Affine Transformation 1

Computational Visual Design (CVD-Lab), DIA, “Roma Tre” University, Rome, Italy

Computational Graphics 2012

Sommario

Trasformazioni affini 2D – (1)
- Traslazione
- Scalamento
- Riflessione

Trasformazioni affini 2D – (2)
- Rotazione
- Scorrimento
- Trasformazioni arbitrarie
- Rappresentazione dei tensori

Introduzione

- trasformazioni affini sono usate per mappare una figura o un modello in un altro di differente misura, posizione od orientamento.
- si riducono ad una trasformazione lineare invertibile usando coordinate omogenee
- fissato un sistema di riferimento, saranno rappresentate da matrici quadrate invertibili, dette matrici di trasformazione
- studieremo la struttura e le proprietà delle matrici delle trasformazioni "elementari" del piano 2D e dello spazio 3D

Introduzione

- trasformazioni affini sono usate per mappare una figura o un modello in un altro di differente misura, posizione od orientamento.
- si riducono ad una trasformazione lineare invertibile usando coordinate omogenee
- fissato un sistema di riferimento, saranno rappresentate da matrici quadrate invertibili, dette matrici di trasformazione
- studieremo la struttura e le proprietà delle matrici delle trasformazioni "elementari" del piano 2D e dello spazio 3D

Introduzione

- trasformazioni affini sono usate per mappare una figura o un modello in un altro di differente misura, posizione od orientamento.
- si riducono ad una trasformazione lineare invertibile usando coordinate omogenee
- fissato un sistema di riferimento, saranno rappresentate da matrici quadrate invertibili, dette matrici di trasformazione
- studieremo la struttura e le proprietà delle matrici delle trasformazioni "elementari" del piano 2D e dello spazio 3D

Introduzione

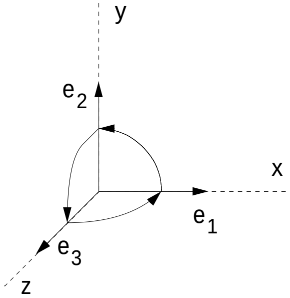
- trasformazioni affini sono usate per mappare una figura o un modello in un altro di differente misura, posizione od orientamento.
- si riducono ad una trasformazione lineare invertibile usando coordinate omogenee
- fissato un sistema di riferimento, saranno rappresentate da matrici quadrate invertibili, dette matrici di trasformazione
- studieremo la struttura e le proprietà delle matrici delle trasformazioni “elementari” del piano 2D e dello spazio 3D

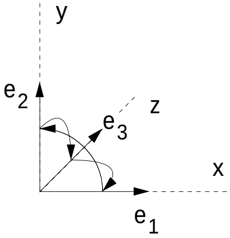
Introduzione

- trasformazioni affini sono usate per mappare una figura o un modello in un altro di differente misura, posizione od orientamento.
- si riducono ad una trasformazione lineare invertibile usando coordinate omogenee
- fissato un sistema di riferimento, saranno rappresentate da matrici quadrate invertibili, dette matrici di trasformazione
- studieremo la struttura e le proprietà delle matrici delle trasformazioni “elementari” del piano 2D e dello spazio 3D

Convenzioni

- vettori e punti si rappresentano come vettori colonna
- le trasformazioni sono prodotti a sinistra per una matrice
- si assume un sistema di riferimento destrorso

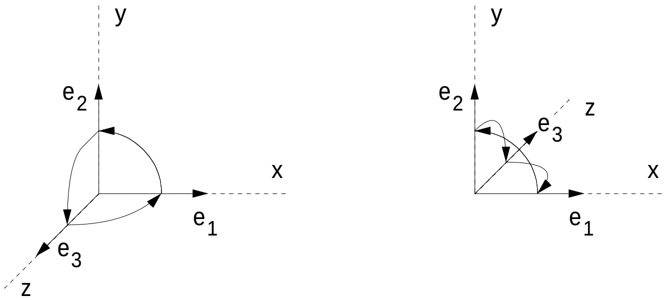




rotazioni positive: (a) sistema destrorso (b) sistema sinistrorso

Convenzioni

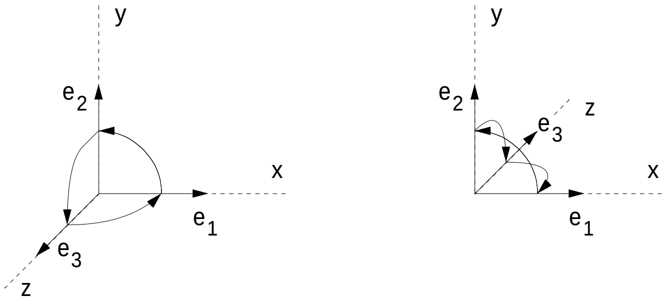
- vettori e punti si rappresentano come vettori colonna
- le trasformazioni sono prodotti a sinistra per una matrice
- si assume un sistema di riferimento destrorso



rotazioni positive: (a) sistema destrorso (b) sistema sinistrorso

Convenzioni

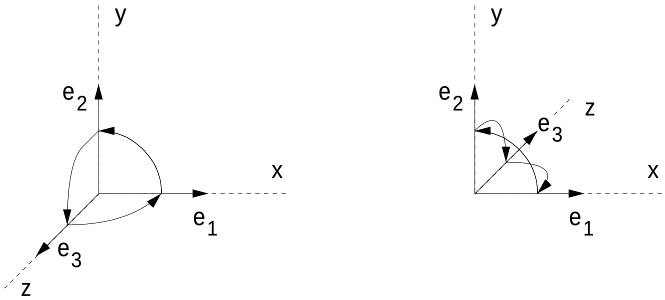
- vettori e punti si rappresentano come vettori colonna
- le trasformazioni sono prodotti a sinistra per una matrice
- si assume un sistema di riferimento destrorso



rotazioni positive: (a) sistema destrorso (b) sistema sinistrorso

Convenzioni

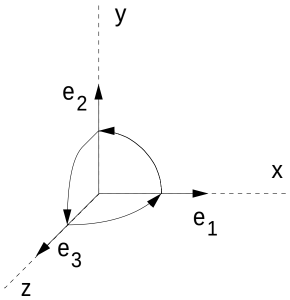
- vettori e punti si rappresentano come vettori colonna
- le trasformazioni sono prodotti a sinistra per una matrice
- si assume un sistema di riferimento destrorso



rotazioni positive: (a) sistema destrorso (b) sistema sinistrorso

Convenzioni

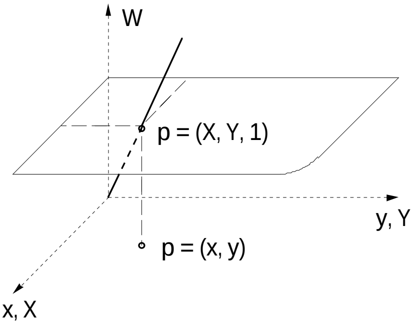
- vettori e punti si rappresentano come vettori colonna
- le trasformazioni sono prodotti a sinistra per una matrice
- si assume un sistema di riferimento destrorso



rotazioni positive: (a) sistema destrorso (b) sistema sinistrorso

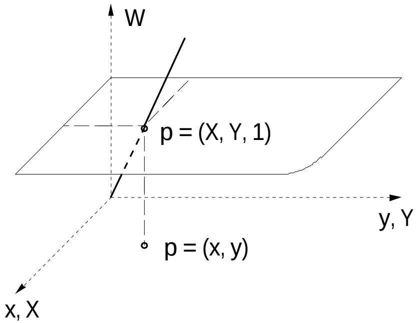
Coordinate omogenee

definiscono una corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei punti del piano cartesiano e l'insieme delle rette per l'origine **o** dello spazio 3D



