1 - DÉCOUPE (coefficient 1)

En combien de morceaux découpe-t-on un cube en donnant dans celui-ci six coups de couteau de la façon suivante?

On choisit trois faces, dont deux quelconques ne sont pas opposées, et on donne deux coups de couteau perpendiculaires à chaque face, suivant ses diagonales. Le couteau est plan, et chaque coup de couteau découpe le cube selon un plan, sans déplacer les morceaux.

2 - ENCORE LA CONCIERGE (coefficient 2)

Dans cet immeuble habitent deux mathématiciens, Pierre et Serge. La concierge, facétieuse, ne pense qu'à les "coller". Un jour que les deux hommes descendent l'escalier, elle les aborde d'un air malicieux:

- « Voici la somme des âges des deux filles de mon amie Gloria », dit-elle à Serge en lui tendant un morceau de papier.
- « Voici le produit », continue-t-elle, en tendant une feuille à Pierre, « devinez leurs âges. »
- « Le produit ne me suffit pas », répond Pierre.
- « Et vous, Monsieur Serge? »
- « Je ne peux le dire, moi non plus. »
- « Vous me décevez, Messieurs. »
- « Mais je peux donner leurs âges, maintenant », rétorque Pierre.

Quels sont les âges des deux filles de Gloria?

3 - LES CASES DE L'ONCLE FRANCIS (coefficient 3)

Francis a disposé un nombre N, supérieur à 10, de cases sur le sol, cases qu'il a numérotées de 1 à N. Il distribue ensuite de la façon suivante un (gros) paquet de cartes numérotées. Il place la carte 1 dans la case 1, la carte 2 dans la case 2, et ainsi de suite, jusqu'à la carte N dans la case N.

Puis il distribue les cartes suivantes dans le sens inverse: la carte N+1 dans la case N-1, et ainsi de suite, une à une jusqu'à retourner à la case 1. Puis il repart: case 2, case 3, ... vers la case N. Puis il rebrousse chemin.

Francis remarque que les cartes numérotées 1413, 1429 et 1839 sont tombées dans la même case. Dans quelle case tombe la carte 1989?

4 - RENCONTRE AU SOMMET (coefficient 4)

Un papier peint rectangulaire de 3,60 m sur 4,80 m est plié de telle sorte que deux sommets opposés coïncident.

Quelle est la longueur du pli? (au millimètre près).

5 - LES NOMBRES BÈGUES (coefficient 5)

On remarque que $19^2 + 89^2 = 8282$. Combien y a-t-il de nombres bègues (à quatre chiffres en système décimal, de la forme abab) égaux à la somme de deux carrés, autres que 8282? En donner deux.

6 - QUADRILLAGE (coefficient 6)

On considère une grille 9×9 . Quel est le nombre maximum de cases que l'on peut noircir, sans former aucune suite de quatre cases consécutives alignées dans une des quatre directions horizontale, verticale et diagonales?

Former alors deux configurations distinctes répondant à la question sur les grilles du bulletin-réponse (des configurations obtenues par rotations et/ou symétries ne sont pas considérées comme distinctes).