

Bézier 曲线

陈雨竹 PB19000160

日期：2022 年 4 月 26 日

1 问题描述

根据指定的点绘制 Bézier 曲线和三次 Bézier 样条曲线，得到如图1的结果。

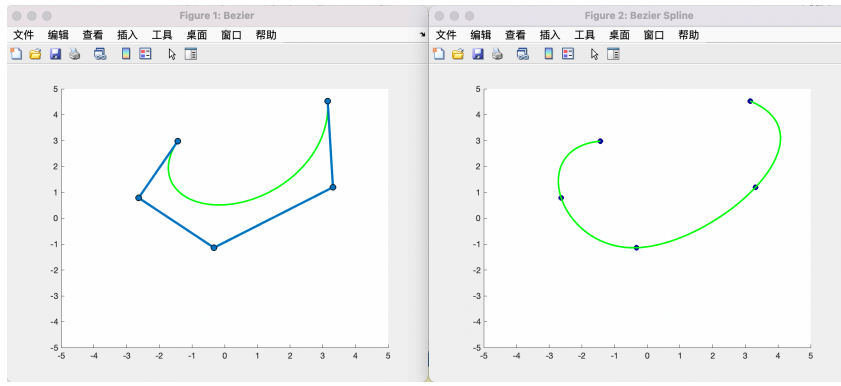


图 1: 实现结果

2 实现方法

编程环境为 MATLAB 9.10.0.1602886 (R2021a)。

本文 Bézier 曲线是基于 Bernstein 基函数的方法，具体细节为对于用户给定的点 $\{x_i\}_{i=0}^n$ 构造关于时间 t 的函数

$$f(t) = \sum_{i=0}^n x_i \binom{n}{i} (1-t)^i t^{n-i}$$

在实际实现中，利用部分 t 取值的函数值近似曲线。这时在交互给定点的时候需要做的是进行矩阵乘法 Ax ，其中 x 为交互点的信息， A 为系数矩阵满足

$$A_{ji} = \binom{n}{i} (1-t_j)^i t_j^{n-i}$$

这个矩阵和交互点无关，故不需要重复构造，可以提前生成。

三次 Bézier 样条曲线的构造方法则是要求曲线精确经过指定点，而且满足整体曲线是 C^2 的。这时可以利用三次样条插值的方法进行计算。

3 实验结果

利用上述方法，实现了函数 `bezier` 和函数 `bezier_spline`，它们可以不加参数的直接运行，分别为两种方法各自的结果。各自的静态效果如图2。

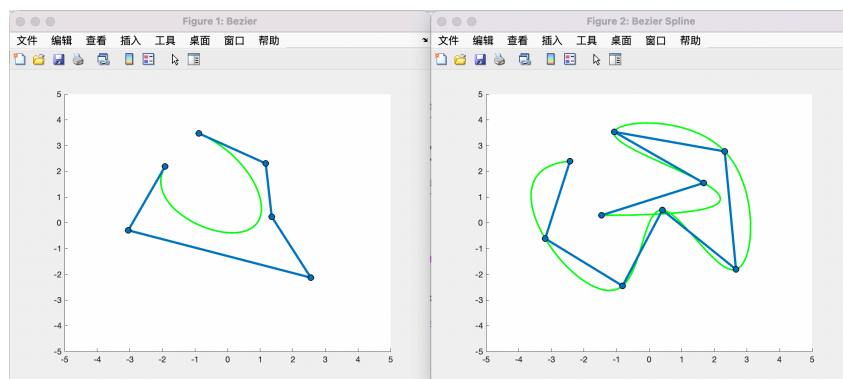


图 2: 各自交互结果

此外，也可以运行 `main` 脚本，它可以通过交互 Bézier 曲线同时改变 Bézier 曲线和样条曲线的结果。联合交互静态的效果如图3。

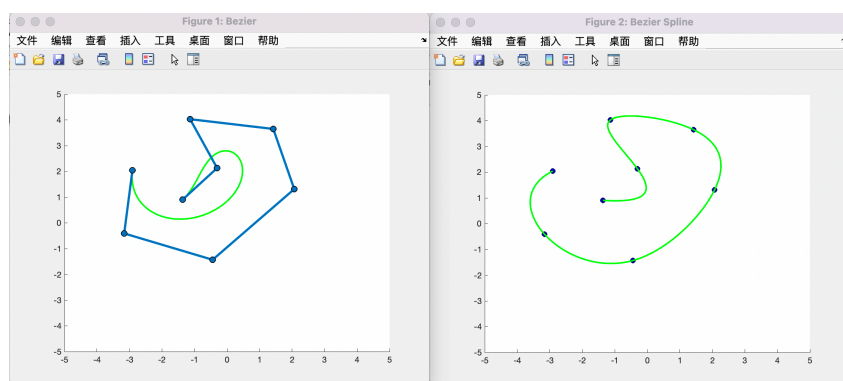


图 3: 联合交互结果