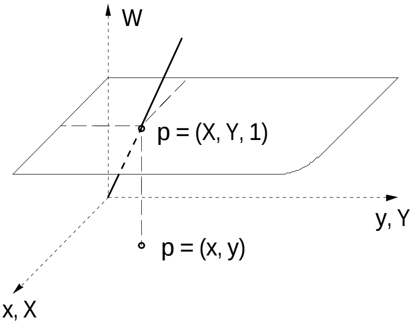
Coordinate omogenee

definiscono una corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei punti del piano cartesiano e l'insieme delle rette per l'origine **o** dello spazio 3D



Coordinate omogenee

definiscono una corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei punti del piano cartesiano e l'insieme delle rette per l'origine **o** dello spazio 3D



Coordinate omogenee del piano 2D

Coordinate omogenee

in tale corrispondenza $\mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^3$, ogni punto $(x, y)^T \in \mathbb{E}^2$ è rappresentato come l'insieme dei punti

$$\{(X, Y, W)^T \in \mathbb{E}^3 \mid x = X/W,\ y = Y/W,\ W \neq 0\}$$

per andare dal vettore omogeneo $\mathbf{p}' = (X, Y, W)$ al suo corrispondente punto cartesiano $\mathbf{p} = (x, y)$ saranno necessarie due divisioni per la coordinata omogenea W.

per evitare questo calcolo si associa al punto $(x, y)^T$ del piano la rappresentazione omogenea normalizzata $(X, Y, 1)^T$, per la quale

$$x = X, \qquad y = Y$$

il punto $(x, y)^T$ del piano viene ad essere rappresentato da ogni vettore del tipo $\lambda(x, y, 1)^T$, con $\lambda \in \mathbb{R}$ e $\lambda \neq 0$.

Coordinate omogenee

in tale corrispondenza $\mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^3$, ogni punto $(x, y)^T \in \mathbb{E}^2$ è rappresentato come l'insieme dei punti

$$\{(X, Y, W)^T \in \mathbb{E}^3 \mid x = X/W,\ y = Y/W,\ W \neq 0\}$$

per andare dal vettore omogeneo $\mathbf{p}' = (X, Y, W)$ al suo corrispondente punto cartesiano $\mathbf{p} = (x, y)$ saranno necessarie due divisioni per la coordinata omogenea W.

per evitare questo calcolo si associa al punto $(x, y)^T$ del piano la rappresentazione omogenea normalizzata $(X, Y, 1)^T$, per la quale

$$x = X, \qquad y = Y$$

il punto $(x, y)^T$ del piano viene ad essere rappresentato da ogni vettore del tipo $\lambda(x, y, 1)^T$, con $\lambda \in \mathbb{R}$ e $\lambda \neq 0$.

Coordinate omogenee

in tale corrispondenza $\mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^3$, ogni punto $(x, y)^T \in \mathbb{E}^2$ è rappresentato come l'insieme dei punti

$$\{(X, Y, W)^T \in \mathbb{E}^3 \mid x = X/W,\ y = Y/W,\ W \neq 0\}$$

per andare dal vettore omogeneo $\mathbf{p}' = (X, Y, W)$ al suo corrispondente punto cartesiano $\mathbf{p} = (x, y)$ saranno necessarie due divisioni per la coordinata omogenea W.

per evitare questo calcolo si associa al punto $(x, y)^T$ del piano la rappresentazione omogenea normalizzata $(X, Y, 1)^T$, per la quale

$$x = X, \qquad y = Y$$

il punto $(x, y)^T$ del piano viene ad essere rappresentato da ogni vettore del tipo $\lambda(x, y, 1)^T$, con $\lambda \in \mathbb{R}$ e $\lambda \neq 0$.

Coordinate omogenee

in tale corrispondenza $\mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^3$, ogni punto $(x, y)^T \in \mathbb{E}^2$ è rappresentato come l'insieme dei punti

$$\{(X, Y, W)^T \in \mathbb{E}^3 \mid x = X/W,\ y = Y/W,\ W \neq 0\}$$

per andare dal vettore omogeneo $\mathbf{p}' = (X, Y, W)$ al suo corrispondente punto cartesiano $\mathbf{p} = (x, y)$ saranno necessarie due divisioni per la coordinata omogenea W.

per evitare questo calcolo si associa al punto $(x, y)^T$ del piano la rappresentazione omogenea normalizzata $(X, Y, 1)^T$, per la quale

$$x = X, \qquad y = Y$$

il punto $(x, y)^T$ del piano viene ad essere rappresentato da ogni vettore del tipo $\lambda(x, y, 1)^T$, con $\lambda \in \mathbb{R}$ e $\lambda \neq 0$.

Coordinate omogenee

in tale corrispondenza $\mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^3$, ogni punto $(x, y)^T \in \mathbb{E}^2$ è rappresentato come l'insieme dei punti

$$\{(X, Y, W)^T \in \mathbb{E}^3 \mid x = X/W,\ y = Y/W,\ W \neq 0\}$$

per andare dal vettore omogeneo $\mathbf{p}' = (X, Y, W)$ al suo corrispondente punto cartesiano $\mathbf{p} = (x, y)$ saranno necessarie due divisioni per la coordinata omogenea W.

per evitare questo calcolo si associa al punto $(x, y)^T$ del piano la rappresentazione omogenea normalizzata $(X, Y, 1)^T$, per la quale

$$x = X, \qquad y = Y$$

il punto $(x, y)^T$ del piano viene ad essere rappresentato da ogni vettore del tipo $\lambda(x, y, 1)^T$, con $\lambda \in \mathbb{R}$ e $\lambda \neq 0$.

Sommario

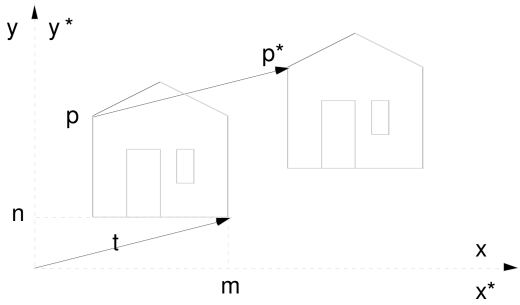
Trasformazioni affini 2D – (1)
- Traslazione
- Scalamento
- Riflessione

Trasformazioni affini 2D – (2)
- Rotazione
- Scorrimento
- Trasformazioni arbitrarie
- Rappresentazione dei tensori

Traslazione

una traslazione del piano è una funzione $\mathbf{T} : \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$, dove un vettore fisso $\mathbf{t} = (m, n)^T$ è sommato ad ogni punto $\mathbf{p} = (x, y)^T$, così che

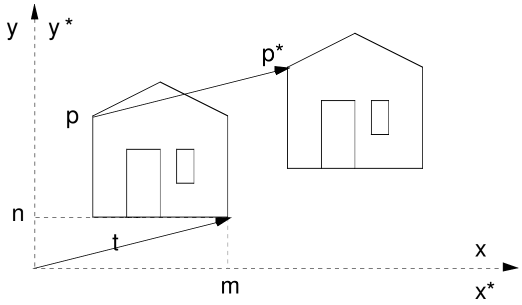
$$\mathbf{p}^* = \mathbf{T}(\mathbf{p}) = \mathbf{p} + \mathbf{t} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + m \\ y + n \end{bmatrix}.$$



Traslazione

una traslazione del piano è una funzione $\mathbf{T} : \mathbb{E}^2 \rightarrow \mathbb{E}^2$, dove un vettore fisso $\mathbf{t} = (m, n)^T$ è sommato ad ogni punto $\mathbf{p} = (x, y)^T$, così che

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{T}(\mathbf{p}) = \mathbf{p} + \mathbf{t} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + m \\ y + n \end{bmatrix}.$$



Traslazione

lo spostamento dell'origine implica che la traslazione non sia una trasformazione lineare, e pertanto che non possa essere rappresentata in coordinate cartesiane con una matrice

la traslazione diventa lineare se usiamo coordinate omogenee. Infatti, la traslazione che mappa un punto $\mathbf{p}$ in

