Del I.

Kraft

Innehåll

I. Kraft 1

1. Newtons lagar 5
1.1. Tröghet . . . 7
1.2. Växelverkan . . . 8
1.3. Kraft, massa och acceleration . . . 8
1.4. Porten till Newtons värld . . . 10
1.4.1. Var är du nu? . . . 10
1.4.2. Att ta sig in . . . 10
1.4.3. Aristoteles och krafter . . . 11
1.5. Exempel . . . 12
1.5.1. Tröghet . . . 12
1.5.2. Växelverkan . . . 14
1.5.3. Kraftlagen . . . 18

2. Frikroppsdiagram 21
2.1. Användning av $\overline{F} = m\overline{a}$ i några resonemang . . . 29

3. Vanliga fel 33
3.1. Kraftlagen vid vila och Växelverkanslagen . . . 33
3.2. Gravitationskraften breder ut sig . . . 33
3.3. Krafter i balans . . . 34
3.4. Kollisioner . . . 35

4. Kausalitet 38

5. Lagarnas logik 39

6. Historia 41
6.1. Panpsykism . . . 41
6.2. Tidiga grekiska kulturen . . . 41
6.3. Naturens död . . . 42
6.4. Ytterligare död . . . 42
6.5. Fysik som vi ser den . . . 43
6.6. Kring sekelskiftet 1900 . . . 44

7. Instudering 45

8. Övningskommentarer **46**

9. Kapiteluppgifter **48**
9.1. Facit 54

Kort listning av vad som behandlas i detta kapitel:

- *Inleder med en vardagsmening som analyseras utifrån fysikens perspektiv.*
- *Newtons 3 lagar. Hur är de formulerade, hur ska de tolkas? Tolkningsproblem.*
- *Vardagstänkande och fysiken. Återkommande tema.*
- *Historia. Aristoteles kraftbegrepp.*
- *Vardagsexempel analyserade utifrån Newons 3 lagar. Bilder. Varför* mM *i gravitationslagen?*
- *Frikroppsdiagram. Det viktigaste redskapet för analys av kraftsituationer.*
- $F = ma$ *i några situationer.*
- *Vanliga fel vid användning av Newtons 3 lagar.*
- *Kraft och kausalitet.*
- *Logiken inom paketet Newtons 3 lagar.*
- *Kraftbegreppets uppkomst, historia: panpsykism, tidiga grekiska kulturen, naturens död, Newton och tiden kring 1900.*

1. Newtons lagar

Vi börjar med hur kraftbegreppet kan användas i en analys av en fysikalisk situation men berör också kraftbegreppets historia, dess relation till vår perception och även om begreppets relation till kausalitet. Vi börjar med att lära oss hantverket som är att förstå Newtons tre lagar. Du behöver känna till vektorer och sinus och cosinus.

Newtons lagar är huvudinnehållet i klassisk fysik och vi kommer att bygga upp ett fysikaliskt kraftbegrepp och relatera detta till perceptionen. Det är viktigt att urskilja likheter och olikheter mellan det av perceptionen grundade kraftbegreppet, som jag betecknar med index p (kraft$_p$) och det kraftbegrepp som fysiken har (kraft$_f$).

Fysikens kraftbegrepp leder till ett bättre, i meningen större prediktiv (förutsägande) förmåga, och ett konsekvent sätt att analysera situationer (koherent analys). Historiskt sett finns det inte bara ett kraftbegrepp inom fysiken utan begreppet har i allra högsta grad förändrats från 1600-talet, då det fick sin första någorlunda tydliga form, fram till nu [Jammer, 1999].

På grund av vår biologiska konstitution associerar vi fysisk styrka med stora muskulösa människor. Dessa associationer ställer till bekymmer när fysikens kraftbegrepp ska läras. Det är vanligt att stora föremål eller varelser anses utöva en stor kraft och ett litet föremål eller varelse anses utöva en liten kraft. Kraft$_p$ associeras med föremålets storlek och muskler.

Figur 1.0.1.: Buffo, världens starkaste clown.

Vi inleder med att diskutera ett påstående om en klassisk situation för att få en orientering om problematiken och uppmärksamma språkets funktion. Vi går därefter in på

Newtons lagar mer i detalj. Påståendet är “äpplet faller för att Jorden drar i det med gravitationskraften”. Vi delar påståendet i 4 delar:

1. *Jorden* drar. 2. Äpplet faller. 3. Gravitationskraften. 4. Jorden *drar.*

Kommentarer till de 4 delarna:

1. Enligt fysiken utövar *Jorden* och *äpplet* lika stora krafter på varandra. Just det – lika stora! Detta strider mot den naiva uppfattningen att det är den som är störst (Jorden) som är starkast. Fysikens kraftbegrepp är alltid en *ömsesidighet.* Det finns olika mer eller mindre klumpiga försök att uttrycka detta språkligt: ”Du kan inte påverka utan att bli påverkad”; ”Du kan inte beröra utan att bli berörd”. Uttrycken säger dock inget om att krafterna ska vara lika, bara att de båda måste finnas.

I modern fysik används begreppet ”växelverkan” vilket betonar ömsesidigheten. Det som är problematiskt med uttrycket *”Jorden* drar i det...” är det som inte nämns, att det *lilla, lilla* äpplet drar (se även punkt 4 för användningen av ordet *drar*) med en lika stor kraft i Jorden (som Jorden drar i äpplet). Det är alltså viktigt vad som *inte* sägs. Språket bjuder tyvärr ofta på motstånd då man försöker säga saker på ett mer fysikaliskt sätt, det blir klumpigt. Språkets egen struktur är ofta förledande. Det ligger (minst) en teori om verkligheten inlagd i språket.

2. Kraftverkan är lika stor på båda föremålen men det vi *ser* är rörelse inte kraft; krafter kan vi inte se. På grund av sin lilla massa jämfört med Jorden så blir accelerationen störst för äpplet. Men Jorden accelererar också. Både Jorden och äpplet faller mot varandra. $F/m_ä = a_ä$ och $F/m_J = a_J$ där F i de båda uttrycken är lika stora men $m_ä << m_J$ så $a_ä >> a_J$.

3. Gravitationskraften. Hur kan Jorden påverka äpplet och hur kan äpplet påverka Jorden, dessutom med samma kraft? Från min vardagserfarenhet vet jag att för att flytta något behöver jag kontakt med föremålet. Människor fascineras tex. av magneter kanske just därför det verkar så ”magiskt” att något kan fås att röra på sig fastän det inte syns någon materiell förbindelse. Hur går detta till?; hur kommunicerar de med varandra? Newton själv diskuterade det som ett problem med sin gravitationsteori. Det borde bekymra dig också. Eftersom Newton inte kunde förklara det blev han anklagad för att inte syssla med vetenskap.

4. Jorden *drar.* Före 1700-talet betraktades kraft som något aktivt, troligen därför att vi människor är aktiva när vi s.a.s. använder våra krafter. Galilei är troligen den förste som förändrar sitt tänkande till att betrakta kraft som något passivt (och därmed ändrar han sitt språkbruk och denna ändring av språket finns analyserad och dokumenterad). Problemet här är att ordet ”dra” associerar till en aktivitet. Att använda ordet ”dra” i detta sammanhang (kraft$_p$) är att använda en analogi/metafor i försöket att uttrycka kraft$_f$.

Det finns fler problem men det får räcka för den här gången; det blev inte mycket kvar av den enkla(?) lilla meningen.

Övning 1. Vilken/Vilka idé/er om krafter ligger förborgad i det vardagliga språket? Ge exempel.

Övning 2. Titta i en gymnasiebok i fysik/naturkunskap om hur det förklaras att Solen påverkar Jorden.

Efter dessa inledande funderingar går vi över till Newtons tre lagar som bildar själva kärnan i den klassiska (cirka 1600 till 1800) fysiken.

1.1. Tröghet

Hur rör sig materia som inte påverkas av en netto-kraft?

Kraft och hastighetsändring är orsak respektive verkan. Att förstå precis hur de är kopplade är en fundamental del av fysiken. Vi börjar med Newtons första lag, tröghetslagen, där vi inte har någon hastighetsändring. Lagen lyder:

> Varje föremål fortsätter i sitt rörelsetillstånd om det inte påverkas av någon (netto)kraft.
>
> Vi explikerar lagen:

- Lagen gäller "varje föremål". Det är inte lite detta. Ett starkt påstående. Ännu starkare var det på Newtons tid!
- "Rörelsetillstånd" avser två olika tillstånd.
  - Föremålet kan ha rörelsetillståndet *vila* och fortsätter då vara i vila (ingen fart) om det inte påverkas av någon kraft.
    - Detta tillstånd har brutits om föremålet inte längre är i vila; slutsatsen blir då att en kraft har påverkat det.
  - Det andra rörelsetillståndet är *konstant fart längs en rak linje*. Är föremålet i detta tillstånd fortsätter den med det om det inte påverkas av en kraft.
    - Detta tillstånd kan brytas på olika sätt.
      - Antingen genom att farten ändras (ökar eller minskar) och riktningen bibehålles eller
      - att riktningen ändras och farten bibehålles. Ett föremål som rör sig i en cirkel med konstant fart påverkas således av en kraft.
      - Både fart och riktning ändras.

Denna egenskap att inte ändra sitt rörelsetillstånd (att fortgå med sitt rörelsetillstånd) kallas tröghet. Det är alltså inte en kraft utan en egenskap som föremål har. Det finns flera sätt att betrakta tröghetslagen. Ett sätt att se på saken är att lagen är en definition och talar om för oss hur ett föremål rör sig om det inte påverkas av en kraft. Om föremålet inte rör sig med konstant fart längs en rät linje så måste vi postulera en kraft och empiriskt leta efter den och bestämma hur den ska beskrivas matematiskt. Skulle vi inte hitta kraften har vi problem. Det klassiska exemplet är gravitationskraften där vi observerar att planeterna rör sig i cirklar och slutsatsen blir då att de påverkas av en kraft. Vi får då uppdraget att beskriva denna kraft matematiskt; vilket Newton gjorde. Samma procedur upprepas för den elektriska kraften, magnetiska kraften, färgkraften osv.

1.2. Växelverkan

Newtons tredje lag:

> Till varje kraft som verkar på en kropp finns det en lika stor och motsatt riktad kraft som verkar på en *annan* kropp.

Observera att krafterna är på *olika* kroppar inte samma kropp.

I litteraturen uttrycks detta också som 'kraft och reaktionskraft'. Jag har valt att använda det andra vanliga alternativet 'växelverkan'. Ordet växelverkan förutsätter omedelbart att det är *två* (eller flera) föremål. De två halvorna av begreppet växelverkan kallar vi historiskt för 'kraft'.

1.3. Kraft, massa och acceleration

Kraftlagen, Newtons andra lag. Än så länge har vi inte kvantifierat något, men det kommer nu. För att en kropp ska kunna accelerera måste en nettokraft verka på den; två krafter som motverkar varandra kan mycket väl resultera i att kroppen står stilla. Erfarenhetsmässigt kan det tyckas att det är troligt att det behövs en större kraft$_p$ för en kropp med större massa (allt annat lika) och även större kraft$_p$ för en större acceleration (allt annat lika). Observera att jag här använder den erfarenhet du har av krafter$_p$. Kraften$_f$ som behövs är proportionell mot både massan och accelerationen och kan skrivas

$$\bar{R} = m\bar{a}.$$

Där $\bar{R}$ är nettokraften, dvs. vektorsumman av alla krafter som verkar på kroppen, denna kallas för resultant. Detta är Newtons andra lag och den är en kvantitativ lag.

Naturligtvis är det inte bara en fråga om matematik (precis som vid analysen av fart) d.v.s. att formeln anger vilka förhållanden som gäller mellan talen, utan formeln "innehåller" fysikaliskt mycket mer. Lagen är en kausal-lag; det innebär att den uttrycker orsak och verkan. Orsak är ett väldigt grundläggande begrepp och denna lag beskriver allt som har med orsak och verkan att göra i klassisk fysik.

Vi kan skriva lagen som
$$\bar{a} = \bar{R}/m$$
för att framhäva att om vi vet kraften (eller vektorsumman av dem), vilken matematisk form den nu har, så kan vi beräkna accelerationen; massan given. Om vi istället skriver
$$\bar{R} = m\bar{a}$$
så kan vi beskriva situationen som att vi vet accelerationen och då måste det finnas en (netto)kraft som påverkar kroppen och den kan beräknas som $m\bar{a}$. Om vi, slutligen skriver den som
$$m = R/a$$
så kan vi betrakta den som en definition av vad massa är; om vi behöver kraften R för att accelerera ett föremål med accelerationen a så har den massan (trögheten) m.

Matematiskt sett är det enbart en enkel matematisk omformulering av ett uttryck av typen $a \cdot b = c$ men i fysik innebär det mycket mer än så: fysik är inte bara matematik.

Några förhållanden kring Newtons 3 lagar:

- Om vi har en massa och den accelererar då påverkas massan av en (eller flera) kraft (krafter).
- Om vi observerar tex. ett fall och mäter kroppens acceleration så vet vi nettokraften.
- Lagarna säger inget om kraften $\bar{R}$ i sig. Lagarna gäller alltså även för ännu icke upptäckta krafter. De säger alltså något om kraftbegreppet i allmänhet.
- Alla 3 lagarna måste tas som ett paket.
- Om det inte finns någon kraft ska föremål inte accelerera.
- Om föremål inte har någon massa säger dessa lagar oss inget.
- Kraft och acceleration har samma riktning i klassisk fysik. Däremot vet vi inget om hastighetens riktning, den är oberoende av accelerationens riktning.
- Kraft är inte kopplat till hastighet! Ett föremål med hög hastighet kan ha ingen acceleration alls. Ett föremål i momentan vila, $\overline{v} = \overline{0}$, kan ha en acceleration skild från noll.
- Om vi ser en kropp accelerera av en okänd anledning så har vi kanske upptäckt en ny kraft!
- Newtons lagar gäller då vi rör oss med konstant hastighet, inertialsystem. Oavsett konstant hastighet beräknas samma storlek på accelerationer och därmed på krafter. Däremot ger olika inertialsystem naturligtvis olika hastigheter för ett föremål.

1.4. Porten till Newtons värld

1.4.1. Var är du nu?

Jag vet inte hur du tidigare funderat kring rörelser i din omgivning: Varför faller stenen? Varför rör sig planeterna i cirklar? Hur skapas rörelse hos ett föremål? Hur vet man hur mycket kraft som behövs för att svänga en bil? osv. Kanske har du inte alls funderat på frågor av denna typ? Från forskning om människors uppfattningar om rörelse och krafter vet vi att de flesta inte tänker som Newton tänkte. Så vad du har framför dig, för att kunna tolka världen på Newtons sätt, är en kognitiv övning. Du måste lära dig tolka händelser i världen utifrån Newtons 3 lagar. Jag kan inte nog poängtera vikten av detta. Utför du inte denna omställning och lever dig in i hur de tre lagarna är tänkta att användas kommer du att få mer problem än du egentligen behöver ha. Låt oss spela detta spel med endast 3 regler; det borde inte vara så svårt?

Ordspråket ”Tänk inte, använd Teorin” kan vara en hjälp. Här avser ”Tänk” själva vardagstänkandet och ”Teorin” är Newtons lagar.

1.4.2. Att ta sig in

En del av problemen med att ta sig in i den Newtonska begreppsvärlden tar jag upp lite kort. Kanske kommer du att lägga märke till dessa problem hos dig själv. Det bedrivs en hel del forskning kring detta och problematiken diskuteras tex. av fysiker, pedagoger, kognitionsforskare, filosofer, idéhistoriker. Jag tar här upp några av de uppfattningar som förekommer om kraftbegreppet. Lägg märke till skillnaderna mellan kraft$_p$ och kraft$_f$:

- Kraft kommer från något mot något: När någon tänker så här så saknas att kraft och reaktionskraft (ett vanligt sätt att uttrycka sig som jag försöker undvika) är lika stora men motsatt riktade. Förmodligen kommer uppfattningen från upplevelsen av att vi har en vilja att tex. lyfta ett glas. Vi upplever då att det är vi som vill något och blandar viljeyttringen med kraften.
- Endast levande föremål ”har” krafter: Personen utgår från sig själv och betraktar kraft som något aktivt, och endast levande är aktiva i sig själv.
- Ett föremål *har* en kraft: Krafter är inte egenskaper. När två föremål kolliderar beror krafternas storlek på kontakttiden och massorna och hastighetsändringen. Tex. ger en kortare kontakttid en större kraft (allt i övrigt lika). Krafter *har* man inte. Däremot kan man säga att en människa har en viss styrka.
- Ett större föremål utövar en större kraft: Jorden drar i äpplet och man underlåter att nämna att äpplet drar i Jorden med precis samma storlek på kraften; men detta stämmer inte med att Jorden är stor och stark och äpplet är litet och svagt. Jorden är stor och vi upplever den som en fix punkt för vår värld. Krafterna mellan två föremål är lika stora och motsatt riktade; en av Newtons lagar.

Om man nu säger att äpplet och Jorden är lika starka, blir det rätt då. Troligen inte. Min tolkning av människors tänkande är då att äpplet tillskrivs en viss kraft (eftersom ”att vara stark” är en metafor och säger att en människa muskelmässigt fungerar på ett visst sätt), men det har äpplet inte. Ett äpple påverkar ett annat äpple med en betydligt mindre kraft än det påverkar Jorden med. Så äpplets kraft är inte givet av äpplet utan givet av båda föremålen tillsammans. Ett äpple påverkar en mängd olika föremål med olika krafter beroende på det parvisa förhållandet mellan äpplet och de olika föremålen. Äpplet har inte någon s.a.s. metaforiskt maximal styrka eller en styrka som det utövar på alla föremål.

Från undersökningar har det visat sig att det finns ett kognitivt hinder i förståelse av Newtons 2:a lag. Kraft syns inte men acceleration gör det. En för sinnena stor och tydlig acceleration associeras ofta med en stor kraft. Men acceleration är inte kraft. Det som fattas i tankekedjan är massan eller trögheten. Påståendet ”Ett föremål som accelererar mycket påverkas av en stor kraft och ett föremål som accelererar lite påverkas av en liten kraft” är inte sant ty då har man bortsett från massans roll.

Ett annat problem som brukar diskuteras är att en person som ska lära sig Kraftlagen måste ha ett tydligt accelerationsbegrepp, det räcker inte med läge och hastighet. Eftersom kraft är kopplat till acceleration är det viktigt att veta exakt vad acceleration är, speciellt dess vektoregenskaper: fartändring och riktningsändring. I undersökningar har man sett otydliga accelerationsbegrepp. Exempel på uttalanden är ”Först rör den sig långsamt och sedan fort”. Ögat och hjärnan har svårt för att ’se’ acceleration och en människa har svårt för att uttala sig om hur ett föremål accelererar. Här är det förmodligen viktigt att man är medveten om begränsningarna och lär sig olika typfall av acceleration.

Tydliga uttryck för att människor använder sitt vardagstänkande i stället för teorin finns i uttryck som:

- Bilen for med full kraft in i stolpen. (Bilen har inte någon kraft. Kraft är något som uppkommer i växelverkan och är lika stora mellan föremålen som växelverkar.)
- Visst är det den som knuffar som utövar störst kraft? (I stället för växelverkan som ger lika stora krafter föreställer sig personen att den som är aktiv är den som utövar störst kraft.)
- Se om du kan hitta egna...

1.4.3. Aristoteles och krafter

Ett exempel på en tidigare teori om krafter. Aristoteles (384 fvt) ’teori’ kan beskrivas, mycket ungefärligt, utifrån tre principer:

- Ingen rörelse utan kontakt mellan den som orsakar rörelsen (en. mover) och föremålet som rör sig (en. moved).
- Det finns två sorters rörelse
  - Naturlig rörelse: orsaken till rörelsen är inre

  - Påtvingad (våldsam) rörelse: orsaken till rörelse är yttre

- Varje föremål har en naturlig plats i en sfär: jorden i den innersta, utanpå den vatten och ovanför den luft och ytterst i den terresta världen elden. Utanför detta finns den celesta världen som består av ett 5:e ämne kallad kvintessensen. Varje föremål rör sig naturligt till sin sfär.

Den påtvingade rörelsen är icke-naturlig och resulterar i att föremålet förflyttas från sin naturliga plats. Den påtvingade rörelsen beror på två saker: Kraften som ger upphov till rörelsen (en. motive force) och mediets motstånd (en. resistance) mot rörelse. Lite grovt och anakronistiskt skulle man kunna skriva fart=tvingande kraft/mediets motstånd, $v = F/R$, med tillägget att om $R \geqslant F$ så sker ingen rörelse.

