Relações de Recorrência: Método Mestre

Análise de Algoritmos – Ciência da Computação

Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes

IFB – Instituto Federal de Brasília, Campus Taguatinga

Sumário

Sumário

Método Master

Método Master

- O Método Master traz uma "receita de bolo" para resolver todas as recorrências do tipo:

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

Método Master

Teorema (Método Master)

Sejam $a \geq 1$ e $b > 1$ constantes e $f(n)$ uma função. Seja $T(n)$ definida nos inteiros não negativos na recorrência:

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

Caímos em quatro casos:

1. Se $f(n) \in O(n^{\log_b a - \epsilon})$, para algum $\epsilon > 0 \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$.
2. Se $f(n) \in \Theta(n^{\log_b a}) \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \log n)$.
3. Se $f(n) \in \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$, para algum $\epsilon > 0 \Rightarrow T(n) \in \Theta(f(n))$.
    - 3.1. Válido somente se $af(n/b) \leq cf(n)$ para alguma constante $c < 1$ e n suficientemente grande.

Método Master

1. Se $f(n) \in O(n^{\log_b a - \epsilon})$, para algum $\epsilon > 0 \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$.
2. Se $f(n) \in \Theta(n^{\log_b a}) \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \log n)$.
3. Se $f(n) \in \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$, para algum $\epsilon > 0 \Rightarrow T(n) \in \Theta(f(n))$.
   3.1. Válido somente se $af(n/b) \leq cf(n)$ para alguma constante $c < 1$ e n suficientemente grande.

Observação

Nos casos 1 (3) do Método Master, tudo depende se $n^{\log_b a}$ é **polinomialmente maior (menor)** do que $f(n)$.

Sumário

Método Master

Método Master

Avalie a recorrência abaixo de acordo com o Método Master:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), n = 1 \\ 9T(n/3) + n, \quad n > 1 \end{cases}$$

Método Master

Método Master

Avalie a recorrência abaixo de acordo com o Método Master:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), n = 1 \\ T(2n/3) + 1, \quad n > 1 \end{cases}$$

Método Master

Método Master

Avalie a recorrência abaixo de acordo com o Método Master:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), n = 1 \\ 3T(n/4) + n \lg n, & n > 1 \end{cases}$$

Método Master

Método Master

Avalie a recorrência abaixo de acordo com o Método Master:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), n = 1 \\ 2T(n/2) + n \lg n, & n > 1 \end{cases}$$