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{p} + \mathbf{t},$$

con $\mathbf{t} = (m, n)^T$, diventa, usando coordinate omogenee:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{T}\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+m \\ y+n \\ 1 \end{bmatrix}$$

Traslazione

lo spostamento dell'origine implica che la traslazione non sia una trasformazione lineare, e pertanto che non possa essere rappresentata in coordinate cartesiane con una matrice

la traslazione diventa lineare se usiamo coordinate omogenee. Infatti, la traslazione che mappa un punto **p** in

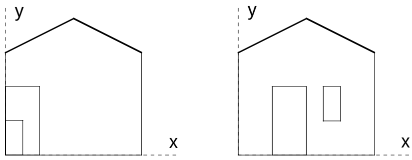
$$\mathbf{p}^* = \mathbf{p} + \mathbf{t},$$

con $\mathbf{t} = (m, n)^T$, diventa, usando coordinate omogenee:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{T}\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + m \\ y + n \\ 1 \end{bmatrix}$$

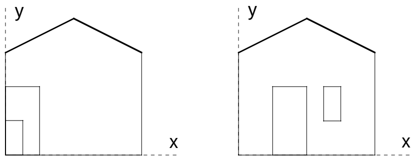
Traslazione

funzioni di ordine superiore, richiedono una doppia applicazione su specificatori interi e su parametri reali per generare il tensore della trasformazione



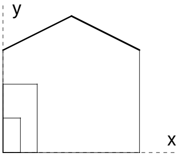
Traslazione

funzioni di ordine superiore, richiedono una doppia applicazione su specificatori interi e su parametri reali per generare il tensore della trasformazione



Traslazione

funzioni di ordine superiore, richiedono una doppia applicazione su specificatori interi e su parametri reali per generare il tensore della trasformazione



Sommario

Trasformazioni affini 2D – (1)
- Traslazione
- Scalamento
- Riflessione

Trasformazioni affini 2D – (2)
- Rotazione
- Scorrimento
- Trasformazioni arbitrarie
- Rappresentazione dei tensori

Scalamento

definizione

uno scalamento **S** è un tensore di trasformazione rappresentato da una matrice diagonale con coefficienti positivi, così da avere:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \end{bmatrix}, \qquad a, b > 0$$

- se $a, b > 1$, allora **S** produce un dilatazione
- se $a = b = 1$, allora **S** è un tensore identità
- se $a, b < 1$, allora **S** produce una compressione

Scalamento

definizione

uno scalamento **S** è un tensore di trasformazione rappresentato da una matrice diagonale con coefficienti positivi, così da avere:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \end{bmatrix}, \qquad a, b > 0$$

- se $a, b > 1$, allora **S** produce un dilatazione
- se $a = b = 1$, allora **S** è un tensore identità
- se $a, b < 1$, allora **S** produce una compressione

Scalamento

definizione

uno scalamento **S** è un tensore di trasformazione rappresentato da una matrice diagonale con coefficienti positivi, così da avere:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \end{bmatrix}, \qquad a, b > 0$$

- se $a, b > 1$, allora **S** produce un dilatazione
- se $a = b = 1$, allora **S** è un tensore identità
- se $a, b < 1$, allora **S** produce una compressione

Scalamento

definizione

uno scalamento **S** è un tensore di trasformazione rappresentato da una matrice diagonale con coefficienti positivi, così da avere:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \end{bmatrix}, \qquad a, b > 0$$

- se $a, b > 1$, allora **S** produce un dilatazione
- se $a = b = 1$, allora **S** è un tensore identità
- se $a, b < 1$, allora **S** produce una compressione

Scalamento

definizione

uno scalamento **S** è un tensore di trasformazione rappresentato da una matrice diagonale con coefficienti positivi, così da avere:

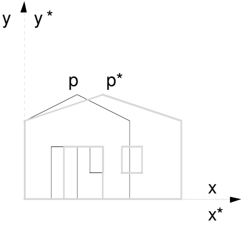
$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \end{bmatrix}, \qquad a, b > 0$$

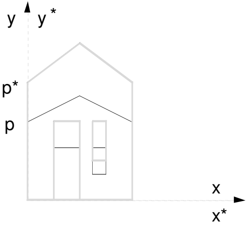
- se $a, b > 1$, allora **S** produce un dilatazione
- se $a = b = 1$, allora **S** è un tensore identità
- se $a, b < 1$, allora **S** produce una compressione

Scalamento

scalamenti elementari

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}_x\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ y \end{bmatrix}$$



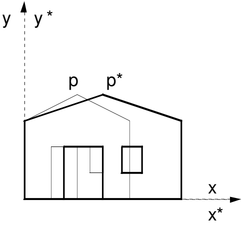


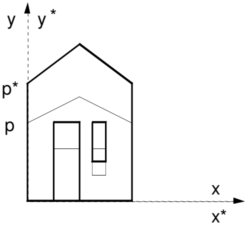
$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}_y\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ by \end{bmatrix}$$

Scalamento

scalamenti elementari

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}_x\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ y \end{bmatrix}$$



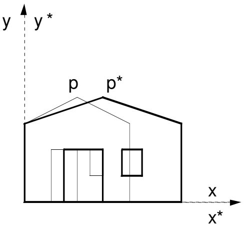


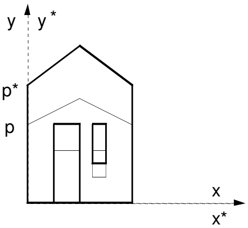
$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}_y\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ by \end{bmatrix}$$

Scalamento

scalamenti elementari

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}_x\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ y \end{bmatrix}$$





$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}_y\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ by \end{bmatrix}$$

Scalamento

coordinate omogenee

la matrice normalizzata omogenea $\mathbf{S}' \in \mathbb{R}^3_3$ del tensore di scala 2D può essere derivata facilmente dalla corrispondente matrice non omogenea $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^2_2$, aggiungendo una riga e una colonna unitarie:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}'\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Scalamento
coordinate omogenee

la matrice normalizzata omogenea $\mathbf{S}' \in \mathbb{R}^3_3$ del tensore di scala 2D può essere derivata facilmente dalla corrispondente matrice non omogenea $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^2_2$, aggiungendo una riga e una colonna unitarie:

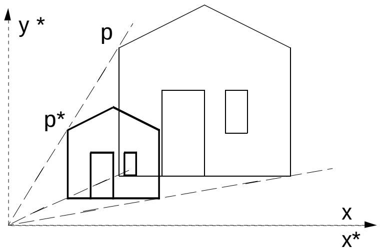
$$\mathbf{p}^* = \mathbf{S}'\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Scalamento

scalamento uniforme

quando $a = b$ lo scalamento è detto uniforme o omotetia

1. con $a = b = 0.5$ la lunghezza di tutti i segmenti è dimezzata
2. l'immagine $\mathbf{p}^*$ di ogni $\mathbf{p}$ è posta sulla retta per $\mathbf{p}$ e l'origine
3. la figura trasformata è anche avvicinata all'origine



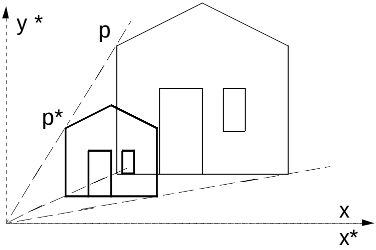
azione di un tensore di scalamento uniforme

Scalamento

scalamento uniforme

quando $a = b$ lo scalamento è detto uniforme o omotetia

1. con $a = b = 0.5$ la lunghezza di tutti i segmenti è dimezzata
2. l'immagine $\mathbf{p}^*$ di ogni $\mathbf{p}$ è posta sulla retta per $\mathbf{p}$ e l'origine
3. la figura trasformata è anche avvicinata all'origine



