

Количественная аналитика.
Лекции.
Торговля опционами – Антон Филатов | 8 лекция.
Семинарское занятие. Интересные вещи
Фиткович Валерия

Содержание

1	Как нужно считать Market-Value опционы, чтобы на графике была прямая?	2
2	Gamma-хеджирование	2

1 Как нужно считать Market-Value опционы, чтобы на графике была прямая?

Заметим, что иногда график выглядит следующим образом:

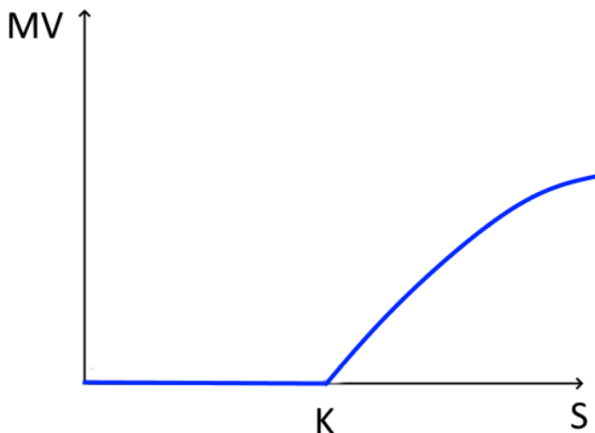


Fig. 1: Market Value (USD)

Здесь, положим, long call по *USD*, put по *RUB* на 10 млн. Вне зависимости от курса, будет заработано 10 млн.

Рассмотрим ситуацию расчета Market-Value (*MV*) в *RUB*. Заметим, что при расчете в *RUB* необходимо умножить заработанные 10 млн. на курс. Таким образом, график выглядит так:

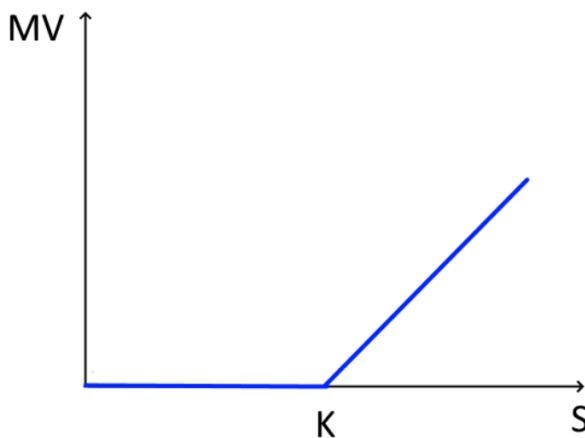


Fig. 2: Market Value (RUB)

Получается, вид графика зависит от того, в чем мы вычисляем Profit and Loss (*PNL*). Заметим также, что на практике больше придется работать со случаем *USD*, и в ϵ -окрестности K , рассматриваемой чаще всего, графики условно не отличимы.

2 Гамма-хеджирование

Для начала предлагается ознакомиться с примером из книги Nassim Nicholas Taleb «Dynamic Hedging». Имеем портфель, содержащий постоянную всюду Gamma с 10 млн. *USD*. Положим, $\Delta_{T_0} = 0$. Рассмотрим следующий график:



Fig. 3: Gamma-хеджирование

Посмотрим на портфель в некоторые моменты времени T_1, T_2, T_3 (б.о.о промежутки времени равны):

1. пусть в точке T_1 движение составило -2% , следовательно $Delta = -20$ млн.
чтобы захеджироваться в этой точке, необходимо купить 20 млн.
2. в точке T_2 движение $+3\%$ от нуля, $Delta = 50$ млн.
чтобы захеджироваться в этой точке, необходимо продать 50 млн.
3. в точке T_3 движение -1% от нуля, $Delta = -40$ млн.
чтобы захеджироваться в этой точке, необходимо купить 40 млн.

Чему равен PNL ? Итого мы купили $20 - 50 + 40 = 10$ млн., а заработали 5% на 20 млн. = 1 млн., 4% на 30 млн. = 1,2 млн и закрылись, суммарно заработав 2,2 млн. на хедж-портфеле. Аналогично разбирая ситуацию при хеджировании в точках T_4 и T_3 (см. график ниже)

