Macroeconomia Aberta e DSGE: Fundamentos, Estimação e Aplicações

Modelos de macro aberta: como fechar os modelos

João Ricardo Costa Filho

Sobre modelos

Good ideas shine far more brightly when supported by good models

Avinash Dixit ("The making of Economic Policy", 1996, p. 17)

All models are wrong.

George Box

Models are to be used, not believed. **Henri Theil** ("Principles of Econometrics", 1971, p. vi)

Economias abertas: fatos estilizados

Nos modelos DSGE, em geral, a unidade de estudo é o indivíduo.

Nos modelos DSGE, em geral, a unidade de estudo é o indivíduo. Portanto, o modelo analisa a dinâmica das decisões de consumidores e empresas.

Nos modelos DSGE, em geral, a unidade de estudo é o indivíduo. Portanto, o modelo analisa a dinâmica das decisões de consumidores e empresas. Assim, as precrições do modelo devem ser comparadas com séries temporais da atividade econômica agregada *per capita* (Uribe and Schmitt-Grohé 2017).

Flutuações Econômicas: teoria e dados (Uribe and Schmitt-Grohé 2017)

Flutuações Econômicas: teoria e dados (Uribe and Schmitt-Grohé 2017)

Na análise de flutuações econômicas, a comparação é feita, geralmente, com dados a decomposição entre **tendência** e **ciclo**:

Flutuações Econômicas: teoria e dados (Uribe and Schmitt-Grohé 2017)

Na análise de flutuações econômicas, a comparação é feita, geralmente, com dados a decomposição entre **tendência** e **ciclo**:

$$y_t = y_t^T + y_t^C$$

onde y_t representa o PIB per capita, y_t^T é a tendência de longo prazo e y_t^C .

4

 Nos dados dos gastos das famílias há o consumo de bens duráveis, não-duráveis e serviços.

- Nos dados dos gastos das famílias há o consumo de bens duráveis, não-duráveis e serviços.
- Ao confrotarmos com o modelo teórico, retiram-se os bens duráveis da definição de consumo (e, muitas vezes, adiciona-se ao investimento).

- Nos dados dos gastos das famílias há o consumo de bens duráveis, não-duráveis e serviços.
- Ao confrotarmos com o modelo teórico, retiram-se os bens duráveis da definição de consumo (e, muitas vezes, adiciona-se ao investimento).
 - Do ponto de vista econômico, carros e máquinas de lavar operam como se fossem bens de capital no domicílio (Uribe and Schmitt-Grohé 2017).

Uribe and Schmitt-Grohé (2017) observam dez padrões nos dados sobre economias abertas:

1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- 2) Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).
- 3) As maiores volatilidades estão

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).
- 3) As maiores volatilidades estão (i) nas importações,

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).
- As maiores volatilidades estão (i) nas importações, (ii) nos investimentos,

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).
- As maiores volatilidades estão (i) nas importações, (ii) nos investimentos, (iii) nas exportações,

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).
- As maiores volatilidades estão (i) nas importações, (ii) nos investimentos, (iii) nas exportações, (iv) nos gastos do governo,

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).
- As maiores volatilidades estão (i) nas importações, (ii) nos investimentos, (iii) nas exportações, (iv) nos gastos do governo, (v) no consumo

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).
- As maiores volatilidades estão (i) nas importações, (ii) nos investimentos, (iii) nas exportações, (iv) nos gastos do governo, (v) no consumo e (vi) no PIB, em ordem decrescente.

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).
- As maiores volatilidades estão (i) nas importações, (ii) nos investimentos, (iii) nas exportações, (iv) nos gastos do governo, (v) no consumo e (vi) no PIB, em ordem decrescente.
- 4) Os componentes da demanda agregada (C, I, X e M) são pró-cíclicos.

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).
- As maiores volatilidades estão (i) nas importações, (ii) nos investimentos, (iii) nas exportações, (iv) nos gastos do governo, (v) no consumo e (vi) no PIB, em ordem decrescente.
- Os componentes da demanda agregada (C, I, X e M) são pró-cíclicos.
- 5) A conta corrente a balança comercial são anticíclicas.

- 1) Volatilidade do produto global é maior do que a dos EUA.
- Alta volatilidade do consumo da administração pública (em relação ao PIB).
- As maiores volatilidades estão (i) nas importações, (ii) nos investimentos, (iii) nas exportações, (iv) nos gastos do governo, (v) no consumo e (vi) no PIB, em ordem decrescente.
- Os componentes da demanda agregada (C, I, X e M) são pró-cíclicos.
- 5) A conta corrente a balança comercial são anticíclicas.

Uribe and Schmitt-Grohé (2017) observam dez padrões nos dados sobre economias abertas:

6) O consumo do governo (em proporção do PIB) é acíclico.

- 6) O consumo do governo (em proporção do PIB) é acíclico.
- As variáveis da oferta agregada e da demanda agregada são serialmente correlacionadas e persistentes.

- 6) O consumo do governo (em proporção do PIB) é acíclico.
- As variáveis da oferta agregada e da demanda agregada são serialmente correlacionadas e persistentes.
- 8) Excesso de volatilidade em países pobres e economias emergentes.

- 6) O consumo do governo (em proporção do PIB) é acíclico.
- As variáveis da oferta agregada e da demanda agregada são serialmente correlacionadas e persistentes.
- 8) Excesso de volatilidade em países pobres e economias emergentes.
- 9) Menor suavização intertemporal do consumo em países pobres e economias emergentes.

- 6) O consumo do governo (em proporção do PIB) é acíclico.
- As variáveis da oferta agregada e da demanda agregada são serialmente correlacionadas e persistentes.
- 8) Excesso de volatilidade em países pobres e economias emergentes.
- 9) Menor suavização intertemporal do consumo em países pobres e economias emergentes.
- 10) A "anticiclicalidade" dos gastos do governo cresce com a renda.

Ciclos econômicos: momentos (Uribe and Schmitt-Grohé 2017)

