

# Auxiliar 11 - And Now For Something Completely Different

CC4102 - Diseño y Análisis de Algoritmos  
Profesor: Gonzalo Navarro      Auxiliar: Jorge Bahamonde

30 de Noviembre del 2015

## 1 Inicialización de Arreglos

Considere que tiene un arreglo  $V$  de tamaño  $D$  (en la forma de un bloque continuo de memoria), que debe soportar las siguientes operaciones:

- $\text{INIT}(V, D, v)$ : inicializa el arreglo con el valor  $v$  en  $1, \dots, D$ .
- $\text{READ}(V, i)$ : retorna el valor almacenado en la posición  $i$  del arreglo.
- $\text{WRITE}(V, i, v)$ : almacena el valor  $v$  en la posición  $i$ .

Considere que cuando pide espacio de memoria al sistema, el contenido de éste puede estar sucio. Diseñe una estructura de modo que las tres operaciones mencionadas tomen tiempo constante:

1. Utilizando  $O(D \log D)$  bits de espacio adicional.
2. Utilizando  $O(D)$  bits de espacio adicional.
3. **Propuesto:** Utilizando  $o(D)$  bits de espacio adicional.

## 2 Problemas NP-completos

Algunos problemas NP-completos pueden ser resueltos de forma aproximada. Sin embargo, en ocasiones una respuesta aproximada puede no ser posible de obtener, o puede simplemente no resultar útil. Luego, es interesante conocer formas de buscar soluciones exactas para estos problemas.

## 3 Bin packing

Tenemos un conjunto  $I = \{1, \dots, n\}$  de items, donde cada item  $i \in I$  tiene un *tamaño*  $s_i \in (0, 1]$ ; además, tenemos un conjunto  $B = \{1, \dots, n\}$  de *bins* con capacidad 1. Se pide encontrar una asignación  $a : I \rightarrow B$  de modo que el número de bins utilizados (no vacíos) sea mínima. Para acortar notación, para un  $J \subset I$  denotaremos  $s(J) = \sum_{j \in J} s_j$ . Este problema es NP-completo, pero es fácil obtener una 2-aproximación.

1. Muestre una 2-aproximación.
2. Muestre que no es posible lograr un factor de aproximación menor a  $3/2$  en tiempo polinomial si  $P \neq NP$ . Para ello, recuerde que el problema de partir  $X$  en dos conjuntos de igual suma es NP-completo.
3. Muestre una  $3/2$ -aproximación.