KAPITEL 1

Rotationsrörelse

Ett föremål som ändrar sin rörelseriktning men inte fart påverkas av en kraft.

1.1. Introduktion.

Riktningsändringar och hur vi upplever dem.

Innan vi tar itu med beskrivningen av rotationsrörelse betraktas två bekanta fenomen och hur man upplever dem samt hur fysiken beskriver dem.

Tänk dig att du sitter som vanligt på en snurrstol med hjul. En person drar i stolen med jämn fart framåt. Plötsligt drar personen så att stolen accelererar, farten ökar framåt. Hur upplever du detta? Många människor skulle säga "en kraft tryckte mig bakåt". En trolig anledning till att man säger så är att i förhållande till nedre halvan av kroppen så hamnar ryggen och huvudet bakom och vi måste använda våra muskler för att hålla ryggen och huvudet rakt upp. Kroppen upplever det som om någon knuffade den övre halvan bakåt i förhållande till nedre halvan av kroppen. Kroppen använder sig själv som ett koordinatsystem och i detta system har övre halvan, ryggen och huvudet, flyttats bakåt av en "kraft".

Utifrån sett, från någon som står på marken och betraktar stolen som rullar, ser det ut som om nedandelen plötsligt rör sig snabbare framåt på grund av en kraft. Stolen accelererar och nedre halvan av kroppen accelereras p.g.a. kraften mellan stolen och låren och ändan. Övre delen av kroppen måste också accelereras – kroppen ska hållas ihop. Kroppen är mjuk i mellangärdet och musklerna måste se till att ovandelen följer med. Övre kroppshalvan rör sig inte bakåt sett från den yttre betraktaren, den rör sig något långsammare framåt än nedandelen.

I vårt nästa fall åker stolen också framåt med konstant fart men denna gång drar någon stolen tvärt åt vänster i förhållande till rörelseriktningen. Kroppen upplever detta som att den trycks med en kraft åt *höger* och musklerna måste se till att övre halvan hålles upprätt.

Utifrån sett skulle kroppen fortsatt rakt fram men måste påverkas av en kraft för att svänga vänster, på samma sätt som stolen svänger. En kraft drar i stolen, stolen drar i kroppen och kroppen måste hållas ihop med hjälp av musklerna.

Försök att se dessa situationer utifrån och övertyga dig om resonemangen. Se gärna till att du kan utföra resonemangen på egen hand. Det är viktigt för din förståelse av fysiken att du kan se händelserna inte bara från hur du upplever dem med dina sinnen utan även utifrån.

1.2. Förarbete

1.2.1. Frekvens och periodtid. *Förhållandet mellan frekvens och periodtid.*

Vid rotationsrörelse förekommer två sätt att uttrycka sig som man måste hålla isär. Om vi anger t.ex. att det tar $2,0$ s för något att snurra ett varv så upprepar sig rörelsen efter $2,0$ s. Tiden det tar mellan upprepningarna kallas periodtid och är i detta fallet tiden för ett varv, $2,0$ s. (Det finns annan rörelse som också upprepar sig men inte rör sig i en cirkel.) Den vanligaste beteckningen för periodtid är T.

Man kan också säga att något snurrar 30 varv per minut. Antalet varv per minut (eller sekund eller timme etc.) kallas för frekvens. En vanlig vardaglig benämning är varvtal i samband med motorer. Den vanligaste beteckningen för frekvens är f.

Vilken periodtid har man om frekvensen är 30 varv per minut? Jo, man måste då dela minuten (60 sekunder) i 30 delar, en del för varje varv.

$$\frac{60}{30} = 2 \text{ s.}$$

Grundenheten för periodtid är sekund och för frekvensen s^{-1} (kan också skrivas /s) . Varv ingår inte i enheten.

Vad är relationen mellan periodtid och frekvens? Låt oss först tänka efter:

- Om tiden för ett varv är lång hinner man inte många varv på en minut.
- Om tiden för ett varv är kort hinner man många varv på en minut.
- När periodtiden är stor är frekvensen liten, och tvärtom.

Vi gör en liten tabell.

T(periodtid)	f(frekvens)
1 s	1 varv per sekund
0,5 s	2 varv per sekund
0,25 s	4 varv per sekund
2	0,5 varv per sekund

Vi går igenom tabellen rad för rad.

- Om det tar 1 sekund för ett varv hinner man precis ett varv per sekund.
- Om ett varv tar 0,5 s hinner man med 2 varv på en sekund.
- Om ett varv tar 0,25 s hinner man med 4 varv på en sekund.
- Om ett varv tar 2 s hinner man inte ett helt varv på en sekund utan bara 0,5 varv på en sekund.

Vi ser att det ena är det inverterade värdet till det andra.

$$f = \frac{1}{T}$$

eller

$$T = \frac{1}{f}.$$

Övning 1. Om frekvensen är 33 varv per minut, hur stor är periodtiden?

1.2.2. Vinkelhastighet

. Introducerar begreppet vinkelhastighet för något som roterar.

- Vi utgår från en skiva som roterar tolv varv per minut.
- Tiden för ett helt varv blir då $60/12 \ = 5$ s.
- *Alla* delarna av skivan vrider sig ett helt varv på 5 s.
- *Alla* delarna vrider sig $360°$ på 5 s.
- För varje sekund vrider *alla* delarna sig $360°/5 = 72°$. D.v.s. $72°$/s.

Vi har här tagit antalet grader och dividerat detta med periodtiden (tiden för ett varv, därefter upprepar sig rörelsen). Vi kallar detta för vinkelhastighet i analogi med den vanliga hastigheten som man skulle lite klumpigt kunna kalla för sträckahastigheten. Vinkelhastigheten ges av (ω : omega, α : alfa, Δ : delta)

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

där $\Delta\alpha$ är en vinkeländring under en viss tid, Δt. Om vinkeln är ett helt varv, $360°$, så är tiden just periodtiden och vi får

$$\omega = \frac{360°}{T}$$

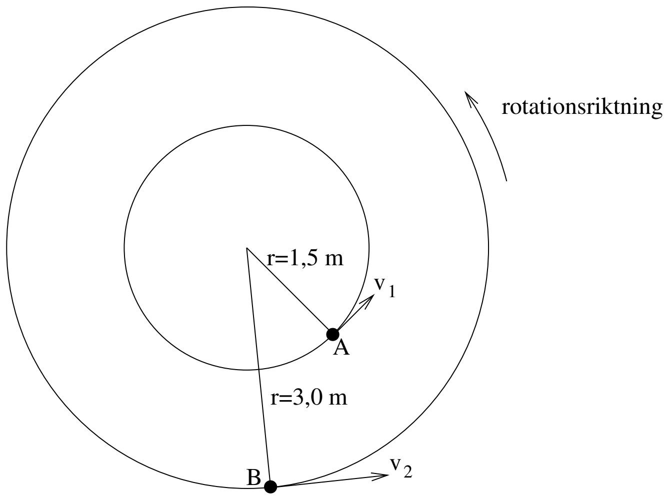
eller för vinkelmåttet radianer (ett varv är 2π radianer)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Hur 'fort' rör sig nu de olika delarna av skivan? Vinkelmässigt rör de sig lika 'fort' $72°$/s.

Övning 2. Ett vingkraftverks vingar roterar 20 varv på en minut, vad är deras vinkelhastighet i grader per sekund respektive radianer per sekund?

Men vad är deras sträckahastighet? För att kunna bestämma detta måste man veta avståndet till rotationscentrum så låt oss säga att skivan har en radie på 3,0 m, se figur 1.2.1.



Figur 1.2.1. Hur 'fort'?

En punkt längst ute på skivan, 3,0 m från centrum har en viss sträcka att gå för att hinna ett varv på 5,0 s. Om vi beräknar denna sträcka och dividerar med tiden får vi naturligtvis farten längst ute på skivan. Omkretsen för skivan är $O = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 3,0 \approx 18,85$ m. För hastigheten får vi

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18,85}{5,0} \approx 3,77 \text{ m/s}.$$

För halvvägs ute till kanten är avståndet till centrum $3,0/2 = 1,5$ m. Farten blir då

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1,5}{5,0} \approx 1,88 \text{ m/s}.$$

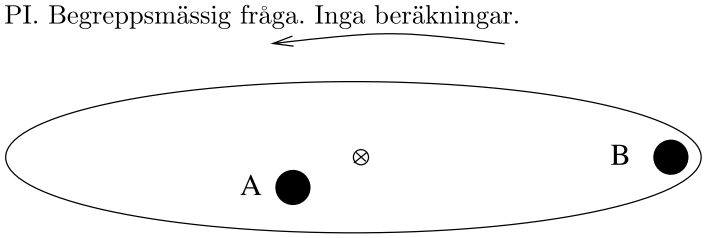
Om vi gör beräkningen allmänt för avståndet r från rotationscentrum

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega r.$$

Första likhetstecknet ges av beräkningen precis ovan, sträckan (omkretsen) dividerat med tiden (för ett varv).

Det andra likhetstecknet ges av att $\omega = 2\pi/T$.

PI. Begreppsmässig fråga. Inga beräkningar.



Två föremål A och B sitter fast på en roterande skiva enligt bilden (roterar kring den lilla cirkeln med kryss). Vilken av A och B har störst vinkelhastighet?
A har störst.
B har störst.
C De har samma.
D Det kan man inte avgöra från bilden.
De har samma. Alla punkter på en skiva har samma vinkelhastighet.

Övning 3. Vindkraftverkets vingar i föregående uppgift har en radie 45 m. Beräkna vingspetsarnas fart.

1.3. Det behövs en kraft för att ändra riktning.

Riktningsändring delas upp i två delar för att tydligare se kraftsituationen. Newtons kraftlag, $\overline{F} = m\bar{a}$, för enbart riktningsändring.