Att det finns naturlig och icke-naturlig rörelse tror man också ledde till att man inte gjorde experiment. Att iscensätta ett experiment innebär att man påtvingar naturen en viss situation, således är det inte naturen i sig som man studerar.

Aristoteles såg att föremål stannade om man slutade putta på dem (dvs. slutade använda en kraft): slutsatsen han drog då var att om det inte finns en kraft så står föremålen stilla. Aristoteles ansåg också att rörelse i vakuum inte är möjligt.

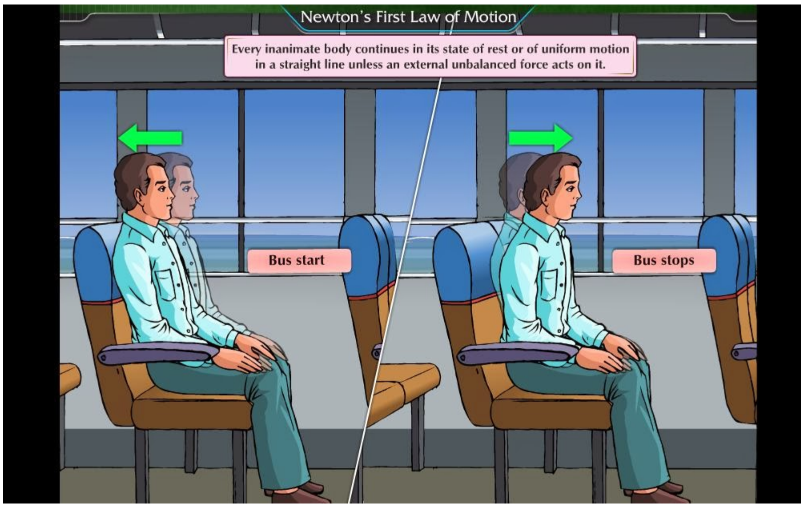
Övning 3. Varför faller en boll enligt Aristoteles? Varför faller den enligt Newton.

1.5. Exempel

Här följer några inledande för att hjälpa dig se Newtons lagar i vardagliga situationer. För att det ska fungera måste du dessutom *idealisera*, dvs. i viss mening bortse från vissa saker. Det är inte så att man *måste* bortse från dem, Newtons lagar klarar komplicerade situationer också, men didaktiskt är det inte bra att börja med komplicerade situationer. Illustrerar också med några fria bilder från internet.

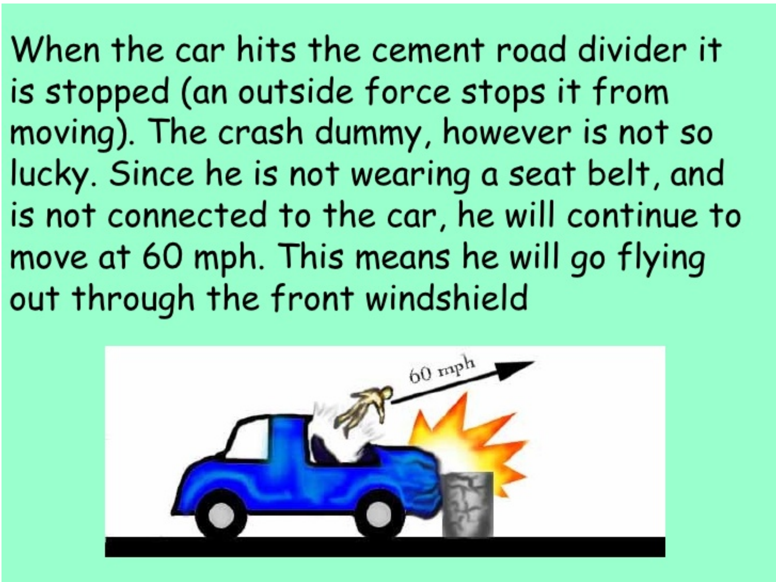
1.5.1. Tröghet

Exempel 1. Du sitter i en buss, se figur 1.5.1. Bussen startar plötsligt. Du upplever att du trycks bakåt. Bussen accelererar och din kropp måste också accelerera rakt fram annars blir du kvar. Kraften som accelererar dig kommer från sätet som du sitter på. Tänk på vad som händer med en kula om den ligger på golvet i en buss och bussen accelererar. Motsvarande inträffar då bussen plötsligt stannar. Din kropp fortsätter framåt om den inte bromsas av en kraft.



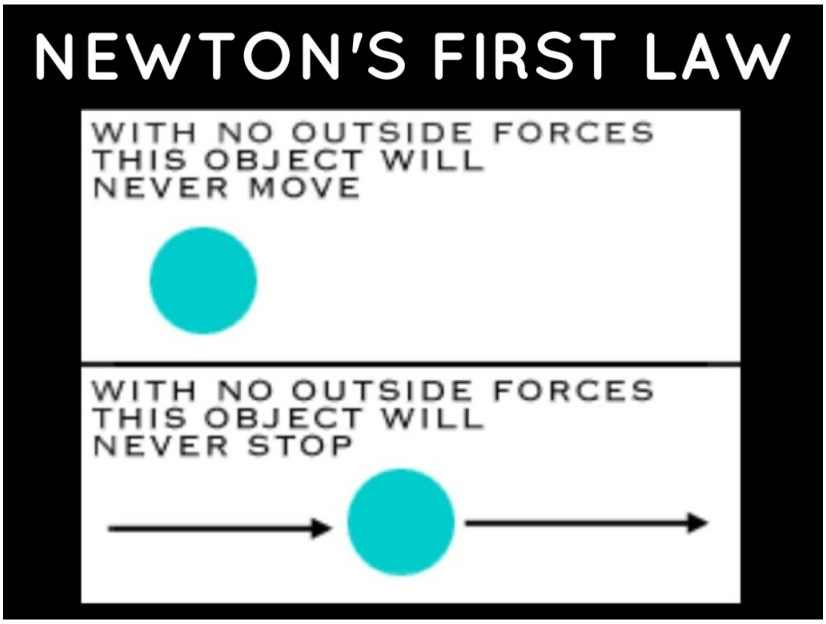
Figur 1.5.1.: Att åka med.

Exempel 2. Du kör bil. Bilen frontalkrockar med en stor sten, se figur 1.5.2. Din kropp fortsätter rakt fram om inga krafter påverkar den. Kanske ut genom bilrutan. Säkerhetsbältet är den kraft som ska stoppa dig från att fortsätta rakt fram.



Figur 1.5.2.: Fortsätt framåt.

Exempel 3. Figur 1.5.3 visar på ett enkelt sätt att illustrera lagen. Pilarna representerar hastighet.

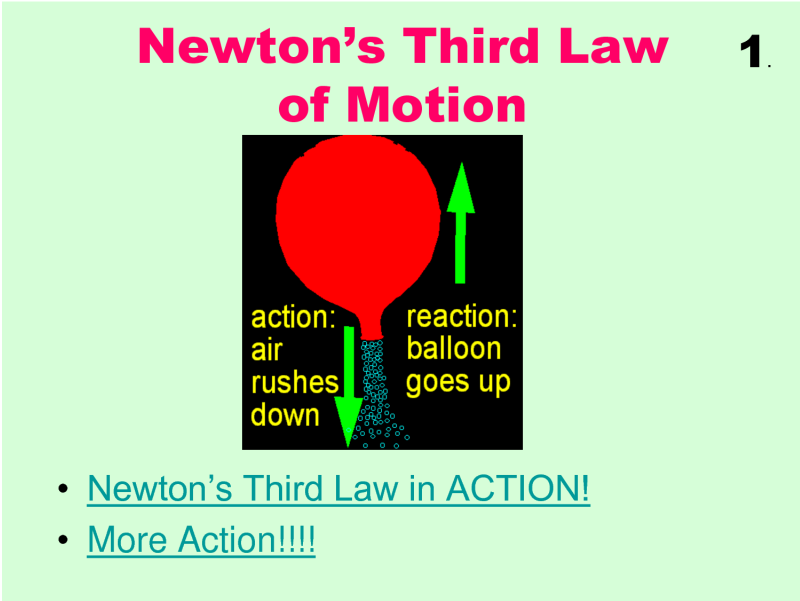


Figur 1.5.3.: Om inga yttre krafter finns.

Tröghetslagen gäller för två situationer: vila respektive rörelse med konstant fart i konstant riktning. Egentligen är det samma situation eftersom fart är relativ. Man kan principiellt inte avgöra om ett föremål är i vila eller rör sig med konstant fart i en konstant riktning. Om ett föremål är i vila eller inte beror på hur betraktaren rör sig. Det finns ingen absolut vila.

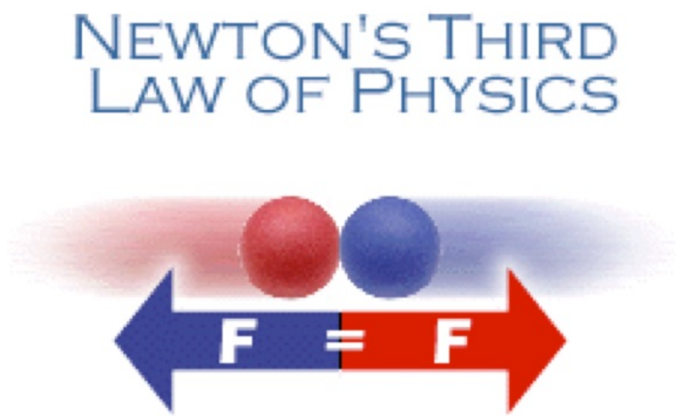
1.5.2. Växelverkan

Exempel 4. Se figur 1.5.4. Luft som först är i vila och sedan strömmar ut har accelererats dvs. en kraft har påverkat den, då måste det finnas en motriktad kraft på ballongen (en annan kropp) som accelererar ballongen i den andra riktningen.



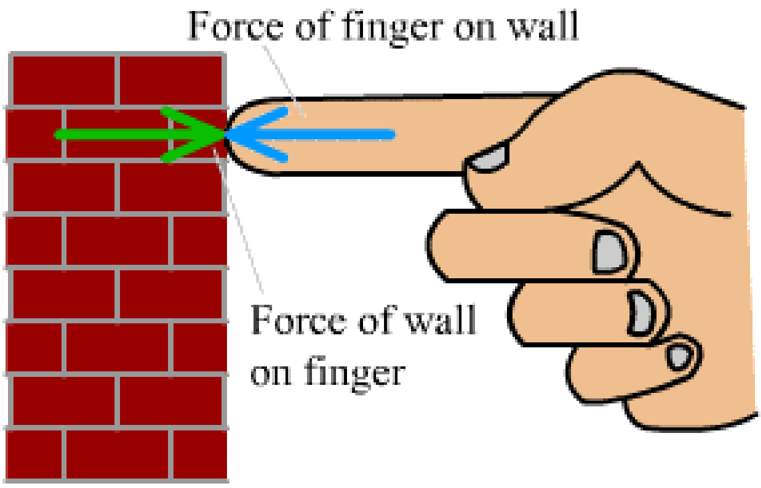
Figur 1.5.4.: Kraft och reaktionskraft.

Exempel 5. En enkel bild att minnas, figur 1.5.5. Bilden betonar symmetrin. Lägg märke till hur färgerna används.



Figur 1.5.5.: Symmetri.

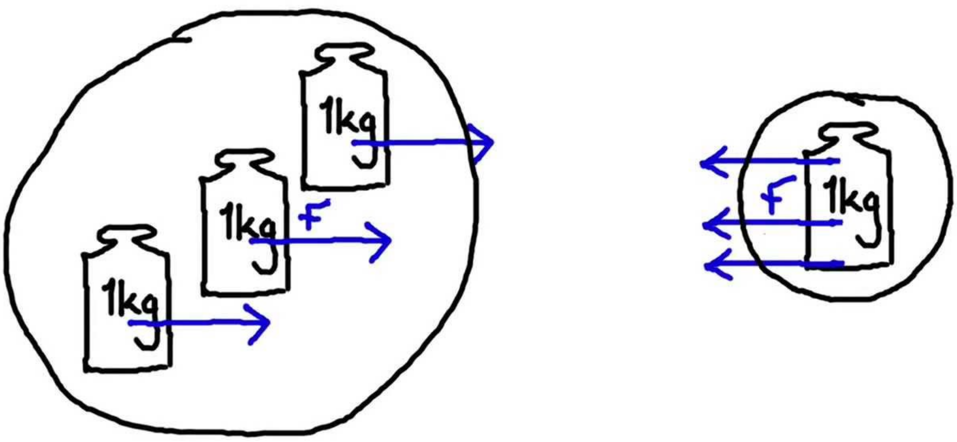
Exempel 6. En statisk situation, figur 1.5.6. Lägg märke till hur kraftpilarna ritas. Det är inte det sätt som används i denna text.



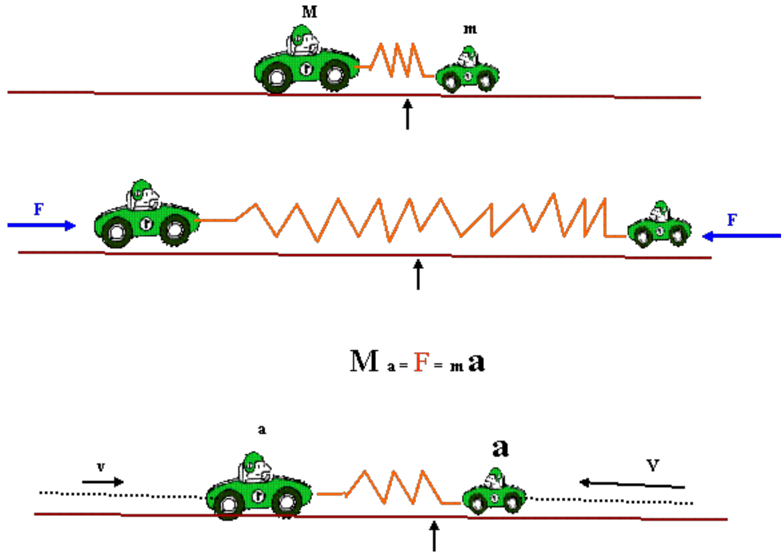
Figur 1.5.6.: Statisk situation.

Exempel 7. Två bilar som kolliderar utövar lika stora krafter på varandra, se figur 1.5.7.

Exempel 8. Och en länk till intervjuer på youtube. Figur 1.5.8 är från filmen.



Figur 1.5.8.: Gravitationskraften och växelverkan.



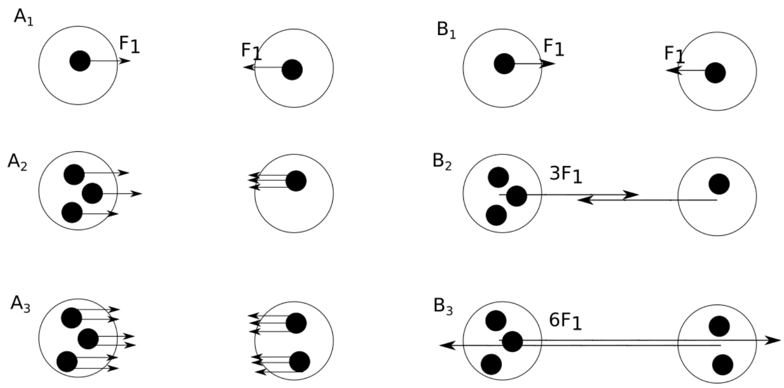
Figur 1.5.7.: Kollisioner.

Bilden är en förklaring till varför massor ska multipliceras i gravitationslagen

$$F = G\frac{\boldsymbol{mM}}{r^2}.$$

Vi gör ett längre sidospår och visar på vad som ligger bakom gravitationslagens massberoende. Om man utgår från att massan 1 kg påverkar massan 1 kg i en annan kropp med kraften F_1 så följer av ett linjärt tänkande att för växelverkan mellan sammansatta kroppar så måste massorna multipliceras med varandra, se figur 1.5.9. I vänstra halvan finns 3 situationer uppifrån och ned, i den högra samma situationer men endast den resulterande kraften utsatt. Den stora ofyllda cirkeln är själva föremålet, de små fyllda cirkelskivorna representerar föremålets massa. Det övre vänstra paret av föremål A_1 är vårt ursprungsantagande F_1. I A_2 är det 3 massor i vänstra föremålet och 1 massa i det högra. Varje massa i den vänstra verkar med en kraft på föremålet till höger, det ger 3 krafter alla av storleken F_1så kraften på föremålet är $3F_1$. På det högra föremålet verkar 3 krafter eftersom massan påverkas av 3 massor i det vänstra föremålet, varje kraft har storleken F_1, så totala på det högra föremålet är $3F_1$. Krafterna i A_2 på både vänster och höger föremål är lika stora, fastän massorna är olika, kraften är $3F_1$. I A_3 har vi 3 massor i den vänstra och 2 massor i den högra. I det vänstra föremålet växelverkar varje massa med två andra i den högra, vilket ger 6 krafter. I den högra växelverkar varje massa med 3 massor i den vänstra, i alla fall—både vänster och höger—medför det 6 krafter. Totala kraften mellan de två massorna är $6F_1$: lika för båda föremålen.

Det finns en del antaganden i detta resonemang och alla krafter i fysiken följer inte formeln för gravitationskraften. Formeln för krafter mellan laddade föremål följer samma system med en multiplikation av laddningar qQ.



Figur 1.5.9.: Gravitationskraftens massberoende.

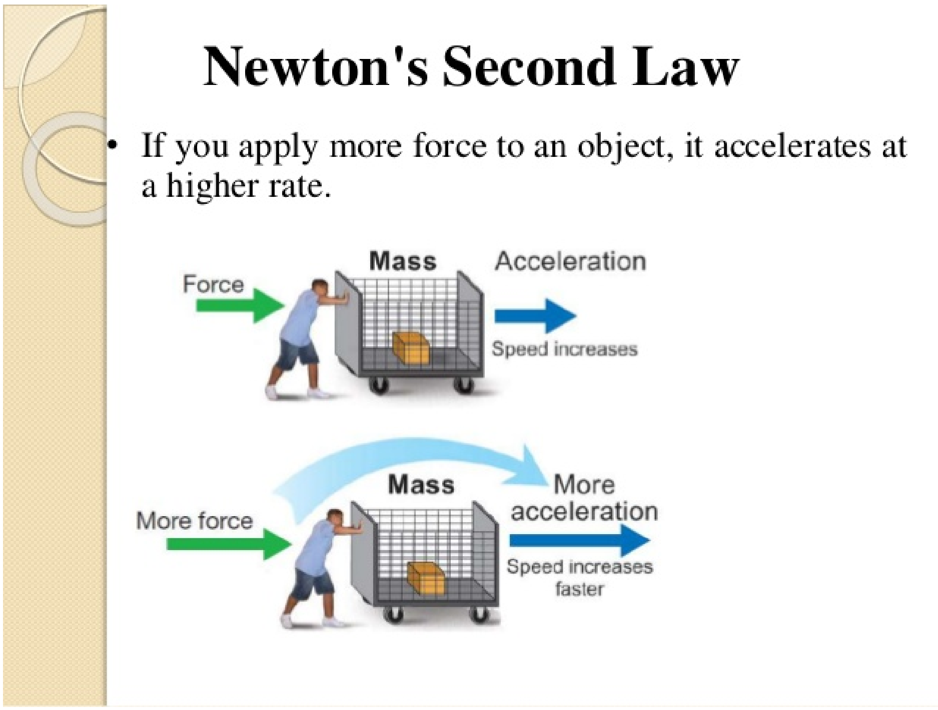
1.5.3. Kraftlagen

Exempel 9. Newtons andra lag är kvantitativ. Ju mer kraft desto större acceleration om massan är oförändrad, figur 1.5.10.

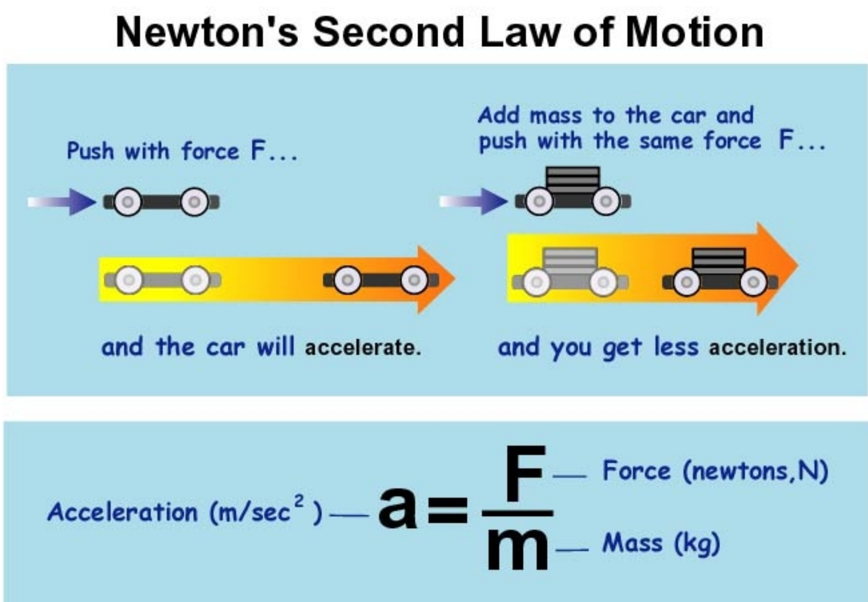
Exempel 10. Ju mer massa desto mindre acceleration, för en given kraft, se figur 1.5.11.