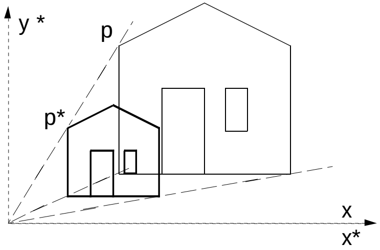
azione di un tensore di scalamento uniforme

Scalamento

scalamento uniforme

quando $a = b$ lo scalamento è detto uniforme o omotetia

1. con $a = b = 0.5$ la lunghezza di tutti i segmenti è dimezzata
2. l'immagine $\mathbf{p}^*$ di ogni $\mathbf{p}$ è posta sulla retta per $\mathbf{p}$ e l'origine
3. la figura trasformata è anche avvicinata all'origine

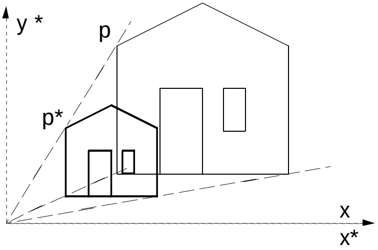


Scalamento

scalamento uniforme

quando $a = b$ lo scalamento è detto uniforme o omotetia

1. con $a = b = 0.5$ la lunghezza di tutti i segmenti è dimezzata
2. l'immagine $\mathbf{p}^*$ di ogni $\mathbf{p}$ è posta sulla retta per $\mathbf{p}$ e l'origine
3. la figura trasformata è anche avvicinata all'origine



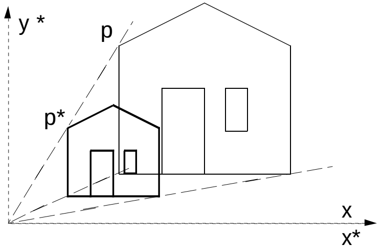
azione di un tensore di scalamento uniforme

Scalamento

scalamento uniforme

quando $a = b$ lo scalamento è detto uniforme o omotetia

1. con $a = b = 0.5$ la lunghezza di tutti i segmenti è dimezzata
2. l'immagine $\mathbf{p}^*$ di ogni $\mathbf{p}$ è posta sulla retta per $\mathbf{p}$ e l'origine
3. la figura trasformata è anche avvicinata all'origine



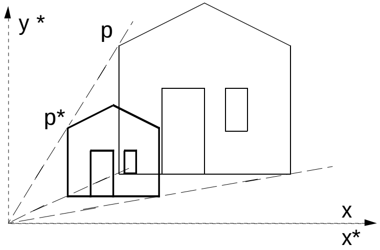
azione di un tensore di scalamento uniforme

Scalamento

scalamento uniforme

quando $a = b$ lo scalamento è detto uniforme o omotetia

1. con $a = b = 0.5$ la lunghezza di tutti i segmenti è dimezzata
2. l'immagine $\mathbf{p}^*$ di ogni $\mathbf{p}$ è posta sulla retta per $\mathbf{p}$ e l'origine
3. la figura trasformata è anche avvicinata all'origine

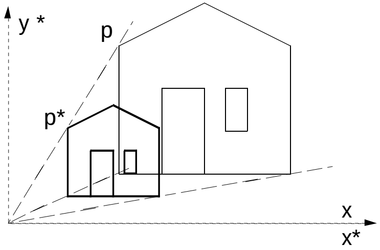


Scalamento

scalamento uniforme

quando $a = b$ lo scalamento è detto uniforme o omotetia

1. con $a = b = 0.5$ la lunghezza di tutti i segmenti è dimezzata
2. l'immagine $\mathbf{p}^*$ di ogni $\mathbf{p}$ è posta sulla retta per $\mathbf{p}$ e l'origine
3. la figura trasformata è anche avvicinata all'origine



azione di un tensore di scalamento uniforme

Sommario

Trasformazioni affini 2D – (1)

- Traslazione
- Scalamento
- Riflessione

Trasformazioni affini 2D – (2)

- Rotazione
- Scorrimento
- Trasformazioni arbitrarie
- Rappresentazione dei tensori

Riflessione

definizione

trasformazione lineare definita da una matrice che differisce dall'identità perché uno dei coefficienti diagonali è pari a -1

due riflessioni elementari $\mathbf{M}_x$ e $\mathbf{M}_y$ possono essere definite nel piano $\mathbb{E}^2$

$$\mathbf{M}_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{M}_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

l'effetto di un tensore di riflessione è quello di cambiare di segno una sola delle coordinate dei punti

Riflessione
definizione

trasformazione lineare definita da una matrice che differisce dall'identità perché uno dei coefficienti diagonali è pari a -1

due riflessioni elementari $\mathbf{M}_x$ e $\mathbf{M}_y$ possono essere definite nel piano $\mathbb{E}^2$

$$\mathbf{M}_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{M}_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

l'effetto di un tensore di riflessione è quello di cambiare di segno una sola delle coordinate dei punti

Riflessione

definizione

trasformazione lineare definita da una matrice che differisce dall'identità perché uno dei coefficienti diagonali è pari a -1

due riflessioni elementari $\mathbf{M}_x$ e $\mathbf{M}_y$ possono essere definite nel piano $\mathbb{E}^2$

$$\mathbf{M}_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{M}_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

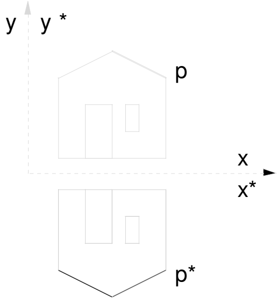
l'effetto di un tensore di riflessione è quello di cambiare di segno una sola delle coordinate dei punti

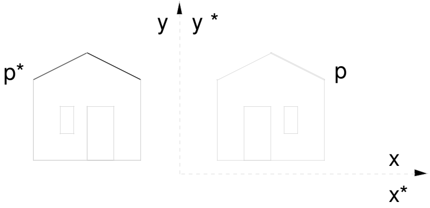
Riflessione

rappresentazione omogenea

la rappresentazione omogenea normalizzata di tali trasformazioni si ottiene aggiungendo una riga e colonna unitarie alle loro matrici

$$\mathbf{M}'_x = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{M}'_y = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_y & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

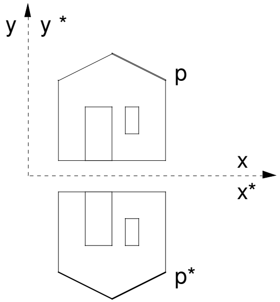


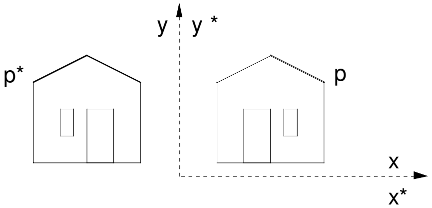


Riflessione
rappresentazione omogenea

la rappresentazione omogenea normalizzata di tali trasformazioni si ottiene aggiungendo una riga e colonna unitarie alle loro matrici

$$\mathbf{M}'_x = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{M}'_y = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_y & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

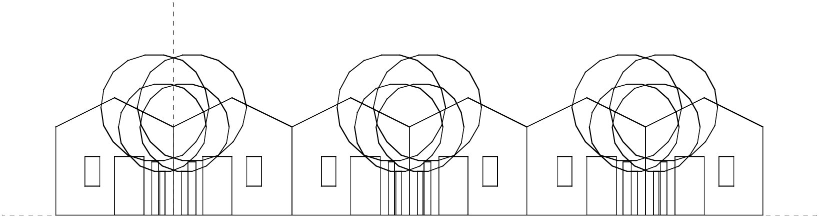




Riflessione

esempio

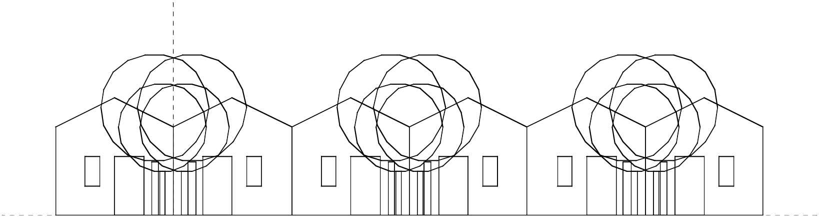
continuiamo l'esempio, aggiungendo simmetria alla scena



