## AVX #3

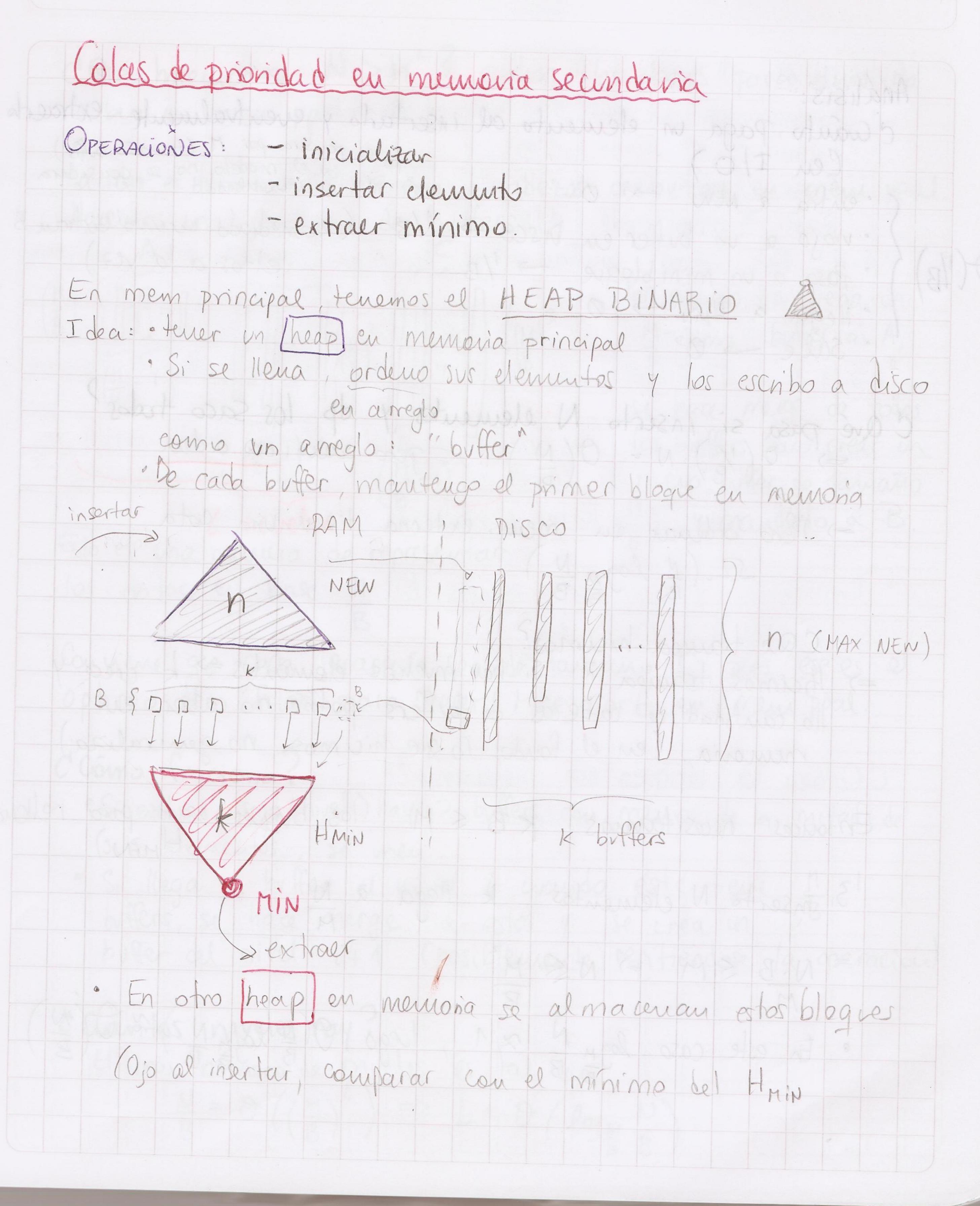
Memoria externa Ordenar: O(Nlog N) -> O(N log M N) = O(nlogmn) N: n° de eltos B: unidad (de bloque) de I/O al disco M: tamerires de la nerroria A[1..N] => C[i] = A[B[i]] O(N) no guerennos! B[1.. N] C=1..N guerennos que gre de en funcion de n y m contienen todos los humeros involvera blogues. E 31, .. , N3 A Sea un arreglo X [1.. N] Al ordenar, obtengo [1. N] · Si considero a X como ma permutación Dx, ordenar aplica px · Algoritmo: · Copiar A a A' +9 A'[i] = (i, A[i]) // O(B) = O(n) · Ordeno A' por el segundo argumento => (\$'A, id) // O(nlognin) · Copio B en el 2° argumento => (\$\phi\_A', \phi\_B') A'