Exempel 11. Given kraft på olika massor, se figur 1.5.12. En hög bokstav symboliserar ett stort värde.

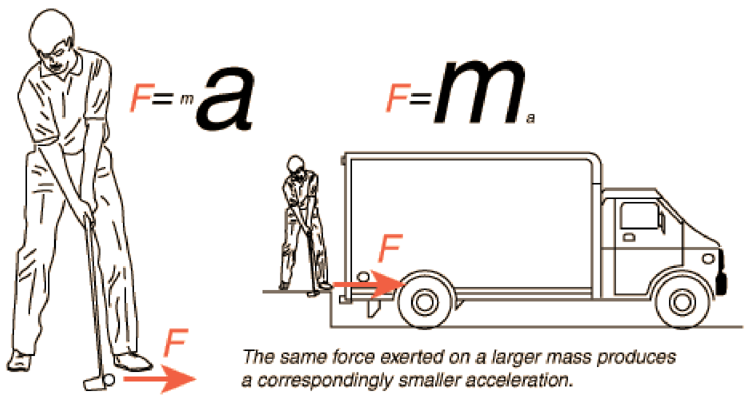
Övning 4. Rita egna bilder som du anser illustrerar Newtons 3 lagar.



Figur 1.5.10.: Kraften varierar. Massan konstant. Vad händer med accelerationen?



Figur 1.5.11.: Kraften konstant. Massan varierar. Vad händer med accelerationen?

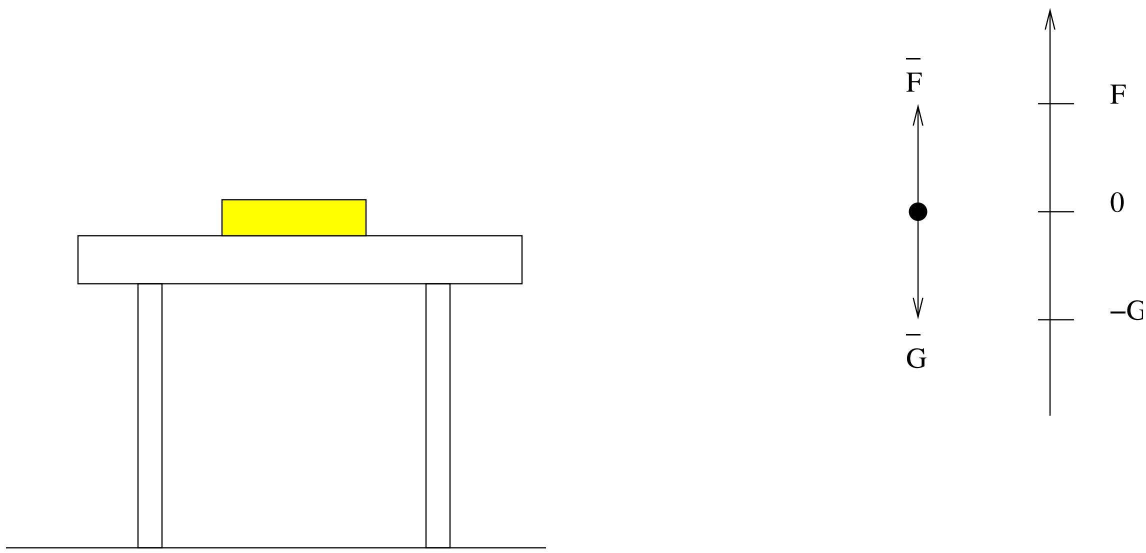


Figur 1.5.12.: Som föregående men en annan kontext. Kraften konstant. Massan varierar. Vad händer med accelerationen?

2. Frikroppsdiagram

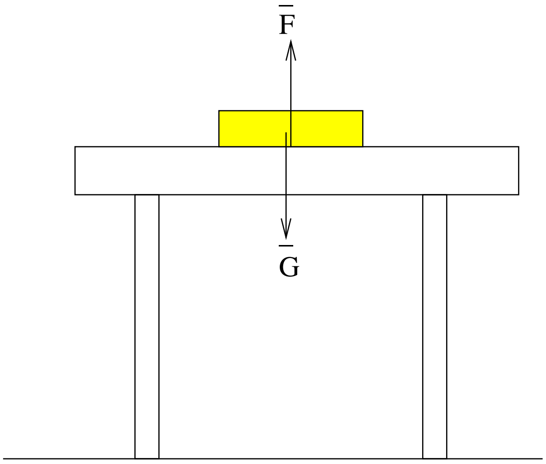
För att kunna göra analyser av kraftsituationer inför vi ett hjälpmedel som heter frikropps-diagram; man frilägger *en* kropp. Det kommer att hjälpa dig hålla reda på krafterna. Forskningen pekar på att de som använder frikroppsdiagram gör färre fel än de som inte använder dem. Det är viktigt att du har grundläggande förståelse för vektorbegreppet innan du fortsätter läsa.

Exempel 12. En bok vilar på ett bord på Jorden. Låt oss betrakta *boken* och de krafter som verkar på den. I vårt frikroppsdiagram ritar vi då boken som en punkt, bordet är inte med, Jorden är inte med. I figur 2.0.1 syns en enkel illustration av situationen till vänster och frikroppsdiagrammet för boken till höger.



Figur 2.0.1.: Bord och frikroppsdiagram.

I frikroppsdiagrammet har jag betecknat gravitationskraften med $\overline{G}$ och kraften från bordet på boken med $\overline{F}$. Bokens kraft på bordet är inte med det är krafterna *på boken* vi betraktar. Bordets kraft på Jorden ska inte heller vara med. Fokus är på boken och de krafter som verkar *på* den. Om frikroppsdiagrammen känns för abstrakta kan istället den kropp som ska analyseras färgläggas med tex. gul färg och endast krafter som påverkar den gula kroppen sätts ut, se figur 2.0.2. När du sedan analyserar den gula kroppen måste alla kraftvektorer ha sin fot i den.



Figur 2.0.2.: Bok med bord. Gul kropp.

Vi *adderar* alla krafter på boken $\overline{F} + \overline{G} = \overline{R}$. Boken accelererar inte så $\overline{a} = \overline{0}$. Newtons II:a lag ger oss $\overline{F} + \overline{G} = m\overline{a} = \overline{0}$ så $\overline{F} + \overline{G} = \overline{0}$ eller att $\overline{F} = -\overline{G}$ dvs. att de båda vektorerna pekar i motsatta riktning och dessutom är lika stora. Utan vektorer skriver vi $F - G = 0$ som ger $F = G$ dvs. att krafterna är lika stora (att de har motsatt riktning har vi redan använt då vi skrivit minustecken framför G).

Varför blir $\overline{F} + \overline{G} = \overline{0}$ (vektorer) som tal $F - G = 0$? Om vektorerna läggs på en tallinje kommer $\overline{F}$-vektorns spets att ligga på koordinaten F och $\overline{G}$-vektorns spets att ligga på $-G$ som koordinat; båda måste ha sin fot i origo. Algebraiskt tar detta hand om att de har olika riktning. Vi har också själva valt att talaxeln ska ha positiv riktning uppåt i $\overline{F}$:s riktning. I vårt fall ska totala längden (koordinaten) vara 0.

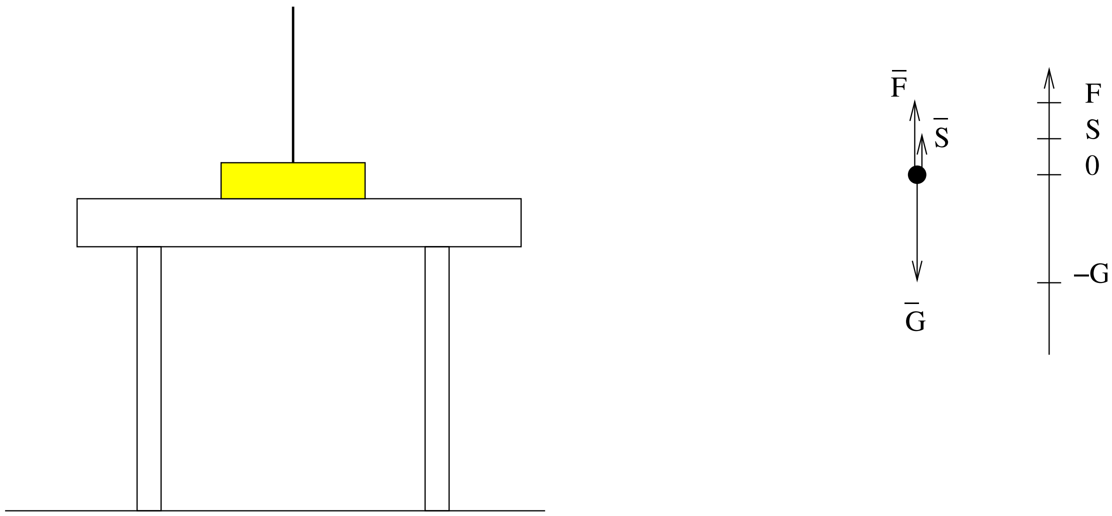
Att krafterna är lika stora och motsatt riktade har inget med kraft och reaktionskraft att göra utan det faktum att boken inte accelererar ger enligt NII att nettokraften är noll, vilket medför att de måste vara lika stora och motsatt riktade; blanda inte ihop dessa två anledningar till ”lika stora och motsatt riktade”.

Exempel 13. Vi fäster ett rep i boken och drar lite lätt uppåt, se figur 2.0.3. Kraften i repet kallar vi spännkraft, $\overline{S}$.

För vektorerna gäller

$$\overline{F} + \overline{S} + \overline{G} = m\overline{a}$$

men summan av kraftvektorerna måste vara $\overline{0}$ eftersom boken fortfarande inte accelererar. I frikroppsdiagrammet bör vi rita vektorerna proportionerliga så att vektorn $\overline{F} + \overline{S}$ är samma längd som vektorn $\overline{G}$. Med enbart tal ser vi från figuren att $\overline{F}$ och $\overline{S}$ är i samma riktning; läget för deras vektorsumma bör vara $F + S$ i koordinatsystemet. Men $\overline{G}$ pekar i motsatt riktning så den vektorns spets har koordinaten $-G$. Den totala koordinaten är $F + S - G$. Om $-G$ är längre från origo än $F + S$ är resultatet negativt och den resulterande vektorn är nedåt.



Figur 2.0.3.: Bok med rep.

I följande uppgifter/exempel ska du följa mallen nedan.

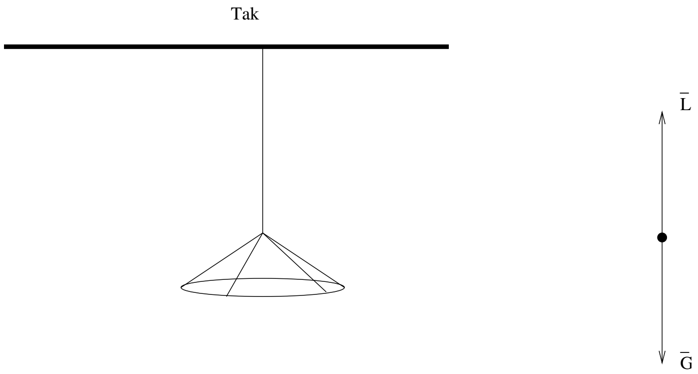
1. Bestäm dig för vilket föremål som ska analyseras. Om du vill analysera flera föremål så ta dem ett och ett, aldrig fler än ett åt gången.
2. Fundera på vilka krafter som ska vara med.
   a) Vilka andra kroppar är i *kontakt* med vårt objekt? Dessa kroppar kan utöva en kraft på vårt objekt men måste inte göra det. Rita in dessa krafter på objektet.
   b) Finns det någon kropp på *avstånd* från vårt objekt som kan utöva en kraft på den? Leta tex. efter gravitationskraft, elektrisk kraft, magnetisk kraft. Rita in dessa krafter på objektet.
3. Rita frikroppsdiagram. (eller färglägg kroppen)
4. Rita ut vektorerna. Alla vektorer ska ha sin fot i föremålet, annars är det fel.
5. Skriv ner vektorsumman: det är alltid en summa, inget annat.
6. Välj ett koordinatsystem för krafterna: vilka riktningar ska ge komposant-uppdelningar?, vilken riktning är positiv respektive negativ?
7. Skriv *om* vektorsumman för att ta hand om riktningarna
   a) Om krafterna ligger på en linje så välj en riktning som +, och motsatt riktning som -
   b) Om krafterna är i 2 eller 3 dimensioner så använd trigonometri.
8. Varje led ska ha en egen kraftsumma (x-led för sig, y-led för sig, z-led för sig).

9. Sätt in vad som är känt, beräkna det okända.

Naturligtvis behöver man inte följa mallen exakt men den är bra att börja med. Och den är bra som checklista när man är klar. Här följer nu några uppgifter/exempel som inte är helt genomförda; du får själv fylla i det som saknas.

Exempel 14. En mugg står på ett bord. Analysera kraftsituationen för muggen. (Exakt samma som när en bok ligger på ett bord.)

Exempel 15. En lampa hänger i en kabel, se figur 2.0.4. Analysera kraftsituationen för lampan. I frikroppsdiagrammet anges en kraft uppåt som är kabelns kraft på lampan,

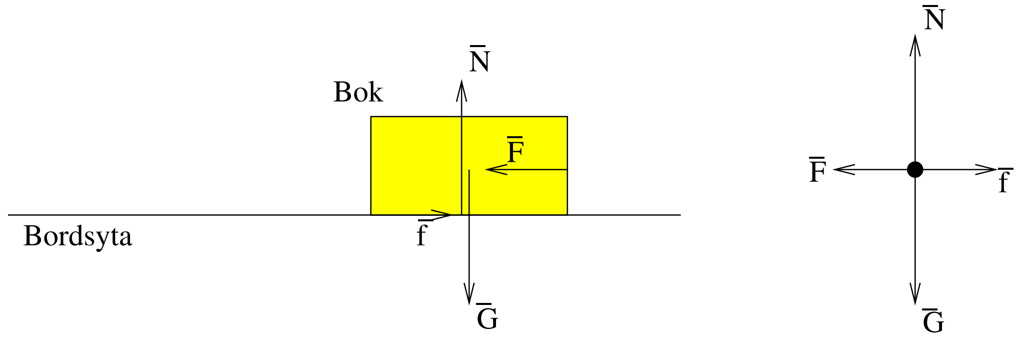


Figur 2.0.4.: Lampa hängandes i kabel.

$\overline{L}$. Nedåt anges gravitationskraften med $\overline{G}$. Krafterna ska adderas $\overline{L}+\overline{G}$. Vi konstaterar även att lampan inte accelererar $m\overline{a}=\overline{0}$. Så enligt Newtons II:a gäller $\overline{R}=m\overline{a}$ vilket i detta fall är $\overline{L}+\overline{G}=m\overline{a}=\overline{0}$. Uttrycket $\overline{L}+\overline{G}=\overline{0}$ kan skrivas om som $\overline{L}=-\overline{G}$, dvs krafterna har olika riktning och är lika stora. Detta resultat är erhållna ur att föremålet inte har en acceleration.

Om vi skriver uttrycket utan vektorer har vi $L-G=ma=0$ som ger $L=G$, dvs att krafterna är lika stora (att de har olika riktning sa vi när vi införde minustecknet i $L-G$)

Om vi funderar kring lagen om kraft-reaktionskraft (NIII) som gäller för två *olika* kroppar så medför det att vi måste finna en annan kropp för den kraft som är reaktionskraften till $\overline{L}$ och en annan kropp för den kraft som är reaktionskraften till $\overline{G}$. Reaktionskraften till kabelns kraft på lampan $\overline{L}$ är lampans kraft på kabeln; den är inte med i frikroppsdiagrammet för det är inte en kraft på lampan, utan just en kraft på kabeln. Reaktionskraften till Jordens gravitationskraft på lampan är lampans gravitationskraft på Jorden; den är inte heller med för det är en kraft på Jorden.



Figur 2.0.5.: Bok som skjuts framåt med konstant hastighet på ett bord med friktion.

Exempel 16. En bok skjuts med konstant hastighet över ett bord med friktion, se figur 2.0.5. Analysera kraftsituationen för boken. Vilka krafter verkar på boken? Vi har de krafter som vi hade då boken låg stilla. Nya krafter är den kraft som skjuter på boken enligt uppgiftstexten. Denna kraft skulle gett upphov till en acceleration om den var den enda horisontellt.

Men enligt uppgiftstexten rör sig boken med konstant hastighet, den ändrar ej riktning och ej fart. Accelerationen är således 0, kraftresultanten är således $\overline{0}$. Då måste det finnas en lika stor men motsatt riktad kraft i horisontell led på boken, kalla den f; en slutsats ur NII ($\bar{R} = m\bar{a}$) (ej NIII: kraft-reaktionskraft).

I horisontell led gäller enligt $\bar{R} = m\bar{a}$ att $\bar{F} + \bar{f} = \bar{0}$, dvs. $\bar{f} = -\bar{F}$, de är motsatt riktade och lika stora. Samma, enligt tidigare, i vertikal led. Varje led kan behandlas för sig! Kraftpilarna är satta med viss omtanke. Kraften som är bordets kraft uppåt på boken är en normalkraft och har fått beteckningen $\overline{N}$. Den är egentligen en summa av en stor mängd mindre krafter från hela bordsytan på hela bokytan mot bordet. Jordens gravitationskraft på boken brukar ritas i tyngdpunkten som i detta fall troligen är ungefär i mitten av boken. Kraften $\overline{F}$ är den kraft som skjuter på boken. Den är ritad så den något så när har en riktning genom tyngdpunkten för att undvika rotation/vridmoment. Slutligen $\overline{f}$, friktionskraften, består egentligen också av en mängd mindre krafter på hela bokens yta mot bordet. Kraftpilen för friktionen ritas i bokens yta mot bordet.

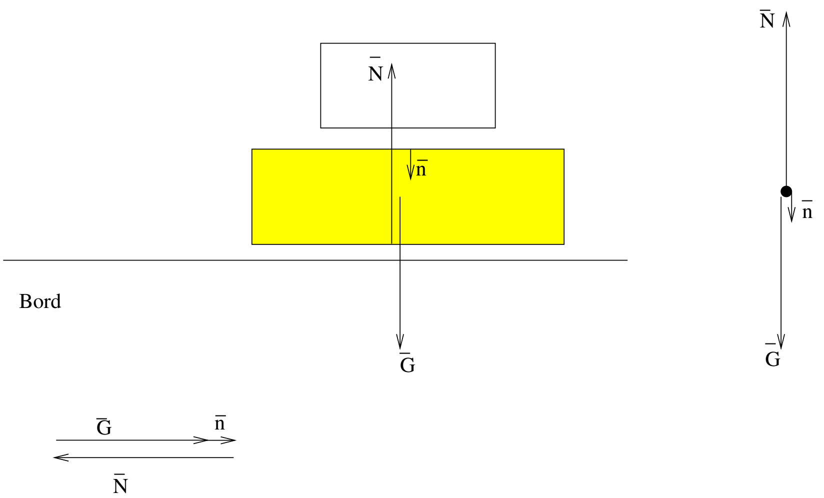
Alla kraftpilar sitter i boken, de har sin fot i boken (det gula föremålet). Har du en kraftpil med en fot i ett annat objekt så är det fel. I frikroppsdiagrammet finns bara *ett* objekt så det kan inte bli fel (om du inte ritat mer än ett objekt i frikroppsdiagrammet förstås, men då är det inte ett **fri**kroppsdiagram...)

Observera att resonemanget ovan gäller *oavsett* bokens fart, den gäller då den inte accelererar.