Riflessione

esempio

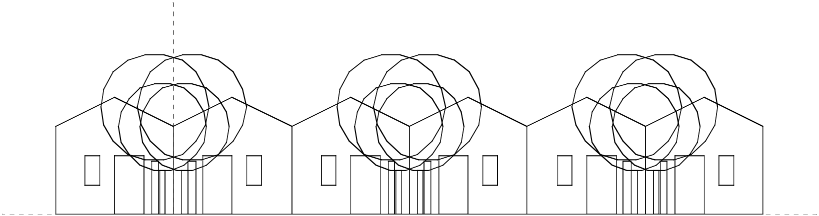
continuiamo l’esempio, aggiungendo simmetria alla scena



Riflessione

esempio

continuiamo l'esempio, aggiungendo simmetria alla scena



Sommario

Trasformazioni affini 2D – (1)
- Traslazione
- Scalamento
- Riflessione

Trasformazioni affini 2D – (2)
- Rotazione
- Scorrimento
- Trasformazioni arbitrarie
- Rappresentazione dei tensori

Rotazione elementare del piano

una rotazione elementare del piano è una funzione lineare che sposta ciascun punto $\mathbf{p} \in \mathbb{E}^2$ nel secondo estremo $\mathbf{p}^* = \mathbf{R}(\mathbf{p})$ di un arco di circonferenza con primo estremo in $\mathbf{p}$, centro nell'origine e angolo sotteso costante α

la matrice di un tensore di rotazione si calcola facilmente considerando le immagini dei vettori di base $(\mathbf{e}_i)$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^* & \mathbf{e}_2^* \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 \end{bmatrix}.$$

dove $\mathbf{R}$ è la matrice incognita della rotazione

Rotazione elementare del piano

una rotazione elementare del piano è una funzione lineare che sposta ciascun punto $\mathbf{p} \in \mathbb{E}^2$ nel secondo estremo $\mathbf{p}^* = \mathbf{R}(\mathbf{p})$ di un arco di circonferenza con primo estremo in $\mathbf{p}$, centro nell'origine e angolo sotteso costante α

la matrice di un tensore di rotazione si calcola facilmente considerando le immagini dei vettori di base $(\mathbf{e}_i)$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^* & \mathbf{e}_2^* \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 \end{bmatrix}.$$

dove $\mathbf{R}$ è la matrice incognita della rotazione

Rotazione elementare del piano

una rotazione elementare del piano è una funzione lineare che sposta ciascun punto $\mathbf{p} \in \mathbb{E}^2$ nel secondo estremo $\mathbf{p}^* = \mathbf{R}(\mathbf{p})$ di un arco di circonferenza con primo estremo in $\mathbf{p}$, centro nell'origine e angolo sotteso costante α

la matrice di un tensore di rotazione si calcola facilmente considerando le immagini dei vettori di base $(\mathbf{e}_i)$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^* & \mathbf{e}_2^* \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 \end{bmatrix}.$$

dove $\mathbf{R}$ è la matrice incognita della rotazione

Rotazione elementare del piano

una rotazione elementare del piano è una funzione lineare che sposta ciascun punto $\mathbf{p} \in \mathbb{E}^2$ nel secondo estremo $\mathbf{p}^* = \mathbf{R}(\mathbf{p})$ di un arco di circonferenza con primo estremo in $\mathbf{p}$, centro nell'origine e angolo sotteso costante α

la matrice di un tensore di rotazione si calcola facilmente considerando le immagini dei vettori di base $(\mathbf{e}_i)$

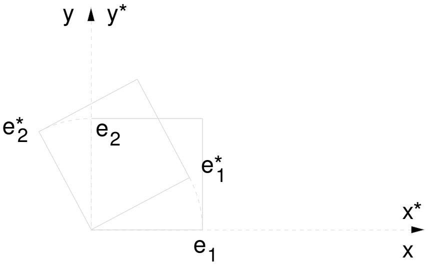
$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^* & \mathbf{e}_2^* \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 \end{bmatrix}.$$

dove $\mathbf{R}$ è la matrice incognita della rotazione

Rotazione elementare del piano

più esplicitamente:

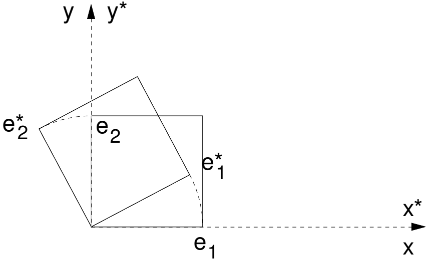
$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$



Rotazione elementare del piano

più esplicitamente:

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$



Rotazione
in coordinate omogenee

la matrice omogenea normalizzata $\mathbf{R}' \in \operatorname{lin} \mathbb{R}^3$ di una rotazione del piano si ottiene dalla matrice non omogenea $\mathbf{R} \in \operatorname{lin} \mathbb{R}^2$

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{R}'\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cos\alpha + y \sin\alpha \\ -x \sin\alpha + y \cos\alpha \\ 1 \end{bmatrix}$$

nel modo usuale, orlando la matrice originaria con l'identità ...

Rotazione

in coordinate omogenee

la matrice omogenea normalizzata $\mathbf{R}' \in \operatorname{lin} \mathbb{R}^3$ di una rotazione del piano si ottiene dalla matrice non omogenea $\mathbf{R} \in \operatorname{lin} \mathbb{R}^2$

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{R}'\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cos\alpha + y \sin\alpha \\ -x \sin\alpha + y \cos\alpha \\ 1 \end{bmatrix}$$

nel modo usuale, orlando la matrice originaria con l'identità ...

Rotazione

in coordinate omogenee

la matrice omogenea normalizzata $\mathbf{R}' \in \operatorname{lin} \mathbb{R}^3$ di una rotazione del piano si ottiene dalla matrice non omogenea $\mathbf{R} \in \operatorname{lin} \mathbb{R}^2$

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{R}'\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cos\alpha + y \sin\alpha \\ -x \sin\alpha + y \cos\alpha \\ 1 \end{bmatrix}$$

nel modo usuale, orlando la matrice originaria con l'identità ...

Sommario

Trasformazioni affini 2D – (1)
- Traslazione
- Scalamento
- Riflessione

Trasformazioni affini 2D – (2)
- Rotazione
- Scorrimento
- Trasformazioni arbitrarie
- Rappresentazione dei tensori

Scorrimento

elementare

piano visto come fascio di rette parallele a un asse coordinato

uno scorrimento elementare 2D è un tensore che mappa i punti di ogni retta in altri punti della stessa retta, in modo tale che:

1. tutti i punti di ogni retta traslino dello stesso vettore
2. solo l'asse coordinato parallelo al fascio resti fisso
3. la traslazione di ogni retta sia proporzionale alla sua distanza da tale asse coordinato

Scorrimento
elementare

piano visto come fascio di rette parallele a un asse coordinato

uno scorrimento elementare 2D è un tensore che mappa i punti di ogni retta in altri punti della stessa retta, in modo tale che:

1. tutti i punti di ogni retta traslino dello stesso vettore
2. solo l'asse coordinato parallelo al fascio resti fisso
3. la traslazione di ogni retta sia proporzionale alla sua distanza da tale asse coordinato

Scorrimento

elementare

piano visto come fascio di rette parallele a un asse coordinato

uno scorrimento elementare 2D è un tensore che mappa i punti di ogni retta in altri punti della stessa retta, in modo tale che:

