贪心算法即不从整体最优考虑,只是做出在当前看来最好的选择,它所做出的选择只是在某种意义上的局部最优选择。贪心算法对于大多数优化问题都能得到整体最优解(如单源最短路径问题、最小生成树问题等),虽然说并不总是这样的。在一些情况下,即使贪心算法不能得到整体最优解,但是其最终的结果是最优解的近似。

动态规划算法通常以**自底向上**的方式解各子问题,而贪心算法则通常以**自顶向下**的方式进行,每作一次贪心选择就将所求问题简化为规模更小的子问题。

下面来看一些具体的例子。

区间调度 (Interval Scheduling)

问题描述:假如我们有多个任务,每个任务都具有各自的开始时间和结束时间,求在任务不重叠的情况下任务的最大组合数。

根据贪心算法,我们可以从不同的角度分析这个问题。

Rule1: 选择开始最早的任务



每次选择当前最先开始的任务,并依次选到最后一个。

从这个例子看出,失败!

Rule2: 选择区间最短的任务

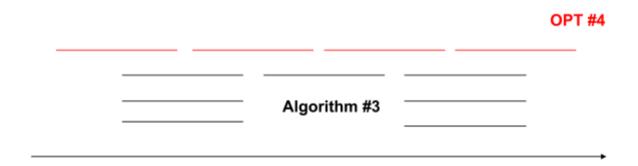


从最短的任务开始选择,并依次选择不重复的当前最短的任务,按照所用时间长短排序。

从这个例子看出,失败!

Rule3:选择冲突最少的任务

对于每一个任务, 计算与它冲突的任务个数, 每次选择当前与其冲突最少的任务。



从这个例子看出,还是失败了。

Rule4: 选择结束最早的任务

每次选择当前最早结束的任务,并依次选到最后一个。

可以看出,在上面的三个例子中,本算法都是可行的。事实上,Rule4的算法是解决区间调度问题的一个可行算法。直观上来说,按这种方法选取的任务为未安排的任务留下了尽可能多的时间。也就是说,该算法的贪心选择使剩余的可安排时间段极大化,以安排尽可能多的不重叠活动。这个算法的时间复杂度是O(nlogn)。

集合覆盖 (Set Cover)

问题描述: 在一个集合B以及B内元素构成的若干集合 S_1, S_2, \ldots, S_m 中,找到数目最少的 S_i 使得 S_i 中的所有元素都包含了B中所有元素。为便于理解,给一个具体的例子。例如,B={1,2,3,4,5}, S_1 ={1,2,3}, S_2 ={2,4}, S_3 ={3,4}, S_4 ={4,5},可以找到一个集合覆盖 S_1, S_4 。

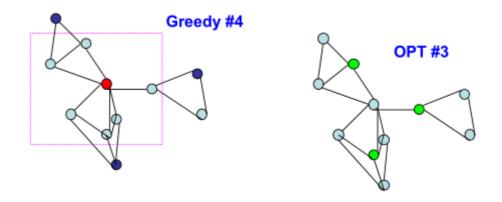
其实集合覆盖问题是一个NP难的问题,但是我们仍然可以用贪心算法得到 这个问题的近似解。

假设我们要在城镇里建几所学校,需要满足两点: 1、每个学校都要建在一个城镇里。2、城镇离学校的距离不能超过30英里。

根据贪心算法,我们可以得到非常接近的解:

- 1. 选出这样一个学校,即它覆盖了数量最多的城镇。
- 2. 重复第一步,直到覆盖所有的城镇。

这是一种近似算法,贪心算法的运行时间为 $O(n^2)$,可得到如下图所示的结果,图中点的位置代表城镇的位置。



最小生成树(Minimum Spanning Tree)

用贪心算法设计策略可以设计出构造最小生成树的有效算法,如Prim算法和 Kruskal算法,尽管它们做贪心选择的方式不同。

关于MST的这两个算法相信大家应该都十分熟悉了,这里便不再展开。