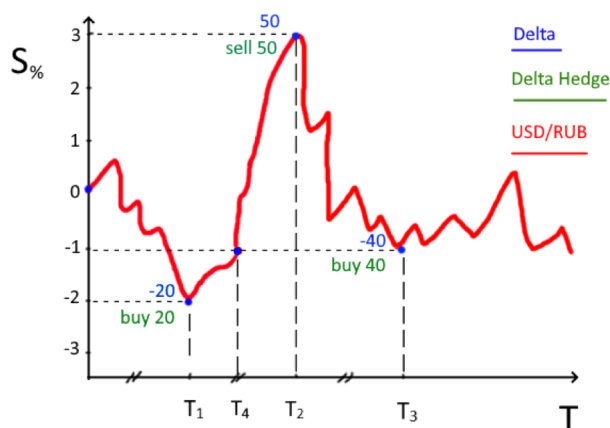


Fig. 4: Gamma-хеджирование

получим, что в таком случае мы заработали 0 млн. Возникает следующий вопрос: **есть ли правильный способ хеджирования?**

Рассмотрим еще один небольшой пример из двух случаев. В первом случае хеджирование происходит два раза, во втором только один.

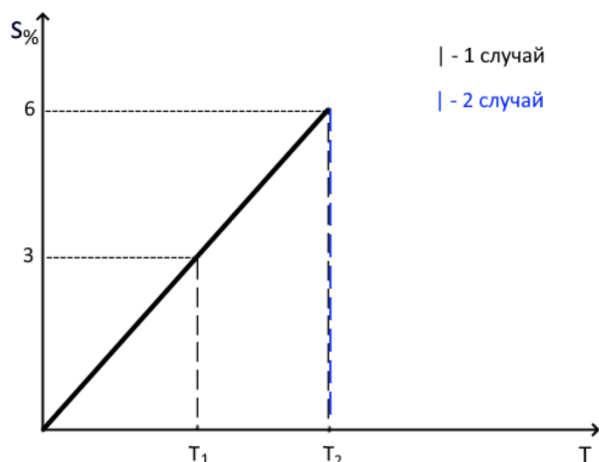


Fig. 5: Пример хеджирования с разной частотой при one way

Знаем, что $PNL = PNL(Portfolio) + PNL(NewDeals)$.

Тогда для первого случая:

$$PNL(Portfolio) = Delta_{T_0} * \Delta S + \frac{1}{2} * Gamma * (\Delta S)^2 = 0 + \frac{1}{2} * Gamma * (\Delta S)^2$$

$$PNL(NewDeals) = -3\% * 30 \text{ млн.} + 0\% * 30 \text{ млн.}$$

$$PNL = \frac{1}{2} * Gamma * (\Delta S)^2 - 3\% * 30 \text{ млн.}$$

А для второго:

$$PNL(Portfolio) = Delta_{T_0} * \Delta S + \frac{1}{2} * Gamma * (\Delta S)^2 = 0 + \frac{1}{2} * Gamma * (\Delta S)^2$$

$$PNL(NewDeals) = 0$$

$$PNL = \frac{1}{2} * Gamma * (\Delta S)^2$$

Замечание: в расчетах мы пренебрегаем тем, что 3% до уровня 3% и 3% до уровня 6% не равны.

Таким образом, получили, что PNL в первом случае меньше, то есть при движении one way (до точки разворота) нужно хеджироваться реже. Было бы идеально как можно точнее предсказывать точки разворота графика и хеджироваться в них. К сожалению, жизнь так не работает, точки разворота мы не знаем. Что насчет правильного ответа? Подумаем, что еще для нас важно. Введем такую метрику, как волатильность PNL , $\sigma(PNL)$, причем $\sigma(PNL) < 0$ и чем меньше $\sigma(PNL)$, тем лучше. Вне зависимости от частоты хеджирования мат.ожидание будет одно и то же (при условии, что рынок не арбитражуемый), а $\sigma(PNL)$ тем меньше, чем чаще происходит хеджирование. Получается, нужно хеджироваться как можно чаще? В реальности каждая сделка стоит денег (комиссии, slippage, т.п.), то есть чем чаще мы хеджируемся, тем больше тратим денег. Возникает следующая дилемма: $\sigma(PNL)$ vs. Cost of Hedging - и если хотим не сильно волатильный PNL , придется много заплатить за это. В общем, все сложно, но можно подумать, что сделать, кроме ничего, чтобы хотя бы не стало хуже, основываясь, например, на результатах бэктестов.

Еще раз вкратце: частота хеджирования влияет на PNL при one way движении, но мы не знаем, в какой момент произойдет разворот (если бы мы знали, где точки разворота, то торговали бы спотом). На что мы можем повлиять, так это снизить волатильность PNL , заплатив за это Cost of Hedging, который формируется из slippage, комиссий и т.п.

Далее в лекции идет отвлеченное отступление про то, что рынок - это некоторая абстракция, все характеристики которой нельзя знать одновременно. Главная цель в этих условиях четко понимать логическую цепочку от вопроса, который вы себе задаете, до вопроса "как заработать".