1. tutti i punti di ogni retta traslino dello stesso vettore
2. solo l'asse coordinato parallelo al fascio resti fisso
3. la traslazione di ogni retta sia proporzionale alla sua distanza da tale asse coordinato

Scorrimento

elementare

piano visto come fascio di rette parallele a un asse coordinato

uno scorrimento elementare 2D è un tensore che mappa i punti di ogni retta in altri punti della stessa retta, in modo tale che:

1. tutti i punti di ogni retta traslino dello stesso vettore
2. solo l'asse coordinato parallelo al fascio resti fisso
3. la traslazione di ogni retta sia proporzionale alla sua distanza da tale asse coordinato

Scorrimento
elementare

piano visto come fascio di rette parallele a un asse coordinato

uno scorrimento elementare 2D è un tensore che mappa i punti di ogni retta in altri punti della stessa retta, in modo tale che:

1. tutti i punti di ogni retta traslino dello stesso vettore
2. solo l'asse coordinato parallelo al fascio resti fisso
3. la traslazione di ogni retta sia proporzionale alla sua distanza da tale asse coordinato

Scorrimento

elementare

piano visto come fascio di rette parallele a un asse coordinato

uno scorrimento elementare 2D è un tensore che mappa i punti di ogni retta in altri punti della stessa retta, in modo tale che:

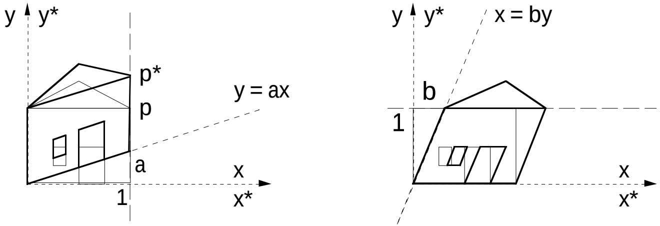
1. tutti i punti di ogni retta traslino dello stesso vettore
2. solo l'asse coordinato parallelo al fascio resti fisso
3. la traslazione di ogni retta sia proporzionale alla sua distanza da tale asse coordinato

Scorrimento

un tensore di scorrimento elementare non muta una coordinata, mentre l'altra cambia linearmente con il valore della coordinata fissa

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{H}_x\, \mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y + ax \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{H}_y\, \mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + by \\ y \end{bmatrix}.$$



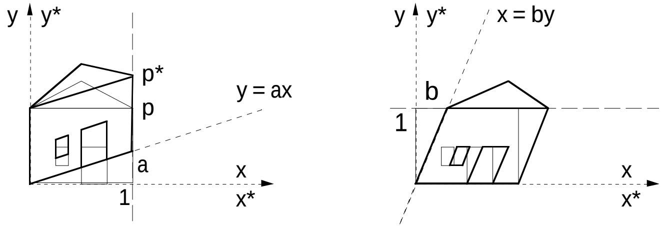
azione di $\mathbf{H}_x$, normale all'asse x, e $\mathbf{H}_y$, normale all'asse y

Scorrimento

un tensore di scorrimento elementare non muta una coordinata, mentre l'altra cambia linearmente con il valore della coordinata fissa

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{H}_x\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y + ax \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{H}_y\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + by \\ y \end{bmatrix}.$$



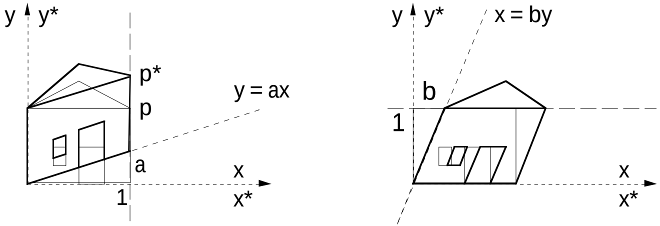
azione di $\mathbf{H}_x$, normale all'asse x, e $\mathbf{H}_y$, normale all'asse y

Scorrimento

un tensore di scorrimento elementare non muta una coordinata, mentre l'altra cambia linearmente con il valore della coordinata fissa

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{H}_x\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y + ax \end{bmatrix},$$

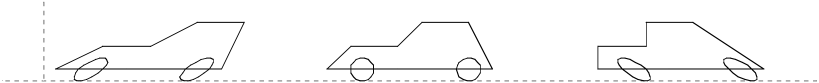
$$\mathbf{p}^* = \mathbf{H}_y\,\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + by \\ y \end{bmatrix}.$$



azione di $\mathbf{H}_x$, normale all'asse x, e $\mathbf{H}_y$, normale all'asse y

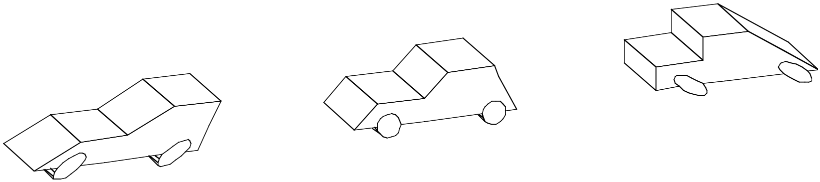
Scorrimento

esempio



Scorrimento
esempio

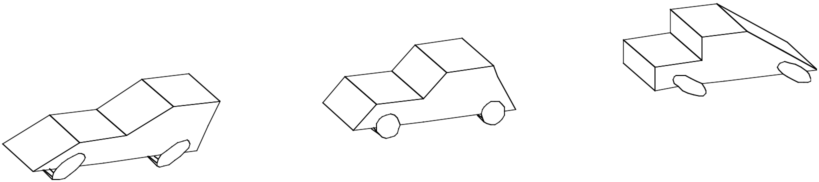
tre keyframes dello storyboard dell'animazione 3D dal titolo:
"L'auto di mia moglie"



Scorrimento

esempio

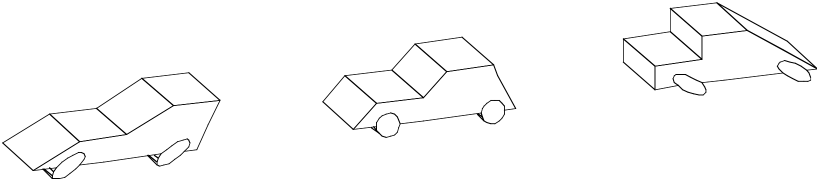
tre keyframes dello storyboard dell'animazione 3D dal titolo: "L'auto di mia moglie"



Scorrimento

esempio

tre keyframes dello storyboard dell'animazione 3D dal titolo:
"L'auto di mia moglie"



Sommario

Trasformazioni affini 2D – (1)

- Traslazione
- Scalamento
- Riflessione

Trasformazioni affini 2D – (2)

- Rotazione
- Scorrimento
- Trasformazioni arbitrarie
- Rappresentazione dei tensori

Trasformazione arbitraria

osserviamo l'azione della matrice $\mathbf{Q}$ di un tensore arbitrario sul quadrato costruito sui versori del riferimento cartesiano $(\mathbf{o}, \mathbf{e}_i)$, con

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}.$$

matrice arbitraria ma invertibile

una trasformazione lineare arbitraria:

1. non muove l'origine;
2. mappa linee parallele in linee parallele;
3. non conserva, in generale, la misura delle aree.

Trasformazione arbitraria

osserviamo l'azione della matrice $\mathbf{Q}$ di un tensore arbitrario sul quadrato costruito sui versori del riferimento cartesiano $(\mathbf{o}, \mathbf{e}_i)$, con

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}.$$

matrice arbitraria ma invertibile

una trasformazione lineare arbitraria:

1. non muove l'origine;
2. mappa linee parallele in linee parallele;
3. non conserva, in generale, la misura delle aree.

Trasformazione arbitraria

osserviamo l'azione della matrice **Q** di un tensore arbitrario sul quadrato costruito sui versori del riferimento cartesiano $(\mathbf{o}, \mathbf{e}_i)$, con

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}.$$

matrice arbitraria ma invertibile

una trasformazione lineare arbitraria:

1. non muove l'origine;
2. mappa linee parallele in linee parallele;
3. non conserva, in generale, la misura delle aree.