Exempel 17. Ett av de vanligaste problemen är ett föremål som rör sig med konstant hastighet horisontellt. Det skulle kunna vara en last som ligger på en bil som rör sig med konstant hastighet. Naturligtvis talar vi om en idealiserad situation. Vi ställer således frågan: Hur ser kraftsituationen ut för lasten då den ligger på ett flak som rör sig med konstant hastighet horisontellt?; rita frikroppsdiagram. (I föregående exempel motsvarar det någon som går med bordet med konstant fart och frågan gäller då boken, men det är ingen som drar boken längs bordsytan. Skilj på de 2 situationerna.)

I vertikal led har vi gravitationen, och den motverkas av en normalkraft så kraftsumman är 0 N, ingen acceleration i vertikal led. I horisontell led har vi inga krafter. Kanske höll du inte med om den sista meningen? Men ett föremål som rör sig med konstant hastighet skild från 0 m/s kan betraktas av någon annan iakttagare som ett föremål i vila, och där hade du troligen svarat att det inte finns några horisontella krafter. Om man betraktar världen från ett system med konstant hastighet så är accelerationer absoluta, men inte hastigheter.

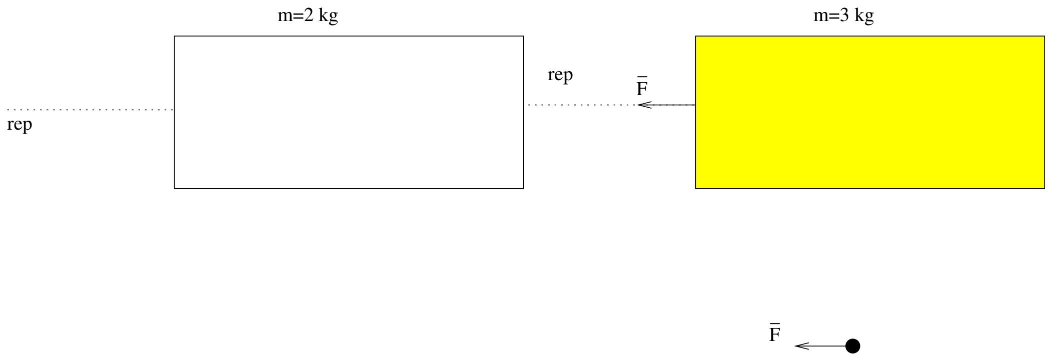
Exempel 18. En bok som ligger på en bok som ligger på ett bord, se figur 2.0.6. Analysera kraftsituationen för den understa boken. I figuren är objekten ritade något separerade för tydlighetens skull. Vi har tre krafter på den nedre boken, färglagd med



Figur 2.0.6.: Två staplade böcker.

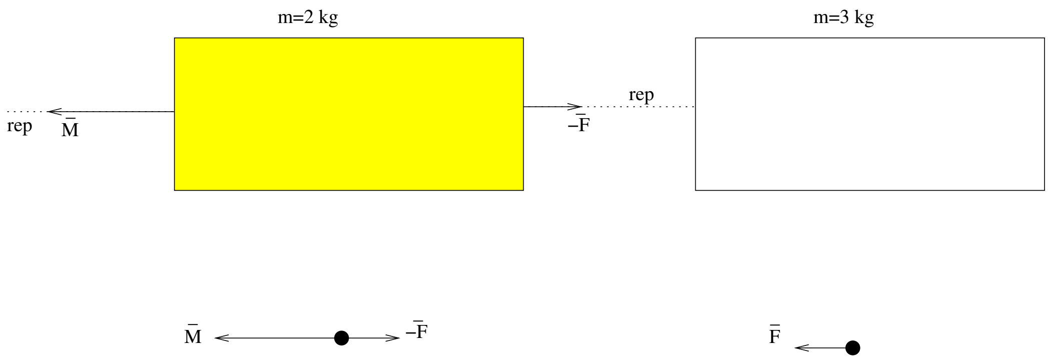
gul. Gravitationskraften $\overline{G}$ som vanligt. En normalkraft $\overline{N}$ från bordet på boken. Och en normalkraft $\overline{n}$ från den övre boken nedåt på den nedre boken. Den gula boken är i vila, accelerationen är 0, således ingen resulterande kraft på den: $\bar{G}+\bar{N}+\bar{n}=\bar{0}$. Situationen är 1-dimensionell så vi sätter + som uppåt och - som nedåt och erhåller $(-G)+N+(-n)=0$ som ger att $N=G+n$. Vilket innebär att storleken på $\bar{N}$ är summan av storlekarna på $\bar{G}$ och $\bar{n}$; vilket jag också försökt rita in i bilden. Man ska kunna lägga vektorerna sidan om varandra och då ska $\bar{G}$ och $\bar{n}$ tillsammans ge $\bar{N}$:s storlek men $\bar{N}$ är i andra riktningen, se nedre delen av figur 2.0.6.

Exempel 19. En kraft som drar i en vagn som i sin tur drar i en annan vagn. Vagnarna har hjul och rullfriktion mot underlaget försummas. Vagnarna har accelerationen 2 m/s^2 åt vänster i figuren. Analysera de två vagnarnas kraftsituationer i horisontell led.



Figur 2.0.7.: Vagn som drar i en vagn. Bakersta fri.

I figur 2.0.7 är den bakersta vagnen gulfärgad och den påverkas av en kraft $\bar{F}$. Inga andra krafter påverkar den i horisontell led. Krafterna i vertikal led är ej utsatta. Frikroppsdiagrammet har bara en kraft $\bar{F}$. Detta innebär att den bakre vagnen accelererar. Låt oss analysera situationen kvantitativt. Kraften $\bar{F}$ har då riktning enligt figuren. Storleken ges av NII: $R = ma$. Resultanten är enbart $\bar{F}$ som har den okända storleken F. Vi har givet $m = 3$ kg och accelerationen $a = 2$ m/s^2. Sätt samman i $F = ma$ vilket ger $F = 3 \cdot 2$ N. Kraften måste vara 6 N.

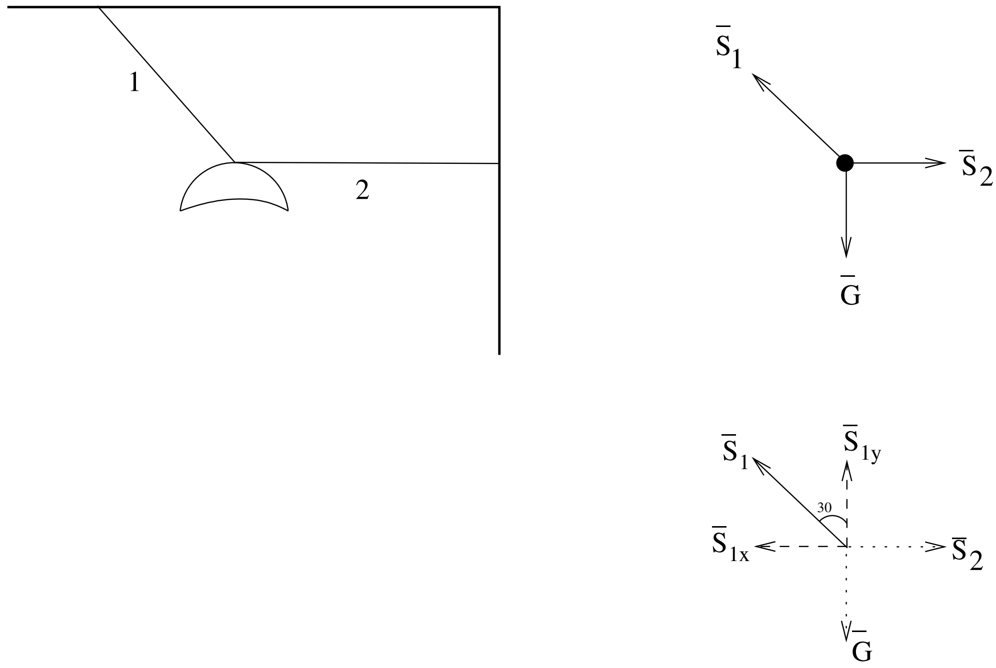


Figur 2.0.8.: Främre kropp fri.

Vi betraktar nu den främre vagnen, se figur 2.0.8. Om den bakre vagnen påverkas av en kraft $\bar{F}$ så är reaktionskraften till den en lika stor men motsatt riktad kraft på en annan kropp, det är kraften $-\bar{F}$ på den främre vagnen. Det finns ytterligare en kraft på den främre vagnen och det är dragkraften som anges i uppgiftstexten, betecknad $\bar{M}$ i figuren. Dessa båda krafter ska tillsammans ge den främre vagnen accelerationen 2 m/s^2. Båda vagnarna har samma acceleration enligt uppgiften. Om båda vagnarna startar från vila och avståndet mellan dem inte förändras måste de ha samma acceleration. Vektorsumman för den främre vagnen är $\bar{M} + \left(-\bar{F}\right) = m\bar{a}$. Tittar vi på storleken och tar + till vänster och - till höger fås $+M - F = ma$ så att $M = F + ma = 6 + 2 \cdot 2 = 10$ N. Krafterna är olika i de två repen. Detta beror inte på att massorna är olika. Om båda massorna varit 3 kg hade vi erhållit $F = 6$ N som tidigare och $M = 6 + 3 \cdot 2 = 12$ N. Ett av de allra vanligaste misstagen är att tro att kraften är lika stor i båda repen; att kraften liksom fortsätter genom föremålen.

Övning 5. Koppla ihop 3 vagnar utan friktion mot underlaget. Vagnarna har accelerationen 2 m/s^2 åt vänster i figuren. Använd valfria värden. Kontrollera varandra.

Exempel 20. Vi hänger en lampa i två linor enligt figur 2.0.9. Hur stora är krafterna i linorna?



Figur 2.0.9.: Lampa som hänger i två linor.

Lampan rör sig inte vilket innebär att summan av alla krafter i x-led är 0 N, och i y-led också 0 N. Vi kallar kraften i snöret 1 för $\bar{S}_1$ och i 2 för $\bar{S}_2$. För x-led, horisontellt får vi

$$-S_{1x} + S_2 = 0$$

för y-led

$$S_{1y} - G = 0.$$

Välj värden på lampans massa och linornas vinklar och räkna ut siffervärden. Hur beror kraften i lina 1 på vinkeln för linan?

Exempel 21. Ett föremål som hänger i en tunn tråd är helt nersänkt i vatten men berör ej vattenbehållarens botten eller kanter. Gravitationskraften är $\overline{G}$, vattnets lyftkraft enligt Arkimedes princip är $\overline{L}$. Kraften i tråden är $\overline{D}$. Vi erhåller $\bar{L}+\bar{D}+\bar{G}=\bar{0}$. Summan är $\bar{0}$ eftersom föremålet är i vila; ingen nettokraft. Om vi inför ett koordinatsystem med positiv riktning uppåt kan vi skriva $L+D-G=0$. Nu ska du ha en bra start på uppgiften; du får rita frikroppsdiagrammet själv. Du ska inte ha ritat några andra krafter än på objektet (gul), alla andra krafter är ovidkommande.

Exempel 22. En boll kastas snett genom luften. Bortse från luftmotståndet. Analysera kraftsituationen för bollen. Se figur 2.0.10. Den enda kraft som verkar på bollen är gra-

Figur 2.0.10.: Kastad boll.

vitationen. Observera att i bilden är inte utsatt i vilken riktning bollen rör sig just nu. Frikroppsdiagrammet skiljer sig bara på så sätt från bilden av bollen att själva kroppen representeras av en punkt (som dock av praktiska skäl inte ritas så). På bollen verkar en kraft rakt ner, gravitationen. Bollen accelererar således i denna riktning oavsett hur den rör sig just nu. Den accelererar på detta sätt under hela kastet (efter att den lämnat kastarens hand). Kraften ändrar hastigheten i vertikal led men påverkar inte hastigheten i horisontell led eftersom kraften i horisontell led är 0 N. Om bollen har en hastighet i horisontell led så bibehåller bollen denna hastighet, den ändras inte. Om hastigheten i vertikal led är uppåt så gör accelerationen nedåt att den bromsas; farten minskar. Om hastigheten är nedåt så gör accelerationen att farten nedåt ökar, den faller fortare och fortare nedåt.

2.1. Användning av $\overline{F}=m\bar{a}$ i några resonemang

Exempel 23. En kropp påverkas av 3 krafter och den är i vila, $\bar{a}=\bar{0}$. Då måste gälla att summan av alla krafter är noll, $\overline{R}=\overline{F}_1+\overline{F}_2+\overline{F}_3=\bar{0}$.

Exempel 24. En kropp påverkas av 3 krafter och den rör sig med konstant fart längs en linje, $\bar{a} = \bar{0}$, och då måste gälla att summan av alla krafter är noll.

Exempel 25. En kropp påverkas av 3 krafter och den rör sig med konstant fart runt i en cirkelbana. Då måste $v =$ konst, $\Delta v = 0$, $\overline{\Delta v} \neq \bar{0}$ och $\bar{a} \neq \bar{0}$. Vilket också måste ge att $\bar{R} \neq \bar{0}$.

Exempel 26. En kropp faller med konstant fart genom luften. Kroppen har således ingen acceleration, $\bar{a} = \bar{0}$. Detta ger för den resulterande kraften, bestående av gravitationskraften och luftmotståndet, $\bar{R} = \bar{F}_G + \bar{F}_f = \bar{0}$. Vi vet att $\bar{F}_G = m\bar{g}$ och för låga farter gäller att $F_f = kv^2$ (i motsatt riktning föremålets hastighet), vilket innebär att luftens friktionskraft är proportionell mot farten i kvadrat och alltid är riktad i motsatt riktning till hastigheten (vi sätter $k > 0$). Proportionalitetskonstanten, k, är i huvudsak en konstant för en given kropp i ett givet medium; den beror bla. på tvärsnittsytan vinkelrätt mot fallriktningen och mediets viskositet. Vi har

$$\bar{R} = m\bar{a}$$

$$mg - kv^2 = ma$$

och vid ett vanligt fall nedåt får vi $mg - kv = 0$ då accelerationen upphört. k kan bestämmas vid ett fall där gränshastigheten uppnås, dvs. $a = 0$, och då är det vid en hastighet $v = v_L$

$$\frac{mg}{v_L^2} = k$$

Exempel 27. Vi placerar ett föremål på en lutande plan yta, se figur 2.1.1 överst. Gravitationskraften $\overline{G}$ är riktad rakt nedåt och normalkraften, $\overline{N}$, är riktad i rät vinkel mot underlaget. I den nedre figuren är gravitationskraften uppdelad i två komposanter, $\overline{J}$ och $\overline{K}$. Vinkeln mellan $\overline{J}$ och $\overline{G}$ är lika stor som vinkeln mellan det lutande planet och horisontalplanet, v.

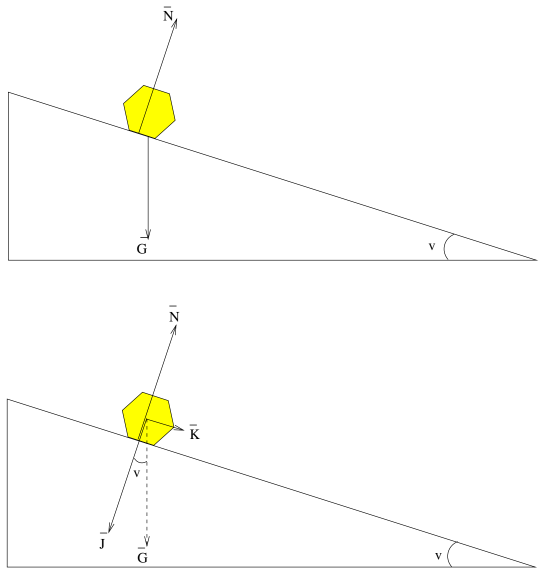
Eftersom kroppen inte rör sig i riktningen vinkelrät mot planet måste $\overline{J} + \overline{N} = \bar{0}$. Och enligt geometrin är $J = G\cos(v)$ så $N = G\cos(v)$, de är lika långa.

För $\overline{K}$ gäller $K = G\sin(v)$.

Om vi nu inte har någon friktion mot underlaget så ger oss $F = ma$ kroppens acceleration längs planet enligt

$$G\sin(v) = ma$$

$$a = \frac{G\sin(v)}{m}$$



Figur 2.1.1.: Kropp på lutande plan.

och kroppens hastighet ges av

$$v = at$$

$$v = \frac{G\sin(v)}{m}t$$

om den startade från vila. Läget från startpunkten ges av

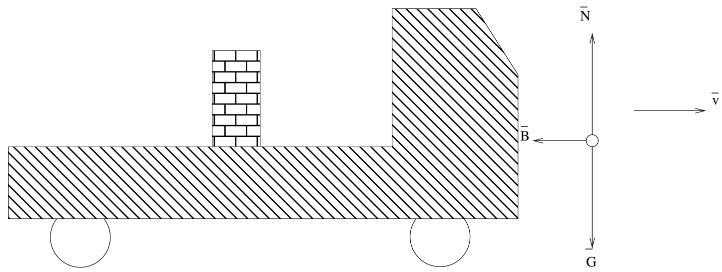
$$s = 0,5at^2$$

$$s = 0,5\frac{G\sin(v)}{m}t^2$$

om den startar i origo.

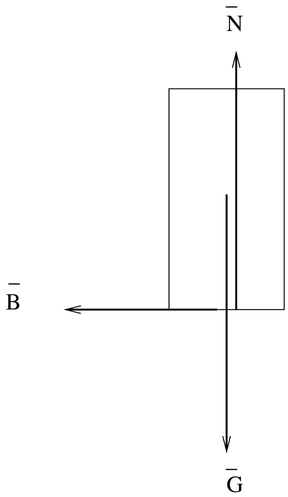
Övning 6. På ett lutande plan med vinkeln 30° vilar en låda med massan 2,0 kg.

1. Hur stor gravitationskraft verkar på den?
2. Hur stor del av den kraften verkar längs med det lutande planet?
3. Hur stor del av kraften verkar vinkelrät mot planet?
4. Vilken normalkraft från det underliggande planet verkar på lådan?
5. Friktionskoefficienten (statisk) k är 0,7 (inget orimligt värde för trä mot trä) och friktionskraften ges av $f = kN$, där N är normalkraften från planet på lådan (inte gravitationskraften). Vid vilken vinkel börjar lådan glida?



Figur 2.1.2.: Lastbil med en låda på flaket. Frikroppsdiagram för lådan.

Exempel 28. En lastbil med en låda på flaket bromsar in. Vilka krafter verkar på lådan under inbromsningen? Se figur 2.1.2. Vi ritar lådan i ett frikroppsdiagram. Kraftvektorerna i figuren är tre: $\overline{N}$ för flakets kraft på lådan, $\overline{G}$ är gravitationskraften från Jorden på lådan och $\overline{B}$ är friktionskraften från underlaget på lådan då lådan bromsas då lastbilen bromsas – utan denna kraft hade lådan fortsatt rakt fram (enligt NI). Vektorn $\overline{v}$ anger riktningen hos lastbilens hastighet. I just detta fallet begås många misstag. Undersökningar visar på att många tänker sig en kraft framåt, i hastighetens riktning, för att kunna "välta" lådan; någon sådan kraft finns inte. Tanken kan möjligen uppkomma från hur en låda vältes när den står still på marken; en kraft påverkar den "framåt". På något sätt föreställer man sig att denna "framåtkraft" skapas. Den bromsande kraften från flaket skapar ett vridmoment kring lådans tyngdpunkt vilket vrider lådan så den eventuellt faller. I figur 2.1.3 visas vilka krafter som verkar på lådan.



Figur 2.1.3.: Krafter på lådan på lastbilsflaket.

3. Vanliga fel

3.1. Kraftlagen vid vila och Växelverkanslagen

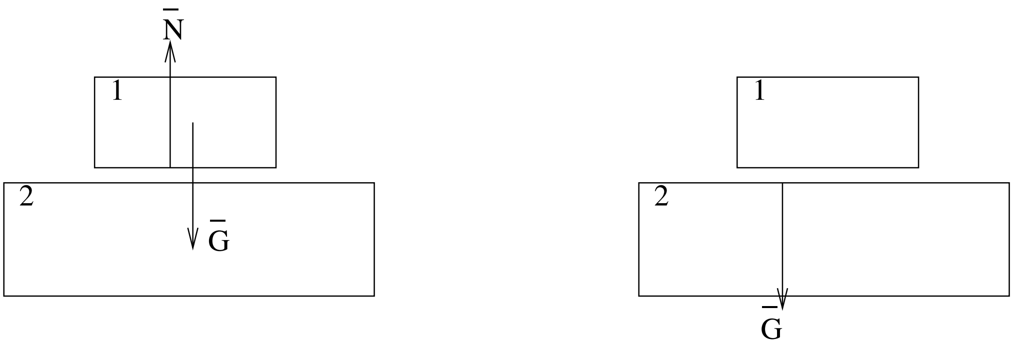
Se avsnittet 5. En av de vanligaste problemen är en sammanblandning av Kraftlagen, då ett föremål är i vila eller i rörelse med konstant hastighet, ingen nettokraft, och Växelverkanslagen. I Växelverkanslagen heter det ”att det finns en lika stor men motsatt riktad kraft på en annan kropp”. Vi har två lika stora krafter men med motsatta riktningar och krafterna verkar på två olika kroppar.

