

Notação Assintótica

Análise de Algoritmos – Ciência da Computação



Prof. Daniel Saad Nogueira
Nunes

IFB – Instituto Federal de Brasília,
Campus Taguatinga



Sumário

- 1 Introdução
- 2 Notação Assintótica



Sumário

1 Introdução



Introdução

Complexidade do Algoritmo

- Chegar na fórmula fechada do pior caso de um algoritmo é muito complicado.
- Por exemplo:

$$2n^2 + 10n + 300$$

- Nos dá quase a mesma informação que a função de pior caso cresce de maneira quadrática em função do tamanho da entrada.
- Além disso, a fórmula fechada depende de como as instruções foram usadas, e isto dificulta bastante o processo.
- A notação assintótica despreza esses detalhes e se concentra somente no crescimento da função.



Sumário

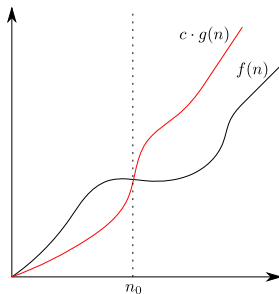
2 Notação Assintótica



Notação O

Notação O

$$O(g(n)) = \{f(n) | 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n), c \in \mathbb{R}^+, \forall n \geq n_0 \in \mathbb{R}^+\}$$





Notação O

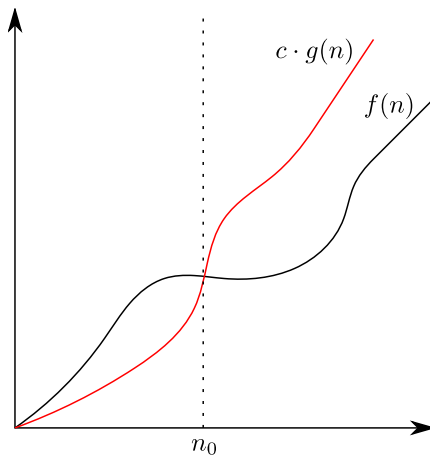


Figura: Notação O .



Notação O

Notação O

- A notação O nos dá uma cota superior, em termos assintóticos.
- Intuitivamente, ela nos diz que se uma função $f \in O(g(n))$, então f não cresce mais rápido que $g(n)$, em termos assintóticos.

Exemplo

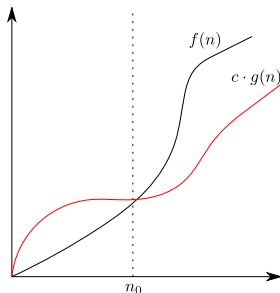
$$\begin{array}{ll} n^2 \in O(n^3) & n^2 \notin O(1) \\ n \in O(2^n) & 2n^2 \notin O(n) \\ \log n \in O(\log^2 n) & \log n \notin O(\log \log n) \end{array}$$



Notação Ω

Notação Ω

$$\Omega(g(n)) = \{f(n) \mid 0 \leq c \cdot g(n) \leq f(n), c \in \mathbb{R}^+, \forall n \geq n_0 \in \mathbb{R}^+\}$$





Notação Ω

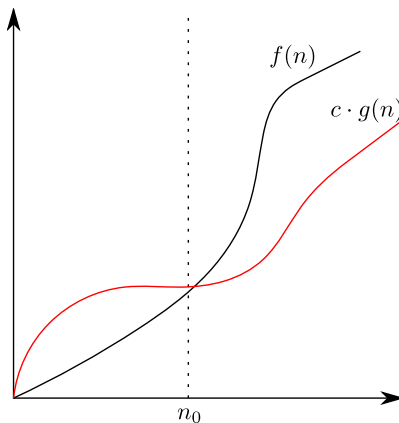


Figura: Notação Ω .



Notação Ω

Notação Ω

- A notação Ω nos dá uma cota inferior, em termos assintóticos.
- Intuitivamente, ela nos diz que se uma função $f \in \Omega(g(n))$, então f não cresce menos que $g(n)$, em termos assintóticos.