1.3.1. Logik. Vi vet att:

- Ett föremål som ändrar sin fart, men inte riktning, påverkas av en kraft enligt Tröghetslagen. $F = ma$.
- Ett föremål som ändrar sin rörelse-riktning men inte fart påverkas av en kraft enligt Tröghetslagen.
- Ett föremål som rör sig med *konstant* fart i en cirkel ändrar oupphörligen riktning.

- Slutsats: Ett föremål som rör sig i en cirkel med konstant fart påverkas av en kraft.

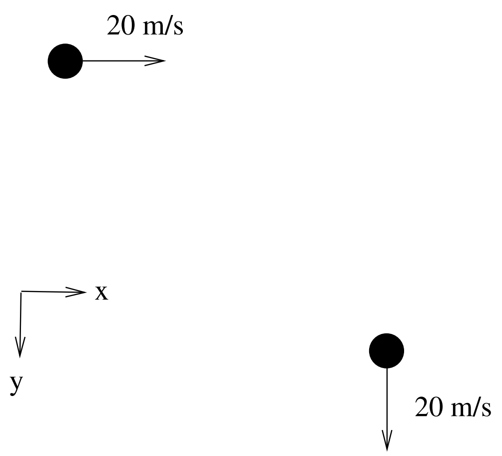
PI. Begreppsfråga. Elever svarar på punkt 4. Svarsalternativ: Påverkas/påverkas inte.

- Slutsats: Ett föremål som rör sig i en cirkel med varierande fart, påverkas av en kraft.

Vi vet dock ännu inget om riktningen hos denna kraft.

1.3.2. Riktning ur vardagserfarenhet. Låt oss analysera en vardagssituation.

En bil kör på en väg rakt fram, x-led och vi betraktar den. Vi tittar bort en stund och när vi tittar tillbaka så har den ändrat riktning 90° och färdas nu i y-led med samma fart som tidigare. Vi vet inga detaljer om vad som hände mer än just början och slutet, se figur 1.3.1 . På något sätt måste bilen ha bromsats (neg. acc.) i x-led och accelererats (pos. acc.) i y-led. En eller flera krafter måste ha påverkat den för att åstadkomma detta. Enklast är att antaga att vi har haft *en* bromsande kraft i x-led och *en* accelererande kraft i y-led.

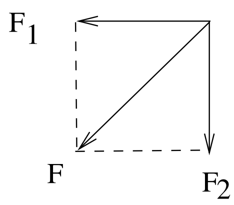


FIGUR 1.3.1. Bil som ändrat riktning men behållit sin fart.

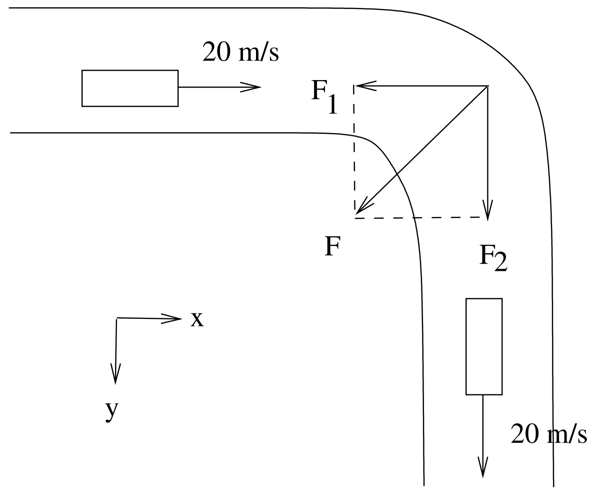
Kraften som bromsar i x-led och kraften som accelererar i y-led måste ha varit (i medeltal) lika stora men haft olika riktning; vi sätter samma tid för inbromsningen i x-led som accelerationen i y-led. Kraften i x-led ska bromsa från 20 m/s till 0 m/s vilket ger $\Delta v = -20$ m/s (minskning av farten i x-led). Kraften som ska accelerera i y-led har accelererat bilen från 0 m/s till 20 m/s, $\Delta v = 20$ m/s (ökning av farten i y-led). Kraften som bromsar är riktad i negativa x-riktningen ($\overline{F}_1$), kraften som accelererar är riktad i positiva y-riktningen ($\overline{F}_2$), se figur 1.3.2. Resultanten, $\overline{F}$, till dessa två krafter pekar i riktningen enligt figur 1.3.2.

Om vi i figur 1.3.1 lägger in en hypotetisk väg så ser vi att kraften pekar in mot den punkt kring vilken bilen svänger, figur 1.3.3.

Det som sagts nu om en bil som svänger 90° gäller naturligtvis även för mindre svängar. Vår bil körde först rakt, svängde och sedan rakt igen men våra resultat



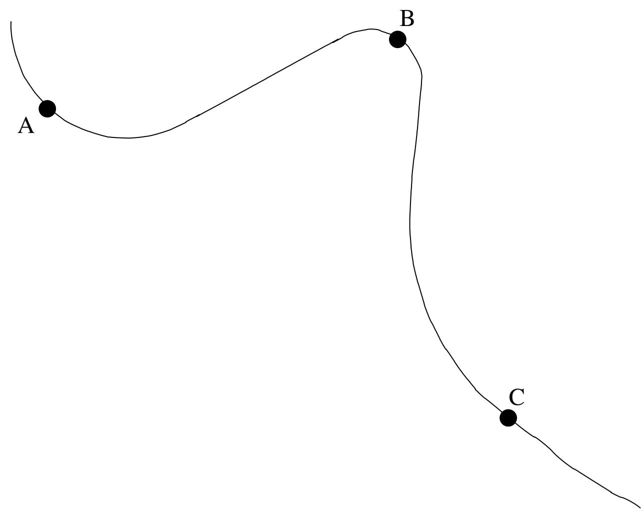
FIGUR 1.3.2. Krafterna när bilen ändrar riktning.



FIGUR 1.3.3. Kraften riktad mot punkten kring vilken bilen svänger.

gäller även för en bil som svänger hela tiden. Det enklaste sättet att svänga hela tiden är att köra i en cirkel, för då svänger man lika mycket hela tiden om man håller konstant fart. Vi har nu en uppfattning om riktningen, uttänkt från vardagslivet.

PI. Begreppsfråga.
En bil kör enligt nedanstående väg. Bilen kör med konstant fart. Ange centripetalaccelerationens riktning vid lägena A, B och C.
Kan eventuellt kombineras med frågan, vilken riktning har hastigheten.
A: Accelerationen snett uppåt höger. B: Accelerationen snett nedåt vänster. C: Bilen ändrar inte riktning, ingen centripetalacceleration.



FIGUR 1.3.4. En krokig rörelse kan delas upp i cirkelrörelser.

PI. Begreppsfråga.
Vilka av följande kan användas för att accelerera en bil?
A: Gaspedalen
B: Bromsen
C: Ratten
Svarsalternativ ange en eller flera. *Alla 3.*

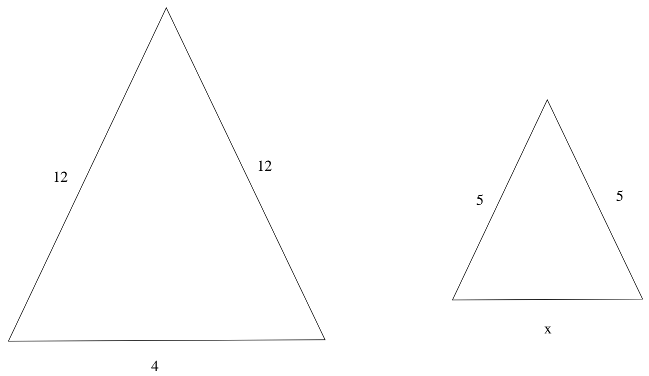
1.3.3. Härledning. Innan vi tar itu med härledningen behöver vi en påminnelse om likformighet.

EXEMPEL 1. Använd likformighet för att bestämma den okända sidan i figur 1.3.5. Vi använder att kvoter mellan motsvarande sidor är lika

$$\frac{5}{12} = \frac{x}{4}$$

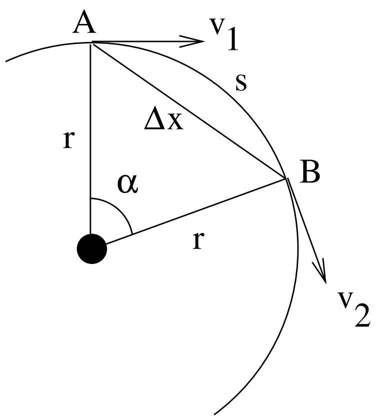
så $x = \frac{5}{12} \cdot 4 \approx \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \approx 1,67$.

Låt oss se vad vi kan säga om krafterna när man kör i en cirkel. Det är klart att om man kör i en cirkel är också kraften riktad in mot den punkt kring vilken man svänger, d.v.s. cirkelns mitt. Hastigheterna i x-led och y-led ändras hela tiden, dock är det möjligt att köra med konstant fart. När vi ska räkna på vad som händer om man kör i en cirkel gör vi först samma approximation som ovan att vi vet fart och



FIGUR 1.3.5. Två likformiga trianglar.

riktning vid två olika lägen en viss sträcka från varandra, därefter låter vi dessa två lägen närma sig varandra.

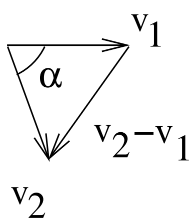


FIGUR 1.3.6. Roterande (svängande) föremål vid läge A och senare läge B.