aplicar (\$\frac{1}{2} \text{O}(n)) · Ordano A par el primer arguments => (id & p + & B) // O(n logm).
Copio el 2 arguments en C identidad Tiempo total: O(n logma) (KOhn) . .

|   | 140 | Cer |    | di  | buj | 0 11 |     | PP- | ю, | rev | Sa | 5 | i / | A < | → E | 3 ·e. | str | 2 | bie  | 1. | 3      |   |   |   |  |
|---|-----|-----|----|-----|-----|------|-----|-----|----|-----|----|---|-----|-----|-----|-------|-----|---|------|----|--------|---|---|---|--|
|   | A   | . ~ | [2 | · L |     | 1    | 5 3 | ]   |    |     | 1) |   | A'= |     | 1 2 | 2 4   | 3   | 4 | 5    |    |        |   |   |   |  |
|   |     |     |    |     |     |      |     |     |    |     |    |   |     |     |     | 2     |     |   |      |    |        |   | Y | M |  |
|   |     |     |    |     |     |      |     |     | 1  | -   |    |   |     |     |     |       |     |   |      |    |        |   |   |   |  |
|   | 3)  | A   | 7  |     | 7   | 3 1  | 7   |     | 2  | 4   |    | 4 |     | A   |     | [ 5   |     | 2 | 3    | 4  | J<br>2 | 1 |   |   |  |
|   |     |     |    | L   |     |      |     |     | LA |     |    |   |     |     |     |       |     |   |      |    |        |   |   |   |  |
| P |     |     |    |     |     |      |     |     |    |     |    |   |     |     |     |       |     |   |      |    |        |   |   |   |  |
|   |     |     |    |     |     |      |     |     |    |     |    |   |     |     |     |       |     |   |      |    |        |   |   |   |  |
|   |     |     |    |     |     |      |     |     |    |     |    |   |     |     |     |       |     |   |      |    |        |   |   |   |  |
|   |     |     |    |     |     |      |     |     |    |     |    |   |     |     |     |       |     |   | 0    |    |        |   |   |   |  |
|   |     |     |    |     |     |      |     |     |    | •   |    |   |     |     |     |       |     |   |      |    |        |   |   |   |  |
|   |     |     |    |     |     |      |     |     |    |     |    |   |     |     |     |       |     |   |      |    |        |   |   |   |  |
|   |     |     |    |     |     |      |     |     |    |     |    |   |     |     |     |       |     |   | i de |    |        |   |   |   |  |
|   |     |     |    |     |     |      |     |     |    |     |    |   |     |     |     |       |     |   |      |    |        |   |   |   |  |
|   |     |     |    |     |     |      |     |     |    |     |    |   |     |     |     |       |     |   |      |    |        |   |   |   |  |

