

Auxiliar 1 - Cotas Inferiores

CC4102 - Diseño y Análisis de Algoritmos

Profesor: Gonzalo Navarro Auxiliar: Jorge Bahamonde

14 de Septiembre del 2015

1. Demuestre que se requieren al menos $2n - 1$ comparaciones, en el peor caso, para fusionar dos listas ordenadas de tamaño n en una de tamaño $2n$ ordenada.
2. El problema de *búsqueda aproximada en texto* consiste en, dado un string $T[1, n]$, llamado *texto*, otro string más corto $P[1, m]$, llamado patrón, y un entero $0 \leq k < m$, determinar si P ocurre en T permitiendo a lo más k errores (inserciones, borrados o reemplazos de caracteres en P (o T)). Ambos T y P son secuencias de caracteres de un alfabeto $[1, \sigma]$.
Yao demostró en 1976 que no es posible resolver el problema de búsqueda exacta ($k = 0$) en menos de $\Omega(n \log_\sigma(m)/m)$ inspecciones de caracteres de T *en promedio* (el promedio supone que los caracteres de T se eligen al azar, uniformemente en $[1, \sigma]$).
 - (a) Demuestre que un adversario impide resolver el problema general inspeccionando menos de $k + 1$ caracteres en cualquier ventana posible de T de largo m .
 - (b) Deduzca de lo anterior una cota inferior de la forma $\Omega(kn/m)$ para el problema, incluso en el caso promedio.
 - (c) Deduzca la cota para el problema $\Omega(n(k + \log_\sigma m)/m)$ en promedio, demostrada por Chang y Marr en 1994. Ellos también diseñaron un algoritmo con esa complejidad promedio, $O(n(k + \log_\sigma m)/m)$. ¿Qué puede decir entonces de la complejidad promedio del problema?
3. Considere el problema de encontrar el máximo y el segundo máximo de un arreglo de n números. Se sabe que en el peor caso, $n + \lceil \lg n \rceil - 2$ comparaciones son suficientes. Utilizando la técnica del adversario, demuestre que $n + \lceil \lg n \rceil - 2$ comparaciones también son necesarias en el peor caso (en el modelo de comparaciones).
4. Demuestre que determinar si un grafo no dirigido es o no conexo toma $\binom{n}{2}$ consultas del tipo “¿existe un arco entre los nodos u y v ?”, si la cantidad total de nodos es n .