I figur 1.3.6 finns en bild av situationen. I läge A har föremålet hastigheten $\overline{v}_1$ i pilens riktning. I läge B något senare har föremålet hastigheten $\overline{v}_2$ i pilens riktning. Hastigheten har ändrats till riktning men inte storleksmässigt så $v_1 = v_2 = v$. Pilen för hastigheten har vridits vinkeln α precis den vinkel som linjen, r, från cirkelns mitt till föremålet vridit sig. Övertyga dig om att dessa 2 vinklar är lika stora.

Härledningen bygger nu endast på likformighet.

- I figur1.3.6 har vi en triangel bestående av två radielängder och en sida betecknad med Δx.
- Denna triangel är likbent.
- Den andra triangeln, se figur 1.3.7, syns inte direkt. Den består av två ben som utgörs av hastighetsvektorerna (deras längder) samt vektorskillnaden (dess längd) som bas.
- Två likbenta trianglar med samma toppvinkel har de båda andra vinklarna lika så likformighet gäller.



FIGUR 1.3.7. Likbent triangel.

- Med $\Delta\overline{v} = \overline{v}_2 - \overline{v}_1$ får vi längderna
$$\frac{r}{v} = \frac{\Delta x}{\Delta v}$$
flytta om
$$\Delta v = \Delta x \cdot \frac{v}{r}$$
dividera med Δt
$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \frac{v}{r}$$
- Om Δt blir mindre och mindre så blir också Δx mindre och mindre. Δx närmar sig bågens längd s. Kvoten $\Delta x/\Delta t$ går då mot hastigheten. Föremålet rör sig sträckan s ej sträckan Δx, men för små vinklar är det en bra approximation och små vinklar kan vi få genom att låta $\Delta t \to 0$. Vi kan alltså skriva $\frac{\Delta x}{\Delta t} \to \frac{\Delta s}{\Delta t} \to v$. För $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ gäller att det går mot accelerationen, a. Vårt uttryck blir då
$$a = v \cdot \frac{v}{r}$$
$$a = \frac{v^2}{r}. \tag{1.3.1}$$

Att observera:

- Detta uttryck för accelerationen kan användas i formeln $\overline{F} = m\overline{a}$ och då erhåller vi
$$F = m\frac{v^2}{r}$$
med kraften riktad in mot cirkelns centrum. Du har tidigare enbart använt den då $\overline{F}$ och $\overline{v}$ varit parallella. Observera att det är högersidan som är ma som nu uttrycks, vid cirkelrörelse, som mv^2/r. F är som tidigare summan av krafterna som "producerar" cirkelrörelsen.
- Centripetalkraften är inte en egen kraft, det är namnet på den eller de krafter som tillsammans gör att ett föremål rör sig i en cirkel. Ett i mitt tycke bättre uttryck är att säga att krafterna centripeterar. Man kan då fråga sig om vissa krafter centripeterar (strävar mot cirkelns medelpunkt), d.v.s. kommer de att få föremålet att gå i en cirkel. Formeln har tidigare tolkats som att F är summan av alla verkande krafter och a är den orsakade accelerationen. Den tolkningen kvarstår, F är fortfarande summan av krafterna. Men vi har nu ingen ändring av farten, vi kräver även att föremålet ska röra sig i en cirkel (med konstant fart).

Övning 4. En bil, 1000 kg kommer in i en kurva med radien 5 m. Bilen håller farten 50 km/h (vilket är $50/3,6 \approx 13,89$ m/s.). Hur stor centripetalkraft krävs för att klara detta? Vilken typ av kraft ska förse oss med denna centrumriktade kraft.

Övning 5. Ange under vilka förhållanden som formeln för centripetalaccelaration är giltig.

1.4. *Ord med 'kraft'.*

Centripetalkraften är som nämnts inte en egen kraft det är namnet på den eller de krafter som tillsammans gör att ett föremål rör sig i en cirkel. Är kraften vinkelrät mot eller parallell med hastigheten? Man kan då fråga sig om vissa krafter centripeterar (strävar mot cirkelns medelpunkt), d.v.s. kommer de att få föremålet att gå i en cirkel.

Varje kraft som gör att ett föremål rör sig i en cirkel och som är riktad mot cirkelns centrum kallas således för en centrum-strävande kraft. Ofta kallas den för en centripeterande (centrum sökande) kraft, eller centripetalkraft. Ordet centripetalkraft är inte *namnet* på en kraft utan det är ett ord som säger något *om* en kraft. Skilj på *namn på en kraft* (Anna, Peter...) och ord som är en *beskrivning* (gräver, lyfter, springer...) av en kraft. Det finns bara 4 krafter i naturen: elektromagnetisk kraft, gravitationskraft, svag kärnkraft, stark kärnkraft. Alla andra ord med 'kraft' beskriver vad en kraft gör. En centrum-sökande kraft kan vara en elektromagnetisk kraft eller en gravitationskraft.

En sortering av några kraft-ord i 2 högar. De som anger namnet på en kraft och de som anger en beskrivning av vad en kraft gör:

- centripetalkraft (en kraft mot rotationscentrum, vad en kraft gör: den drar mot centrum),
- elektrisk kraft (namn på en kraft),
- magnetisk kraft (namn),
- gravitationskraft (namn),
- spännkraft (en anspänning, spänna ihop något, vad en kraft gör),
- lyftkraft (en lyftande kraft, vad en kraft gör),
- dragkraft (en dragande kraft, vad en kraft gör),
- friktionskraft (en friktionerande kraft, vad en kraft gör).

När jorden roterar runt solen så är det gravitationskraften som är centripetalkraften.

PI fråga
Om du snurrar runt, horisontellt, ett rep med en sten fäst i repet, vilken kraft är det som är centripetalkraften?
A: Gravitationskraften.
B: Snörkraften.
C: Elektromagnetisk kraft.
D: Stenens kraft.
Elektromagnetisk kraft. Snörkraften är inte tillräckligt bra svar.

PI fråga
När en bil svänger i en kurva (horisontellt), vilken kraft är det som är centripetalkraften?
A: Gravitationskraften.
B: Friktionskraften.
C: Elektromagnetisk kraft.
D: Bilens kraft.
Elektromagnetisk kraft. Friktionskraft är inte tillräckligt.

Friktionskraft är en elektrisk kraft. Molekylerna attraheras av varandra mellan ytorna. Friktionskrafter är ganska komplicerade och man forskar mycket på hur de uppkommer och vad som händer på atom och molekylnivå.

Vi har nu diskuterat kraft vid ändring av enbart *rörelseriktning* och gjort det troligt att kraften är riktad in mot centrum av själva kurvan. Vi har också lärt oss identifiera vilken kraft det är som är centripeterande kraft i en given situation. Vi kan också utföra beräkningar för att bestämma denna kraft.

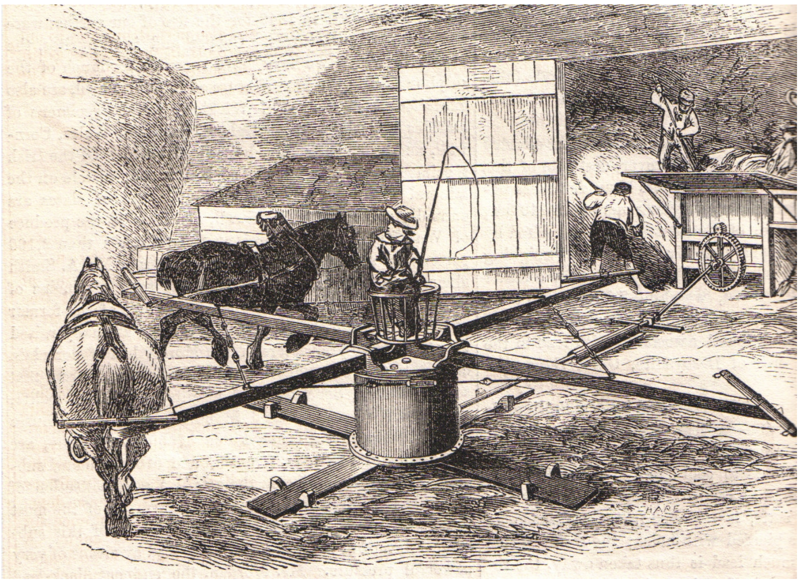
Tankemöda 1. Tänk dig den vanliga linjära situationen med en kloss med hastigheten $\overline{v}$ och vi drar i den med kraften $\overline{F}$ parallellt med hastigheten; denna kraft ändrar inte riktningen på rörelsen. I det centripeterande fallet har vi en kloss med hastigheten $\overline{v}$ och vi drar i den med kraften $\overline{F}$ i rät vinkel till hastigheten; denna kraft ändrar enbart riktningen på rörelsen. Det senare fallet har fått namnet centripetalkraft och då borde den linjära situationen beskrivas som t.ex. “parallellkraft”, i litteraturen har den dock inget eget beskrivande namn. Centripetalkraft och parallellkraft.

Tankemöda 2. Hela den här problematiken uppkommer på grund av att hastighet är en vektor och då är även en ändring av hastighetens riktning en acceleration fastän farten inte ändrar sig. Detta beror på att en vektor har två egenskaper, en längd och en riktning. Ändrar du längden ändrar du vektorn. Ändrar du riktningen ändrar du vektorn. Och ändringar av vektorn(för hastighet) är en acceleration. När man arbetar med detta första gången tycker man ofta att det inte är en “riktig” acceleration, men tänk då på mitt första exempel om bilen som svängde 90°. För att kunna ändra riktning måste man bromsa i en riktning och accelerera i en annan (för att bibehålla farten) så visst utför man en acceleration.