I Kraftlagen i en situation där vi känner endast en kraft på en kropp och vet att kroppen inte accelererar (jämnvikts- situation) så finns det (minst) en kraft till; låt oss anta att det är endast en kraft till. För att summan av krafterna ska vara $\overline{0}$ måste den saknade kraften vara ”lika stor men motsatt riktad” men på *samma* kropp. Just ”lika stor men motsatt riktad” kan bli för generaliserad så att man inte ser skillnaden mellan NIII och NII i en jämnvikts-situation.

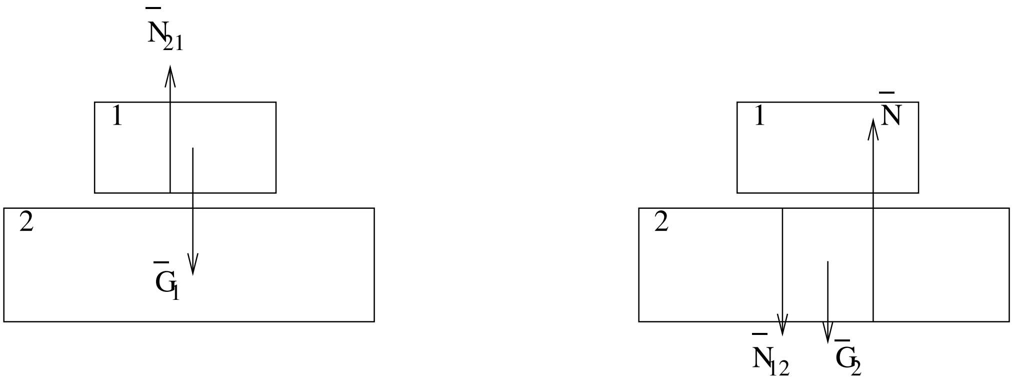
3.2. Gravitationskraften breder ut sig

Vi studerar situationen när en kloss (1) ligger ovanpå en annan (2) enligt 3.2.1. I den vänstra delfiguren anges krafterna med kraftpilar på ett korrekt sätt för kropp 1. På kropp 1 verkar gravitationskraften $\overline{G}$ och en normalkraft $\overline{N}$ (elektromagnetisk). Problemet uppkommer i den högra delfiguren. Kropp 1 utövar en kraft på kropp 2, det är en normalkraft (elektromagnetisk) men den har i figuren beteckningen $\overline{G}$. Denna normalkraft är i den givna situationen lika stor som $\overline{G}$ som verkar på kropp 1, vilket förmodligen orsakar sammanblandningen.

I figur 3.2.2 syns en bättre uppsättning beteckningar. $\overline{G}_1$ betecknar gravitationskraften på kropp 1. $\overline{N}_{21}$ är normalkraften från kropp 2 på kropp 1 (observera indexordningen). $\overline{G}_2$ betecknar gravitationskraften på kropp 2. $\overline{N}_{12}$ betecknar normalkraften från kropp 1 på kropp 2, denna betecknades felaktigt med $\overline{G}$ i figur 3.2.1. Slutligen betecknas normalkraften från underlaget på kropp 2 med $\overline{N}$. Man ska också ange att $N_{12} = G_1$, dvs. att de har samma *storlek* (anges med samma tal rent matematiskt) i denna situation. Man ska också ange att $N = G_2 + N_{12}$, dvs. att storleken på normalkraften från underlaget är lika stor som summan av gravitationskraften på kropp 2 och växelverkanskraften från kropp 1. Att $N_{12} = N_{21}$ är lika enligt NIII ska också anges.



Figur 3.2.1.: Beteckningar och krafter.

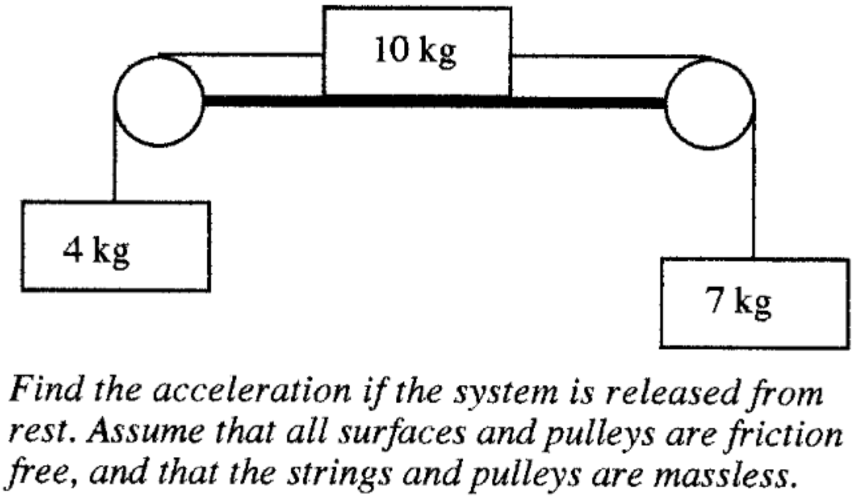


Figur 3.2.2.: Bättre beteckningar.

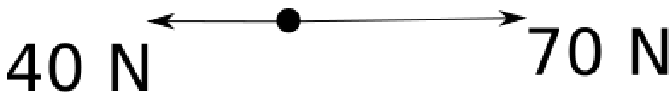
3.3. Krafter i balans

Krafter balanceras ibland på ett intuitivt sätt i stället för att använda Newtons lagar. I en undersökning, [Mildenhall and Williams], finns följande bild 3.3.1 och varianter på den.

Ett elevsvar, årskurs 8-13, till frågan som anges i bilden var: ”There is no acceleration because the 7 kg mass is not big enough to pull both of the other masses”. Frikroppsdiagrammet för situationen är, där vi satt g = 10 N/kg. Utifrån frikroppsdiagrammet är den resulterande kraften åt höger och 30 N. Kroppen på 10 kg kommer att accelerera i den riktningen med accelerationen $F/m = 30/10 = 3\,\mathrm{m}/s^2$. Forskarna antar att det sker någon form av balanstänkande. Kraften från 7 kg massan ska ’dra’ 10 kg och 4 kg åt höger men de har totalt en större massa, alltså går det inte. Elever som svarar så här borde ändra sitt svar om 7 kg massan byts till en massa som är större än $10+4 = 14$, dvs större än 14 kg. Cirka 30% uppvisar någon form av denna typ av balanstänkande. För en massfördelning $(1, 1, 2)$ så svarar även en del att rörelsen är med konstant hastighet åt höger. De anser sig också se att det finns en tankegång som betyder att massan som utövar kraften ska vara minst lika stor som massan som ligger på det horisontella planet.



Figur 3.3.1.: Konsten att balansera krafter.



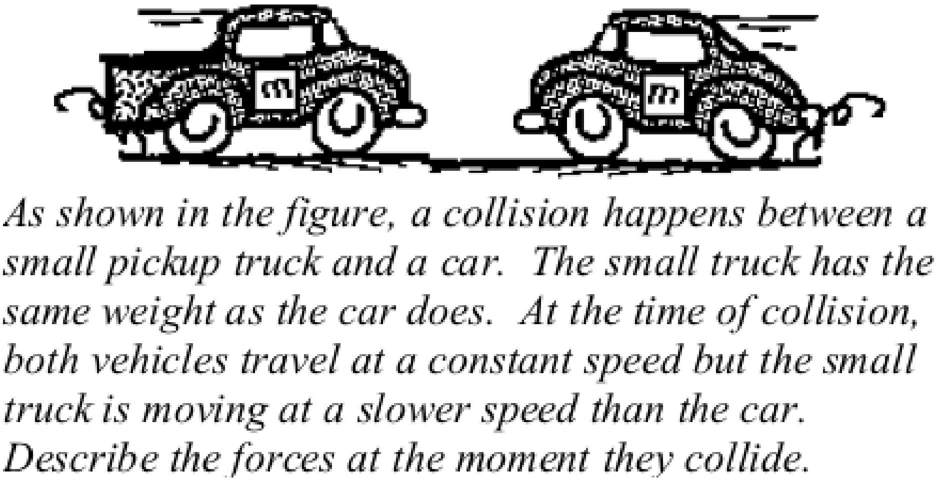
Figur 3.3.2.: Frikroppsdiagram för situationen i figur 3.3.1.

I en annan undersökning (University of Minnesota) användes friktion för massan på det horisontella planet. Friktionen kunde tex. anges mha en friktionskoefficient $k = 0,2$, så att friktionen ges av $f = kN$ där N är normalkraften på massan på det horisontella planet. Cirka 50% av eleverna klarade denna uppgift.

3.4. Kollisioner

Från [Bao]. Kollisioner bearbetas intuitivt med någon form av dominanstänkande i stället för Newtons tredje lag. Ett vanligt sätt att tänka är att tro att den som har högst fart har störst kraft. I figur 3.4.1 har bilen från höger större fart och den utövar då enligt denna tankegång en större kraft på pickupen. Enligt NIII är kraften på pickupen lika stor som kraften på bilen. Ett typiskt svar är “The car is going faster and it has a greater push against the truck.”

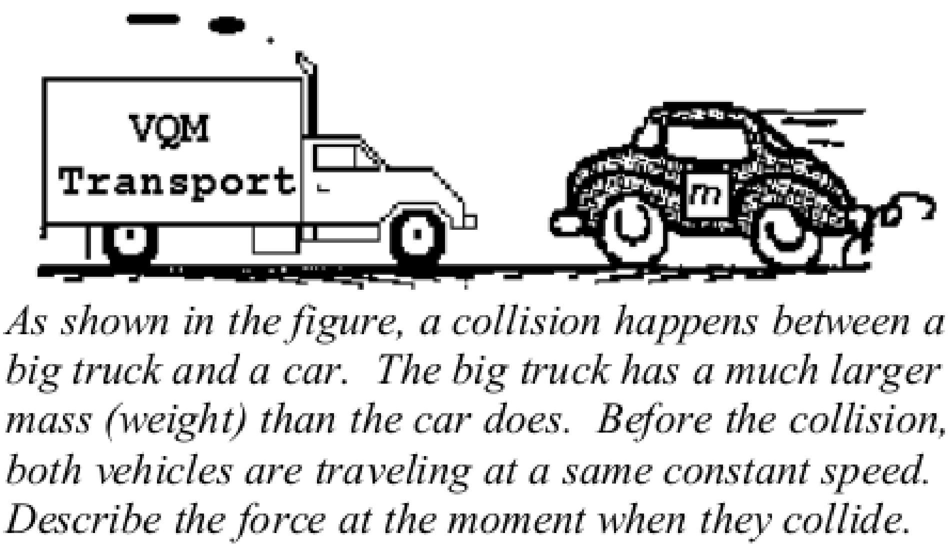
I figur 3.4.2 kolliderar två fordon med olika massa. Lastbilen har större massa än bilen som kommer från höger. Ett vanligt sätt att tänka är att den som har störst massa utövar den större kraften. Enligt NIII utövar de lika stora krafter på varandra. Ett typiskt svar är



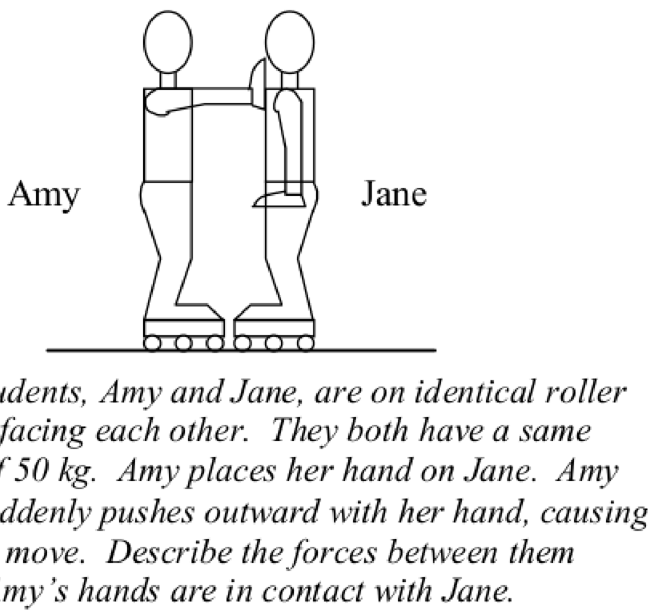
Figur 3.4.1.: Två bilar med samma massa men olika fart kolliderar. Vem har störst kraft?

"It has more weight so the momentum behind it is greater." I elevens svar finns en referens till begreppet rörelsemängd (eng. momentum), massa multiplicerat med hastighet, men det används troligen i en mer vardaglig betydelse av eleven.

En tredje uppfattning, speciellt när det gäller levande varelser, är att när en person knuffar (eng. push) en annan så är det den som knuffar som utövar den större kraften. I figur 3.4.3 knuffar Amy på Jane. Enligt en vanlig tankegång utövar då Amy en större kraft på Jane än vad Jane utövar på Amy. Enligt NIII utövar de lika stora krafter på varandra. Elever uttrycker detta bland annat som "Amy actually reaches out and pushes Jane and Jane was just there. Her (Jane's) force was an non-equal but opposite force that she pushes back." En del forskare hävdar också att när elever väl lärt sig begreppet rörelsemängd, $p = mv$, så använder de också tankegången att det föremål som har störst rörelsemängd utövar den större kraften. Egentligen är det väldigt enkelt, det är samma storlek på krafterna, men naturligvis motsatta riktningar. Trots att det är så enkelt så tar ens vardagstänkande över med mer komplicerade förslag: Tänk inte, använd teorin!



Figur 3.4.2.: Två bilar med samma fart (konstant) men olika massor kolliderar. Vem utövar störst kraft?



Figur 3.4.3.: Att knuffas. Föreställningen att den som knuffar utövar en större kraft.

4. Kausalitet

Varför rör sig saker? En enkel fråga men en fråga man kanske inte ställer sig. Från 1600 talets mitt till in på 1800 talet var svaret att saker accelererar för att de påverkas av en kraft. Kraften är alltså orsaken till acceleration. Kraft är däremot inte orsak till rörelse, ett objekt som har en given hastighet fortsätter med den om inga krafter påverkar den.

Orsak och verkan är en del av vårt sätt att tänka om världen och vi tänker ofta om orsak och verkan på det sätt som kallas interventionistiskt, dvs. hur vi kan ingripa för att förändra något. Hur ska vi göra för att flytta ett föremål? Jo, påverka det med en kraft – kraften blir orsaken till accelerationen. Ett föremål rör sig med konstant fart rakt framåt; om vi vill stoppa

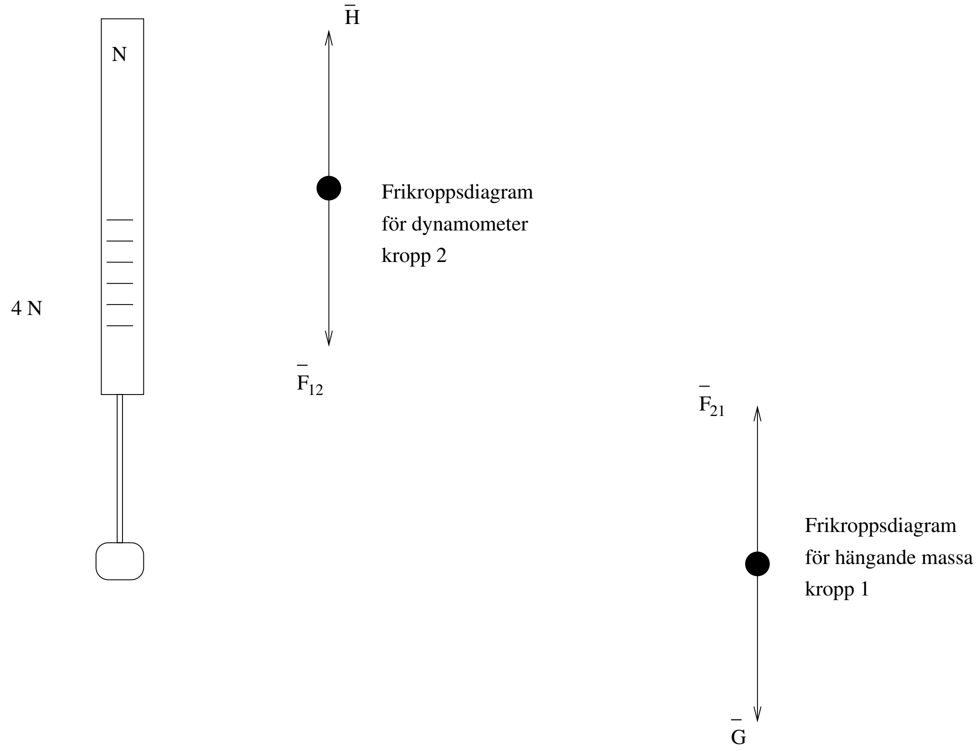
Precis som orsaker i vardagslivet kan ta ut varandra kan krafter i fysiken ta ut varandra och vi använder därför uttrycket nettokrafter.

Om A orsakar B skrivs det $A \to B$. I vårt fall gäller det att krafter orsakar acceleration och vi skriver då $F \to a$. I detta fall är det dessutom frågan om en direkt kausalitet, det finns inget som kraften orsakar som sedan i sin tur orsakar accelerationen. Att däremot skriva $F \to v$ är ingen *direkt* kausalitet. I uttrycket $F = ma$ finns kunskap om orsak och verkan beskrivet. F är den totala kraften på föremålet. Med ”total” menas att krafterna ska adderas vektoriellt. Ett annat sätt att uttrycka detta är att säga att krafter överlagras eller superpositioneras. En kraft F orsakar en acceleration a och då orsakar en dubbelt så stor kraft $F + F$ en dubbelt så stor acceleration $a + a$.

Det finns en del problem med Newtons lagar men de fungerar bra i väldigt många situationer. Newtons lagar har också delvis problem med kausaliteten. Om kraften ses som en orsak så är accelerationen, verkan, samtidig i Newtons lagar och det är inte rimligt. Verkan måste inträffa *efter* orsaken inte samtidigt. Att Newtons andra lag säger så framträder om kraft och acceleration skrivs som funktioner av tiden, $F(t) = ma(t)$. I Newtons värld tar det ingen tid för en påverkan att breda ut sig.

5. Lagarnas logik

Med $F = ma$, NII, behandlas alla krafter *på en kropp*. Summan av krafter ger accelerationen när vi tagit hänsyn till hur trögt föremålet är; dess massa. Växelverkanslagen NIII är krafter *mellan kroppar*. Lägg märke till skillnaden. Vi studerar en kropp som hänger (gravitation) i en dynamometer. Vi detaljgranskar logiken.



Figur 5.0.1.: ss

1. Dynamometern visar tex. 4 N: $\overline{F}_{12}$ och $F_{12} = 4$ N. (Index $_{12}$ betyder en kraft från kropp 1 på kropp 2.)
2. Dynamometern visar kraften på sig själv(spiralfjädern). (Observera dock att kraften på dynamometern totalt är 0 eftersom den inte accelererar).
3. Kraften på dynamometern är en dragkraft av elektromagnetisk natur. Inte en gravitationskraft.

4. Enligt NIII verkar en lika stor kraft på ett annat föremål: kroppen som hänger. Men den ska ha motsatt riktning till $\overline{F}_{12}$.
5. Då har vi en kraft uppåt på kroppen från dynamometern. Vi är nu på kroppen inte dynamometern. $\overline{F}_{21}$. NIII gör att vi kan byta kropp.
6. Kroppen är i vila, vi observerar att den inte accelererar.
7. Summan av krafterna på kroppen måste vara 0 N. $\overline{F}_{21} + \overline{G} = \overline{0}$.
8. Det måste finnas (minst) en kraft till på kroppen utöver kraften från fjädern.
9. Denna saknade kraft är gravitationskraften. $\overline{G}$
10. Gravitationskraften och kraften från fjädern måste vara lika stora ty totalkraften är 0 (och accelerationen är 0). Observera att detta är NII $\left(\overline{F} + \overline{G} = \overline{0}\ \text{på samma kropp}\right)$ inte NIII $\left(\overline{F}_{12} = -\overline{F}_{21}\ \text{på olika kroppar}\right)$.
11. Vi har således $-\overline{F}_{21} = \overline{G}$ som *matematisk likhet*. Det innebär inte alls fysikaliskt att kraften $\overline{F}_{21}$ är en gravitationskraft (likhetstecken betyder inte det), utan det är en elektromagnetisk kraft.
12. Reaktionskraften, NIII, till $\overline{G}$ är den hängande massans kraft på Jorden.
13. Dynamometern är i vila och accelererar inte. Säg att dynamometern hålls av en handkraft $\overline{H}$ (en elektromagnetisk kraft).