Trasformazione arbitraria

osserviamo l'azione della matrice $\mathbf{Q}$ di un tensore arbitrario sul quadrato costruito sui versori del riferimento cartesiano $(\mathbf{o}, \mathbf{e}_i)$, con

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}.$$

matrice arbitraria ma invertibile

una trasformazione lineare arbitraria:

1. non muove l'origine;
2. mappa linee parallele in linee parallele;
3. non conserva, in generale, la misura delle aree.

Trasformazione arbitraria

osserviamo l'azione della matrice $\mathbf{Q}$ di un tensore arbitrario sul quadrato costruito sui versori del riferimento cartesiano $(\mathbf{o}, \mathbf{e}_i)$, con

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}.$$

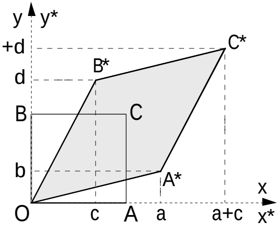
matrice arbitraria ma invertibile

una trasformazione lineare arbitraria:

1. non muove l'origine;
2. mappa linee parallele in linee parallele;
3. non conserva, in generale, la misura delle aree.

Trasformazione arbitraria

azione di un tensore arbitrario sul quadrato unitario standard



$$\left[\begin{array}{cccc} \mathbf{o}^* & \mathbf{a}^* & \mathbf{b}^* & \mathbf{c}^* \end{array}\right] = \mathbf{Q}\left[\begin{array}{cccc} \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} \end{array}\right],$$

oppure, usando le corrispondenti coordinate:

$$\left[\begin{array}{cccc} 0 & a & c & a+c \\ 0 & b & d & b+d \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc} a & c \\ b & d \end{array}\right]\left[\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right].$$

Trasformazione con punto fisso

diverso dall'origine

ogni trasformazione lineare invertibile $\mathbf{Q}$ del piano ha l'origine del riferimento cartesiano come unico punto fisso, ovvero $\mathbf{Q}(\mathbf{o}) = \mathbf{o}$

per avere un punto fisso $\mathbf{q}$ diverso dall'origine occorre comporre una successione di tre trasformazioni, che nell'ordine:

1. muova $\mathbf{q}$ nell'origine $\mathbf{o}$;
2. applichi la trasformazione desiderata;
3. riporti l'origine $\mathbf{o}$ in $\mathbf{q}$.

Trasformazione con punto fisso

diverso dall'origine

ogni trasformazione lineare invertibile $\mathbf{Q}$ del piano ha l'origine del riferimento cartesiano come unico punto fisso, ovvero $\mathbf{Q}(\mathbf{o}) = \mathbf{o}$

per avere un punto fisso $\mathbf{q}$ diverso dall'origine occorre comporre una successione di tre trasformazioni, che nell'ordine:

1. muova $\mathbf{q}$ nell'origine $\mathbf{o}$;
2. applichi la trasformazione desiderata;
3. riporti l'origine $\mathbf{o}$ in $\mathbf{q}$.

Trasformazione con punto fisso

diverso dall'origine

ogni trasformazione lineare invertibile $\mathbf{Q}$ del piano ha l'origine del riferimento cartesiano come unico punto fisso, ovvero $\mathbf{Q}(\mathbf{o}) = \mathbf{o}$

per avere un punto fisso $\mathbf{q}$ diverso dall'origine occorre comporre una successione di tre trasformazioni, che nell'ordine:

1. muova $\mathbf{q}$ nell'origine $\mathbf{o}$;
2. applichi la trasformazione desiderata;
3. riporti l'origine $\mathbf{o}$ in $\mathbf{q}$.

Trasformazione con punto fisso

diverso dall'origine

ogni trasformazione lineare invertibile $\mathbf{Q}$ del piano ha l'origine del riferimento cartesiano come unico punto fisso, ovvero $\mathbf{Q}(\mathbf{o}) = \mathbf{o}$

per avere un punto fisso $\mathbf{q}$ diverso dall'origine occorre comporre una successione di tre trasformazioni, che nell'ordine:

1. muova $\mathbf{q}$ nell'origine $\mathbf{o}$;
2. applichi la trasformazione desiderata;
3. riporti l'origine $\mathbf{o}$ in $\mathbf{q}$.

Trasformazione con punto fisso

diverso dall'origine

ogni trasformazione lineare invertibile $\mathbf{Q}$ del piano ha l'origine del riferimento cartesiano come unico punto fisso, ovvero $\mathbf{Q}(\mathbf{o}) = \mathbf{o}$

per avere un punto fisso $\mathbf{q}$ diverso dall'origine occorre comporre una successione di tre trasformazioni, che nell'ordine:

1. muova $\mathbf{q}$ nell'origine $\mathbf{o}$;
2. applichi la trasformazione desiderata;
3. riporti l'origine $\mathbf{o}$ in $\mathbf{q}$.

Trasformazione con punto fisso

diverso dall'origine

ogni trasformazione lineare invertibile $\mathbf{Q}$ del piano ha l'origine del riferimento cartesiano come unico punto fisso, ovvero $\mathbf{Q}(\mathbf{o}) = \mathbf{o}$

per avere un punto fisso $\mathbf{q}$ diverso dall'origine occorre comporre una successione di tre trasformazioni, che nell'ordine:

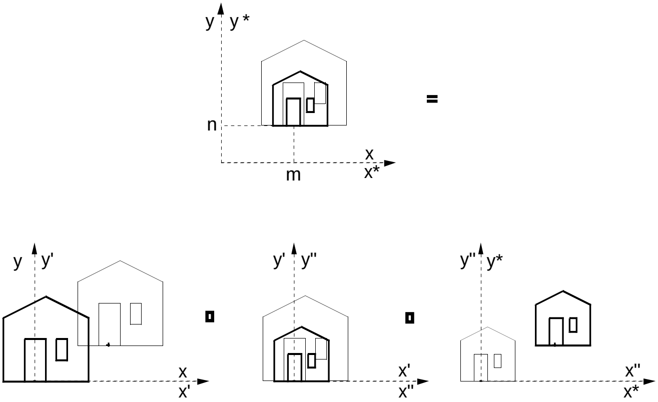
1. muova $\mathbf{q}$ nell'origine $\mathbf{o}$;
2. applichi la trasformazione desiderata;
3. riporti l'origine $\mathbf{o}$ in $\mathbf{q}$.

Trasformazione con punto fisso

scalamento

tensore di scalamento con punto fisso $\mathbf{q} = (m, n)^T \neq \mathbf{o}$:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{q}}(m, n, a, b) = \mathbf{T}_{xy}(m, n) \circ \mathbf{S}_{xy}(a, b) \circ \mathbf{T}_{xy}(-m, -n).$$



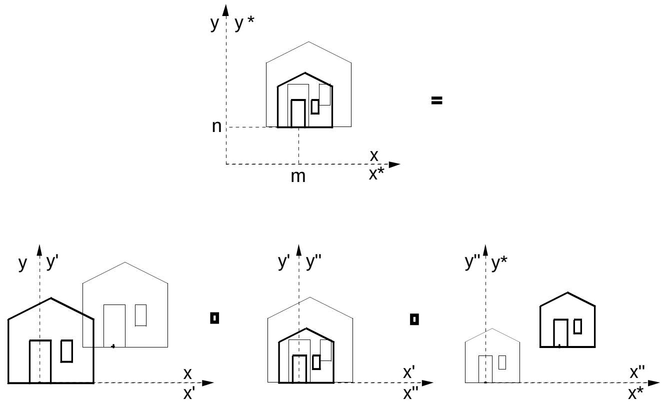
scalamento con punto fisso come prodotto di trasformazioni