1.5. Hur tänkte man

En tanke som funnits angående rotationsrörelse är att kraften som orsakar rotationsrörelsen är i tangentens riktning, ej in mot centrum; även Newton tänkte så en tid. Hur kan det vara att man tänker så? Vissa saker i vardagslivet, det är därifrån vi dragit slutsatser, kan kanske ge en ledtråd.

I vardagslivet måste man driva en sak runt. Denna kraft är egentligen kopplad till friktionskraften. Om en sak ska drivas runt med konstant fart och vi har friktion måste en kraft lika stor som friktionen appliceras i tangentens riktning. Detta är samma problem som då vi har linje-rörelse. För att få något att röra sig på bordet måste det, i en vardagsmening, drivas fram av en kraft lika stor som friktionen. Men det är inte denna kraft som gör att föremålet rör sig i en cirkel. Om bara denna 'drivande' kraft fanns tillsamman med friktionskraften skulle föremålet röra sig rakt fram, i en linje-rörelse. Det finns en annan kraft som orsakar ändringen av riktning. När hästarna drar runt maskinen i figur 1.5.1 så har hästarna en kraft i tangentens



FIGUR 1.5.1. En maskin driven av hästar. Wikimedia Commons, Public Domain.

riktning och denna kraft är lika stor som friktionskraften så maskinen drivs runt med konstant fart. Kraften som ändrar riktningen är den kraft som håller ihop trästockarna i navet, en elektromagnetisk kraft. Den är dock inte 'synlig' och uppfattas kanske inte.

1.6. Hur tolkar man en centripetalsituation?

Jämförelse mellan situationer där kraften är vinkelrät mot respektive parallell med förflyttningen. Några grundsituationer.

Vi räknar nu några klassiska fall och jämför med tidigare kunskap om $\overline{F} = m\overline{a}$, där vi behandlat fallet $F = ma$. Skillnaderna mellan formlerna ligger i

en vektor har två egenskaper	$\overline{a}$ en vektor	a ett tal
endast storleksändring	påverkas	påverkas
endast riktningsändring	påverkas	**påverkas ej**

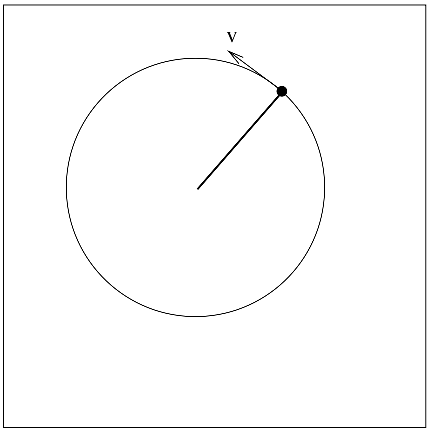
Eftersom vår vardagsuppfattning ligger närmast att accelerationen är ett tal kommer vi uppleva problem.

Jag använder också metoderna att avgränsa systemet och rita frikroppsdiagram.

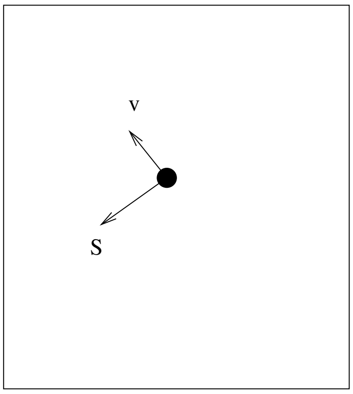
EXEMPEL 2. Ett rep, 1,4 m, med fastsatt massa roterar fritt i kosmos utan påverkan av andra krafter än spännkraften i repet. Se figur 1.6.1. Massan som är 1,3 kg roterar med farten 6,0 m/s. Vi ritar ett frikroppsdiagram för massan i figur 1.6.2.

S är spännkraften i snöret. Denna kraft är centripeterande (vinkelrät mot hastigheten). Vi kan alltså i Newtons formel sätta F:et som vår kraft S: endast denna ingår i vår summering av krafter. Vi får då

$$S = \frac{mv^2}{r}.$$



FIGUR 1.6.1. Roterande massa fastsatt i rep, någonstans i kosmos.



FIGUR 1.6.2. Frikroppsdiagram för situationen i figur 1.6.1.

Om vi sätter in de numeriska värdena kan vi räkna ut kraften som snöret drar i massan med

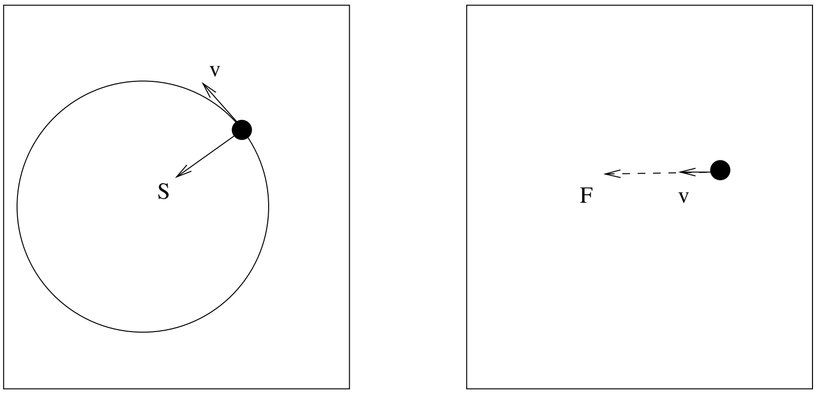
$$S = \frac{1,3 \cdot 6,0^2}{1,4} \approx 33,4 \text{ N}$$

Accelerationen är $v^2/r = 25,7$ m/s^2. Den motsvarande situationen för linje-rörelse är helt enkelt en kraft som drar i en massa i samma riktning som massan rör sig. Vi jämför de två situationerna i figur 1.6.3. I den cirkulära är alltid kraften $\overline{S}$ vinkelrät mot hastigheten $\overline{v}$. I den linje-rörelsen är kraften $\overline{F}$ parallell med hastigheten $\overline{v}$. För att vid linje-rörelse erhålla samma acceleration får vi

$$F = ma = 1,3 \cdot 25,7 = 33,4 \text{ N}.$$

I det cirkulära fallet och i linje fallet är kraften för en given acceleration precis lika stora, det är samma formel, $\overline{F} = m\overline{a}$.

I det cirkulära fallet ges accelerationen helt av riktningsändringen. Vi har ingen ändring av farten.



FIGUR 1.6.3. Jämförelse mellan den cirkulära situationen och den linje-rörelsen.

I det linje fallet ges accelerationen helt av fartändringen. Vi har ingen ändring i riktning.

EXEMPEL 3. Låt oss rotera vårt snöre någonstans där det finns en kraft utöver spännkraften i snöret som påverkar vår massa. Vi kan använda oss av gravitationen. Vi roterar vårt snöre strax ovanför jordytan i ett plan som är vertikalt och analyserar massan då den befinner sig i sitt övre läge. I figur 1.6.4 finns det isolerade systemet och ett frikroppsdiagram.

Vi väljer positiv referensriktning mot cirkelns centrum så att vektorsumman av krafterna är $\overline{S} + \overline{G} = +S + G$: vi har $\overline{F} = \overline{S} + \overline{G}$. Dessa två krafter utgör tillsammans den centripeterande kraften i det ögonblick som vi ser i figuren.

$$+S + G = \frac{mv^2}{r}$$

Storleken på G ges av $G = mg$. Spännkraften i snöret blir

$$S = \frac{mv^2}{r} - mg = 33,4 - 1,3 \cdot 9,8 = 33,4 - 12,7 = 20,7 \text{ N}.$$

Spännkraften i snöret blir nu *mindre* för att gravitationen utgör en del av den kraft som behövs för cirkelrörelsen. I delfigur C finns motsvarande linje-rörelse, hastigheten parallell med krafterna. Motsvarande uttryck blir

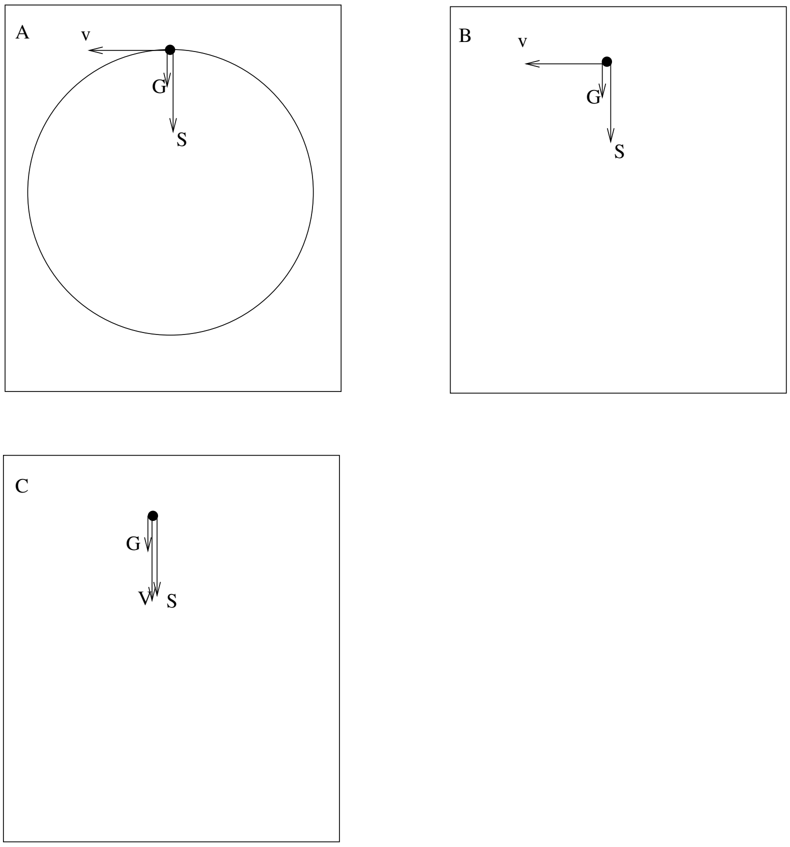
$$+S + G = ma.$$

Med samma acceleration längs linjen som i cirkelrörelsen får vi samma kraft, S. Med $G = 12,7\,\text{N}$ och en önskad kraft totalt på $33,4\,\text{N}$ så måste vi dra i snöret med $33,4 - 12,7 = 20,7\,\text{N}$.