P2 | Relación Binaria B [ (a,bi), (az, bz)...]
(B = 31..ng x 31..ng) [ (a,bi), (az, bz)...] Simetría: "(a,b) & R (=> (b,a) & R" => · Hacer copia de R: B · Ordenar R. por el primer arguments y lægo por el 2° · Ordenar R por el segundo -> luego por el Comparar secretainente Cinvirtiendo les pares de R' Si una comp. falla => no es simétrica. P3 A, IAI=N, A=a, az, ..., an. Mayona (a,., an) for y in az..an: C <- C+1 else c=c-1 if c = = 0: return X. Verus: por contradicción. Supongamos que 3 ax con > N apaniciones Si ax # X, todas las instancias de ax deben haber sido "gremadas" por etro elemento nonccesarianente el mismo en todos los casos. =) hay >N ai's # ak => ==

liego Mayoria retorna el az correcto si ]; si no Jenificar (x, a,,,, an) Courpara cada à con x y cienta el # de aciertos => · si sou más de N -> retorno el conte =) else retorno "No" 2 It op con el famento del contador, en casos extremos 7 a) ordenar y contar b) & pares de nodos enlos que existe un camino de largo ?



d'acouto Paga un elements al insertado y eventralmente extraerts? pres en el modelo no se considera · viaja a un ouffer en Disco > 1/B (promediado cuando cutran B O(1B) Pasa a un minibloque -> 1/B eltos a la vez) l'ega a HMIN -> 0 · Sale -> 0 C'avé pasa si inserto N elementos y dp los saco todos?

(1/8). N = O(N), pero salun en orden -) Pero ordenar en mem externa tiene una cota J2 (K log M N)
B log M B => Hicimos trampa i Si hay muchos elementos => k crece y la courtidad de cabetas de buffers podría no caber en nemoria. (en el fondo, lo que hicimos no generaliza) Entonces necesitannos. KB < M (103 blogues usados para relievas Hmin) Si inserto N elementos, k llega a N =) N.B 5 M =) N 5 M · En este caso logn N 21, lego O(N logn N) 20 (N)

C'Qué hacemos si N>M2? es dear, los bloques para Hyin no Caben en nem par B La idea es limitar el número de cabezas de buffers en mem. ppal. Hareimos una jerarquía de buffers Por ejemplo, si llega un M-ésimo buffer a A, se hace merge de todos los butters para crear un nvers buffer de tamains (B) y manderlo & B. Esto es una manura de representar los datos en base 17 Conviene que cada jerargisa sea de tamaño & poes ese es el Optimo de "filas" para hacer Mergesort en nem ppal. C'Cômo funciona? · Si en un mismo nivel hay 2 buffers con meuos de la mitad de sus elementos, se unen. · Si llega un britter al nivel i cuando éste tiene 1 -1 butters, se hace merge de estos y se crea un buts butter del nivel i+1 (posiblemente répitiéndose la operación) C'acintos niveles hay? El max número de niveles es tal que N=O((M))=> L=O(logHN)

