Example 1 Lecture 18

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad u = 1,\ t \geq 0$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -0.5 \end{bmatrix} \qquad T^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = -1 \qquad \lambda_2 = -2$$

$$(e^{-t}) \qquad (e^{-2t})$$

$$\phi(t) = e^{At} = T e^{\Lambda t} T^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} e^{-t} & e^{-2t} \\ -e^{-t} & -\tfrac{1}{2} e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} -e^{-t} + 2e^{-2t} & -2e^{-t} + 2e^{-2t} \\ e^{-t} - e^{-2t} & +2e^{-t} - e^{-2t} \end{bmatrix}$$

Example 1 Lecture 18

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\underline{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad u = 1, \; t \geq 0$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -0.5 \end{bmatrix} \qquad T^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = -1 \qquad\qquad \lambda_2 = -2$$

$$(e^{-t}) \qquad\qquad (e^{-2t})$$

$$\phi(t) = e^{At} = T e^{\Lambda t} T^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} e^{-t} & e^{-2t} \\ -e^{-t} & -\frac{1}{2} e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} -e^{-t} + 2e^{-2t} & -2e^{-t} + 2e^{-2t} \\ e^{-t} - e^{-2t} & +2e^{-t} - e^{-2t} \end{bmatrix}$$

$$\underline{x} = \text{term 1} + \int_0^t \text{term 2}\, d\tau.$$

$$\text{term 1}.\quad \phi(t)\underline{x}_0 = e^{At}x_0$$

$$\begin{bmatrix} \{-e^{-t}+2e^{-2t}\} & \{-2e^{-t}+2e^{-2t}\} \\ \{e^{-t}-e^{-2t}\} & \{2e^{-t}-e^{-2t}\} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -e^{-t}+2e^{-2t}-2e^{-t}+2e^{-2t} \\ e^{-t}-e^{-2t}+2e^{-t}-e^{-2t} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3e^{-t}+4e^{-2t} \\ 3e^{-t}-2e^{-2t} \end{bmatrix}$$

$$\text{term 2} = e^{A(t-\tau)}Bu = e^{A(t-\tau)}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} 1$$

$$= \begin{bmatrix} -e^{-(t-\tau)}+2e^{-2(t-\tau)} \\ e^{-(t-\tau)}-e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix} \leftarrow$$

$$\int_0^t \begin{pmatrix} -e^{-(t-\tau)}+2e^{-2(t-\tau)} \end{pmatrix} d\tau$$

$$\begin{bmatrix} -e^{-(t-\tau)}+e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix}_0^t$$

$$\left[-1+e^{-t}+1-e^{-2t}\right] = \underline{\underline{e^{-t}-e^{-2t}}}$$

$0.5 - e^{-t} + 0.5e^{-2t}$

$\underline{x}(t) = \text{term } 1 + \text{term } 2$

$$= \begin{bmatrix} -3e^{-t} + 4e^{-2t} \\ 3e^{-t} - 2e^{-2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^{-t} - e^{-2t} \\ 0.5 - e^{-t} + 0.5e^{-2t} \end{bmatrix}$$

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} -2e^{-t} + 3e^{-2t} \\ 0.5 + 2e^{-t} - 1.5e^{-2t} \end{bmatrix}$$

input states.

$y = C\underline{x} + Du$

$\cancel{y(t)} =$