EXEMPEL 4. Vi studerar nu vad som händer i den nedersta punkten. Här kommer spännkraften i snöret att vara riktat uppåt och gravitationen nedåt. Jag sätter den positiva referensriktningen uppåt (mot cirkelns centrum). Se figur 1.6.5 för illustration.

Med uppåt, mot cirkelns centrum blir uttrycket (vektorsumman $\overline{F} = \overline{S} + \overline{G}$ blir $S - G$)

$$+S - G = \frac{mv^2}{r}$$



Figur 1.6.4. A. Rotation med snöre i gravitationsfält. B. Frikroppsdiagram. C. Motsvarande linjära uppgift.

och om vi löser ut spännkraften

$$S = G + \frac{mv^2}{r} = 33,4 + 12,7 = 46,2 \text{ N}.$$

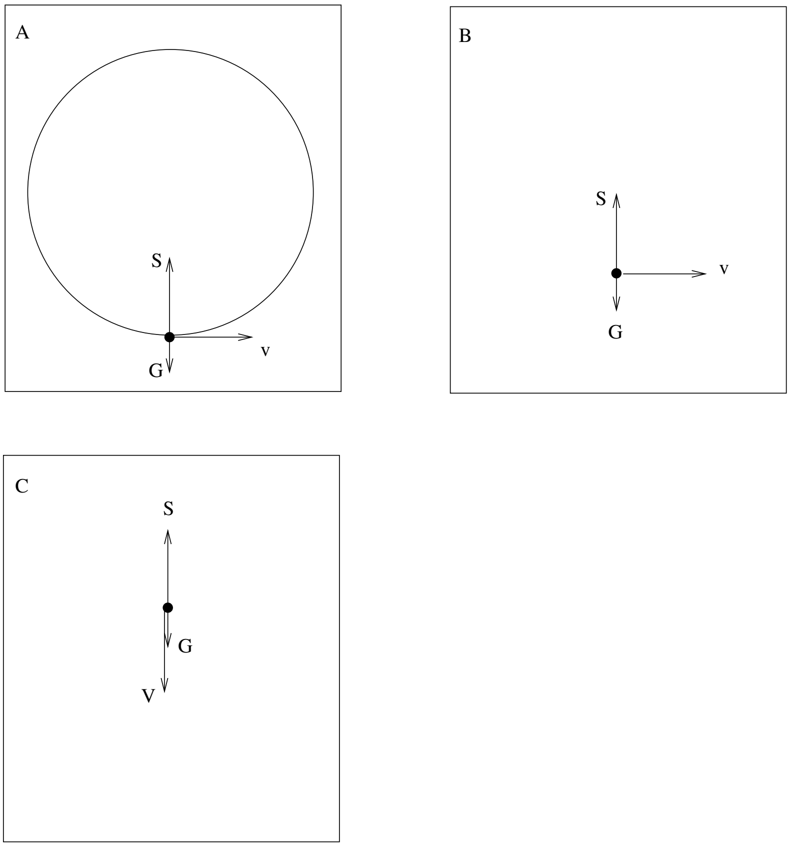
Vid en rörelse längs en linje, hastigheten parallell med summan av krafterna, får vi

$$+S - G = ma$$

och om $S > G$ så får vi en acceleration i positiv led, föremålet kommer så småningom att vända och röra sig uppåt. Om $S < G$ så accelererar föremålet nedåt och dess nedåtgående fart kommer att öka. Om $S = G$ så accelererar inte föremålet utan rör sig med konstant fart nedåt.

I exempel 2 har vi bara spännkraften inga andra krafter. I exempel 3 har vi två krafter riktade på samma håll. I exempel 4 är krafterna på olika håll. Det är alltså viktigt att definiera den positiva riktningen och det enklaste är att den riktning som är mot cirkelns centrum är den positiva riktningen i just det ögonblick du utför beräkningen för. Jämför också hela tiden med linje-rörelse, det är bra att repetera och knyta ihop.

Observandum för exempel 3 och 4: Föremålet rör sig inte med konstant fart! Hur går detta ihop, när vi härledde formeln antog vi konstant fart. I den översta och nedersta



FIGUR 1.6.5. A. Rotation med snöre i gravitationsfält. B. Frikroppsdiagram. C. Motsvarande linjära uppgift.

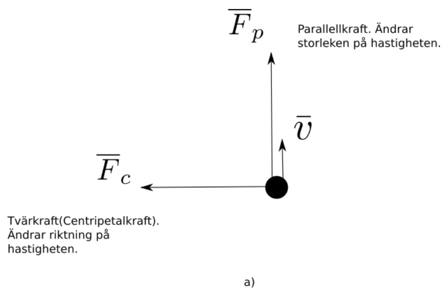
punkten är accelerationen vinkelrät mot cirkelns tangent. Vi har alltså ingen acceleration av *farten* i översta och nedersta punkterna. Hade vi varit någon annanstans på cirkeln måste vi först dela upp accelerationen i en del som ökar farten och en del som vrider hastighetsvektorn.

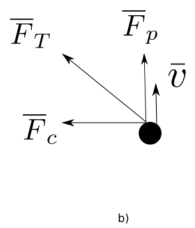
ÖVNING 6. En hink med 2 liter vatten sitter fästad i ett snöre och roteras runt fritt i kosmos utan påverkan av andra krafter än spännkraften i snöret. Om hinken roteras med farten 2 m/s och snöret är 1,2 m hur stor är spännkraften i snöret?

ÖVNING 7. En hink med 2 liter vatten sitter fästad i ett snöre och roteras i en vertikal bana (så den har ett övre och nedre läge). Farten är 4 m/s och snöret är 1,2 m. Hur stor är spännkraften i snöret då hinken befinner sig i övre läget?

ÖVNING 8. Som i föregående men nu i nedre läget.

Situationen sammanfattas i figur 1.6.6. I delfigur a) finns en kraft parallell med hastigheten, den ändrar farten. Kraften vinkelrät mot hastigheten ändrar endast hastighetens riktning. Bilden visar ett ögonblick i rörelsen. Om krafterna ska fortsatt vara parallella eller på tvären så måste de ändra riktning efterhand som hastigheten ändrar riktning. I delfigur b) visas hur en godtycklig kraft $\overline{F}_T$ kan delas upp i en parallellkraft och en tvärkraft. $\overline{F}_p$ och $\overline{F}_c$ ersätter $\overline{F}_T$. I och med att alla krafter kan delas upp i en kraft parallell med hastigheten och en vinkelrät så kan alla situationer behandlas!





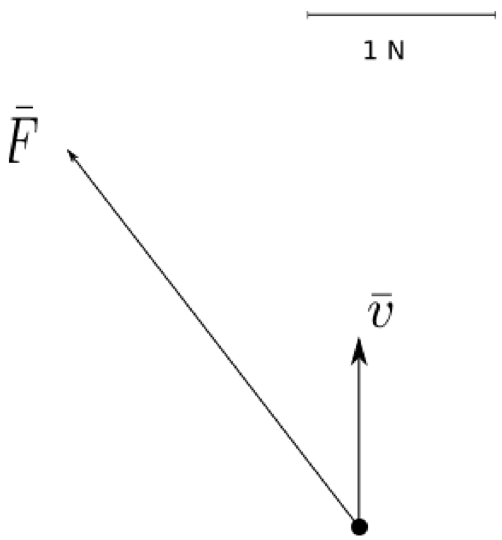
FIGUR 1.6.6. Parallellkraft $\overline{F}_p$ och tvärkraft $\overline{F}_c$.

EXEMPEL 5. Föremålet i figur 1.6.7 påverkas av en kraft som inte är parallell med hastigheten eller vinkelrät mot hastigheten. Hur rör den sig: vilken acceleration har den? Lösningen på problemet är att dela upp kraften i en komposant parallell med hastigheten och en vinkelrät mot hastigheten. Bestäm accelerationen parallell med hastigheten och accelerationen vinkelrät mot hastigheten; beräkna också den totala accelerationen. Föremålet har massan 2 kg. Hastigheten är 3 m/s (inte samma skala för hastighet som kraft). Ur figuren avläser vi att kraften parallell med hastigheten är 11 rutor. Enligt skalan representerar 6 rutor kraften 1 N. Vi får $F_\parallel = 11/6 \approx 1,83\,\mathrm{N}$. Kraften parallell med hastigheten är cirka 1,83 N. Denna kraft ändrar farten.

Ur figuren avläser vi också kraften vinkelrät mot hastigheten till 8,5 rutor. Kraften är $F_\perp = 8,5/6 \approx 1,42\,\mathrm{N}$. Kraften som ändrar riktning, centripetalkraften, är cirka 1,42 N.

För kraften parallell med hastigheten beräknar vi accelerationen ur $F_\parallel/m = a_\parallel$, som ger $a_\parallel = 1,83/2 \approx 0,92\,\mathrm{m/s}^2$. Så föremålet ökar sin fart med cirka 0,9 m/s varje sekund.