6. Historia

6.1. Panpsykism

Begrepp som påminner om det vi nu kallar för förmåga, styrka och kraft vet vi inte ursprunget till. Några möjliga trådar bakåt finns beskrivna av tex. Jammer [1999]. Panpsykism är en uppfattning om verkligheten som säger att det jag är och upplever det är och upplever allt och alla andra. Människans upplevelser förläggs hos alla andra objekt. Tankegångar i ett panpsykiskt tänkande kan vara:

- Allt som är aktivt är levande.
- Allt levande är som jag.
- Jag upplever att jag har kraft/förmåga att förflytta mig och föremål.
- Allt levande kan förflytta sig och andra föremål.
- Levande är trädet, skogen, marken, stenarna etc.
- Kan de vara kraftfullare/starkare än jag?
- Åskan/Vinden/Regnet...har större kraft/förmåga än jag har.

(panpsykism används också med andra betydelser än just den historiska)

Enligt Aristoteles så hade Thales (624-545 fvt) en teori där allting var fullt med gudar. Aristoteles skrev också att Thales ansåg att detta demonstrerades av magneter. Föreställningen fanns dock långt före Thales.

6.2. Tidiga grekiska kulturen

Vi fortsätter fram från den tidiga grekiska kulturen, ca 600-500 fvt.

I den tidiga grekiska kulturen uppfattade Thales, Anaximander och Anaximenes naturen, den primära substansen, som ett levande väsen. Levande väsen rör sig av sin inneboende kraft(vilja). Föremål i naturen rör sig av sin inneboende kraft; självrörande. Om saker rör sig av sin egen inneboende kraft så är det detta som är orsaken; ingen yttre orsak behövs. Inte förrän naturen upphörde vara en enhet av liv med en inneboende kraft uppkom behovet av att förklara rörelse hos delarna av helheten. Naturen, åtminstone dess delar, blev icke-levande för att frågan skulle ställas. Det finns på samma sätt inget problem för yngre barn. Man kan röra sig, det är så det är; orsaken är min vilja, sedan är det inte mer. Barn kan inte se att det finns något som ska förklaras. Begreppet kraft såsom vi känner det behövs inte och skapas inte automatiskt.

Enligt det jag nämnt så finns det inget behov av en kraft, men så småningom finns det behovet och var kommer då kraftbegreppet från? Begreppet kraft har, mycket troligen, sitt ursprung i medvetenheten om vår ansträngning. Medvetenheten om känslan när vi rör vår kropp, våra lemmar. Medvetenheten om den ansträngning som leder till trötthet när vi lyfter tunga föremål, gräver, bär, släpar osv. I grunden är det perception av vår kropps tillstånd: spända muskler, andhämtning, svettning, svaghet vid ihållande ansträngning, matthet i lemmarna osv. Vi samlar dessa perceptuella erfarenheter i begreppet kraft$_p$, där p påminner oss om att det är ett kraftbegrepp väldigt nära vår perception. Det är ur detta begrepp som den vetenskapliga termen kraft skapas. Att ta fram fysikens kraftbegrepp var mödosamt. Newton är en av de som använder ett tydligt kraftbegrepp. Denna process finns beskriven av Max Jammer i boken Concepts of Force [Jammer, 1999].

6.3. Naturens död

Ett stort steg mot naturens död: Kepler 1571-1630

I Keplers texter framgår tydligt att han står inför en begreppsmässig omändring av stort slag. I hans texter förekommer kraft både som ande och mekanik. Och han är medveten om detta. Ordet ande (anima) börjar framträda som en metafor för att uttrycka principerna (en princip är inte ett ting; ontologi) som styr rörelsen. Han har ett annorlunda språkbruk där det framgår att gravitation beskrivs som passivt inte som aktivt, anden är på väg ut från beskrivningen; det finns inget som drar. Kraft blir ett funktionellt begrepp inte ett psykiskt (och mänskligt). Begreppet 'lag' börjar också ta form.

Typiskt för mekanistiska(orsaks) beskrivningar är just att naturen är s.a.s. död, den är passiv, ej besjälad.

Han påstår också att det är samma fysiska lagar på Månen som på Jorden (pre-Newton). Kepler antog detta och Newton visade att det gick att beskriva på samma sätt.

Kepler funderade över gravitationen: Hur är det möjligt att ett föremål som kastas rakt uppåt återvänder till sin uppkastningsplats trots att Jorden snurrar?; den borde komma ner på en annan plats om Jorden vridit sig. Kepler gav en förklaring: "..the magnetic invisible chains rotate by wich the stone is attached to the underlying and neighboring parts of the earth.."

Kepler föreställer sig attraktionen precis som hos en magnet, han föreställer sig att attraktionen kan vara en sorts osynliga magnetiska kedjor. Tidiga teorier om gravitation konstruerades i analogi med magnetism.

6.4. Ytterligare död

Galileo 1564-1642

Galileo sysslade huvudsakligen med kinematik, dvs. beskrivning av rörelse utan att bekymra sig om vad det är för krafter som verkar. Kraft verkar genom att ändra ett föremåls hastighet. Galileo arbetar mycket med rörelsebeskrivningens matematisering, diskuterar inte kraft så mycket. Han utarbetar en noggrann rörelsebeskrivning och kategorisering. Denna noggranna begreppskonstruktion banar vägen för en förståelse av kraftbegreppet. Galileo lär sig också mäta tid tillräckligt noga för att vi ska kunna börja studera rörelse som en funktion av tiden; vilket är det vi gör numera, men det var i princip omöjligt före Galileo.

6.5. Fysik som vi ser den

Newton 1642-1727.

Newton förstod skillnaden mellan massa och tyngd(-kraft). Materia har en tröghet, det krävs en kraft för att accelerera den. Newton anger tre axiom, nu benämnda Newtons lagar, varav två tillskriver han Galileo och Huygens.

Kraft är för Newton något givet på förhand, ett begrepp som antages. Newton gör inga 'analogier' med natur eller fysiologi vilket var vanligt tidigare. Attraktion mellan materia 'förklarades' genom att jämföra attraktionen mellan man och kvinna. Men Newton förklarar (i metafysisk mening) inget:

> For here I design only to give a *mathematical notion* of those forces without considering their physical *causes* and seats.

Redan på 1600-talet försöker man lämna metafysiken. Newton gör inte längre försök till metafysiska förklaringar. Här tar fysiken sina första steg mot en annan typ av tänkande. Naturen är nu ordentligt död i den meningen att rörelse förklaras inte med inre avsikter hos föremålen. Newton funderade naturligtvis på hur det hela gick till:

> But hitherto I have not been able to discover the cause of those properties of gravity from phenomena, and I frame no hypotheses; for whatever is not deduced from the phenomena is to be called an hypothesis; and hypotheses, whether metaphysical or physical, whether of occult qualities or mechanical, have no place in experimental philosophy.

Huygens var en stark kritiker till Newtons teori. Newton använder nämligen kraftbegreppet utan att redogöra för hur tex. Solen så långt från Jorden kan påverka den. Många andra tog möjligheten att leverera svar på hur det går till. Bentley: Gravitation kommer från en högre gudomlig princip... På vilket Newton svarade: ”I do not pretend to know, and therefore would take more time to consider of it”. Men påverkan på avstånd betraktades som ett fördolt fenomen och många uttolkare kastade sig över gravitationsteorin. Kraft och gravitation blev paradexempel på gudomlig närvaro och omnipotens. Problemets lösning kommer i och med kvantmekaniken på 1900-talet; man behövde vänta i cirka 200 år.

Har Newton förklarat gravitationen? Nej. Han har beskrivit den kvantitativt men han har också kvalitativt definierat kraft och massa; fysik är en kvalitativ teori. Gravitation är ett så kallat icke-reducerbart fenomen fortfarande. Att förklara på 1600-talet innebar att man kunde skapa en mekanisk analogi till gravitationen, och det kunde ingen. Ingen har någonsin lyckats att beskriva mekaniskt att gravitationskraften skulle vara proportionell mot massan hos objektet. Newton var helt medveten om dessa problem och funderade troligen på det ultimata att gravitation inte skulle kunna beskrivas mekaniskt.

Påverkan på avstånd var nu mer eller mindre erkänd; ingen förstod hur Solen kunde påverka Jorden över detta stora avstånd. Dock så fungerade hela Newtons system, de tre lagarna, med gravitationslagen; det kunde förutsäga mycket.

Newton formulerade inte Newtons 2:a lag såsom vi gör idag. För gymnasiet har den ofta formen $F = ma$ eller $\overline{F} = m\overline{a}$. På universitet har den oftare formen

$$\overline{F} = \frac{d\overline{p}}{dt}, \text{ där } \overline{p} = m\overline{v}$$

vilket innebär att kraft är ändring av rörelsemängd, vilket medför att även en ändring av massan måste beaktas inte endast hastigheten.

6.6. Kring sekelskiftet 1900

Eftersom det är svårt att definiera kraft och massa oberoende av varandra har Newtons lagar alltid fått mycket kritik. De som arbetade med detta var bland andra D'Alembert, Kirchoff och Hertz. Bland andra Poincaré ställde frågan ”Kan F=ma verifieras experimentellt?” vid en filosofi kongress i Paris år 1900. Det visade sig inte vara så enkelt. Hertz med flera visade att det går att konstruera en klassisk mekanik utan kraftbegreppet. Den s.k. Lagrange-Hamilton formalismen, som ersätter kraft-begreppet, har mer generella begrepp och grundar sig på energibegreppet.

Kraftbegreppets ontologiska status är också oklar. Finns krafter? Ingen har sett dem... Man brukar hålla sig till att de inte finns. Förståelsen till hur fenomenet uppkommer finns i kvantmekaniken. I kvantmekaniken överförs rörelsemängd, $p = mv$, mellan källan och målet av så kallade virtuella partiklar. Men om man räknar på deras transport av rörelsemängd så kan man härleda tex. Coulombs lag, $F = kqQ/r^2$, för elektriskt laddade föremål. Så det finns mikroskopiska processer som om man ser dem makroskopiskt ger, som en sorts medelvärde, upphov till just lagar för olika krafter och Newtons 3 lagar; så på detta sätt finns det en grund för kraft-begreppet. Vare sig kvantmekaniken eller relativitetsteorin använder kraft-begrepp på samma sätt som Newtonsk mekanik.

7. Instudering

1. Du kan bara det du kan göra själv. Formulera Tröghetslagen så tydligt du kan och ge exempel på var den kan användas. Vad är centralt i den? Vad betyder Rörelsetillstånd? Varför är begreppet Netto-kraft viktigt?
2. Formulera lagen om Växelverkan. Vad är centralt i lagen?
3. Formulera Kraftlagen. Vad är centralt i lagen?
4. Finns det något som lagarna inte uttalar sig om? Fungerar lagarna alltid? Vad finns det för problem med dem?
5. Vad avses med ”Tänk inte, använd Teorin”?
6. Ge exempel på hur ibland vardagstänkandet inte stämmer överens med Newtons 3 lagar.
7. Redogör för Aristoteles syn på krafter i förhållande till Newtons. Vad finns det för stöd för Aristoteles uppfattning? Hur kan den ha uppkommit?
8. Ange vardagsexempel. Egentligen en lång kognitiv övning som man bör göra då och då. Vänj dig vid att förklara med hjälp av Newtons 3 lagar. Tänk inte använd teorin, tills dina tankar överensstämmer med teorin...
9. Rita egna favoritbilder för att illustrera Newtons 3 lagar. Diskutera fördelar och nackdelar med de olika bilderna på Newtons lagar från internet.
10. 'Förklara' varför gravitationslagen innehåller att massorna ska multipliceras med varandra.
11. Ange processen för att skapa frikroppsdiagram.
12. Beskriv logiken mellan de 3 lagarna som utgör Newtons mekanik.
13. Försök skapa några standard-fall utifrån fri-kropps tänkandet. Vad finns det för grundläggande fall? Kan naturligtvis inte vara uttömmande men det är bra att strukturera de fall du träffat på.
14. Sammanfatta kraft-begreppets historia.

8. Övningskommentarer

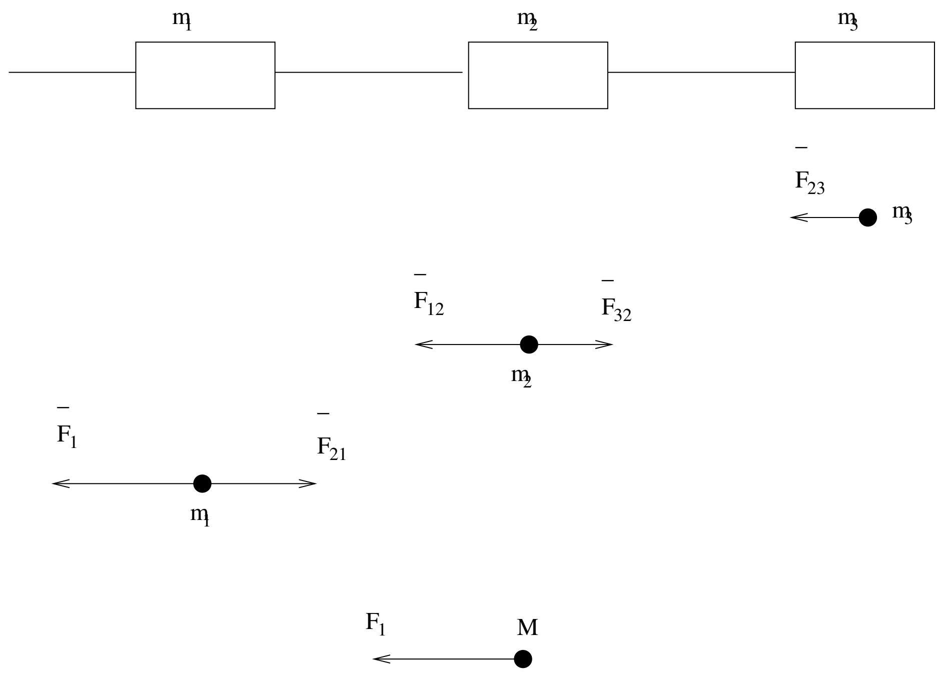
1 Exempel från tidningar ger viss insikt. ”Bilen for med full kraft in i trädet”; ”Stormens kraft har minskat”. Jag tolkar det som att bilen *har* en kraft. Situationen verkar också vara osymmetrisk.

2 Brukar inte finnas någon förklaring, bara en hänvisning till gravitationslagen men den säger inte hur det går till.

3 Enligt Aristoteles faller den därför den är ’jord’ och faller då till sin naturliga plats. Enligt Newtons så påverkas den av en gravitationskraft (som inte närmare beskrivs).

4 Ingen kommentar.

5 Jag valde $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 1$ kg och $m_3 = 4$ kg. Se figur 8.0.1. I figuren finns på



Figur 8.0.1.: Frikroppsdiagram för 3 vagnar.

översta raden en skiss över situationen. På andra raden ett frikroppsdiagram för vagnen med massa m_3; tredje raden för m_2, fjärde raden m_1 och sista raden för ett system med hela massan $M = m_1 + m_2 + m_3$ och endast den yttre kraften $\overline{F}_1$. Accelerationen för alla massorna är samma annars skulle avstånden mellan dem ändra sig.

Vi börjar med den sista: $F_1 = (m_1 + m_2 + m_3)a$; $F_1 = 7 \cdot 2 = 14$N.

Det första frikroppsdiagrammet: $\overline{F}_{23} = m_3\overline{a}$; $F_{23} = 4 \cdot a = 4 \cdot 2 = 8$N.

Det andra frikroppsdiagrammet: $\overline{F}_{12} + \overline{F}_{32} = m_2\overline{a}$; $F_{12} + (-F_{32}) = 1 \cdot 2$ och vi vet att $\overline{F}_{32} = -\overline{F}_{23}$ så $F_{32} = F_{23} = 8$N. Vi får $F_{12} + (-8) = 2$ så slutligen $F_{12} = 10$.

Tredje frikroppsdiagrammet: $\overline{F}_1 + \overline{F}_{21} = m_1\overline{a}$; $F_1 + (-F_{21}) = 2 \cdot 2$. Och som i föregående $F_{21} = F_{12} = 10$. Vi får $F_1 + (-10) = 4$ så $F_1 = 10 + 4 = 14$N precis som när vi räknade det sista frikroppsdiagrammet först.

Vi vet nu alla krafter och har dessutom gjort en kontroll på F_1. Kanske känns det som mycket matematik men processen går också att genomskådas i just detta fall.

- Titta på den sista, vilken kraft kräver den för att få accelerationen 2 m/s^2? Ges direkt av kraftlagen: $F = m_3a = 4 \cdot 2 = 8$.
- Den kraft som accelererar m_2 ska även accelerera m_3 så vi behöver en större kraft. Vilken kraft behövs för att accelerera endast m_2? Enligt kraftlagen $F = m_2a = 1 \cdot 2 = 2$N. Totalt behöver vi $8 + 2 = 10$ N.
- Massan m_1 behöver en kraft $F = m_1a = 2 \cdot 2 = 4$N. Dvs. totalt $8 + 2 + 4 = 14$N. Krafterna adderas, accelerationen är konstant.

6

1. $G = mg = 2,0 \cdot 9,82 = 19,6$ N.
2. Kraften längs med planet ges av $G\sin(v)$. Med insatta värden $19,6 \cdot \sin(30°) = 9,8\,$N.
3. $G\cos(v) = 19,6 \cdot \cos(30°) = 17\,N$. $\left(\sqrt{17^2 + 9,8^2} = 19,6\right)$
4. Samma storlek som i 3. Observera dock att i 3 är det en gravitationskraft, i 4 är det en elektromagentisk kraft.
5. Kraften som behövs för att lådan ska röra sig är en kraft större än $f = kN = 0,7 \cdot G\cos(v)$. Observera att normalkraften varierar med vinkeln. Summan av krafterna ger att $F - f = 0$ precis vid gränsen för när rörelsen börjar. F är här kraften längs med det lutande planet från gravitationen: $G\sin(v)$. Vi har 2 vinkelberoende. Normalkraften minskar medan dragkraften ökar. Vår ekvation är

   $$G\sin(v) = 0,7G\cos(v)$$

   som visar sig vara oberoende av G eller lådans tyngd (dividera bort). Dividera med $\cos(v)$

   $$\tan(v) = 0,7.$$

   Så vid $v = \tan^{-1}(0,7) \approx 35°$.

9. Kapiteluppgifter

1. Vad händer sedan? Hur brukar vi säga i vardagsspråket? Hur beskrivs det i fysikens termer?

   a) Du går rakt fram med en boll i handflatan, vad händer med bollen när du stannar tvärt?

   b) Du går rakt fram med ett glas vatten i handen, vad händer med vattnet när du stannar tvärt?

   c) En docka på en snurrstol med hjul köres rakt fram och stolen stoppas tvärt, vad händer med dockan?

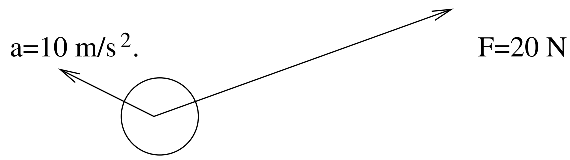
   d) En docka på en snurrstol med hjul köres rakt fram och svänger tvärt åt sidan, vad händer med dockan?

   e) Några träklossar ovanpå varandra. Du slår undan den nedersta, vad händer med de andra?

   f) Hitta på egna.

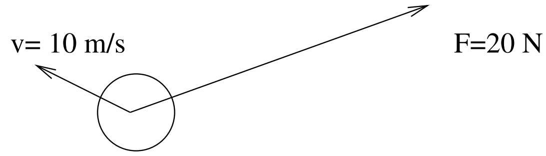
2. Varför är bild 9.0.1 fel om det bara finns den kraft som är utritad, $m = 2,0$ kg.

Figur 9.0.1.: Kraft och acceleration.



3. Kan bild 9.0.2 vara rätt om det bara finns den kraft som är utritad, $m = 2,0$ kg?

Figur 9.0.2.: Kraft och hastighet.