Table 1.2: Business Cycles in Small, Medium, and Large Countries

	All Countries		Poor Countries			Emerging Countries		Rich Countries				
	S	M	L	S	M	L	S	M	L	S	M	L
Standard Deviations												
σ_u	8.00	7.92	5.55	8.17	9.46	5.63	9.50	8.99	7.86	4.31	3.05	3.29
σ_c/σ_u	1.12	0.96	1.07	1.39	1.05	1.11	0.97	0.93	1.08	0.92	0.93	0.84
σ_q/σ_y	2.22	2.21	2.28	2.92	2.86	2.40	1.85	2.05	1.99	1.66	1.71	1.76
σ_i/σ_y	3.65	3.23	3.06	4.68	4.01	3.08	2.97	2.86	2.58	3.07	3.07	3.28
σ_x/σ_y	2.46	3.29	3.07	2.81	3.94	3.01	2.23	2.92	2.95	2.23	3.33	3.56
σ_m/σ_y	2.55	3.12	3.33	2.96	3.45	3.30	2.25	2.68	3.02	2.36	3.80	3.77
$\sigma_{tb/y}$	4.29	3.64	1.76	5.62	3.82	1.77	4.00	4.39	2.75	2.29	1.47	0.98
$\sigma_{ca/y}$	3.68	2.97	1.84	4.84	3.40	1.87	3.55	3.45	2.39	2.37	1.47	1.23
Correlations with y												
y	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
c	0.64	0.71	0.69	0.58	0.74	0.66	0.73	0.70	0.84	0.55	0.70	0.82
g/y	-0.03	-0.01	-0.02	0.02	0.24	0.07	0.03	0.00	-0.26	-0.26	-0.40	-0.40
i	0.60	0.70	0.66	0.45	0.55	0.61	0.72	0.76	0.82	0.63	0.74	0.81
\boldsymbol{x}	0.54	0.42	0.08	0.53	0.58	0.08	0.53	0.36	0.25	0.58	0.37	0.00
m	0.59	0.57	0.11	0.53	0.62	0.07	0.62	0.57	0.34	0.63	0.47	0.23
tb/y	-0.12	-0.24	-0.13	-0.04	-0.25	-0.10	-0.21	-0.24	-0.17	-0.11	-0.24	-0.29
tb	-0.21	-0.26	-0.15	-0.18	-0.33	-0.12	-0.32	-0.24	-0.21	-0.04	-0.24	-0.29
ca/y	-0.17	-0.22	-0.30	-0.17	-0.11	-0.30	-0.20	-0.34	-0.11	-0.11	-0.08	-0.44
ca	-0.21	-0.25	-0.30	-0.23	-0.17	-0.29	-0.25	-0.36	-0.13	-0.08	-0.10	-0.43
Serial C												
y	0.83	0.83	0.66	0.76	0.84	0.62	0.89	0.84	0.90	0.83	0.80	0.74
c	0.67	0.69	0.66	0.61	0.61	0.62	0.70	0.71	0.81	0.73	0.75	0.75
\boldsymbol{g}	0.73	0.80	0.75	0.61	0.74	0.72	0.78	0.80	0.81	0.87	0.89	0.90
i	0.66	0.66	0.53	0.62	0.64	0.47	0.67	0.70	0.79	0.71	0.61	0.70
\boldsymbol{x}	0.67	0.75	0.67	0.58	0.73	0.65	0.74	0.76	0.70	0.68	0.75	0.74
m	0.69	0.70	0.63	0.68	0.68	0.60	0.71	0.72	0.80	0.66	0.71	0.68
tb/y	0.54	0.58	0.63	0.50	0.51	0.61	0.52	0.58	0.74	0.67	0.68	0.70
ca/y	0.42	0.50	0.60	0.36	0.42	0.57	0.40	0.46	0.65	0.56	0.67	0.75
Means												
tby	-5.6	-1.5	-0.8	-10.4	-5.4	-0.7	-5.2	-0.0	-1.7	3.1	0.0	-0.6
xmy	73.9	48.6	29.0	57.7	48.9	29.5	69.2	49.7	29.9	116.8	45.2	25.3

Note. See table 1.1. The sets of small (S), medium (M), and large (L) countries are defined as countries

Ciclos econômicos: duração e amplitude (Uribe and Schmitt-Grohé 2017)

Table 1.6: Duration and Amplitude of Business Cycles in Emerging and Developed Economies

Group of	Dura	tion	Amplitude			
Countries	Contraction	Expansion	Contraction	Expansion		
Latin America	3.5	16.0	6.2	21.3		
OECD	3.6	23.8	2.2	20.2		

Source: Calderón and Fuentes (2010).

Note: The data is quarterly real GDP from 1980:1 to 2006:4. The countries included in the Latin America group are: Argentina, Bolivia, Brazil, Chile, Colombia, Costa Rica, Ecuador, Mexico, Paraguay, Peru, Uruguay, and Venezuela. The countries included in the OECD group are Australia, Canada, France, Germany, Italy, Japan, New Zealand, Portugal, Spain, Sweden, United Kingdom, and the United States.

DSGE em macro aberta

Por que modelos **dinâmicos** de macro aberta são, naturalmente, diferentes das suas contra-partes em macro fechada?

Taxa de juros vs Taxa de desconto intertemporal

- Taxa de juros vs Taxa de desconto intertemporal
 - Três casos possíveis:

- Taxa de juros vs Taxa de desconto intertemporal
 - Três casos possíveis:
 - Taxa de juros > Taxa de desconto intertemporal

- Taxa de juros vs Taxa de desconto intertemporal
 - Três casos possíveis:
 - Taxa de juros > Taxa de desconto intertemporal
 - \implies $K \to +\infty$, $d \to -\infty$ (excesso de poupança).

- Taxa de juros vs Taxa de desconto intertemporal
 - Três casos possíveis:
 - Taxa de juros > Taxa de desconto intertemporal $\implies K \rightarrow +\infty, d \rightarrow -\infty$ (excesso de poupança).
 - Taxa de juros < Taxa de desconto intertemporal

- Taxa de juros vs Taxa de desconto intertemporal
 - Três casos possíveis:
 - Taxa de juros > Taxa de desconto intertemporal $\implies K \rightarrow +\infty, d \rightarrow -\infty$ (excesso de poupança).
 - Taxa de juros < Taxa de desconto intertemporal $\implies K \rightarrow 0, d \rightarrow +\infty$ (excesso de endividamento).

Por que modelos **dinâmicos** de macro aberta são, naturalmente, diferentes das suas contra-partes em macro fechada?

Taxa de juros vs Taxa de desconto intertemporal

- Três casos possíveis:
- Taxa de juros > Taxa de desconto intertemporal $\implies K \rightarrow +\infty, d \rightarrow -\infty$ (excesso de poupança).
- Taxa de juros < Taxa de desconto intertemporal $\implies K \rightarrow 0, d \rightarrow +\infty$ (excesso de endividamento).
- Taxa de juros = Taxa de desconto intertemporal

Por que modelos **dinâmicos** de macro aberta são, naturalmente, diferentes das suas contra-partes em macro fechada?

Taxa de juros vs Taxa de desconto intertemporal

- Três casos possíveis:
- Taxa de juros > Taxa de desconto intertemporal $\implies K \rightarrow +\infty, d \rightarrow -\infty$ (excesso de poupança).
- Taxa de juros < Taxa de desconto intertemporal $\implies K \rightarrow 0, d \rightarrow +\infty$ (excesso de endividamento).
- Taxa de juros = Taxa de desconto intertemporal ⇒ equilíbrio estacionário (que depende das condições iniciais).

Seguindo Schmitt-Grohé and Uribe (2003), podemos utilizar:

Fator de desconto endógeno

- Fator de desconto endógeno
 - β é decrescente com o nível de consumo.

- Fator de desconto endógeno
 - β é decrescente com o nível de consumo.
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta(c_t)(1+r)\lambda_{t+1}$.

- Fator de desconto endógeno
 - β é decrescente com o nível de consumo.
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta(c_t)(1+r)\lambda_{t+1}$.
- Prêmio de risco

- Fator de desconto endógeno
 - β é decrescente com o nível de consumo.
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta(c_t)(1+r)\lambda_{t+1}$.
- Prêmio de risco
 - Taxa de juros: $r_t = r + p(\tilde{d}_t)$

- Fator de desconto endógeno
 - β é decrescente com o nível de consumo.
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta(c_t)(1+r)\lambda_{t+1}$.
- Prêmio de risco
 - Taxa de juros: $r_t = r + p(\tilde{d}_t)$
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(\mathrm{e}^{ ilde{d}_t ilde{d}} 1 \right) \right)$
- Custos de ajustamento no portfolio

- Fator de desconto endógeno
 - β é decrescente com o nível de consumo.
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta(c_t)(1+r)\lambda_{t+1}$.
- Prêmio de risco
 - Taxa de juros: $r_t = r + p(\tilde{d}_t)$
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(\mathrm{e}^{ ilde{d}_t ilde{d}} 1 \right) \right)$
- Custos de ajustamento no portfolio
 - Ajustar o tamanho do portfolio de ativos é custoso.