| * Supaugannos que pasa par todos los hiveles  · Entrar al 1et nirel: 1/B  · Pasar del i -> i+1 : 2/B => D(B) (her, mege en mem pp  · Salir à mem ppal: 1/B  Wait! Nos falto contar algo. En algún momento predo fisi by flors semivacios.  * Los by flers nacen lleua. Para fisionarse, de ben haber ocur: 2 + 2 extracciones (con l el tamaño de los by flers a fisi  Hacer el merge do los by flers es D(1), luego predo distrib este costo como ma constante aditiva a las extracciones  -> " esta bien" no haber considerado estas merges.  • Insertemos y lego extraigamas N elementos  • Insertemos y lego extraigamas N elementos  • Caben los blogres en memoria?  • Caben los blogres en memoria?  | al, es |       |      |      |     |     | 3    |      | 1)1\  | , 103 | loce     | 11     | Sa    | e ja  | 1 9   | MC   | ga   | por    | +     |   |
|---|--------|-------|------|------|-----|-----|------|------|-------|-------|----------|--------|-------|-------|-------|------|------|--------|-------|---|
| Vait! Nos falto contar algo. En algún momento predo fusi by ffers semivacios.  * Los by ffers nacen lleva. Para fisionarse, de ben haber ocurre l + l extracciones (con l el tamaño de los by ffers a fissi la este costo como una constante aditiva a las extracciones.  -> " esta bien" no haber considerado estas merges.  * Insertemos y luego extra gamas N elementos.  O (NL) = O (N log m N)  es 2!  | al, es | 1     |      | 0    |     | 1   | 10   | 1    | L     |       |          | 1/B    |       | nive  | 1     | al   |      | In tra | 0     |   |
| Wait! Nos falto contar algo. En algún momento piedo fusi by ffers semivacios.  * Los by ffers pacen llevos. Para fusionarse, de ben haber ocurre l + l extracciones (con l el tamaño de los by ffers a fusi la extracciones (con l el tamaño de los by ffers a fusi les extracciones (con l el tamaño de los by ffers a fusi les extracciones es le costo como una constante aditiva a las extracciones es la biení no haber considerado estas merges.  Insertemos y luego extraigamas N elementos  O(NL) = O(  |        | n ppe | me   | eei  | meg | er, | ( le | 100  | B     | 0     |          | 4/B    | ¢.    | 41    | · ->  | 0    | de   | asa    |       |   |
| by Hers Semivacios.  * Los by Hers nacen lleus. Para fisionarse, deben haber ocurr  \$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \extracciones (con l el tamaño de los by Hers a fisi  Hacer el merge de los by Hers es O(l), luego predo distrib  es le costo como una constante aditiva a las extracciones  => "esta bien" no haber considerado estas merges.  * Inserfemos y luego extraigamas N elementos  \$\text{O}(\text{NL}) = \text{O}(\text{N} \text{log} \frac{\mu}{\mu} \text{N})  es \( \text{V} \).  |        |       | LO-A |      |     |     |      |      |       |       |          |        |       |       |       |      |      |        |       |   |
| by Hers Semivacios.  * Los by Hers nacen lleus. Para fisionarse, deben haber ocurr  \$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \extracciones (con \$\frac{1}{2} \extracciones (con \$\fracciones (con \$\frac{1}{2} \extracciones (con \$\fracciones (con \$\fracciones (con \$\frac | ona    | fusi  | do   | PU   | to  | Mer | mou  | m    | al9   | En    | 190      | ura    | ou to | C     | alto  | 7    | Vos  | 1      | ait   | W |
| Los buffers nacen lleuas. Para fisionarse, deben haber ocurre   L + L extracciones (con l el tamaño de los buffers a fissi  Hacer el marge de los buffers es O(l), luego piedo distrib  es le costo como una Constante aditiva a las extracciones  -> " esta bien" no haber considerado estas merges.  • Înserfemos y luego extraigamas N elementos  • (NL) = O(N log M B)  es L!   |        |       |      |      |     |     |      |      | U     |       |          |        |       | TOP   | cios  | rivo | Ser  | W5     | NA    | 6 |
| L + L extracciones (con l el famanto de los buffers a fusi<br>Hacer el merge do los buffers es D(l), luego puedo distrib<br>es le costo como una constante aditiva a las extraccionos<br>-> "esta bien" no haber considerado estos merges.<br>• Insertemos y luego extraigamas N elementos<br>O, (NL) = O(N Rogm N)<br>es L!  | ido    | Uri   | - 0  | bei  | ho  |     | he   | 20   | So    | siona | x f      | Par    | 2011  | 100   |       |      |      |        |       |   |
| Haces el merge do los buffers es $O(1)$ , luego puedo distrib<br>es le costo como una constante aditiva a las extracciones<br>=> "esta bien" no haber considerado estas merges.<br>• Înserfemos y luego extraigamas N elementos<br>$O(\frac{NL}{B}) = O(\frac{N}{B}\log_{\frac{1}{B}}\frac{N}{B})$<br>es $L!$   | Mag    | AG    | 0 2  | Don  | har | 100 | 10   | 7    | 011   | 400   | 01       | 0      |       | 222   |       | 1    | do   | 10     | 0     |   |