För centripetalkraften har vi $F_\perp = mv^2/r = ma_\perp$. Vi vet att centripetalaccelerationen är $a_\perp = v^2/r$. Vi får $F_\perp/m = a_\perp = 1,42/2 \approx 0,71\,\mathrm{m/s}^2$. Med $v = 3\,\mathrm{m/s}$ får



FIGUR 1.6.7. Dela upp kraften i en komposant parallell med hastigheten och en vinkelrät.

vi

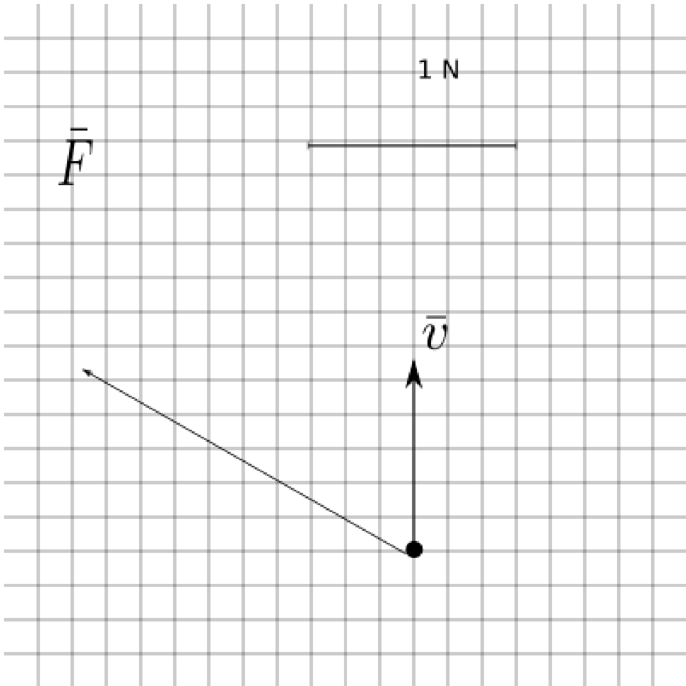
$$a_{\perp} = \frac{v^2}{r}$$
$$0,71 = \frac{3^2}{r}$$

eller att

$$r = 9/0,71 \approx 12,7\,\mathrm{m}.$$

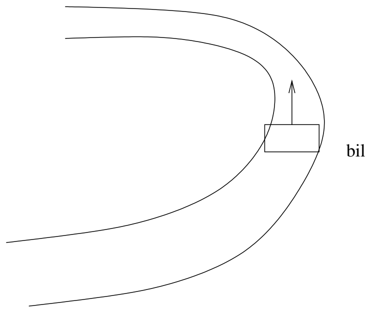
Föremålet går i en kurva, momentant, med radien cirka 12,7 m.

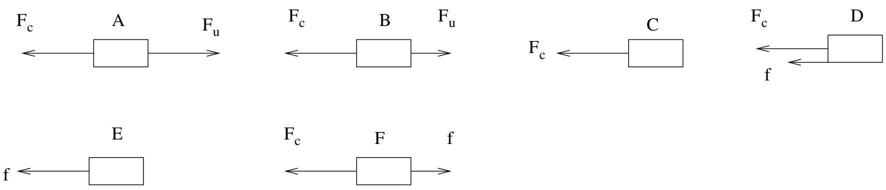
ÖVNING 9. Genomför beräkningarna som i föregående exempel men utifrån figur 1.6.8. Hastigheten och massa är samma.



FIGUR 1.6.8. Dela upp kraften i en komposant parallell med hastigheten och en vinkelrät.

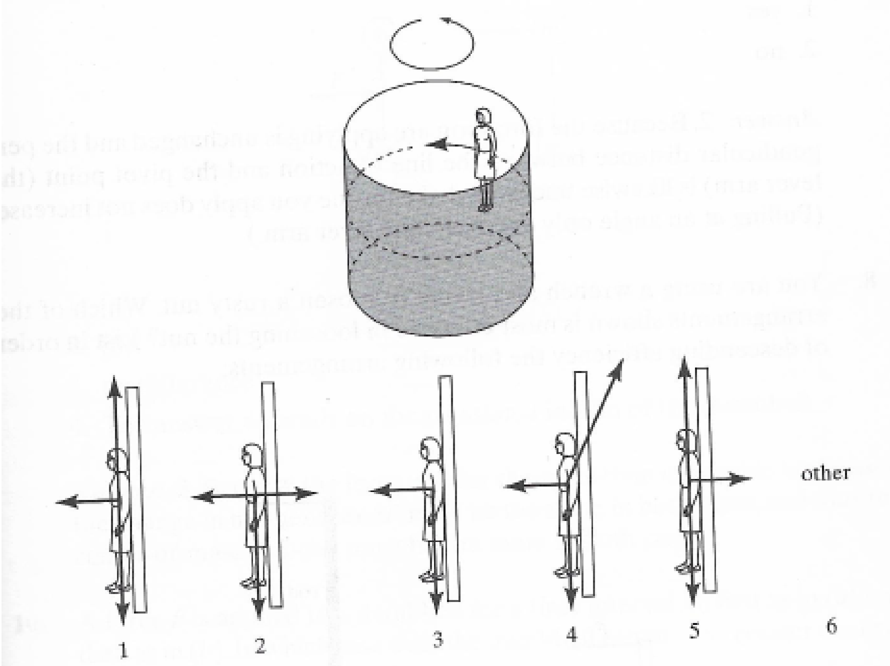
En PI men ändå lite svårare.
En bil kör i en cirkelformad plan och horisontell kurva, se figur. Den översta bilden visar bilen i kurvan och färdriktning. Bilen kör med konstant fart. Ange den eller de krafter som verkar på bilen. F_c är centripetalkraft. F_u är centrifugalkraft. f är friktionskraft. Normalkraft från underlaget och gravitationskraft är ej med i figuren.





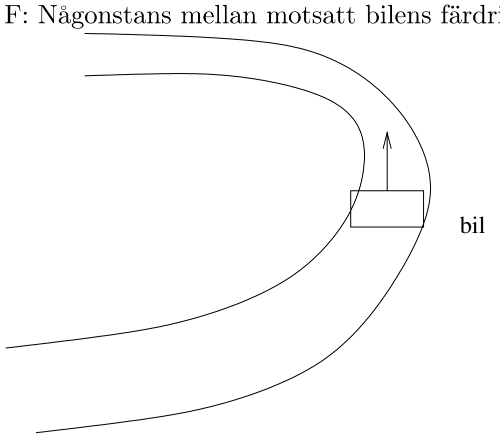
A: Centripetalkraft och centrifugalkraft, lika stora.
B: Centripetalkraft och centrifugalkraft. Centripetal större än centrifugal, nettokraft in mot cirkelns centrum.
C: Centripetalkraft in mot centrum.
D: Centripetalkraft och friktionskraft in mot centrum.
E: Friktionskraft in mot centrum.
F: Centripetalkraft in mot centrum och friktionskraft utåt. Netto in mot centrum.
G: Annat.
C och E är korrekta.
D är inte korrekt eftersom friktionskraften är det som är centripetalkraften, det finns inte två krafter.

PI Begrepp.
En person åker runt i en snurrande cylinder. (Gröna Lund hade en som kallades Rotorn.) Personen i tunnan faller inte ner då tunnan roterar tillräckligt fort. Hur ser kraftsituationen ut? Välj bland alternativen 1-6.



Rätt svar är 1. Det är normalkraften från väggen(pekar åt vänster) som bestämmer friktionskraften uppåt så att gravitationen nedåt tas ut.

PI Begrepp.
En bil kör i en cirkelformad plan och horisontell kurva, se figur. Bilden visar bilen i kurvan och färdriktning (hastighet). Bilen ökar sin fart i rörelseriktningen. I vilken riktning pekar den totala kraften på bilen (horisontell led endast)?
A: I bilens färdriktning.
B: Motsatt bilens färdriktning.
C: Någonstans mellan bilens färdriktning och rakt vänster.
D: Någonstans mellan bilens färdriktning och rakt höger.
E: Någonstans mellan motsatt bilens färdriktning och rakt vänster.
F: Någonstans mellan motsatt bilens färdriktning och rakt höger.



Rätt svar är C. Man kan också ställa frågan för en bil som bromsar, rätt svar är då E.

1.7. Omskrivningar av centripetalkraften.

Upplevelse av att åka karusell och formeln för acceleration.

Uttrycket för centripetalaccelerationen kan skrivas om så att vi får nya insikter om vad som händer vid en rotationsrörelse.

Först fartberoendet. Accelerationen är proportionell mot farten i kvadrat, $a = v^2/r$, den ökar alltså kraftigt med farten. Ökningen är alltså inte linjär. En dubbling av farten ger en fyrfaldigad acceleration. Eller bättre uttryckt: om du vill att föremålet ska gå runt i cirkeln dubbelt så fort måste du skapa en acceleration som är fyra gånger så stor som tidigare och därmed en kraft som är fyra gånger så stor.

Sedan avståndet till centrum. Accelerationen ökar då radien minskar. Accelerationen är omvänt proportionell mot radien. Vid en första tanke så tycker man kanske att detta inte stämmer. Du föreställer dig kanske att du är på en karusell längst ute och måste hålla i dig hårt, och om du då går inåt mot rotationscentrum så behöver du inte hålla i dig så hårt. D.v.s. din slutsats blir att ju mindre radie desto mindre (kraft) acceleration.

Här måste man se upp. Du har visserligen minskat radien men du har också ändrat din fart! Farten är störst längst ute och mindre längre in. När du rör dig längs radien ändrar du två variabler samtidigt.