4. Kraftanalyser

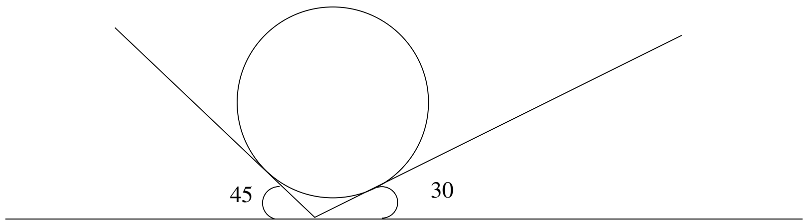
   a) Ett glas står på ett bord. Sätt ut de krafter som verkar på glaset.
   b) En kula hänger i ett snöre. Sätt ut de krafter som verkar på kulan.
   c) En kula hänger i ett snöre. Sätt ut de krafter som verkar på snöret.
   d) Ett glas står på en bok på ett bord. Sätt ut de krafter som verkar på glaset.
   e) Ett glas står på en bok på ett bord. Sätt ut de krafter som verkar på boken.
   f) En stavmagnet hänger i ett snöre. Nedanför magneten finns annan stavmagnet. Sätt ut de krafter som verkar på den hängande magneten, 2 fall.
   g) En häst drar en vagn. Sätt ut de krafter som verkar på vagnen.
   h) *Ett hjul rullar på marken med konstant fart. Sätt ut de krafter som verkar på hjulet.
   i) *Ett hjul driver ett fordon framåt.
      Hjul kan vara väldigt problematiska och det finns en hel del skrivet om dem. Fastna inte på det bara.
   j) En boll faller fritt genom luften.
   k) En boll faller med luftmotstånd men accelererar.
   l) En boll faller med konstant fart.
   m) En bil kör med konstant fart.
   n) En bil accelererar.
   o) En bil krockar med en lastbil. Sätt ut krafterna på lastbilen. Sätt ut krafterna på bilen. Försumma friktionskraften mot underlaget.
   p) Hitta på egna exempel.

5. En kula, $m = 100$ g, hänger i två snören som har vinkeln 30° till lodlinjen; snörena bildar ett V med kulan i spetsen. Sätt ut de krafter som verkar på kulan. Dela upp krafterna i horisontella och vertikala komposanter.

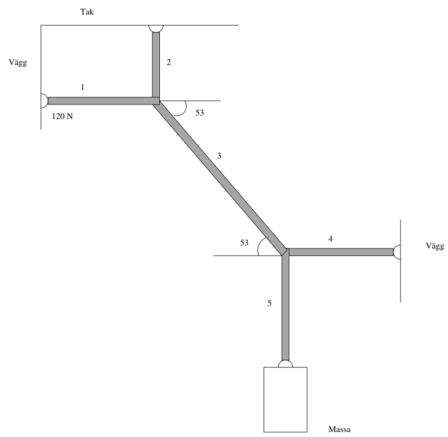
6. En kula är inkilad mellan två ytor enligt figur 9.0.3. Sätt ut de krafter som verkar på kulan. Kulan väger 0,20 kg.

7. I en industrilokal finns en upphängning enligt figur 9.0.4. Bestäm krafterna i de olika delarna av repet om spänningen i rep 1 är 120 N.

8. a) Finn ett algebraiskt uttryck för accelerationen av m_2 (m_1 har samma acceleration), se figur 9.0.5. Skriv uttryck för de två kropparna var för sig med hjälp av frikroppsdiagram. Sätt i slutänden $m_1 = m_2$ och studera uttrycket.



Figur 9.0.3.: Kula inkilad mellan två ytor.



Figur 9.0.4.: Komplicerad upphängning. Från *Introduction to physics for scientists end engineers* av F. Bueche.

Observera krafterna relaterade till repet; de är lika stora och motsatt riktade då vi försummar repets massa.

b) Sätt friktionskraften till $f = 0,2N$ där N är normalkraften på kropp 1. Och förenkla föregående uttryck. Sätt i slutänden $m_1 = m_2$ och studera uttrycket.

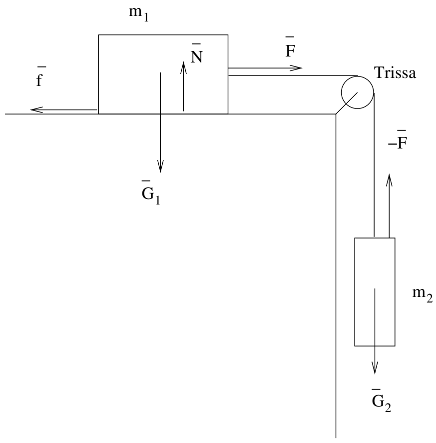
c) Hur stor måste m_1 var i förhållande till m_2 för att accelerationen ska vara 0 $\mathrm{m/s^2}$?

9. Lutande plan, se figur 9.0.6. Bestäm ett uttryck för accelerationen och spännkraften i repet. Ingen friktion, masslöst rep och masslös trissa. Använd frikroppsdiagram. Beräkna värden för $m_1 = 4$ kg och $m_2 = 3$ kg, $v = 20°$.

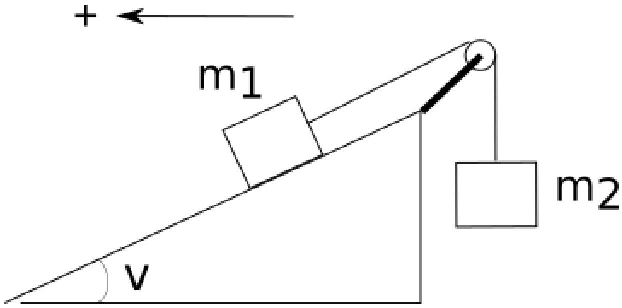
10. Samma som 9 men med friktion för massan på det lutande planet. Friktionen ges av $f = kN$ där $k = 0,3$ och N är normalkraften från det lutande planet på m_1.

11. Använd data från figur 3.3.1 och beräkna systemets acceleration utan friktion. Använd $g = 10\,\mathrm{N/kg}$. Räkna därefter med en friktionskoefficient $k = 0,2$ för kroppen som glider på det horisontella underlaget. Beräkna också krafterna i de 2 repen både utan och med friktion. Några saker kan vara till hjälp:

   - Det ska vara 3 frikroppsdiagram. Gör inte på något annat sätt.



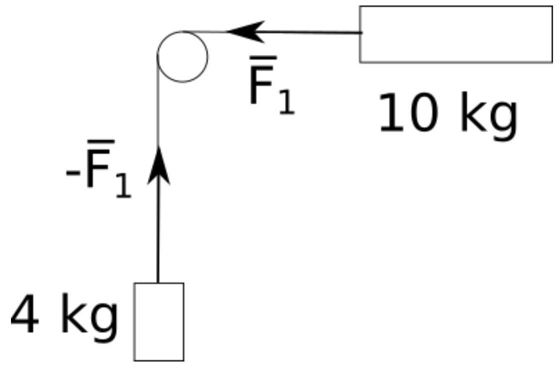
Figur 9.0.5.: Två förbundna massor.



Figur 9.0.6.: Illustration för 9.

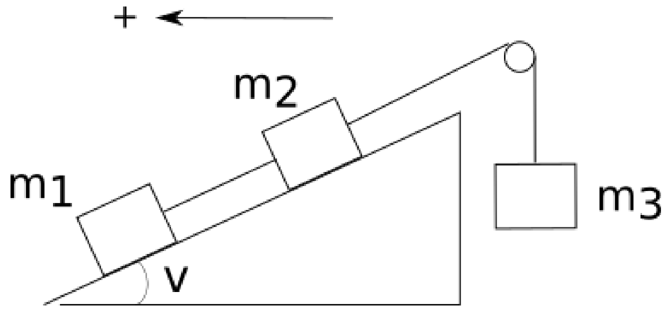
- Krafterna i ett rep är lika stora om repets massa kan försummas, vilket vi gör. Kraften till vänster på 10 kg kroppen är lika stor men motsatt riktad kraften från 4 kg kroppen uppåt, se figur 9.0.7. De är ett kraftpar och repet bara förmedlar kraften då repet inte har någon egen massa.
- För trissan gäller också att den betraktas som masslös. Den enda uppgiften den har är att ändra kraftens riktning.
- Man måste se upp med koordinatsystemet. Du ska inte använda ett koordinatsystem för 2 dimensioner utan endast för 1 dimension, längs med repet. Observera att kraften på 4 kg kroppen i figur 9.0.7 betecknas $-\overline{F}_1$ trots att den inte i ett 2 dimensionellt koordinatsystem är motriktad $\overline{F}_1$ men på en 'linje' längs med repet är den motriktad. Problemet är egentligen 1 dimensionellt och den extra dimensionen användas endast för att skapa en kraft mha gravitationen.

12. Lutande plan med vikter. Teckna ett uttryck för accelerationen för de 3 kropparna (samma för alla 3). Ingen friktion på det lutande planet. Masslösa rep och masslös trissa. Beräkna spännkrafterna F_1 och F_2 i repen om $m_1 = m_2 = m_3 = 3$ kg och



Figur 9.0.7.: Kraftpar vid masslöst rep och masslös trissa.

$v = 12°$.



Figur 9.0.8.: Skiss till uppgift 12.

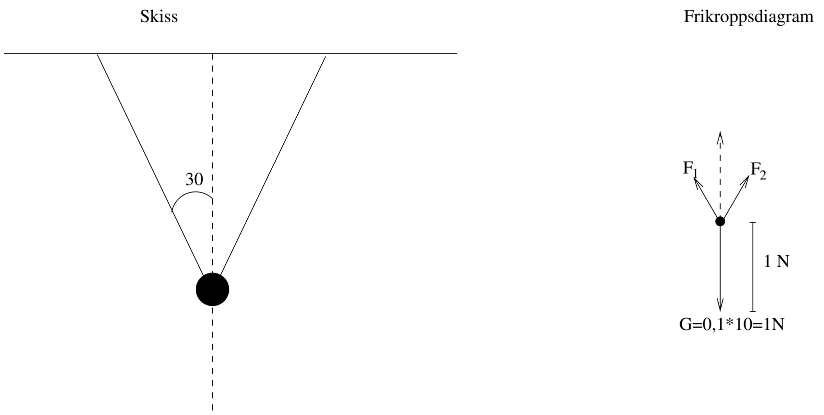
13. Om du nu har tillägnat dig fysikens kraftbegrepp kan det vara intressant att försöka definiera några av de kraftbegrepp som finns i ditt vardagsliv. Hur förhåller de sig till fysikens begrepp? När kan det vara frågan om närliggande begrepp och när är det saker som egentligen inte direkt har med fysikens kraftbegrepp att göra?

    a) “Anders är starkare än jag så i en dragkamp vinner han.”
    b) Enligt Newtons lagar så gäller att om jag(stark) drar i dig med en viss kraft så drar du(svag) automatiskt i mig med en lika stor kraft. Hur går detta ihop i en dragkamp? Försök också definiera begreppet “stark” i fysiologisk mening.
    c) “Lastbilen körde med full kraft in i stolpen.” Hur är detta kraftbegrepp i förhållande till Newtons tre lagar?
    d) “Han hade inte kraft nog att ta itu med sina problem.”
    e) “Med kraft tog han kommandot över gruppen.”
    f) “May the Force be with you.”
    g) Hitta på fler, det finns gott om dem...

14. Gör en begreppskarta över kraft kopplat till kinematiken.

9.1. Facit

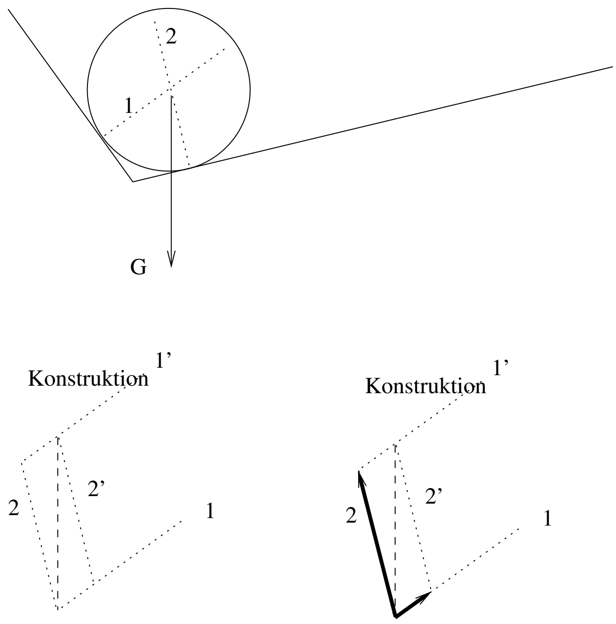
1. Exemplen handlar alla om tröghetslagen.
2. Acceleration och kraft har samma riktning i klassisk fysik.
3. Hastighet och kraft behöver inte ha samma riktning så bilden kan vara rätt.
4. Inga kommentarer.
5. Se figur 9.1.1. Utgångspunkten är att $G = 0,1 \cdot 10 = 1\,\mathrm{N}$, där vi vi satt $g = 10\,\mathrm{N/kg}$. Kraften i de båda snörena tillsamman i y-led ska vara 1 N, så att summan är 0 N eftersom föremålet inte accelererar. Situationen är symmetrisk så det måste vara 1/2 N i vardera snöre: $F_{1y} = F_{2y} = 1/2\,\mathrm{N}$. Ur detta och att vinkeln är 30° erhålles att $\tan(30°) = F_{1x}/F_{1y} = F_{1x}/0,5$ som ger att $F_{1x} = 0,29\,\mathrm{N}$



Figur 9.1.1.: Kula hängandes i snöre.

6. Se figur 9.1.2. Grunden för konstruktionen är att först rita ut tyngdkraften G. Därefter konstruera två normaler i kontaktpunkterna, krafterna kommer att ha dessa riktningar. Dessa två krafter tillsammans ska ge en kraft som precis motverkar G så att kulan är i vila. De båda krafterna ska tillsammans ge det streckade segmentets längd. Genom att sätta ihop normalerna och sedan kopiera dem så att man har två av varje så kan en parallellogram konstrueras kring det streckade segmentet. Algebraiskt studerar vi krafterna i x-led för sig och krafterna i y-led för sig. Kravet är att krafterna i y-led ska vara lika stor som kulans tyngd och att krafterna i x-led tar ut varandra. Utifrån geometrin leder det till att (för kraften på den högra sidan) $F_{1y} = F_1 \cos 30°$och för den vänstra $F_{2y} = F_2 \cos 45°$. Summan av dessa ska vara lika stor som tyngdkraften på kulan

$$F_{1y} + F_{2y} = 0,2 \cdot 9,82$$
$$F_1 \cos 30° + F_2 \cos 45° = 1,964$$



Figur 9.1.2.: Inkilad kula. Uppgift 6.

och för x-led ska $F_{1x} = F_1 \sin 30°$ vara lika stor som $F_{2x} = F_2 \sin 45°$, dvs. $F_1 \sin 30° = F_2 \sin 45°$. Vi löser ut F_1 ur x-relation och sätter in det i y-relationen. $F_1 = F_2 \sin(45°) / \sin(30°)$ sätts in

$$F_2 \frac{\sin(45°)}{\sin(30°)} \cos(30°) + F_2 \cos(45°) = 1,964$$

så att

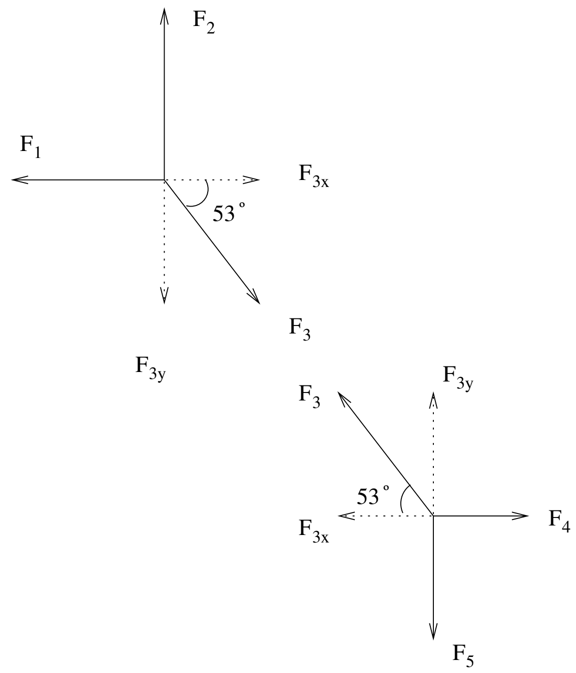
$$F_2 = \frac{1,964}{\frac{\sin(45°)}{\sin(30°)} \cos(30°) + \cos(45°)} = \frac{1,964}{1,9318} = 1,0166\,\text{N}.$$

Och $F_1 = 1,0166 \cdot \sin(45°) / \sin(30°) = 1,4377\,\text{N}$. Vi summerar: $F_1 \approx 1,4$ N och $F_2 \approx 1,0$ N. Komponenterna är $F_{1x} = F_1 \sin 30° \approx 1,4377 \cdot \sin(30°) \approx 0,7189 \approx 0,72\,\text{N}$, $F_{1y} = F_1 \cos 30° \approx 1,4377 \cdot \cos(30°) \approx 1,2451 \approx 1,2\,\text{N}$. $F_{2x} = F_2 \sin 45° \approx 1,0166 \cdot \sin(45°) \approx 0,7188 \approx 0,72\,\text{N}$, $F_{2y} = F_2 \cos 45° \approx 1,0166 \cdot \cos(45°) \approx 0,7188 \approx 0,72\,\text{N}$. Vi ser att $F_{1y} + F_{2y} = 1,2451 + 0,7188 = 1,9639 \approx 1,964\,\text{N}$ vilket är just tyngden $0,2 \cdot 9,82$. Och krafterna i x-led är lika stora men motsatt riktade.

7. Två krafter verkar på massan: gravitationskraften G och kraften i repet 5, kalla den kraften för F_5. Vi använder oss av frikroppsdiagram för den översta respektive nedersta kopplingen.

   Om vi använder det faktum att ingen av kopplingarna accelererar så erhåller vi för den översta kopplingen

$$\sum \bar{F} = \bar{0} \quad \text{delas upp i} \quad \sum \bar{F}_x = 0 \quad \text{och} \quad \sum \bar{F}_y = 0$$



Figur 9.1.3.: Frikroppsdiagram till uppgift 7.

som ger

$$F_{3x} - F_1 = 0 \text{ och } \quad F_2 - F_{3y} = 0$$

och vi vet att $F_1 = 120$ N. Vi vet också att $F_3 \cos(53°) = F_{3x}$ och $F_3 \sin(53°) = F_{3y}$. Vi kan bestämma F_3 som är spännkraften i det diagonala repet,

$$\begin{gathered} F_{3x} - F_1 = 0 \\ F_3 \cos(53°) - F_1 = 0 \\ 0,6F_3 - F_1 = 0 \\ F_3 = F_1/0,6 = 120/0,6 = 200 \text{ N.} \end{gathered}$$

Med den andra ekvationen erhålles $F_2 = 160$ N. För den nedersta kopplingen erhåller vi på samma sätt

$$\begin{gathered} F_4 - 0.6F_3 = 0 \\ 0,8F_3 - F_5 = 0 \end{gathered}$$

som ger $F_5 = 160$ N.

8.

a) $a = (m_2 g - f)/(m_2 + m_1)$ eller liknande. Både m_1 och m_2 har lika stor acceleration. Använd frikroppsdiagram på varje massa för sig. Positiv riktning åt höger. Kropp 2: $\overline{G}_2 + (-\overline{F}) = m_2\overline{a}$ ger $G_2 - F = m_2 a$. Kropp 1: $\overline{f} + \overline{F}$ och $F - f = m_1 a$. Eliminera F och lös ut a tex, genom att addera ekvationerna (inre krafter tar då ut varandra). $G_2 - F + F - f = (m_1 + m_2)\,a$, $G_2 - f = (m_1 + m_2)\,a$ och $G_2 = m_2 g$. Om vi sätter tex. $m_1 = m_2$ så får vi

$$a = \frac{m}{2m}g - \frac{f}{2m} = \frac{g}{2} - \frac{f}{2m}.$$

Vi ser att vi får automatiskt halva g som är för fritt fall. Och sedan en ändring av detta värde beroende på friktionskraften i förhållande till totala massan.

b) $f = 0,2N = 0,2m_1 g$ insatt i $a = (m_2 g - f)/(m_2 + m_1)$ ger

$$a = \frac{m_2 g - 0,2m_1 g}{m_1 + m_2} = g\frac{m_2 - 0,2m_1}{m_1 + m_2}$$

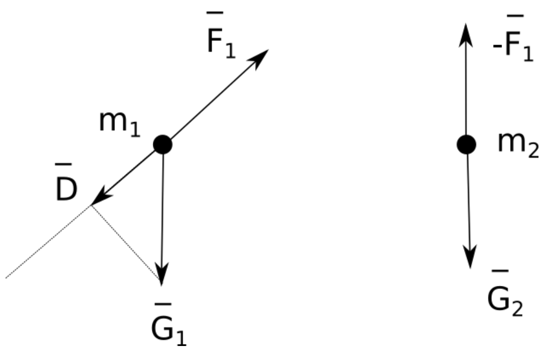
och om $m_1 = m_2$får vi

$$a = \frac{g}{2} \cdot 0,8.$$

Återigen halva g och nu en faktor $1-0,2$ eller $1-k$ för en friktion proportionell mot normalkraften.

c) $a = 0$ då täljaren är 0. $m_2 - 0,2m_1 = 0$ dvs. $m_1 = m_2/0,2 = 5m_2$.

