ответы от Ивана и Кевина. Это случай для экспирации в 1 страйке. Бывают случаи, когда экспирации в нескольких страйках. Правильных ответов, как принимать такие решения нет. Автоматические системы тоже ошибаются, потому что им как минимум нужно получить ответы от Ивана и Кевина, которые могут принять решение ничего не покупать и просто не выслать ответ.

Для Джоша, заехавшего опцион, PL выглядит одинаково, как в случае опциона колл, так и в случае опциона пут.

### 3 Ставки турецкой лиры.

During Все ставки смотрятся в bp (basic points).  $1\% = 100\text{bp}$  Если есть  $10\text{m}\$$ , через 1 год ставка изменилась на  $1\text{bp}$ . Изменение  $PL = 10\text{m}\% / 10.000 = 1000\$$

DV = dollar value of one basis point, то есть на сколько долларов изменится стоимость портфеля, если изменится на 1 базисный пункт какая-то ставка.

В случае выше это  $1\text{k DV}$ .

Если есть  $100\text{m}\$ \Rightarrow 10\text{k DV}$  (через год). Если over night, то есть на следующий день, то  $30\$$  (очень грубое приближение). В США ставки колеблются на 3-4 bp в день. В рубле на 5-7. CNH (китайский юань) может измениться на  $60\text{bp}$

Предположим у нас есть лонг 1 billion \$ против китайского юаня, то есть мы в шорте по CNH. Из предположений выше по юаням у нас  $300\$ DV$ . Если цена изменится на  $60\text{bp}$ , мы потеряем  $18\text{k}\$$ .

Теперь посмотрим на турецкую лиру. Был скачок на  $1000\%$ , это  $100000\text{bp}$ . При торговле в системе данные по DV могут не детализироваться с точностью до  $30\$ DV$ . Но при скачке в  $1000\%$  можно потерять  $3\text{m}\$$  при  $30\$DV$  overnight.

Вывод: никогда не будьте в шорте на овернайт в лирах в таких объемах.