

# Quantitative Analytics.

## Lectures. Week 7.

Торговля опционами - Антон Филатов | 7 лекция

Разживин Егор

28 октября 2022 г.

### Contents

1	Market Value колл-опциона в зависимости от времени до экспирации	2
2	Дельта и гамма колл-опциона	2
3	Put-Call Parity	3
4	Расчет изменения PnL с помощью дельты и гаммы	3
5	Задание	3

## 1 Market Value колл-опциона в зависимости от времени до экспирации

Повторение того, что было в Лекции 2. Пусть  $T$  - время до экспирации. Тогда для различных времен  $T > T > T$  до экспирации Market Value (MV) опциона выглядит так (Fig. 1). Чем больше времени до экспирации, тем больше ожидаемая вероятность того, что опцион закончится "в деньгах".

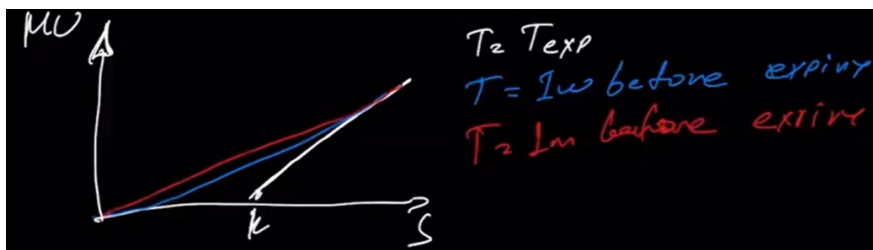


Fig. 1: Зависимость MV колл-опциона от времени до экспирации.  $T > T > T$

## 2 Дельта и гамма колл-опциона

По определению  $\Delta = \frac{\partial f}{\partial S}$  - первая производная цены опциона по споту.  $\Gamma = \frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$  - вторая производная цены опциона по споту. График зависимости дельты для опционов с временами до экспирации  $T > T > T$  выглядит так:

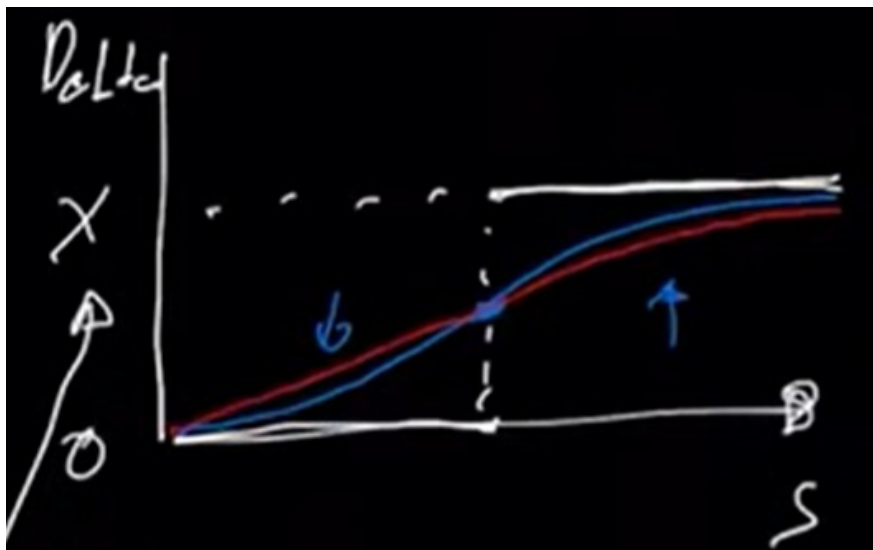


Fig. 2: Зависимость дельты колл-опциона от времени до экспирации.  $T > T > T$

Зависимость гаммы колл-опциона с временами до экспирации  $T > T$  выглядит так:

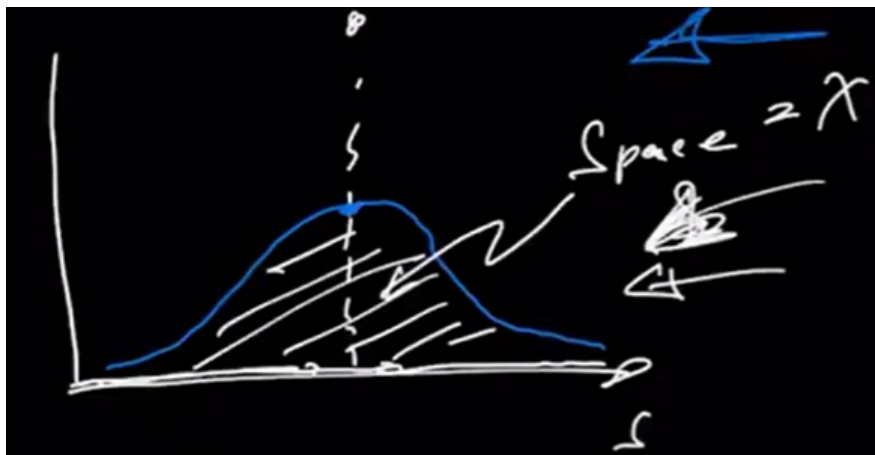


Fig. 3: Зависимость гаммы колл-опциона от времени до экспирации.  $T > T$

Для "белой" дельты гамма в страйке равна бесконечности (однако интеграл по окрестности страйка конечен). Из определения Гаммы напрямую следует, что  $\int_0^\infty \Gamma(S) dS = \Delta(\infty) - \Delta(0) = x$

### 3 Put-Call Parity

Если европейские пут- и колл- опционы имеют одинаковый страйк и одинаковое время экспирации. Составим портфель из Long Call и Short Put опционов. Сложим payoff и получим самый обычный форвард. Payoff форварда - прямая, проходящая через точки  $(K, 0)$  и  $(0, -K)$ , где  $K$  - страйк опционов. Получим уравнение:

$$Call_{long} + Put_{short} = Fwd$$

Продифференцируем по споту:

$$\Delta_{longcall} + \Delta_{shortput} = \Delta_{Fwd} = 1$$

Получаем, что по дельта для Long Call и Short Put опционов с одинаковым страйком и временем экспирации различаются на 1. Тогда гаммы, очевидно, равны по модулю. Аналогичные соотношения можно получить и для других греков. То же самое можно проделать и для портфеля, состоящего из Long Call и Long Put.

### 4 Расчет изменения PnL с помощью дельты и гаммы

Пусть цена актива изменилась на  $dS_0$ . Считая  $\Gamma$  в окрестности точки  $S_0$  постоянной, нетрудно понять, что изменение дельты равно  $d\Delta = \Gamma * dS_0$ . Тогда изменение PnL равно  $dPnL = \Delta(S_0) * dS + \int_{S_0}^{S_0+dS_0} \Delta(S) dS = \Delta(S_0)dS_0 + \frac{1}{2}\Gamma(dS_0)^2$ . Идеино: Не совсем верно считать дельту константой на всем промежутке, поэтому возникает второе слагаемое (учитываем второй порядок функции). Графически: искомое изменение PnL равно площади трапеции с основаниями  $\Delta(S_0)$ ,  $\Delta(S_0) + \Gamma dS_0$  и высотой  $dS_0$ .

### 5 Задание

Повторить пункты 1 и 2 для пут-опциона.