- Fator de desconto endógeno
 - β é decrescente com o nível de consumo.
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta(c_t)(1+r)\lambda_{t+1}$.
- Prêmio de risco
 - Taxa de juros: $r_t = r + p(\tilde{d}_t)$
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(\mathrm{e}^{ ilde{d}_t ilde{d}} 1 \right) \right)$
- Custos de ajustamento no portfolio
 - Ajustar o tamanho do portfolio de ativos é custoso.
 - Equação de Euler: $\lambda_t \left[1 + \psi'(d_t) \right] = \beta(1+r)\lambda_{t+1}$

- Fator de desconto endógeno
 - β é decrescente com o nível de consumo.
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta(c_t)(1+r)\lambda_{t+1}$.
- Prêmio de risco
 - Taxa de juros: $r_t = r + p(\tilde{d}_t)$
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(\mathrm{e}^{ ilde{d}_t ilde{d}} 1 \right) \right)$
- Custos de ajustamento no portfolio
 - Ajustar o tamanho do portfolio de ativos é custoso.
 - Equação de Euler: $\lambda_t \left[1 + \psi'(d_t) \right] = \beta(1+r)\lambda_{t+1}$
- Mercados financeiros completos

- Fator de desconto endógeno
 - β é decrescente com o nível de consumo.
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta(c_t)(1+r)\lambda_{t+1}$.
- Prêmio de risco
 - Taxa de juros: $r_t = r + p(\tilde{d}_t)$
 - Equação de Euler: $\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(\mathrm{e}^{ ilde{d}_t ilde{d}} 1 \right) \right)$
- Custos de ajustamento no portfolio
 - Ajustar o tamanho do portfolio de ativos é custoso.
 - Equação de Euler: $\lambda_t \left[1 + \psi'(d_t) \right] = \beta(1+r)\lambda_{t+1}$
- Mercados financeiros completos

 De acordo com Schmitt-Grohé and Uribe (2003), todos esses artifícios geram dinâmicas dos ciclos de negócio virtualmente idênticas no que tange (i) os segundos momentos dos dados e (ii) as funções impulso-resposta.

- De acordo com Schmitt-Grohé and Uribe (2003), todos esses artifícios geram dinâmicas dos ciclos de negócio virtualmente idênticas no que tange (i) os segundos momentos dos dados e (ii) as funções impulso-resposta.
- A única ressalva é que no modelo com mercados financeiros completos, a dinâmica do consumo é mais suave.

O modelo com prêmio de risco

Tomemos como base o modelo com prêmio de risco de Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Trabalharemos com dois tipos de **agentes representativos**:

Tomemos como base o modelo com prêmio de risco de Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Trabalharemos com dois tipos de **agentes representativos**:

Famílias

Tomemos como base o modelo com prêmio de risco de Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Trabalharemos com dois tipos de **agentes representativos**:

- Famílias
 - Ofertam trabalho.

Tomemos como base o modelo com prêmio de risco de Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Trabalharemos com dois tipos de **agentes representativos**:

- Famílias
 - Ofertam trabalho.
 - Detêm o capital.

Tomemos como base o modelo com prêmio de risco de Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Trabalharemos com dois tipos de **agentes representativos**:

Famílias

- Ofertam trabalho.
- Detêm o capital.
- Contraem dívida externa líquida.

Tomemos como base o modelo com prêmio de risco de Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Trabalharemos com dois tipos de **agentes representativos**:

Famílias

- Ofertam trabalho.
- Detêm o capital.
- Contraem dívida externa líquida.
- Compram os bens e serviços.

Tomemos como base o modelo com prêmio de risco de Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Trabalharemos com dois tipos de **agentes representativos**:

Famílias

- Ofertam trabalho.
- Detêm o capital.
- Contraem dívida externa líquida.
- Compram os bens e serviços.

Empresas

Recrutam trabalhadores.

Tomemos como base o modelo com prêmio de risco de Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Trabalharemos com dois tipos de **agentes representativos**:

Famílias

- Ofertam trabalho.
- Detêm o capital.
- Contraem dívida externa líquida.
- Compram os bens e serviços.

Empresas

- Recrutam trabalhadores.
- Utilizam o estoque de capital.

Tomemos como base o modelo com prêmio de risco de Schmitt-Grohé and Uribe (2003). Trabalharemos com dois tipos de **agentes representativos**:

Famílias

- Ofertam trabalho.
- Detêm o capital.
- Contraem dívida externa líquida.
- Compram os bens e serviços.

Empresas

- Recrutam trabalhadores.
- Utilizam o estoque de capital.
- Vendem os bens e serviços.

Famílias

As famílias possuem preferências acerca do consumo (c) e das horas trabalhadas (h) de tal forma que desejam maximizar a seguinte utilidade intertemporal:

As famílias possuem preferências acerca do consumo (c) e das horas trabalhadas (h) de tal forma que desejam maximizar a seguinte utilidade intertemporal:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, h_t), \qquad (1)$$

As famílias possuem preferências acerca do consumo (c) e das horas trabalhadas (h) de tal forma que desejam maximizar a seguinte utilidade intertemporal:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, h_t), \qquad (1)$$

onde

As famílias possuem preferências acerca do consumo (c) e das horas trabalhadas (h) de tal forma que desejam maximizar a seguinte utilidade intertemporal:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, h_t), \qquad (1)$$

onde

$$U(c_t, h_t) = \frac{\left[c_t - \omega^{-1} h_t^{\omega}\right]^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}.$$
 (2)

A dinâmica da dívida (d) depende da renda (y), do consumo, do investimento (i) e do estoque de capital (k):

A dinâmica da dívida (d) depende da renda (y), do consumo, do investimento (i) e do estoque de capital (k):

$$d_{t} = (1 + r_{t-1}) d_{t-1} - y_{t} + c_{t} + i_{t} + \Phi (k_{t+1} - k_{t}), \quad (3)$$

A dinâmica da dívida (d) depende da renda (y), do consumo, do investimento (i) e do estoque de capital (k):

$$d_{t} = (1 + r_{t-1}) d_{t-1} - y_{t} + c_{t} + i_{t} + \Phi(k_{t+1} - k_{t}), \quad (3)$$

onde

A dinâmica da dívida (d) depende da renda (y), do consumo, do investimento (i) e do estoque de capital (k):

$$d_{t} = (1 + r_{t-1}) d_{t-1} - y_{t} + c_{t} + i_{t} + \Phi (k_{t+1} - k_{t}), \quad (3)$$

onde

$$\Phi(k_{t+1} - k_t) = \frac{\phi}{2} (k_{t+1} - k_t)^2.$$
 (4)

Taxa de juros

Taxa de juros

Assume-se que a taxa de juros é função de um nível de equilíbrio (\bar{r}) e do endividamento:

Taxa de juros

Assume-se que a taxa de juros é função de um nível de equilíbrio (\bar{r}) e do endividamento:

$$r_t = \bar{r} + \rho\left(\tilde{d}_t\right) = r + \psi_2\left(e^{d_t - \bar{d}} - 1\right). \tag{5}$$

Empresas

Em um ambiente de **concorrência perfeita**, as empresas possuem a seguinte tecnologia de produção:

Em um ambiente de **concorrência perfeita**, as empresas possuem a seguinte tecnologia de produção:

$$y_t = A_t F(k_t, h_t), (6)$$

Em um ambiente de **concorrência perfeita**, as empresas possuem a seguinte tecnologia de produção:

$$y_t = A_t F(k_t, h_t), (6)$$

onde

$$F(k_t, h_t) = k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}, \tag{7}$$

Em um ambiente de **concorrência perfeita**, as empresas possuem a seguinte tecnologia de produção:

$$y_t = A_t F(k_t, h_t), (6)$$

onde

$$F(k_t, h_t) = k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}, \tag{7}$$

е

$$\ln A_{t+1} = \rho \ln A_t + \varepsilon_{t+1}. \tag{8}$$

Lagrangiano

Lagrangiano

A partir das equações (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7) e (6), temos:

Lagrangiano

A partir das equações (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7) e (6), temos:

$$\mathcal{L} = E_{0} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{t} U(c_{t}, h_{t}) + \lambda_{t} E_{0} \sum_{t=0}^{\infty} \left[d_{t} - (1 + r_{t-1}) d_{t-1} + y_{t} - c_{t} - i_{t} - \Phi(k_{t+1} - k_{t}) \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow L = E_{t} \left[U(c_{t}, h_{t}) + \lambda_{t} \left(d_{t} - (1 + r_{t-1}) d_{t-1} + A_{t} F(k_{t}, h_{t}) - c_{t} - i_{t} - \Phi(k_{t+1} - k_{t}) \right) + \beta \left(U(c_{t+1}, h_{t+1}) + \lambda_{t+1} \left(d_{t+1} - (1 + r_{t}) d_{t} + A_{t+1} F(k_{t+1}, h_{t+1}) - c_{t+1} \right) \right]$$

$$-i_{t+1} - \Phi(k_{t+2} - k_{t+1})$$

$$(9)$$

C.P.O.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{dd_{t}} = 0 \Leftrightarrow \lambda_{t} - \beta E_{t} \lambda_{t+1} \left(1 + r_{t} \right) = 0 \Leftrightarrow \lambda_{t} = \beta E_{t} \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_{2} \left(e^{\tilde{d}_{t} - \tilde{d}} - 1 \right) \right)$$
 (10)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{dc_t} = 0 \Leftrightarrow U_c(c_t, h_t) - \lambda_t = 0 \Leftrightarrow \left[c_t - \omega^{-1} h_t^{\omega}\right]^{-\gamma} = \lambda_t \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{dh_{t}} = 0 \Leftrightarrow U_{h}(c_{t}, h_{t}) + \lambda_{t} A_{t} F(k_{t}, h_{t}) = 0 \Leftrightarrow h_{t}^{\omega - 1} \left[c_{t} - \omega^{-1} h_{t}^{\omega} \right]^{-\gamma} \\
= \lambda_{t} A_{t} (1 - \alpha) k_{t}^{\alpha} h_{t}^{-\alpha} \Leftrightarrow$$
(12)

C.P.O.

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{dk_{t+1}} &= 0 \Leftrightarrow E_{t} \lambda_{t} \left[1 + \Phi' \left(k_{t+1} - k_{t} \right) \right] \\ &= \beta E_{t} \lambda_{t+1} \left[A_{t+1} F_{k} \left(k_{t+1}, h_{t+1} \right) + \left(1 - \delta \right) + \Phi' \left(k_{t+2} - k_{t+1} \right) \right] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow E_{t} \lambda_{t} \left[1 + \phi \left(k_{t+1} - k_{t} \right) \right] = \beta E_{t} \lambda_{t+1} \left[A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha - 1} h_{t+1}^{1 - \alpha} + \left(1 - \delta \right) + \phi \left(k_{t+2} - k_{t+1} \right) \right] \\ &\Leftrightarrow E_{t} \lambda_{t} \left[1 + \phi \left(k_{t+1} - k_{t} \right) \right] = \beta E_{t} \lambda_{t+1} \left[\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + 1 - \delta + \phi \left(k_{t+2} - k_{t+1} \right) \right] \end{split} \tag{13}$$

Balança comercial

$$y_{t} - c_{t} - i_{t} - \Phi(k_{t+1} - k_{t}) = (1 + r_{t-1}) d_{t-1} - d_{t} \Leftrightarrow y_{t} - c_{t} - i_{t} - \frac{\phi}{2} (k_{t+1} - k_{t})^{2}$$

$$= \left(1 + r + \psi_{2} \left(e^{\tilde{d}_{t} - 1 - \tilde{d}_{t}} - 1\right)\right) d_{t-1} - d_{t} \Leftrightarrow y_{t} - c_{t} - i_{t} - \frac{\phi}{2} (k_{t+1} - k_{t})^{2}$$

$$= tb_{t} \Leftrightarrow 1 - \frac{c_{t}}{y_{t}} - \frac{i_{t}}{y_{t}} - \frac{\phi}{2y_{t}} (k_{t+1} - k_{t})^{2} = \frac{tb_{t}}{y_{t}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{c_{t}}{y_{t}} - \frac{i_{t}}{y_{t}} - \frac{\phi}{2y_{t}} (k_{t+1} - k_{t})^{2} = tby_{t}$$

$$(14)$$

Condição de transversalidade

Além das C.P.O., precisamos também da condição de transversalidade, que pode ser representada por:

$$\lim_{j \to \infty} E_t \frac{d_{t+j}}{\prod_{s=1}^{j} (1 + r_s)} \le 0$$
 (15)

$$y_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}$$

- $y_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}$
- $k_{t+1} = i_t + (1 \delta)k_t$

- $y_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}$
- $k_{t+1} = i_t + (1 \delta)k_t$
- $\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(e^{\tilde{d}_t \tilde{d}} 1 \right) \right)$

 $y_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}$ $k_{t+1} = i_t + (1-\delta)k_t$ $\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(e^{\tilde{d}_t - \bar{d}} - 1\right)\right)$ $\left[c_t - \omega^{-1} h_t^{\omega}\right]^{-\gamma} = \lambda_t$

■
$$y_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}$$

■ $k_{t+1} = i_t + (1-\delta)k_t$
■ $\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(e^{\tilde{d}_t - \bar{d}} - 1\right)\right)$
■ $\left[c_t - \omega^{-1} h_t^{\omega}\right]^{-\gamma} = \lambda_t$
■ $h_t^{\omega} = (1 - \alpha)y_t$

$$y_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}$$

$$k_{t+1} = i_t + (1-\delta)k_t$$

$$\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(e^{\tilde{d}_t - \bar{d}} - 1 \right) \right)$$

- $h_t^{\omega} = (1 \alpha)y_t$
- $\lambda_{t} \left[1 + \phi \left(k_{t+1} k_{t} \right) \right] = \beta E_{t} \lambda_{t+1} \left[\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + 1 \delta + \phi \left(k_{t+2} k_{t+1} \right) \right]$

$$y_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}$$

$$k_{t+1} = i_t + (1-\delta)k_t$$

$$\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(e^{\tilde{d}_t - \bar{d}} - 1 \right) \right)$$

$$\bullet \quad \left[c_t - \omega^{-1} h_t^{\omega}\right]^{-\gamma} = \lambda_t$$

•
$$h_t^{\omega} = (1 - \alpha)y_t$$

•
$$\lambda_{t} \left[1 + \phi \left(k_{t+1} - k_{t} \right) \right] = \beta E_{t} \lambda_{t+1} \left[\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + 1 - \delta + \phi \left(k_{t+2} - k_{t+1} \right) \right]$$

•
$$d_t = (1 + r_{t-1}) d_{t-1} - y_t + c_t + i_t + \phi (k_{t+1} - k_t)$$

$$y_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}$$

$$k_{t+1} = i_t + (1-\delta)k_t$$

$$\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(e^{\tilde{d}_t - \tilde{d}} - 1\right)\right)$$

$$\left[c_t - \omega^{-1} h_t^{\omega}\right]^{-\gamma} = \lambda_t$$

$$h_t^{\omega} = (1-\alpha)y_t$$

$$\lambda_t \left[1 + \phi \left(k_{t+1} - k_t\right)\right] = \beta E_t \lambda_{t+1} \left[\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + 1 - \delta + \phi \left(k_{t+2} - k_{t+1}\right)\right]$$

$$d_t = \left(1 + r_{t-1}\right) d_{t-1} - y_t + c_t + i_t + \phi \left(k_{t+1} - k_t\right)$$

$$1 - \frac{c_t}{y_t} - \frac{i_t}{y_t} - \frac{\phi}{2y_t} \left(k_{t+1} - k_t\right)^2 = t b y_t$$