Vi betraktar nu åter vår acceleration $a = \frac{v^2}{r}$ och sätter nu in att $v = \omega r$ som vi erhållit tidigare och får då

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r.$$

Denna kan vi använda för vår upplevelse av karusellåkandet. Var vi än står på karusellen har vi samma vinkelhastighet, ω så den är helt säkert konstant och är inte som farten som ändrar sig med avståndet från rotationscentrum. Hur beror nu accelerationen på radien då vi har en konstant ω? Jo accelerationen är liten vid liten radie (gäller även för kraften) och stor vid stor radie. Accelerationen är proportionell mot radien med proportionalitetskonstant ω^2.

Dina upplevelser stämmer väl med fysiken, men noggrannhet är ett måste: begrepp måste hållas isär!

Om vi skriver F med hjälp av det nya uttrycket för acceleration: $F = m\omega^2 r$.

Övning 10. I en tvättmaskin centrifugeras tvätten i slutet av programmet. Ofta anges antalet varv som 1400 varv per minut. Trumman har diametern 40 cm (cirka). Vi bortser från gravitationskraften. Vilken centripetalacceleration har en punkt på trummans ytan?

1.8. Uppgifter.

(1) En bil kör med farten 50 km/h genom en kurva med svängradien 10,0 m. Hur stor är bilens acceleration? Hur stor kraft behövs det om bilen väger 1127 kg?

(2) En raket rör sig med farten 12 km/s och gör en sväng med radien 300 m. Hur stor är raketens acceleration? Hur stor kraft behövs det om raketen väger 45 ton?

(3) I en hink befinner sig en sten. Stenen väger 3,5 kg och hinken väger inget. Du håller hinken i handen och lyckas hålla en fart av 3,4 m/s i övre läget och 4,2 m/s i nedre läget då du rotera hinken med hjälp av armen i ett vertikalt plan. Avståndet mellan rotationscentrum och stenen är 1,5 m. Rita figur över situationen. Rita frikroppsdiagram för de två lägena. Beräkna den centripeterande kraften på stenen i de två lägena.

(4) Jorden snurrar kring sin egen axel. Med vilken fart roterar en punkt på Jordens yta vid ekvatorn med?

(5) Vilken vinkelhastighet har en punkt på Jordens yta. Grader per timme.

(6) Jorden snurrar kring solen. Hur stor fart har du på grund av detta?

(7) Hur många grader per timme roterar du i uppgift 6.

(8) Du åker karusell och snurrar 7 varv på en minut. Du sitter 3,0 m från karusellens centrum. Vilken fart har du? Hur många grader roterar du per timme? Jämför uppgifterna 4, 5, 6, 7 och 8 med avseende på fart och vinkelhastighet och ange vilken som snurrar fortast.

(9) Hur stor kraft måste du använda i karusellen, föregående uppgift, för att hålla dig fast om du väger 65 kg?

(10) Hur stor kraft måste hålla dig fast på Jorden för att du inte ska trilla av på grund av Jordens rotation kring sin egen axel? Betrakta Jorden som en stor karusell. Med hur stor kraft håller gravitationen i dig? Räcker gravitationens kraft?

(11) Tänk dig en barnkarusell som snurrar. Karusellen har radien 3,0 m.
a) Om hastigheten för en gris vid radien 1,5 m är 1,2 m/s, hur stor är hastigheten för en elefant vid radien 2,5 m?
b) Om accelerationen för en gris vid radien 1,5 m är $0,4$ m/s^2, hur stor är accelerationen för en elefant vid radien 2,5 m?
c) Om vinkelhastigheten för en gris vid radien 1,5 m är 0,3 rad/s, hur stor är vinkelhastigheten för en elefant vid radien 2,5 m?
d) Konstruera själv 3 uppgifter på samma tema som a) till c) ovan. Räkna dem på samma sätt som görs i Uppgiftskommentarerna.

(12) Anna och Örte diskuterar uttrycket för centripetalkraft och jämför detta med sina upplevelser av att åka karusell.

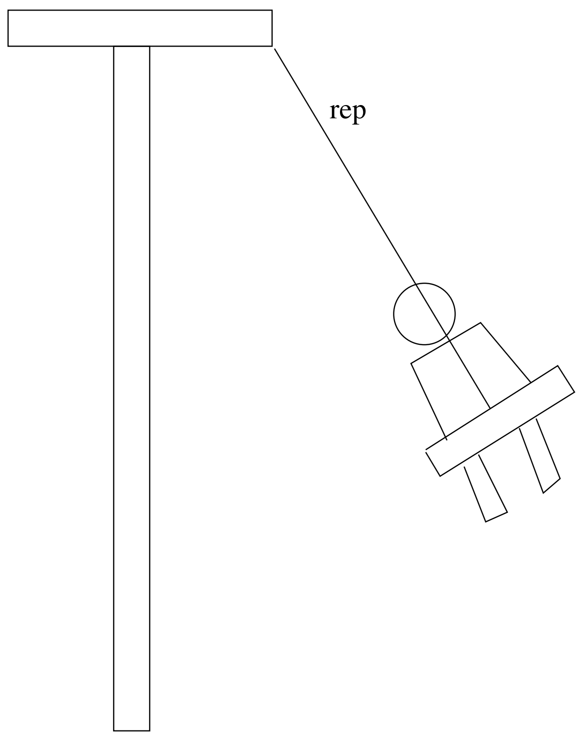
$$F = \frac{mv^2}{r}$$

A: När jag är längst ute på karusellen är radien som störst och då borde enligt formeln kraften F vara minst.
Ö: Ja , det stämmer, man ska dela med radien och en stor radie ger en liten kvot.
A: Men så är det ju inte, när man är längst ute måste man hålla i sig jättemycket!
Ö: Ja, längst inne kan man ju sitta lugnt.
A: Kass formel!

Var finns deras tankemiss?

(13) *En kula med massan 34 g är upphängd i ett snöre, med längden 1,4 m, som en pendel. Kulan släppes från ett läge i jämnhöjd med upphängningspunkten(snöret är horisontellt).
   (a) Rita kulan i punkten där den släpps, när den hunnit halvvägs ner och i den nedersta punkten. Sätt ut de krafter som verkar på kulan då den hunnit halvvägs ner och i det nedersta läget.
   (b) Beräkna spännkraften i snöret när kulan är i nedersta läget.
   (c) Härled ett uttryck för kraften i snöret i nedersta läget som endast beror på kulans tyngd.

(14) *Erik åker slänggunga, se figur 1.8.1. Betrakta stolen och Erik som ett system på 16 kg.
   (a) Rita frikroppsdiagram. Vilka 2 krafter verkar på systemet stolen+Erik?
   (b) I vilken riktning pekar resultanten till de 2 krafterna i uppgift a)?
   (c) Cirkelbanans radie är 5,5 m. Gungan gör ett varv 4,0 s. Beräkna spännkrafen i slänggungans rep och repets vinkel i förhållande till lodlinjen.



FIGUR 1.8.1. Slänggunga.

(15) *Hur fort ska Jorden snurra(runt sin axel) för att du ska trilla av? Hur långt blir ett dygn?

1.9. Uppgiftskommentarer

(1) Accelerationen ges av farten och radien. Ju högre fart, desto svårare att svänga, desta mindre radie desto svårare att svänga. $a = \frac{v^2}{r} = \frac{(50/3,6)^2}{10} \approx 19$ m/s^2. $F = ma = 1127 \cdot 19,29 \approx 2,2 \cdot 10^4$ N.

(2) Samma beräkningar som i föregående. $a = 4,8 \cdot 10^5$ m/s^2. $F = ma = 45000 \cdot 4,8 \cdot 10^5 \approx 2,2 \cdot 10^{10}$ N.

(3) Här gör du på samma sätt som genomgången i boken men vi har olika farter i de olika lägena. $F = mv^2/r = 3,5 \cdot 3,4^2/1,5 \approx 27$ N. För nedre läget blir det 41 N.

(4) Här krävs att du gör ett steg till i beräkningen jämfört med föregående uppgift. Farten måste också beräknas. $v = s/t = 2\pi r/t = 2\pi \cdot 6378$ km/24 h $\approx 1,7 \cdot 10^3$ km/h. (464 m/s)

(5) En punkt, oavsett var den är på Jordens yta, snurrar ett varv på ett dygn, ett varv är 360°. 360°/24 h = 15°/h.

(6) $v = s/t = 2\pi r/t = (2\pi \cdot 1,496 \cdot 10^{11})/(365,25 \cdot 24 \cdot 3600)$ m/s $\approx 3,0 \cdot 10^4$ m/s.

(7) $360°/(365,25 \cdot 24) \approx 0,041°$/h.

(8) 7 varv per minut ger $7 \cdot 60$ var per timme. Antalet grader blir $7 \cdot 60 \cdot 360°/\text{h} = 151200°/\text{h} \approx 1,5 \cdot 10^5\ °/\text{h}$. Sammanställning syns bäst i en tabell.

	v(m/s)	ω(°/h)
runt sin axel	460	15
runt solen	30000	0,041
karusell	2,2	150000

Vad skulle du svara på frågan om vilken som snurrar fortast? Karusellen med störst ω eller Jorden i banan runt solen med störst fart, v? Menar man i vardagsspråket sträckahastigheten, v, eller vinkelhastigheten, ω när man säger att något snurrar fort?

(9) Du har tidigare räknat ut sträcka-hastighet och vinkelhastighet, nu är det dags att beräkna kraften; skillnaden mellan kraft och acceleration ligger i massan.$F = mv^2/r = 65 \cdot 2,2^2/3,0 = 1,0 \cdot 10^2$ N.

(10) Fortsätter på jämförelsen mellan karusell och Jordens spinn, återigen massan. $F = mv^2/r = 65 \cdot 463,8^2/(6378 \cdot 10^3) \approx 2,2$ N. Gravitationen håller i mig med $F = mg = 65 \cdot 9,82$ N ≈ 640 N. Gravitationens kraft räcker därför att $640\,N > 2,2\,N$!