Exemplo

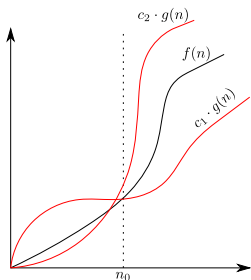
$$\begin{array}{ll} n^2 \in \Omega(n) & n^2 \notin \Omega(n^3) \\ 2n^2 \in \Omega(n^2) & 2n^2 \notin \Omega(2^n) \\ \log n \in \Omega(\log \log n) & \log n \notin \Omega(n) \end{array}$$



Notação Θ

Notação Θ

$$\Theta(g(n)) = \{f(n) | 0 \leq c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n), \\ c_1, c_2 \in \mathbb{R}^+, \forall n \geq n_0 \in \mathbb{R}^+\}$$





Notação Θ

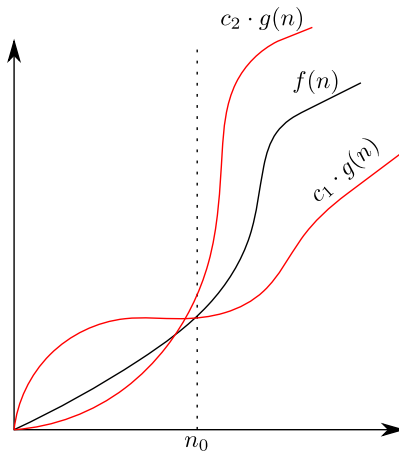


Figura: Notação Θ .



Notação Θ

Notação Θ

- A notação Θ nos dá uma cota **justa**, em termos assintóticos.
- Intuitivamente, ela nos diz que se uma função $f \in \Theta(g(n))$, então f cresce tanto quanto $g(n)$, em termos assintóticos.

Exemplo

$$\begin{array}{ll} n^2 \in \Theta(n^2) & n^2 \notin \Theta(n^3) \\ 10^{900}n^2 \in \Theta(n^2) & 200n^2 \notin \Theta(n) \\ \frac{1}{2} \log n \in \Theta(\log n) & \frac{1}{2} \log n \notin \Theta(\sqrt{n}) \end{array}$$



Notação Assintótica

Ajustando as Cotas

- É imprescindível buscar sempre uma cota justa para a função de custo de pior caso de um algoritmo, isto é:
 - ▶ $O(g(n)) \downarrow$
 - ▶ $\Omega(g(n)) \uparrow$
 - ▶ $\Theta(g(n))$
- Superestimar cotas superiores ou subestimar cotas inferiores levam uma estimativa inadequada dos recursos necessários para a execução do algoritmo.



Notação o

Notação o

$$o(g(n)) = \{f(n) | 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n), \forall c \in \mathbb{R}^+, \forall n \geq n_0 \in \mathbb{R}^+\}$$

- Equivalentemente temos:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$$

- Intuitivamente, f se torna desprezível em relação a g à medida que n cresce.



Notação ω

Notação ω

$$\omega(g(n)) = \{f(n) \mid 0 \leq c \cdot g(n) \leq f(n), \forall c \in \mathbb{R}^+, \forall n \geq n_0 \in \mathbb{R}^+\}$$

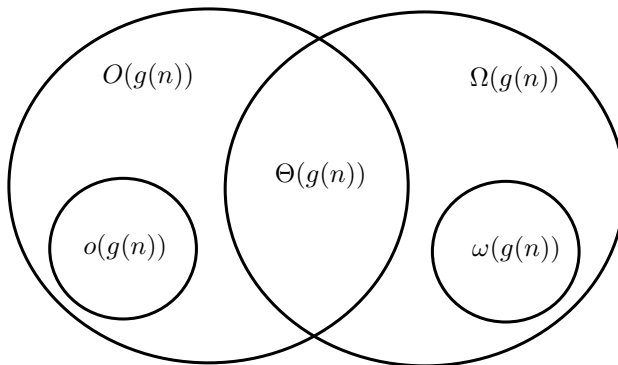
- Equivalentemente temos:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \infty$$

- Intuitivamente, g se torna desprezível em relação a f à medida que n cresce.



Notação Assintótica





Notação Assintótica

Notação Assintótica em Equações e Desigualdades

- O que significa a seguinte equação:

$$f(n) = n^3 + \Theta(n^2)$$

- A notação assintótica pode servir para eliminar constantes e detalhes que não são importantes em notações e desigualdades.



Notação Assintótica

Notação Assintótica em Equações e Desigualdades

- O que significa a seguinte equação:

$$f(n) = n^3 + \Theta(n^2)$$

- A notação assintótica pode servir para eliminar constantes e detalhes que não são importantes em notações e desigualdades.

$$3n^3 + 2n^2 + 35n + 29143 = 3n^3 + \Theta(n^2)$$

- Os detalhes dos termos de menor ordem foram omitidos pelo uso da notação assintótica.