| es le costo como una constante aditiva a las extracciones  -> " esta bien" no haber considerado estas merges.  • Insertemos y luego extraigamos N elementos  • (NL) = O(Blog MB)  es L!   |        | 1001  | 3 0  | 110  | OV. | (0) |      | O    | LUM   | 100   |          | U X    | 100   | 21162 | ICC)( | XII  |      | + 2    | 2     |   |
| es le costo como una constante aditiva a las extracciones  -> " esta bien" no haber considerado estas merges.  • Însertemos y luego extraigamos N elementos  • (NL) = O(N log N N)  es L!   |        | 1 1   | 1.   |      |     |     | 1    |      | ( 0 ) |       | <b>V</b> | 1      | 1     |       |       |      | Λ    |        | 11    |   |
| => "esta bien" no haber considerado estas merges.  • Insertemos y luego extra gamas N elementos  • (NL) = O(N log M N)  es L!   | UIT    | mbi   | di   | edic | PU  | 90  | lue  | 1,   | (1    | es    | ters     | bv.    | 105   | do    | rde   | Ma   | el   | 06     | Ha    |   |
| · Insertemos y luego extraigamos N elementos<br>O(NL) = O(N log MN)<br>es 4!  |        | es    | 901  | ra(  | ex- | U   | 10   | a    | va    | adi-  | whe      | oust   | a C   | un    | ouro  | ) (  | ost  | 2 (    | es 4  |   |
| · Insertemos y luego extraigamos N elementos  O(NL) = O(N log MN)  es 4!  |        |       |      | ,    | ges | res | n    | tos  | e     | derad | ous      | ver (  | hat   | no    | MI    | bi   | a    | es     | => "  |   |
| $O(N_B^L) = O(B \log M_B)$ $es 4!$  |        |       |      |      |     |     |      |      |       |       |          |        |       |       |       |      |      |        |       | , |
| $O(N_B^L) = O(B \log M_B)$ $es 4!$  |        |       |      |      |     | 20  | 0.0  | 0111 | 0)    | N     | 20 1 1 1 | FOR ic | ON-   | POO   | V 1   | , ,  | 2100 | 1001   | Tin   | 6 |
| es 4!   |        |       |      |      |     |     |      |      | 5     |       | 7        |        | NI G  |       | 7     | . 1  |      | 3017   | 11    |   |
| es 4!   |        |       |      |      |     |     |      |      |       |       | N )      | 09 M   | 12 X  | 0     |       |      | N    | 0      |       |   |
| C'Cabeu las blogues en menna?   |        |       |      |      |     |     |      |      |       |       | 5/       | B      |       |       |       | ) '  | k    |        |       |   |
| C'Caben las bloques en memoria?   |        |       |      |      |     |     |      |      |       |       | 1        | 00/    |       |       |       |      |      |        |       |   |
| C'Caben las blogues en memoria?   |        |       |      |      |     |     |      |      |       |       | -        | es L   |       |       |       |      |      |        | 12.73 |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       |       |          | es 4   |       |       |       |      |      |        |       |   |
| 12 Bento All Attendados à legra la ASA va la solli es a   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   | L        | es 4   | eu    | ices  | bloc  | 28   |      | her    | i Ca  |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   | 1        | es     | eu.   | jæs   | blog  | 28   | 1    | ber    | i Ca  |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   |          | M      | eu.   | jæs   | blog  | 28   |      | ber    | i Ca  |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   |          | M      | eu.   | Jes   | blog  | 28   |      | ber    | i Ca  |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   |          | M      | eu.   | Jæs   | blog  | 28   |      | ber    | i Ca  |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   |          | es 2   | eu.   | Jes   | blog  | 28   |      | ber    | i Ca  |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   |          | es 2   | eu    | Jæs   | blog  | 28   |      | ber    | i Ca  |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   |          | es 2   | eu    | yes   | blog  | 28   |      | ber    | i Ca  |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   |          | es 2   | eu    | Jes   | blog  | 28   |      | ber    | i Ca  |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   |          | es 2   | eu    | ges   | blog  | 28   |      | ber    | i Ca  |   |
|   |        |       |      |      |     |     |      |      |       | na?   |          | es 2   | eu    | Jæs   | blog  | 2    |      | See    | i Ca  |   |