■
$$y_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha}$$

■ $k_{t+1} = i_t + (1-\delta)k_t$
■ $\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(e^{\tilde{d}_t - \tilde{d}} - 1\right)\right)$
■ $\left[c_t - \omega^{-1} h_t^{\omega}\right]^{-\gamma} = \lambda_t$
■ $h_t^{\omega} = (1-\alpha)y_t$
■ $\lambda_t \left[1 + \phi \left(k_{t+1} - k_t\right)\right] = \beta E_t \lambda_{t+1} \left[\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + 1 - \delta + \phi \left(k_{t+2} - k_{t+1}\right)\right]$
■ $d_t = (1 + r_{t-1}) d_{t-1} - y_t + c_t + i_t + \phi \left(k_{t+1} - k_t\right)$
■ $1 - \frac{c_t}{y_t} - \frac{i_t}{y_t} - \frac{\phi}{2y_t} \left(k_{t+1} - k_t\right)^2 = tby_t$
■ $\ln A_{t+1} = \rho \ln A_t + \varepsilon_{t+1}$

$$\begin{aligned} & \quad y_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha} \\ & \quad k_{t+1} = i_t + (1-\delta) k_t \\ & \quad \lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(1 + r + \psi_2 \left(e^{\tilde{d}_t - \tilde{d}} - 1 \right) \right) \\ & \quad \left[c_t - \omega^{-1} h_t^{\omega} \right]^{-\gamma} = \lambda_t \\ & \quad h_t^{\omega} = (1-\alpha) y_t \\ & \quad \lambda_t \left[1 + \phi \left(k_{t+1} - k_t \right) \right] = \\ & \quad \beta E_t \lambda_{t+1} \left[\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + 1 - \delta + \phi \left(k_{t+2} - k_{t+1} \right) \right] \\ & \quad d_t = \left(1 + r_{t-1} \right) d_{t-1} - y_t + c_t + i_t + \phi \left(k_{t+1} - k_t \right) \\ & \quad 1 - \frac{c_t}{y_t} - \frac{i_t}{y_t} - \frac{\phi}{2y_t} \left(k_{t+1} - k_t \right)^2 = t b y_t \\ & \quad \ln A_{t+1} = \rho \ln A_t + \varepsilon_{t+1} \\ & \quad r_2 = r + \psi_2 \left(e^{d_t - \tilde{d}} - 1 \right) \end{aligned}$$

Equilíbrio Estacionário

Sistema de Equações - no equilíbrio

$$\bar{y} = \bar{A}\bar{k}^{\alpha}\bar{h}^{1-\alpha}$$

$$\bar{y} = \bar{A}\bar{k}^{\alpha}\bar{h}^{1-\alpha}$$

•
$$\bar{k} = \bar{i} + (1 - \delta)\bar{k} \iff \bar{i} = \delta\bar{k}$$

- $\bar{y} = \bar{A}\bar{k}^{\alpha}\bar{h}^{1-\alpha}$
- $\bar{k} = \bar{i} + (1 \delta)\bar{k} \iff \bar{i} = \delta\bar{k}$
- $1 = \beta \left(1 + \overline{r} + \psi_2(e^0 1) \right) \iff 1 = \beta(1 + \overline{r}) \iff \beta = \frac{1}{1 + \overline{r}}$

$$\bar{y} = \bar{A}\bar{k}^{\alpha}\bar{h}^{1-\alpha}$$

•
$$\bar{k} = \bar{i} + (1 - \delta)\bar{k} \iff \bar{i} = \delta\bar{k}$$

$$1 = \beta \left(1 + \overline{r} + \psi_2(e^0 - 1) \right) \iff 1 = \beta(1 + \overline{r}) \iff \beta = \frac{1}{1 + \overline{r}}$$

$$\bar{y} = \bar{A}\bar{k}^{\alpha}\bar{h}^{1-\alpha}$$

•
$$\bar{k} = \bar{i} + (1 - \delta)\bar{k} \iff \bar{i} = \delta\bar{k}$$

$$1 = \beta \left(1 + \overline{r} + \psi_2(e^0 - 1) \right) \iff 1 = \beta(1 + \overline{r}) \iff \beta = \frac{1}{1 + \overline{r}}$$

- $\bar{h}^{\omega} = (1 \alpha)\bar{y} \iff \bar{h} = (1 \alpha)^{1/\omega}\bar{y}^{1/\omega}$

$$\bar{y} = \bar{A}\bar{k}^{\alpha}\bar{h}^{1-\alpha}$$

•
$$\bar{k} = \bar{i} + (1 - \delta)\bar{k} \iff \bar{i} = \delta\bar{k}$$

$$1 = \beta \left(1 + \overline{r} + \psi_2(e^0 - 1) \right) \iff 1 = \beta(1 + \overline{r}) \iff \beta = \frac{1}{1 + \overline{r}}$$

•
$$\bar{h}^{\omega} = (1 - \alpha)\bar{y} \iff \bar{h} = (1 - \alpha)^{1/\omega}\bar{y}^{1/\omega}$$

$$1 = \beta \left[\alpha \frac{\bar{y}}{\bar{k}} + 1 - \delta \right]$$

$$\bar{y} = \bar{A}\bar{k}^{\alpha}\bar{h}^{1-\alpha}$$

•
$$\bar{k} = \bar{i} + (1 - \delta)\bar{k} \iff \bar{i} = \delta\bar{k}$$

$$1 = \beta \left(1 + \overline{r} + \psi_2(e^0 - 1) \right) \iff 1 = \beta(1 + \overline{r}) \iff \beta = \frac{1}{1 + \overline{r}}$$

•
$$\bar{h}^{\omega} = (1 - \alpha)\bar{y} \iff \bar{h} = (1 - \alpha)^{1/\omega}\bar{y}^{1/\omega}$$

$$1 = \beta \left[\alpha \frac{\bar{y}}{\bar{k}} + 1 - \delta \right]$$

$$\bar{r}\bar{d} = \bar{y} - \bar{c} - \bar{i}$$

$$\bar{y} = \bar{A}\bar{k}^{\alpha}\bar{h}^{1-\alpha}$$

•
$$\bar{k} = \bar{i} + (1 - \delta)\bar{k} \iff \bar{i} = \delta\bar{k}$$

•
$$1 = \beta \left(1 + \overline{r} + \psi_2(e^0 - 1)\right) \iff 1 = \beta(1 + \overline{r}) \iff \beta = \frac{1}{1 + \overline{r}}$$

•
$$\bar{h}^{\omega} = (1 - \alpha)\bar{y} \iff \bar{h} = (1 - \alpha)^{1/\omega}\bar{y}^{1/\omega}$$

$$1 = \beta \left[\alpha \frac{\bar{y}}{\bar{k}} + 1 - \delta \right]$$

$$\bar{r}\bar{d}=\bar{y}-\bar{c}-\bar{i}$$

$$1 - \frac{\bar{c} + \bar{i}}{\bar{y}} = \overline{tby}$$

•
$$\bar{y} = \bar{A}\bar{k}^{\alpha}\bar{h}^{1-\alpha}$$

•
$$\bar{k} = \bar{i} + (1 - \delta)\bar{k} \iff \bar{i} = \delta\bar{k}$$

•
$$1 = \beta \left(1 + \overline{r} + \psi_2(e^0 - 1)\right) \iff 1 = \beta(1 + \overline{r}) \iff \beta = \frac{1}{1 + \overline{r}}$$

•
$$\bar{h}^{\omega} = (1 - \alpha)\bar{y} \iff \bar{h} = (1 - \alpha)^{1/\omega}\bar{y}^{1/\omega}$$

$$1 = \beta \left[\alpha \frac{\bar{y}}{\bar{k}} + 1 - \delta \right]$$

$$\bar{r}\bar{d}=\bar{y}-\bar{c}-\bar{i}$$

$$1 - \frac{\bar{c} + \bar{i}}{\bar{y}} = \overline{tby}$$

$$\bar{y} = \bar{A}\bar{k}^{\alpha}\bar{h}^{1-\alpha}$$

•
$$\bar{k} = \bar{i} + (1 - \delta)\bar{k} \iff \bar{i} = \delta\bar{k}$$

$$1 = \beta \left(1 + \overline{r} + \psi_2(e^0 - 1) \right) \iff 1 = \beta(1 + \overline{r}) \iff \beta = \frac{1}{1 + \overline{r}}$$

•
$$\bar{h}^{\omega} = (1 - \alpha)\bar{y} \iff \bar{h} = (1 - \alpha)^{1/\omega}\bar{y}^{1/\omega}$$

$$1 = \beta \left[\alpha \frac{\bar{y}}{\bar{k}} + 1 - \delta \right]$$

$$\bar{r}\bar{d}=\bar{y}-\bar{c}-\bar{i}$$

•
$$1 - \frac{\bar{c} + \bar{i}}{\bar{y}} = \overline{tby}$$

■
$$\ln \bar{A} = \ln \bar{A}$$

•
$$\bar{r} = \bar{r} + \psi_2(e^0 - 1) \iff \bar{r} = \bar{r}$$

Podemos aproveitar para normalizarmos $\bar{A} = 1$.

