

Quantitative Analytics.

Lectures. Week 7.

Торговля опционами - Антон Филатов | 7 лекция

Разживин Егор

26 октября 2022 г.

Contents

1	Market Value колл-опциона в зависимости от времени до экспирации	2
2	Дельта и гамма колл-опциона	2
3	Put-Call Parity	3
4	Расчет изменения PnL с помощью дельты и гаммы	3
5	Задание	3

1 Market Value колл-опциона в зависимости от времени до экспирации

Повторение того, что было в Лекции 2. Пусть T - время до экспирации. Тогда для различных времен $T > T > T$ до экспирации Market Value (MV) опциона выглядит так (Fig. 1). Чем больше времени до экспирации, тем больше ожидаемая вероятность того, что опцион закончится "в деньгах".

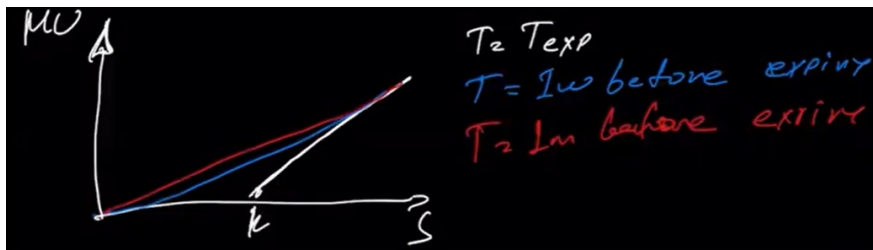


Fig. 1: Зависимость MV колл-опциона от времени до экспирации. $T > T > T$

2 Дельта и гамма колл-опциона

По определению $\Delta = \frac{\partial f}{\partial S}$ - первая производная цены опциона по споту. $\Gamma = \frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$ - вторая производная цены опциона по споту. График зависимости дельты для опционов с временами до экспирации $T > T > T$ выглядит так:

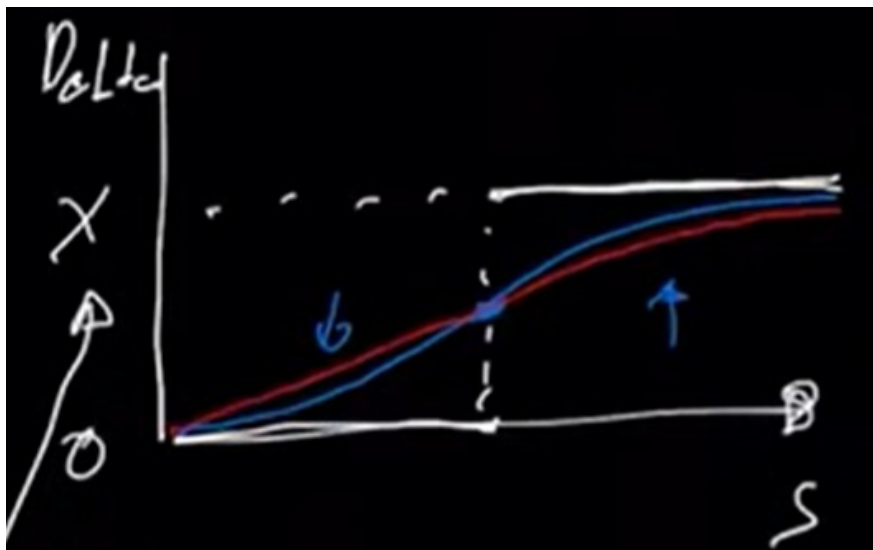


Fig. 2: Зависимость дельты колл-опциона от времени до экспирации. $T > T > T$

Зависимость гаммы колл-опциона с временами до экспирации $T > T > T$ выглядит так:

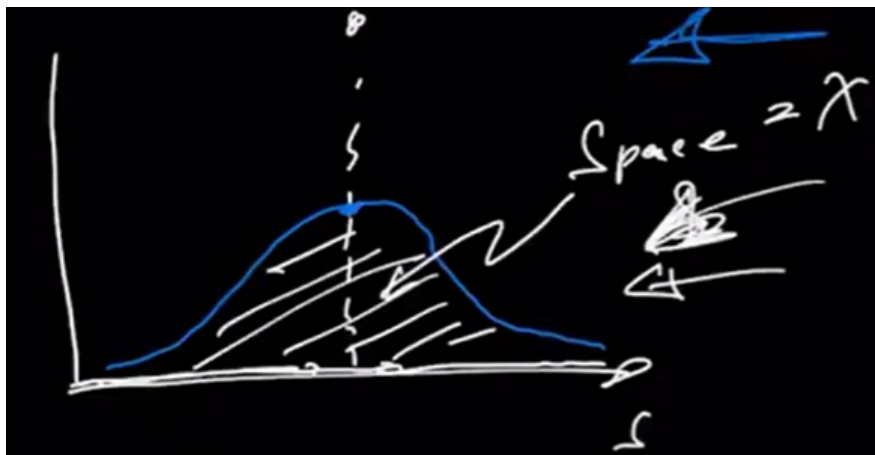


Fig. 3: Зависимость гаммы колл-опциона от времени до экспирации. $T > T$

Для "белой" дельты гамма в страйке равна бесконечности (однако интеграл по окрестности страйка конечен). Из определения Гаммы напрямую следует, что $\int_0^\infty \Gamma(S) dS = \Delta(\infty) - \Delta(0) = x$

3 Put-Call Parity

Если европейские пут- и колл- опционы имеют одинаковый страйк и одинаковое время экспирации. Составим портфель из Long Call и Short Put опционов. Сложим payoff и получим самый обычный форвард. Payoff форварда - прямая, проходящая через точки $(K, 0)$ и $(0, -K)$, где K - страйк опционов. Получим уравнение:

$$Call_{long} + Put_{short} = Fwd$$

Продифференцируем по споту:

$$\Delta_{longcall} + \Delta_{shortput} = 0$$

Получаем, что по модулю дельта (как и гамма) равны для Long Call и Short Put опционов с одинаковым страйком и временем экспирации. То же самое можно сказать и про другие греки, например, про ванну. То же самое можно проделать и для портфеля, состоящего из Long Call и Long Put.

4 Расчет изменения PnL с помощью дельты и гаммы

Пусть цена актива изменилась на dS_0 . Считая Γ в окрестности точки S_0 постоянной, нетрудно понять, что изменение дельты равно $d\Delta = \Gamma * dS_0$. Тогда изменение PnL равно $dPnL = \Delta(S_0) * dS + \int_{S_0}^{S_0+dS_0} \Delta(S) dS = \Delta(S_0)dS_0 + \frac{1}{2}\Gamma(dS_0)^2$. Идеино: Не совсем верно считать дельту константой на всем промежутке, поэтому возникает второе слагаемое (учитываем второй порядок функции). Графически: искомое изменение PnL равно площади трапеции с основаниями $\Delta(S_0)$, $\Delta(S_0) + \Gamma dS_0$ и высотой dS_0 .

5 Задание

Повторить пункты 1 и 2 для пут-опциона.