9. Frikroppsdiagram. Ekvationerna blir



Figur 9.1.4.: ss

$$\overline{F}_1 + \overline{D} = m_1\overline{a}$$

och

$$\left(-\overline{F}_1\right) + \overline{G}_2 = m_2\overline{a}.$$

Addera dem och de inre krafterna tar ut varandra: $\overline{F}_1 + \overline{D} + (-\overline{F}_1) + \overline{G}_2 = (m_1 + m_2)\,\overline{a}$. Vi använder också att $D = G_1 \sin(v)$. Vi har nu

$$\overline{G}_1 \sin(v) + \overline{G}_2 = (m_1 + m_2)\,\overline{a}.$$

Med $G = mg$

$$m_1 g \sin(v) - m_2 g = (m_1 + m_2)\,a$$

där vi löser ut a

$$a = \frac{m_1 g \sin(v) - m_2 g}{m_1 + m_2}.$$

Sätter in värdena

$$a = \frac{4g \sin 20° - 3g}{7} = -0,23g = -2,26\,\mathrm{m}/s^2.$$

Tecknet innebär att accelerationen är åt höger. Spännkraften i repet är F_1. Vi kan använda $\left(-\overline{F}_1\right) + \overline{G}_2 = m_2\overline{a}$ som ger $\overline{F}_1 = \overline{G}_2 - m_2\overline{a}$. För storleken erhålls

$$F_1 = -3g - 3(-0,23g) = -3g + 0,69g = -2,31g = -22,7\,\mathrm{N}.$$

Vi kontrollerar att dessa krafter på kropp 2 ger den beräknade accelerationen $22,7 - 3 \cdot 9,82 = -6,76\,\mathrm{N}$ och $a = -6,76/3 = -2,25\,\mathrm{m}/s^2$.

10. I frikroppsdiagrammet lägger vi till friktionskraften och skriver om ekvationen för m_1:

$$\overline{F}_1 + \overline{D} + \overline{f} = m_1\overline{a}$$

och ekvationen för m_2 var

$$\left(-\overline{F}_1\right) + \overline{G}_2 = m_2\overline{a}.$$

Addera ekvationerna

$$\overline{D} + \overline{f} + \overline{G}_2 = (m_1 + m_2)\,\overline{a}.$$

Med $\overline{D} = \overline{G}_1 \sin v = m_1 g \sin v$ och $\overline{f} = k\overline{N} = km_1 g \cos v$får vi

$$\frac{m_1 g \sin v + km_1 g \cos v - m_2 g}{m_1 + m_2} = a.$$

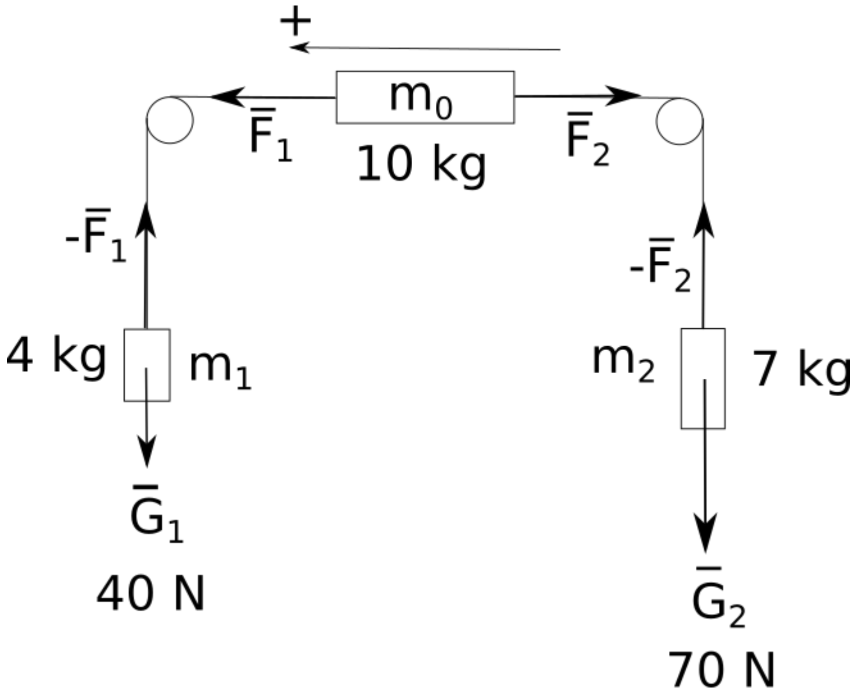
Med insatta värden

$$\frac{4 \sin 20° + 0,3 \cdot 4 \cdot \cos 20° - 3}{7} g = a$$

som förenklas till $-0,504/7g = -0,71$ m/s^2. Och $F_1 = G_2 - m_2 a = -3g - 3\,(-0,707g) = -8,6\,\mathrm{N}$.

11. Först en skiss av systemet i figur 9.1.5. Därefter de 3 frikroppsdiagrammen som systemet genererar i figur 9.1.6. Observera att trots att systemet ser komplicerat ut är de enskilda frikroppsdiagrammen bara en punkt med 2 krafter och de behandlas var för sig. Vi får 3 uttryck. Vi har använt att repen inte har någon massa. Det medför att krafterna i repet är lika stora men motsatt riktade. Om repen har en icke försumbar massa fungera det inte utan blir mer komplicerat. En annan viktig sak är att alla objekten får samma acceleration, repet ses inte som elastiskt som ett gummiband. Vi får följande 3 ekvationer, alla från $\overline{R} = m\overline{a}$:

$$\overline{F}_1 + \overline{F}_2 = m_0\overline{a}$$
$$-\overline{F}_1 + \overline{G}_1 = m_1\overline{a}$$
$$-\overline{F}_2 + \overline{G}_2 = m_2\overline{a}$$



Figur 9.1.5.: Skiss av systemet. Vektorer ej i skala.

De obekanta är a, F_1 och F_2. Om vi betecknar de obekanta med x, y och z och de kända talen med A, B osv. så är ekvationssystemet

$$\begin{aligned} y + z &= Ax \\ -y + B &= Cx \\ -z + D &= Ex \end{aligned}$$

Proceduren är nu ofta att addera ekvationerna 2 och 3. Därefter sätta in ekvation 1 i summan av 2 och 3 för att eliminera $\overline{F}_1 + \overline{F}_2$, då har vi bara a kvar som obekant. När a är bestämd kan F_1 och F_2 bestämmas. Summera ekvationerna 2 och 3

$$-\left(\overline{F}_1 + \overline{F}_2\right) + \overline{G}_1 + \overline{G}_2 = (m_1 + m_2)\,\overline{a}.$$

Från ekvation 1 har vi $\overline{F}_1 + \overline{F}_2 = m_0\overline{a}$ som ger oss

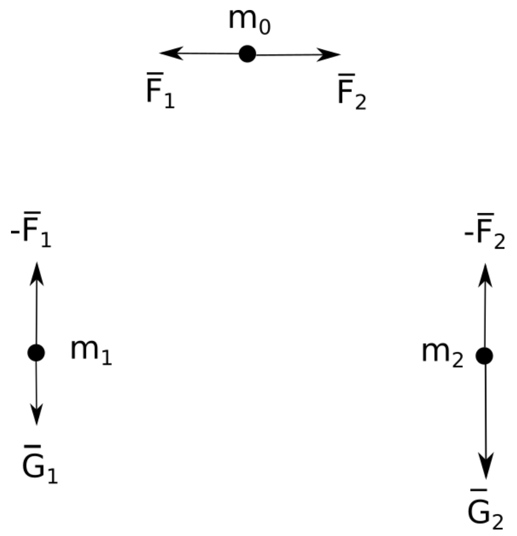
$$-\left(m_0\overline{a}\right) + \overline{G}_1 + \overline{G}_2 = (m_1 + m_2)\,\overline{a}.$$

Och vi löser ut $\overline{a}$ i 2 steg

$$\overline{G}_1 + \overline{G}_2 = (m_0 + m_1 + m_2)\,\overline{a}$$

och därefter

$$\frac{\overline{G}_1 + \overline{G}_2}{m_0 + m_1 + m_2} = \overline{a}.$$



Figur 9.1.6.: Frikroppsdiagram, 3 stycken, för massorna.

Med insatta värden får vi

$$\frac{40-70}{4+7+10}=\frac{-30}{21}\approx -1,43\,\mathrm{m}/s^2.$$

Minustecknet innebär att accelerationen är åt höger. För vår förståelse skull observerar vi att

$$\overline{G}_1+\overline{G}_2=(m_0+m_1+m_2)\,\overline{a}$$

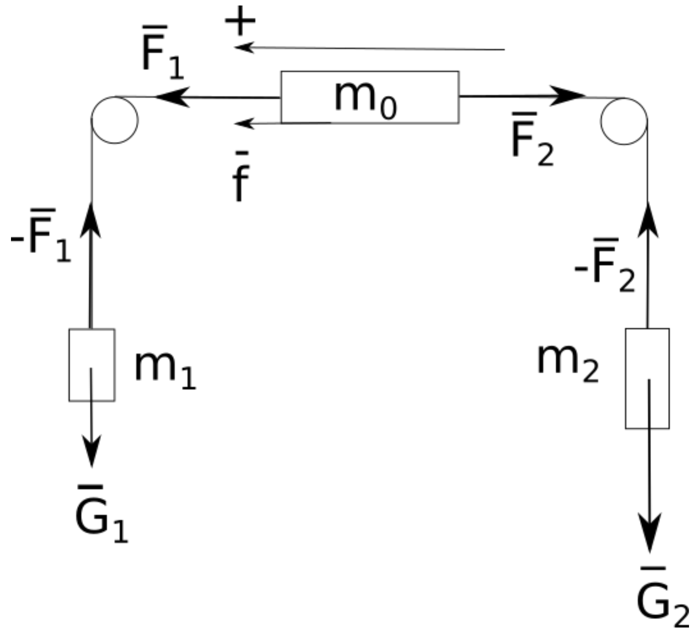
är på formen $\overline{R}=m\overline{a}$ där $\overline{R}$ består av alla *yttre* krafter och m är totala massan. De inre krafterna bestämmer inte accelerationen. Vi kan nu beräkna spännkrafterna i repen med hjälp av våra tidigare ekvationer. Om vi använder ekvation 2

$$-\overline{F}_1+\overline{G}_1=m_1\overline{a}$$

får vi $\overline{F}_1=\overline{G}_1-m_1\overline{a}$ eller $F_1=G_1-m_1\,(-30/21)=40+4\cdot 30/21\approx 45,7\,\mathrm{N}$. Och vi kan för vår förståelse skull konstatera att kraften är större än 40 N vilket den bör vara om den ska accelerera upp; om massan varit i vila hade vi behövt 40 N för att hålla den. På liknande sätt för den andra kraften

$$-\overline{F}_2+\overline{G}_2=m_2\overline{a}$$

som ger $\overline{F}_2=\overline{G}_2-m_2\overline{a}$ eller $F_2=-70-7\cdot(-30/21)\approx -60\,\mathrm{N}$. Vilket är mindre än 70 N som behövs för att hålla kroppen i vila. Kroppen faller så vi bör ha en kraft mindre än 70 N. Vi noterar också att resultanten på 10 kg kroppen är $F_1-F_2=960/21-60=-300/21\approx -14,29\,\mathrm{N}$, vilket ger accelerationen $-(300/21)/10=-30/21\approx -1,43\,\mathrm{m}/s^2$. Vi gör om allt men vi vet nu systemets rörelseriktning och vi har en friktionskraft på $f=kN=0,2\cdot 100=20\,\mathrm{N}$. Ändringen som detta medför är en extra kraft i ekvation 1, inget annat. Våra nya ekvationer är



Figur 9.1.7.: Systemet med friktion.

$$\begin{aligned} \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{f} &= m_0\overline{a} \\ -\overline{F}_1 + \overline{G}_1 &= m_1\overline{a} \\ -\overline{F}_2 + \overline{G}_2 &= m_2\overline{a} \end{aligned}$$

Samma förfarande som tidigare löser ekvationssystemet, f är inte en obekant: a, F_1 och F_2 är de 3 obekanta vi har. Vi adderar som tidigare ekvation 2 och 3

$$-\left(\overline{F}_1 + \overline{F}_2\right) + \overline{G}_1 + \overline{G}_2 = (m_1 + m_2)\,\overline{a}.$$

Sätter i denna in $\overline{F}_1 + \overline{F}_2 = m_0\overline{a} - \overline{f}$

$$-\left(m_0\overline{a} - \overline{f}\right) + \overline{G}_1 + \overline{G}_2 = (m_1 + m_2)\,\overline{a}.$$

Skyfflar om för att lösa ut $\overline{a}$

$$\overline{G}_1 + \overline{G}_2 + \overline{f} = (m_0 + m_1 + m_2)\,\overline{a}.$$

Uttrycket är återigen $\overline{R} = m\overline{a}$ där $\overline{R}$ är summan av yttre krafter, m är totala massan; de inre krafterna deltager inte. Vi får a som

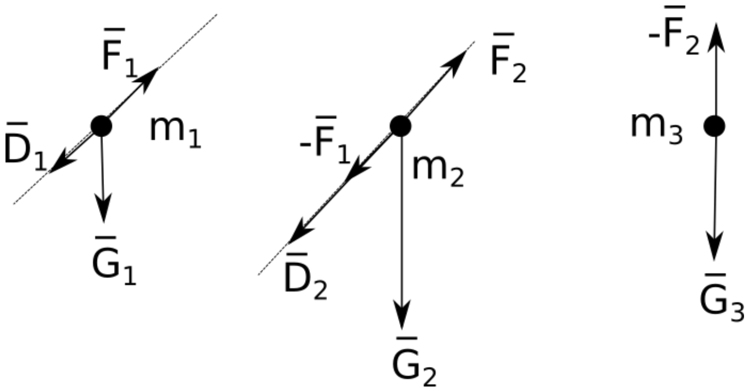
$$\frac{\overline{G}_1 + \overline{G}_2 + \overline{f}}{m_0 + m_1 + m_2} = \overline{a}$$

vilket är

$$\frac{40 - 70 + 20}{10 + 4 + 7} = \frac{-10}{21} \approx -0,48\,\mathrm{m}/s^2.$$

De inre krafterna $\overline{F}_1$ och $\overline{F}_2$ ges på samma sätt som tidigare $-\overline{F}_1 + \overline{G}_1 = m_1\overline{a}$ vilken ger $\overline{F}_1 = \overline{G}_1 - m_1\overline{a}$. Och $F_1 = 40 - 4 \cdot (-10/21) = 880/21 \approx 41,90\,\mathrm{N}$. Och vidare $-\overline{F}_2 + \overline{G}_2 = m_2\overline{a}$ vilken ger $\overline{F}_2 = \overline{G}_2 - m_2\overline{a}$. Och $F_2 = -70 - 7 \cdot (-10/21) = -1400/21 \approx -66,67\,\mathrm{N}$.

12. Ekvationen för kropp 1 är: $\overline{D}_1 + \overline{F}_1 = m_1\overline{a}$, för kropp 2: $-\overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{D}_2 = m_2\overline{a}$ och för kropp 3: $-\overline{F}_2 + \overline{G}_3 = m_3\overline{a}$. $\overline{D}_i = \overline{G}_i \sin v$ $(i = 1, 2)$ där $\overline{G}_i = m_i g$. Accelerationen



Figur 9.1.8.: Frikroppsdiagram för uppgift 12.

erhålls genom att addera de 3 ekvationerna så de inre krafterna tar ut varandra:

$$\overline{D}_1 + \overline{F}_1 + \overline{D}_2 + \left(-\overline{F}_1\right) + \overline{F}_2 + \left(-\overline{F}_2\right) + \overline{G}_3 = (m_1 + m_2 + m_3)\,\overline{a} = M\overline{a}.$$

Vi förenklar

$$\overline{D}_1 + \overline{D}_2 + \overline{G}_3 = M\overline{a}.$$

Med $D_1 = m_1 g \sin v$ och $D_2 = m_2 g \sin v$ får vi

$$m_1 g \sin v + m_2 g \sin v - m_3 g = Ma$$

eller

$$(m_1 + m_2) \sin v - m_3 = M\frac{a}{g}$$

och slutligen för accelerationen

$$\frac{(m_1 + m_2)\sin v - m_3}{M} g = a$$

som med insatta värden är

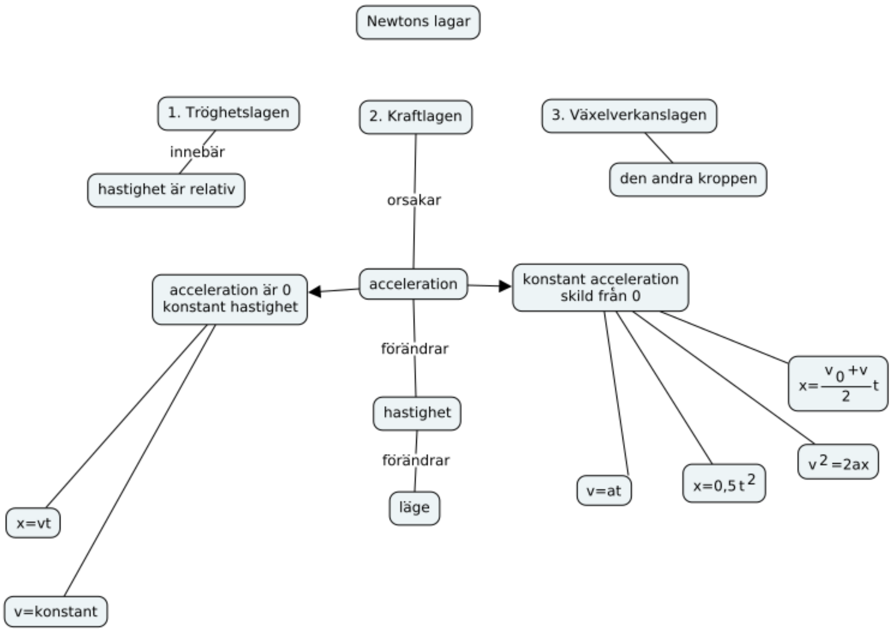
$$a = \frac{6 \sin 12^\circ - 3}{9} g \approx -0,19g = -1,9\,\mathrm{m}/s^2.$$

Spännkrafterna. $\overline{D}_1 + \overline{F}_1 = m_1\overline{a}$ så $\overline{F}_1 = m_1\overline{a} - \overline{D}_1$. Storleken ges av $F_1 = m_1 a - D_1 = 3 \cdot (-1,9) - 3 \cdot 9,82 \sin 12^\circ = -11,8\,\mathrm{N}$. Tecknet anger att $\overline{F}_1$ är åt höger. Och $-\overline{F}_2 + \overline{G}_3 = m_3\overline{a}$ ger att $\overline{F}_2 = \overline{G}_3 - m_3\overline{a}$ som storleksmässigt är

$F_2 = -m_3 g - m_3 (-1,9) = -23,8\,\mathrm{N}$. Vi kontrollerar att detta ger rätt acceleration på kropp 3: En kraft upp på $23,8$ N och en ner på $29,5$ N. Resultanten är 5,66 N ner. Med massan 3 kg blir accelerationen $5,66/3 = 1,9$ ner.

13. Ingen kommentar.

14. Se figur för förslag.



Figur 9.1.9.: Begreppskarta över Newtons tre lagar kopplat till kinematik. Begreppskartan är konstruerad med programmet cmap från IHMC.

Litteraturförteckning

L. et al Bao. Model analysis of fine structures of student models: an example with newton's third law. *American Journal of Physics*.

M. Jammer. *Concepts of force*. Dover publications, 1999.

P. T. Mildenhall and J. S. Williams. Instability in student's use of intuitive and newtonian models to predict motion: the critical effect of the parameters involved. 23:643–660.