Podemos aproveitar para normalizarmos $\bar{A}=1$. Ao substituirmos as horas de trabalho na função de produção, temos:

$$ar{y} = ar{k}^{lpha} (1-lpha)^{rac{1-lpha}{\omega}} ar{y} \iff ar{y}^{rac{(1-lpha)-1}{\omega}} = \left(rac{ar{k}}{ar{y}}
ight)^{lpha} [(1-lpha)^{rac{1-lpha}{\omega}}]$$

Podemos aproveitar para normalizarmos $\bar{A}=1$. Ao substituirmos as horas de trabalho na função de produção, temos:

$$ar{y} = ar{k}^lpha (1-lpha)^{rac{1-lpha}{\omega}} ar{y} \iff ar{y}^{rac{(1-lpha)-1}{\omega}} = \left(rac{ar{k}}{ar{y}}
ight)^lpha \left[(1-lpha)^{rac{1-lpha}{\omega}}
ight]$$

Ao combinarmos as duas equações de Euler, obtemos:

$$1 = \frac{1}{1+\bar{r}} \left[\alpha \frac{\bar{y}}{\bar{k}} + 1 - \delta \right] \iff \frac{\bar{y}}{\bar{k}} = \frac{\bar{r} + \delta}{\alpha}$$

Podemos aproveitar para normalizarmos $\bar{A}=1$. Ao substituirmos as horas de trabalho na função de produção, temos:

$$ar{y} = ar{k}^lpha (1-lpha)^{rac{1-lpha}{\omega}} ar{y} \iff ar{y}^{rac{(1-lpha)-1}{\omega}} = \left(rac{ar{k}}{ar{y}}
ight)^lpha \left[(1-lpha)^{rac{1-lpha}{\omega}}
ight]$$

Ao combinarmos as duas equações de Euler, obtemos:

$$1 = \frac{1}{1+\bar{r}} \left[\alpha \frac{\bar{y}}{\bar{k}} + 1 - \delta \right] \iff \frac{\bar{y}}{\bar{k}} = \frac{\bar{r} + \delta}{\alpha}$$

Assim:

$$\bar{y}^{\frac{(1-\alpha)-1}{\omega}} = \left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\alpha} \left[(1-\alpha)^{\frac{1-\alpha}{\omega}} \right] \iff y = \left(\frac{\alpha}{\bar{r}+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left[(1-\alpha)^{\left(\frac{1-\alpha}{\omega}\right)} \right]$$

Assim:

$$\bar{y}^{\frac{(1-\alpha)-1}{\omega}} = \left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\alpha} \left[(1-\alpha)^{\frac{1-\alpha}{\omega}} \right] \iff y = \left(\frac{\alpha}{\bar{r}+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left[(1-\alpha)^{\left(\frac{1-\alpha}{\omega}\right)} \right]$$

Note que \bar{y} está em função apenas de parâmetros. Assim, podemos obter as demais variáveis.

$$\bar{h} = (1 - \alpha)^{1/\omega} \bar{y}^{1/\omega}$$

Assim:

$$\bar{y}^{\frac{(1-\alpha)-1}{\omega}} = \left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\alpha} \left[(1-\alpha)^{\frac{1-\alpha}{\omega}} \right] \iff y = \left(\frac{\alpha}{\bar{r}+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left[(1-\alpha)^{\left(\frac{1-\alpha}{\omega}\right)} \right]$$

Note que \bar{y} está em função apenas de parâmetros. Assim, podemos obter as demais variáveis.

$$\bar{h} = (1 - \alpha)^{1/\omega} \bar{y}^{1/\omega}$$

$$\bar{k} = y \frac{\alpha}{\bar{r} + \delta}$$

$$\bar{c} = \bar{y} - \bar{i} - \bar{r}\bar{d}$$

$$t\bar{b}y = 1 - \frac{\bar{c} + \bar{i}}{\bar{y}}$$

$$\bar{\lambda} = \left[\bar{c} - \omega^{-1}\bar{h}^{\omega}\right]^{-\gamma}$$

Dinâmica de transição

$$dy = k^{\alpha} h^{1-\alpha} dA_{t} + A\alpha k^{\alpha-1} h^{1-\alpha} dk_{t} + A(1-\alpha) k^{\alpha} h^{-\alpha} dh_{t}$$

$$\iff y \frac{dy_{t}}{y} = Ak^{\alpha} h^{1-\alpha} \frac{dA_{t}}{A} + A\alpha k^{\alpha} h^{1-\alpha} \frac{dk_{t}}{k} + A(1-\alpha) k^{\alpha} h^{1-\alpha} \frac{dh_{t}}{h}$$

$$\iff y \frac{dy_{t}}{y} = y \frac{dA_{t}}{A} + \alpha y \frac{dk_{t}}{k} + (1-\alpha) y \frac{dh_{t}}{h}$$

$$\iff \hat{y}_{t} = \hat{A}_{t} + \alpha \hat{k}_{t} + (1-\alpha) \hat{h}_{t}$$

$$\begin{aligned} dk_{t+1} &= di_t + (1 - \delta)dk_t \\ &\iff k \frac{dk_{t+1}}{k} = i \frac{di_t}{i} + (1 - \delta)k \frac{dk_t}{k} \\ &\iff k \hat{k}_{t+1} = \hat{i}_t + (1 - \delta)k \hat{k}_t \\ &\iff k \hat{k}_{t+1} = \delta \hat{k}_t + (1 - \delta)k \hat{k}_t \\ &\iff \hat{k}_{t+1} = \delta \hat{i}_t + (1 - \delta)\hat{k}_t \end{aligned}$$

$$\lambda_{t} = \beta E_{t} \lambda_{t+1} + \beta r E_{t} \lambda_{t+1} + \beta \psi_{2} \left(e^{\tilde{a}_{t} - \tilde{d}} \right) E_{t} \lambda_{t+1} - \beta \psi_{2} E_{t} \lambda_{t+1}$$

$$\iff d\lambda_{t} = \beta d E_{t} \lambda_{t+1} + \beta r d E_{t} \lambda_{t+1} + \beta \psi_{2} d E_{t} \lambda_{t+1} + \beta \lambda \psi_{2} d \tilde{a}_{t} - \beta \psi$$

$$\iff d\lambda_{t} = (\beta + \beta r) d E_{t} \lambda_{t+1} + \beta \psi_{2} d E_{t} \lambda_{t+1} + \beta \lambda \psi_{2} d \tilde{a}_{t}$$

$$\iff \lambda \frac{d\lambda_{t}}{\lambda} = (\beta (1+r)) \lambda \frac{d E_{t} \lambda_{t+1}}{\lambda} + \beta \lambda \psi_{2} \tilde{d} \frac{d \tilde{d}_{t}}{\tilde{d}}$$

$$\iff \hat{\lambda}_{t} = E_{t} \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{\psi_{2} \tilde{d}}{1+r} \hat{d}_{t}$$

