

APPLYING DURATION, CONVEXITY AND DV01

Nikita Belousov

October 14, 2022

1 INTEREST RATE FACTOR

Как вы знаете, процентные ставки меняются, и это влияет на стоимость нашего портфеля. Чтобы понимать как портфель облигаций отреагирует на изменение процентных ставок, мы считаем чувствительность нашего портфеля к изменению процентных ставок. Процентные ставки меняются под влиянием факторов процентного риска. Факторы процентного риска являются которые являются случайными величинами, которые влияют на ставки с определенным сроком, либо на всю кривую процентных ставок.

Однофакторный подход, подразумевает, что существует один фактор, влияющий на кривую процентных ставок. В общем случае такой подход не ограничивается на параллельные сдвиги.

2 DOLLAR VALUE OF A BASIS POINT

DV01 – ‘dollar value of a basis point’ - это **абсолютное** изменение стоимости портфеля в ответ на изменение ставки на 1 базисный пункт (при параллельном сдвиге).

$$DV01 = \frac{\Delta BV}{10,000 \times \Delta r}$$

3 DV01 APPLICATION TO HEDGING

Если у нас есть портфель который мы хотим захеджировать, но там потребуется

Hedge ratio (HR) – величина, которая определяет отношение позиции и инструмента хеджирования.

Целью операции хеджирования является создание позиции, стоимость которой не меняется при небольших изменениях процентных ставок.

$$\frac{V_{hedging}}{V_{initial}} = HR = \frac{DV01_{initial}}{DV01_{hedging}} \beta_{yield}$$

4 DURATION

Duration – величина чувствительности стоимости облигации к ставке, измеряемая в единицах времени (годах).

Macauley Duration – Средневзвешенный срок до погашения всех денежных потоков по облигации

Modified Duration – Улучшение дюрации Макалея, учитывающее YTM в настоящий момент времени. Может применяться к облигациям со встроенным опционом.

$$MD = \frac{\text{Macauley duration}}{1 + \text{market yield}} = \frac{1}{BV} \frac{\Delta BV}{\Delta r}$$

Отличие данной метрики от DV01, в том, что она описывает относительное изменение стоимости, а не абсолютное.

Effective Duration – Дюрация для callable/puttable облигаций, которая решает проблему неточности MD для данных инструментов.

$$\text{Effective Duration} = \frac{BC_{-\Delta r} - BV_{+\Delta r}}{2BV_0\Delta r}$$

$$DV01 = \text{Duration} \times 0.0001 \times BV$$

5 CONVEXITY

Дюрация представляет собой линейное приближение поскольку предполагается, что изменение стоимости облигации не зависит от знака изменения процентных ставок.

При увеличении процентной ставки кривизна облигации начинает играть все большую роль.

Convexity - вторая производная стоимости облигации по процентной ставке.

$$Convexity = \frac{(BV_{-\Delta r} - BV_0) + (BV_{+\Delta r} - BV_0)}{BV_0 \times (\Delta r)^2}$$

percentage price change \approx duration effect + convexity effect =

$$[duration \times \Delta r \times 100] + \left[\frac{1}{2} \times convexity \times (\Delta r)^2 \times 100\right]$$

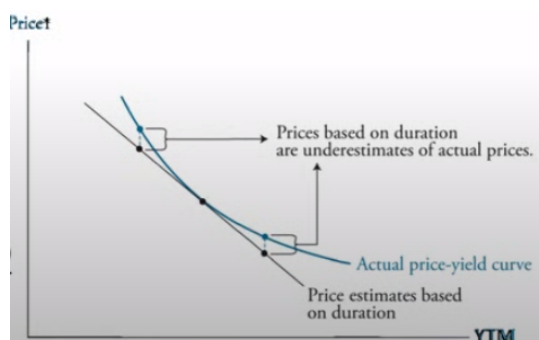


Figure 1:

6 PORTFOLIO DURATION AND CONVEXITY

Дюрация портфеля вычисляется как взвешенная сумма отдельных облигаций

$$\text{duration of portfolio} = \sum_{j=1}^K w_j D_j$$

Выпуклость портфеля облигаций вычисляется как взвешенное среднее выпуклостей отдельных облигаций

DV01 портфеля есть сумма DV01 отдельных облигаций

7 HEDGING USING DURATION AND CONVEXITY

Рассмотрим Инвестицию (V), Облигацию 1 (P_1) и Облигацию 2 (P_2). Нам известны их дюрация (D) и выпуклость (C). Мы хотим захеджировать нашу инвестицию используя эти облигации.