(11) Det viktiga är att se att det är en fråga om proportionaliteter. Därför ska du konstruera en omgång uppgifter själv också i uppgift d)

(a) Med $v = \omega r$ och att ω är lika för alla på karusellen får vi

$$\frac{v}{r} = \text{konstant}$$

$$\frac{1,2}{1,5} = \frac{v}{2,5}$$

ger att $v = 2,0$ m/s.

(b) Ur $a = \omega^2 r$ och att ω är lika för alla på karusellen ser vi att

$$\frac{a}{r} = \text{konstant}$$

$$\frac{0,4}{1,5} = \frac{a}{2,5}$$

ger att $a \approx 2,7$ m/s^2.

(c) Vinkelhastigheten är lika för alla. $\omega = 0,3$ rad/s.

(12) Felet de gör är att de inte observerar att hastigheten v också ändrar sig då radien ändras. Om man skriver om uttrycket till

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m(\omega r)^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r$$

så är m konstant(naturligtvis) och ω är konstant. Kraften F beror bara på radien. F är stor för stor radie("längst ute måste man hålla i sig jättemycket") och liten för liten radie("längst inne kan man sitta lugnt").

(13)

(a) För krafterna se figur 1.9.1.

(b) För att bestämma farten använder vi att den potentiella energin blivit kinetisk energi.

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \;\Leftrightarrow\; v = \sqrt{2gh} \approx 5,24 \text{ m/s}.$$

Farten varierar visserligen när kulan rör sig i cirkelbanan men vi just i nedersta läget finns ingen kraft som ökar eller minskar farten. Gravitationskraften är då vinkelrät mot banans tangent och ger ingen ökning av farten.

$$+F_c = +S - G$$

$$\frac{mv^2}{r} = S - mg \;\Leftrightarrow\; S = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right).$$

Med insatta värden

$$S = 0,034\left(\frac{5,24^2}{1,4} + 9,82\right) \approx 1,0 \text{ N}.$$

(c) Enligt b) så är

$$S = F_c + G$$

och

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

och $mv^2 = 2mgh = 2Gh = 2Gr$ så att

$$F_c = 2G$$

då blir spännkraften

$$S = F_c + G = 2G + G = 3G$$

Spännkraften är således 3 gånger tyngdkraften.

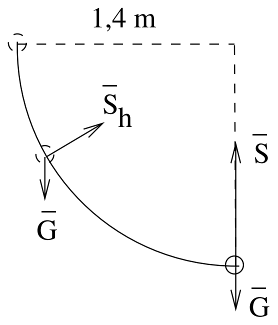
(14)

(a) Spännkraften i snöret och gravitationskraften.

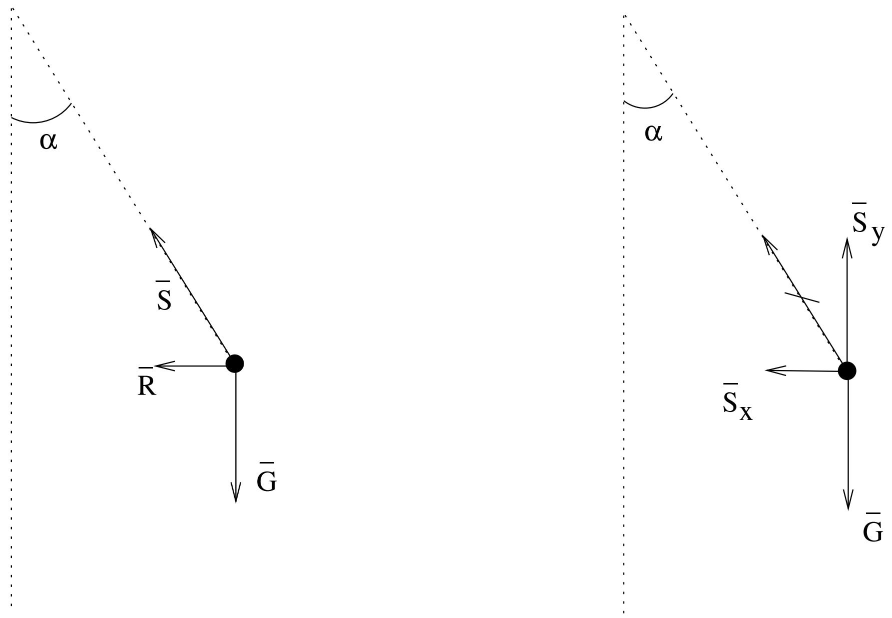
(b) In mot cirkelns mitt. Cirkeln är den cirkel som Erik färdas i. Vid konstant fart ligger denna cirkel horisontellt.

(c) $T = 4,0$ s. $G = mg = 157,12$ N. I den vänstra figuren finns de två krafterna $\overrightarrow{S}$ och $\overrightarrow{G}$. Deras resultant heter $\overrightarrow{R}$. $\overrightarrow{S} + \overrightarrow{G} = \overrightarrow{R}$. Krafterna i y-led ska ha summan noll, de tar ut varandra. I y-led får vi

$$S_y = G$$



FIGUR 1.9.1. Pendel.



FIGUR 1.9.2. Erik åker karusell.

och i x-led har vi bara en kraft, den centrumsträvande komposanten av kraften i snöret

$$R = S_x = \frac{mv^2}{r}$$

för detta är just den centripeterande kraften. Vi formulerar om

$$S_x = m\omega^2 r = mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

ger oss att

$$S_x = 217,13 \text{ N}.$$

Vi har nu $S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \sqrt{217,13^2 + 157,12^2} \approx 270$ N. Vinkeln bestäms ur

$$\tan(\alpha) = \frac{217,13}{157,12}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{217,13}{157,12}\right) \approx 36°.$$

(15) Gravitationskraften verkar på mig med värdet $G = mg$. Om jag snurrar så fort att det behövs en större kraft än detta för att jag ska röra mig i en cirkel då kommer jag förlora kontakten med Jorden.

$$mg = \frac{mv^2}{r}$$
$$g = \frac{v^2}{r}$$

ur vilken v löses så

$$v = \sqrt{gr} \approx 7900 \text{ m/s. } (7914)$$

Tiden för dygnet får vi ur

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2\pi r}{7914} = \frac{2\pi \cdot 6378 \cdot 10^3}{7914} \approx 1 \text{ h } 24 \text{ min.}$$

1.10. Övningskommentarer

1 Relationen mellan periodtid och frekvens är $T = 1/f{=}1/\left(33/60\right) \approx 1,8$ s. Där vi omvandlat 33 varv per minut till varv per sekund.

2 $\omega = 20 \cdot 360°/60\,\text{s} = 120°/\text{s}$. $\omega = 20 \cdot 2\pi/60\,\text{s} = 2,1\,/\text{s}$.

3

$$v = \omega r = 2,1r = 2,1 \cdot 45 = 94,5\,\text{m/s}.$$

4

$$F = m\frac{v^2}{r} = 1000 \cdot \frac{13,89^2}{5} = 38,6\,\text{kN}$$

Kraften är fördelad på 4 hjul så varje hjul behöver ge cirka 10 kN. Det är friktionen från marken på hjulen som ger en kraft på bilen. Friktionen från marken är en elektromagnetisk kraft.

5 Punktformigt föremål. Egentligen också endast en centripetalkraft, finns det annan kraft så förändrar den farten.

6 $F = mv^2/r$. Vi har uppgifterna: $m = 2\,\text{kg}$, $r = 1,2\,\text{m}$ och $v = 2\,\text{m/s}$. Vi erhåller

$$F = 2 \cdot \frac{2^2}{1,2} \approx 6,7\,\text{N}.$$

7 Övre läget enligt tidigare

$$S = \frac{mv^2}{r} - mg = \frac{2 \cdot 4^2}{1,2} - 2 \cdot 9,8 = 26,67 - 19,6 = 7{,}1 \text{ N}.$$

8

$$S = G + \frac{mv^2}{r} = 19,6 + 26,67 = 46,3 \text{ N}.$$

9 Kraften parallell med hastigheten är cirka 0,9 N och den vinkelrät är 1,6 N. För kraften parallell med hastigheten beräknar vi accelerationen ur $F_{\parallel}/m = a_{\parallel}$, som ger $a_{\parallel} = 0,9/2 \approx 0,45\,\text{m/s}^2$. Så föremålet ökar sin fart med cirka 0,45 m/s varje sekund.

För centripetalkraften har vi $F_\perp = mv^2/r = ma_\perp$. Vi vet att centripetalaccelerationen är $a_\perp = v^2/r$. Vi får $F_\perp/m = a_\perp = 1,6/2 \approx 0,8\,\mathrm{m/s}^2$. Med $v = 3\,\mathrm{m/s}$ får vi

$$\begin{aligned} a_\perp &= \frac{v^2}{r} \\ 0,8 &= \frac{3^2}{r} \end{aligned}$$

eller att

$$r = 9/0,8 \approx 11,25\,\mathrm{m}.$$

Föremålet går i en kurva, momentant, med radien cirka 11 m.

10

$$a = \omega^2 r$$

Vi känner radien som 0,20 m. Vinkelhastigheten måste vi beräkna i steg. $\omega = 2\pi f$. Och frekvensen i varv per sekund är $1400/60 \approx 23,33\,\mathrm{s}^{-1}$. Antalet radianer per sekund $\omega = 2\pi \cdot 23,33 \approx 146,6\,\mathrm{rad/s}$. Slutligen centripetalaccelerationen

$$a = \omega^2 r = 146,6^2 \cdot 0,20 \approx 4299\,\mathrm{m/s}^2$$