$$\lambda_{t}^{\frac{1}{\gamma}} = c_{t} - \omega^{-1} h_{t}^{\omega}$$

$$\iff dc_{t} - h^{\omega - 1} dh_{t} = -\frac{1}{\gamma} \lambda_{\tau}^{\frac{1}{\gamma} - 1} d\lambda_{t}$$

$$\iff c \frac{dc_{t}}{c} - h^{\omega} \frac{dh_{t}}{h} = -\frac{1}{\gamma} \lambda_{\tau}^{\frac{1}{\gamma} - 1} \frac{d\lambda_{t}}{\lambda}$$

$$\iff c \hat{c}_{t} - h^{\omega} \hat{h}_{t} = -\frac{1}{\gamma} \lambda_{\tau}^{\frac{1}{\gamma} - 1} \hat{\lambda}_{t}$$

$$\omega h^{\omega - 1} dh_t = (1 - \alpha) dy_t$$

$$\iff \omega h^{\omega} \frac{dh_t}{h} = (1 - \alpha) y \frac{dy_t}{y}$$

$$\iff \omega (1 - \alpha) \hat{h}_t = (1 - \alpha) \hat{y}_t$$

$$\iff \omega \hat{h}_t = \hat{y}_t$$

$$\begin{split} \lambda_t + \lambda_t \phi(k_{t+1} - k_t) &= \beta \alpha E_t \lambda_{t+1} \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + \beta (1 - \delta) E_t \lambda_{t+1} + \beta E_t \lambda_{t+1} \phi(k_{t+2} - k_{t+1}) \\ &\iff d\lambda_t + \phi(k - k) d\lambda_t + \lambda \phi dk_t = \beta \alpha \frac{y}{k} dE_t \lambda_{t+1} + \beta \alpha \frac{\lambda}{k} dy_{t+1} \\ &- \beta \alpha \frac{\lambda}{k^2} dk_{t+1} + \beta (1 - \delta) dE_t \lambda_{t+1} + \beta \phi k dE_t \lambda_{t+1} - \beta \phi k dE_t \lambda_{t+2} + \beta \phi \lambda dk_{t+2} \\ &\iff d\lambda_t = -\lambda \phi dk_{t+1} + \lambda \phi dk_t + \beta \left(\alpha \frac{y}{k} + 1 - \delta \right) dE_t \lambda_{t+1} + \beta \alpha \frac{\lambda}{k} dy_{t+1} \\ &- \beta \alpha \frac{\lambda}{k^2} dk_{t+1} + \beta \phi \lambda dk_{t+2} - \beta \phi \lambda dk_{t+1} \\ &\iff d\lambda_t = \lambda \phi (dk_t - dk_{t+1}) + \beta \alpha \frac{\lambda}{k} \left(\frac{dy_{t+1}}{y} - \frac{dk_{t+1}}{k} \right) + \beta \lambda \phi (k_{t+2} - k_{t+1}) \\ &+ \beta \left(\alpha \frac{y}{k} + 1 - \delta \right) dE_t \lambda_{t+1} \\ &\iff \hat{\lambda}_t = \phi k(\hat{k}_t - \hat{k}_{t+1}) + \beta \alpha \frac{y}{k} (\hat{y}_{t+1} - \hat{k}_{t+1}) + \beta k \phi (\hat{k}_{t+2} - \hat{k}_{t+1}) \\ &+ \beta \left(\alpha \frac{y}{k} + 1 - \delta \right) E_t \hat{\lambda}_{t+1} \end{split}$$

$$\begin{aligned} d_t &= (1 + r_{t-1})d_{t-1} - y_t + c_t + i_t + \Phi(k_{t+1} - k_t) \\ &\iff dd_t = (1 + r)dd_{t-1} + \bar{d}dr_{t-1} + dy_t - dc_t - di_t \\ &\iff \bar{d}\hat{d}_t = \bar{d}(1 + r)\hat{d}_{t-1} + r\bar{d}\hat{r}_{t-1} + y\hat{y}_t - c\hat{c}_t - i\hat{l}_t \end{aligned}$$

$$tby_{t} = 1 - \frac{c_{t}}{y_{t}} - \frac{i_{t}}{y_{t}} - \frac{\phi}{2y_{t}} \left(k_{t+1}^{2} - 2k_{t+1}k_{t} + k_{t} \right)$$

$$\iff dtby_{t} = -\frac{1}{y}dc_{t} - \frac{1}{y}di_{t} + \frac{c+i}{y^{2}}dy_{t} - \frac{\phi k}{y}dk_{t+1} + \frac{\phi k}{y}dk_{t+1} +$$

$$\iff \widehat{tby}_{t} = -\frac{c}{y}\hat{c}_{t} - \frac{i}{y}\hat{i}_{t} + \frac{c+i}{y}\hat{y}_{t}$$

$$\begin{split} \ln A_{t+1} - \ln A &= \rho \ln A_t - \ln A + \varepsilon_{t+1} \\ &\iff \hat{A}_{t+1} = (\rho \ln A_t - \rho \ln A) + \rho \ln A - \ln A + \varepsilon_{t+1} \\ &\iff \hat{A}_{t+1} = \rho \ln \hat{A}_t + \varepsilon_{t+1} \end{split}$$

$$dr_t = \psi_2 d\tilde{d}_t$$

$$\iff r\hat{r}_t = \psi_2 \bar{d}\hat{d}_t$$

$$\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 - \alpha) \hat{h}_t$$

- $\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 \alpha) \hat{h}_t$
- $\hat{k}_{t+1} = \delta \hat{i}_t + (1 \delta) \hat{k}_t$

- $\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 \alpha) \hat{h}_t$
- $\hat{k}_{t+1} = \delta \hat{i}_t + (1 \delta) \hat{k}_t$
- $\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{\psi_2 d}{1+r} \hat{d}_t$

- $\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 \alpha)\hat{h}_t$
- $\hat{k}_{t+1} = \delta \hat{i}_t + (1 \delta) \hat{k}_t$
- $\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{\psi_2 \tilde{d}}{1+r} \hat{d}_t$
- $c\hat{c}_t h^{\omega}\hat{h}_t = -\frac{1}{\gamma}\lambda^{\frac{1}{\gamma}-1}\hat{\lambda}_t$

- $\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 \alpha) \hat{h}_t$
- $\hat{k}_{t+1} = \delta \hat{i}_t + (1 \delta) \hat{k}_t$
- $\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{\psi_2 \tilde{d}}{1+r} \hat{d}_t$
- $c\hat{c}_t h^{\omega}\hat{h}_t = -\frac{1}{\gamma}\lambda^{\frac{1}{\gamma}-1}\hat{\lambda}_t$
- $\bullet \quad \omega \hat{h}_t = \hat{y}_t$

- $\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 \alpha) \hat{h}_t$
- $\hat{k}_{t+1} = \delta \hat{i}_t + (1 \delta) \hat{k}_t$
- $\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{\psi_2 \tilde{d}}{1+r} \hat{d}_t$
- $c\hat{c}_t h^{\omega}\hat{h}_t = -\frac{1}{\gamma}\lambda^{\frac{1}{\gamma}-1}\hat{\lambda}_t$
- $\omega \hat{h}_t = \hat{y}_t$
- $\hat{\lambda}_{t} = \phi k(\hat{k}_{t} \hat{k}_{t+1}) + \beta \alpha \frac{y}{k}(\hat{y}_{t+1} \hat{k}_{t+1}) + \beta k \phi(\hat{k}_{t+2} \hat{k}_{t+1}) + \beta \left(\alpha \frac{y}{k} + 1 \delta\right) E_{t} \hat{\lambda}_{t+1}$