Trasformazione con punto fisso

scalamento

tensore di scalamento con punto fisso $\mathbf{q} = (m, n)^T \neq \mathbf{o}$:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{q}}(m, n, a, b) = \mathbf{T}_{xy}(m, n) \circ \mathbf{S}_{xy}(a, b) \circ \mathbf{T}_{xy}(-m, -n).$$

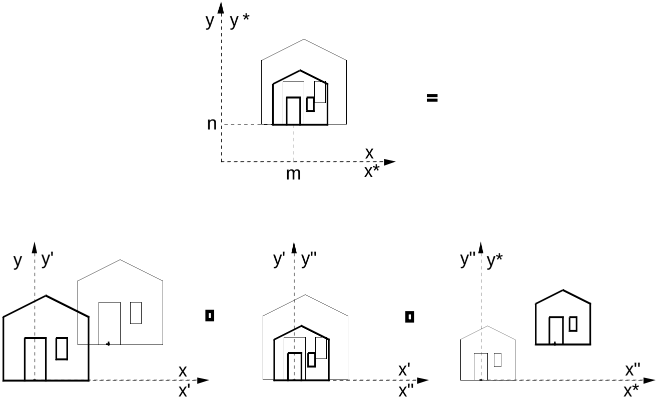


Trasformazione con punto fisso

scalamento

tensore di scalamento con punto fisso $\mathbf{q} = (m, n)^T \neq \mathbf{o}$:

$$\mathbf{S_q}(m, n, a, b) = \mathbf{T}_{xy}(m, n) \circ \mathbf{S}_{xy}(a, b) \circ \mathbf{T}_{xy}(-m, -n).$$



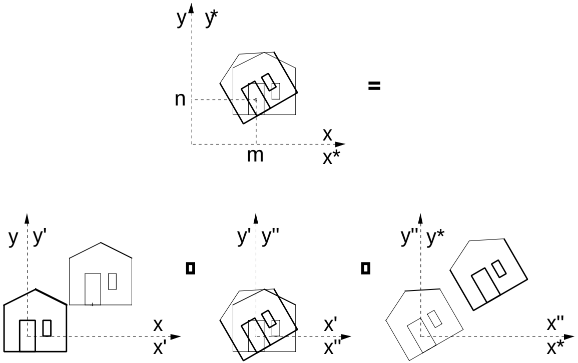
scalamento con punto fisso come prodotto di trasformazioni

Trasformazione con punto fisso

rotazione

tensore di rotazione con punto fisso $\mathbf{q} = (m, n)^T \neq \mathbf{o}$:

$$\mathbf{R_q}(m, n, \alpha) = \mathbf{T}_{xy}(m, n) \circ \mathbf{R}_{xy}(\alpha) \circ \mathbf{T}_{xy}(-m, -n).$$

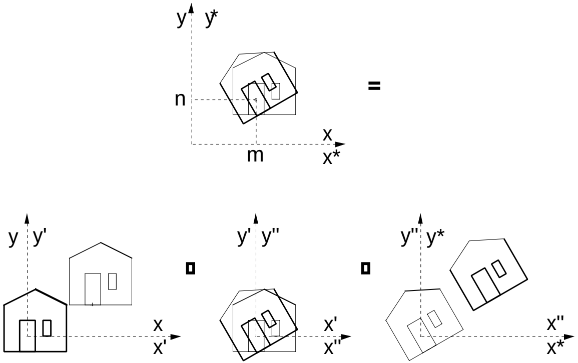


Trasformazione con punto fisso

rotazione

tensore di rotazione con punto fisso $\mathbf{q} = (m, n)^T \neq \mathbf{o}$:

$$\mathbf{R_q}(m, n, \alpha) = \mathbf{T}_{xy}(m, n) \circ \mathbf{R}_{xy}(\alpha) \circ \mathbf{T}_{xy}(-m, -n).$$



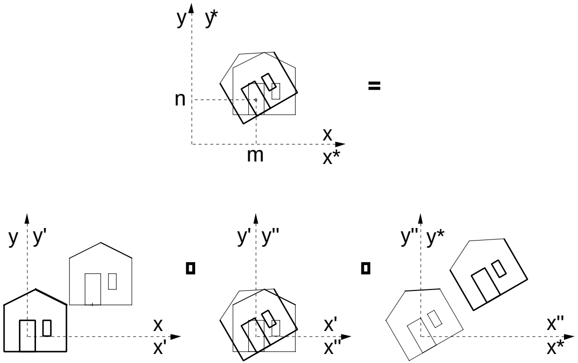
rotazione con punto fisso come prodotto di trasformazioni

Trasformazione con punto fisso

rotazione

tensore di rotazione con punto fisso $\mathbf{q} = (m, n)^T \neq \mathbf{o}$:

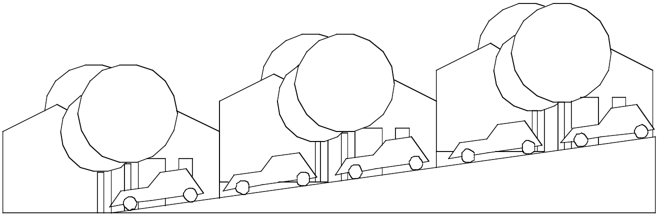
$$\mathbf{R_q}(m, n, \alpha) = \mathbf{T}_{xy}(m, n) \circ \mathbf{R}_{xy}(\alpha) \circ \mathbf{T}_{xy}(-m, -n).$$



rotazione con punto fisso come prodotto di trasformazioni

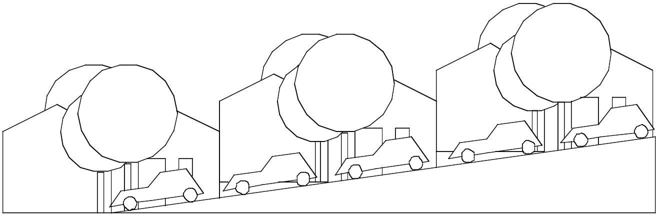
Trasformazioni affini 2d

esempio



Trasformazioni affini 2d

esempio



Sommario

Trasformazioni affini 2D – (1)
- Traslazione
- Scalamento
- Riflessione

Trasformazioni affini 2D – (2)
- Rotazione
- Scorrimento
- Trasformazioni arbitrarie
- Rappresentazione dei tensori

Rappresentazione dei tensori

tensori sono rappresentati in PLaSM applicando la funzione predefinita MAT alla matrice del tensore

$$\texttt{MAT} : \mathbb{R}^3_3 \to \mathrm{lin}\,\mathbb{R}^3$$

i tensori, definiti come endomorfismi di uno spazio vettoriale, hanno cittadinanza di primo grado in PLaSM, e possono essere composti tra loro per generare nuovi tensori. Per esempio:

i tensori possono essere applicati a complessi poliedrali di dimensione arbitraria (d, n)

Rappresentazione dei tensori

tensori sono rappresentati in `PLaSM` applicando la funzione predefinita `MAT` alla matrice del tensore

$$\texttt{MAT} : \mathbb{R}^3_3 \to \operatorname{lin} \mathbb{R}^3$$

i tensori, definiti come endomorfismi di uno spazio vettoriale, hanno cittadinanza di primo grado in `PLaSM`, e possono essere composti tra loro per generare nuovi tensori. Per esempio:

i tensori possono essere applicati a complessi poliedrali di dimensione arbitraria (d, n)

Rappresentazione dei tensori

tensori sono rappresentati in `PLaSM` applicando la funzione predefinita `MAT` alla matrice del tensore

$$\texttt{MAT} : \mathbb{R}^3_3 \to \mathrm{lin}\,\mathbb{R}^3$$

i tensori, definiti come endomorfismi di uno spazio vettoriale, hanno cittadinanza di primo grado in `PLaSM`, e possono essere composti tra loro per generare nuovi tensori. Per esempio:

i tensori possono essere applicati a complessi poliedrali di dimensione arbitraria (d, n)