При изменении процентных ставок, стоимость инструментов изменяется соответственно как:

$$\Delta V = [-V \times D_V \times \Delta r] + [\frac{1}{2} \times V \times C_V \times (\Delta r)^2]$$

$$\Delta P_1 = [-P_1 \times D_{P_1} \times \Delta r] + [\frac{1}{2} \times P_1 \times C_{P_1} \times (\Delta r)^2]$$

$$\Delta P_2 = [-P_2 \times D_{P_2} \times \Delta r] + [\frac{1}{2} \times P_2 \times C_{P_2} \times (\Delta r)^2]$$

$$\begin{cases} -V \times D_V - P_1 \times D_{P_1} - P_2 \times D_{P_2} = 0, \\ V \times C_V + P_1 \times C_{P_1} + P_2 \times C_{P_2} = 0 \end{cases}$$

Решение данной системы и приводит к требуемому количеству облигаций 1 и 2.

8 NEGATIVE CONVEXITY

Для облигаций со встроенным опционом возможен случай, в котором выпуклость отрицательна.

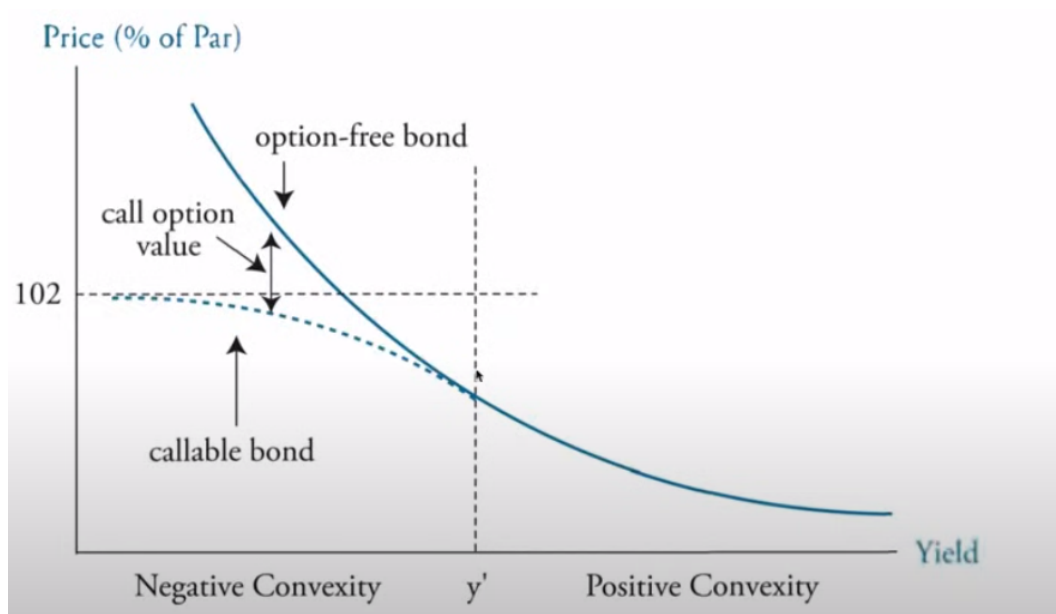


Figure 2:

9 CONSTRUCTING A BARBELL PORTFOLIO

Barbell strategy – Используется в том случае, когда инвестор считает, что процентная ставка будет иметь высокую волатильность и использует облигации с большим или маленьким сроками до погашения.

Bullet strategy – Достигается покупкой облигаций со средним сроком до погашения.

Дюрации портфелей, составленных при помощи приведенных выше методов могут совпадать.