- $\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 \alpha) \hat{h}_t$
- $\hat{k}_{t+1} = \delta \hat{i}_t + (1 \delta) \hat{k}_t$
- $\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{\psi_2 \tilde{d}}{1+r} \hat{d}_t$
- $c\hat{c}_t h^{\omega}\hat{h}_t = -\frac{1}{\gamma}\lambda^{\frac{1}{\gamma}-1}\hat{\lambda}_t$
- $\omega \hat{h}_t = \hat{y}_t$
- $\hat{\lambda}_t = \phi k(\hat{k}_t \hat{k}_{t+1}) + \beta \alpha \frac{y}{k}(\hat{y}_{t+1} \hat{k}_{t+1}) + \beta k \phi(\hat{k}_{t+2} \hat{k}_{t+1}) + \beta (\alpha \frac{y}{k} + 1 \delta) E_t \hat{\lambda}_{t+1}$
- $\bar{d}\hat{d}_{t} = \bar{d}(1+r)\hat{d}_{t-1} + r\bar{d}\hat{r}_{t-1} + y\hat{y}_{t} c\hat{c}_{t} i\hat{i}_{t}$

$$\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 - \alpha) \hat{h}_t$$

$$\hat{k}_{t+1} = \delta \hat{i}_t + (1 - \delta) \hat{k}_t$$

$$\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{\psi_2 \tilde{d}}{1+r} \hat{d}_t$$

•
$$c\hat{c}_t - h^{\omega}\hat{h}_t = -\frac{1}{\gamma}\lambda^{\frac{1}{\gamma}-1}\hat{\lambda}_t$$

•
$$\omega \hat{h}_t = \hat{y}_t$$

•
$$\hat{\lambda}_t = \phi k(\hat{k}_t - \hat{k}_{t+1}) + \beta \alpha \frac{y}{k}(\hat{y}_{t+1} - \hat{k}_{t+1}) + \beta k \phi(\hat{k}_{t+2} - \hat{k}_{t+1}) + \beta (\alpha \frac{y}{k} + 1 - \delta) E_t \hat{\lambda}_{t+1}$$

•
$$\bar{d}\hat{d}_t = \bar{d}(1+r)\hat{d}_{t-1} + r\bar{d}\hat{r}_{t-1} + y\hat{y}_t - c\hat{c}_t - i\hat{i}_t$$

$$\bullet \hat{tby}_t = -\frac{c}{y}\hat{c}_t - \frac{i}{y}\hat{i}_t + \frac{c+i}{y}\hat{y}_t$$

$$\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 - \alpha) \hat{h}_t$$

$$\hat{k}_{t+1} = \delta \hat{i}_t + (1 - \delta) \hat{k}_t$$

$$\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{\psi_2 \tilde{d}}{1+r} \hat{d}_t$$

•
$$c\hat{c}_t - h^{\omega}\hat{h}_t = -\frac{1}{\gamma}\lambda^{\frac{1}{\gamma}-1}\hat{\lambda}_t$$

•
$$\omega \hat{h}_t = \hat{y}_t$$

•
$$\hat{\lambda}_t = \phi k(\hat{k}_t - \hat{k}_{t+1}) + \beta \alpha \frac{y}{k}(\hat{y}_{t+1} - \hat{k}_{t+1}) + \beta k \phi(\hat{k}_{t+2} - \hat{k}_{t+1}) + \beta (\alpha \frac{y}{k} + 1 - \delta) E_t \hat{\lambda}_{t+1}$$

•
$$\bar{d}\hat{d}_t = \bar{d}(1+r)\hat{d}_{t-1} + r\bar{d}\hat{r}_{t-1} + y\hat{y}_t - c\hat{c}_t - i\hat{i}_t$$

$$\bullet \widehat{tby}_t = -\frac{c}{y}\hat{c}_t - \frac{i}{y}\hat{i}_t + \frac{c+i}{y}\hat{y}_t$$

$$\hat{A}_{t+1} = \rho \ln \hat{A}_t + \varepsilon_{t+1}$$

$$\hat{y}_t = \hat{A}_t + \alpha \hat{k}_t + (1 - \alpha) \hat{h}_t$$

$$\hat{k}_{t+1} = \delta \hat{i}_t + (1 - \delta) \hat{k}_t$$

$$\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{\psi_2 \tilde{d}}{1+r} \hat{d}_t$$

•
$$c\hat{c}_t - h^{\omega}\hat{h}_t = -\frac{1}{\gamma}\lambda^{\frac{1}{\gamma}-1}\hat{\lambda}_t$$

•
$$\omega \hat{h}_t = \hat{y}_t$$

•
$$\hat{\lambda}_{t} = \phi k(\hat{k}_{t} - \hat{k}_{t+1}) + \beta \alpha \frac{y}{k}(\hat{y}_{t+1} - \hat{k}_{t+1}) + \beta k \phi(\hat{k}_{t+2} - \hat{k}_{t+1}) + \beta (\alpha \frac{y}{k} + 1 - \delta) E_{t} \hat{\lambda}_{t+1}$$

•
$$\bar{d}\hat{d}_t = \bar{d}(1+r)\hat{d}_{t-1} + r\bar{d}\hat{r}_{t-1} + y\hat{y}_t - c\hat{c}_t - i\hat{l}_t$$

$$\bullet \hat{tby}_t = -\frac{c}{y}\hat{c}_t - \frac{i}{y}\hat{i}_t + \frac{c+i}{y}\hat{y}_t$$

$$\hat{A}_{t+1} = \rho \ln \hat{A}_t + \varepsilon_{t+1}$$

$$r\hat{r}_t = \psi_2 \bar{d}\hat{d}_t$$

Parâmetros

Estimação

- Estimação
 - Método de máxima verossimilhança.

- Estimação
 - Método de máxima verossimilhança.
 - Método dos momentos.

- Estimação
 - Método de máxima verossimilhança.
 - Método dos momentos.
 - Métodos bayesianos

- Estimação
 - Método de máxima verossimilhança.
 - Método dos momentos.
 - Métodos bayesianos
- Calibração

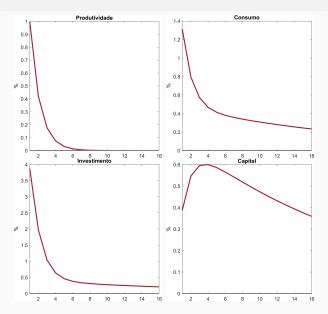
Parâmetros do nosso modelo

Quais os parâmetros do modelo em macro aberta RBC com o qual estamos trabalhando?

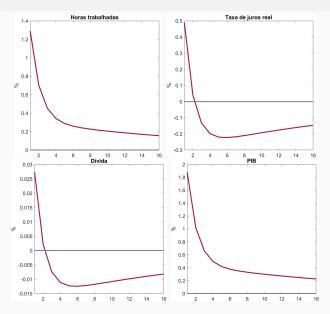
Parâmetro	Descrição
β	Fator de desconto.
γ	Elasticidade intertemporal de substituição.
δ	Taxa de depreciação.
ϕ	Custo de ajustamento de capital.
α	Participação do capital na função de produção.
ω	Parâmetro relacionado à elasticidade-Frisch das horas trabalhadas.
ρ	Coeficiente AR da produtividade.
σ^2	Desvio-padrão dos erros do processo da produtividade.
ā	Passivo externo líquido no equilíbrio estacionário.

O que acontece após um choque de produtividade?

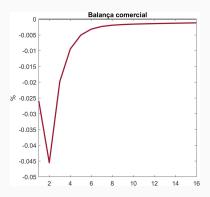
Simulação - Funções impulso-resposta



Simulação - Funções impulso-resposta



Simulação - Funções impulso-resposta



Referências i

Schmitt-Grohé, Stephanie, and Martin Uribe. 2003. "Closing Small Open Economy Models." *Journal of International Economics* 61 (1): 163–85.

Uribe, Martin, and Stephanie Schmitt-Grohé. 2017. *Open Economy Macroeconomics*. Princeton University Press.