

# Relações de Recorrência: Método Mestre

Análise de Algoritmos – Ciência da Computação



Prof. Daniel Saad Nogueira  
Nunes

IFB – Instituto Federal de Brasília,  
Campus Taguatinga



# Sumário

---

1 Método Master

2 Exemplos



# Sumário

---

## 1 Método Master



# Método Master

---

## Método Master

- O Método Master traz uma “receita de bolo” para resolver todas as recorrências do tipo:

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$





# Método Master

## Teorema (Método Master)

Sejam  $a \geq 1$  e  $b > 1$  constantes e  $f(n)$  uma função. Seja  $T(n)$  definida nos inteiros não negativos na recorrência:

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

Caímos em quatro casos:

- ❶ Se  $f(n) \in O(n^{\log_b a - \epsilon})$ , para algum  $\epsilon > 0 \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$ .
- ❷ Se  $f(n) \in \Theta(n^{\log_b a}) \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \log n)$ .
- ❸ Se  $f(n) \in \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$ , para algum  $\epsilon > 0 \Rightarrow T(n) \in \Theta(f(n))$ .
  - ❸.1 Válido somente se  $af(n/b) \leq cf(n)$  para alguma constante  $c < 1$  e  $n$  suficientemente grande.



# Método Master

---

- ❶ Se  $f(n) \in O(n^{\log_b a - \epsilon})$ , para algum  $\epsilon > 0 \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$ .
- ❷ Se  $f(n) \in \Theta(n^{\log_b a}) \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \log n)$ .
- ❸ Se  $f(n) \in \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$ , para algum  $\epsilon > 0 \Rightarrow T(n) \in \Theta(f(n))$ .
  - ❶ Válido somente se  $af(n/b) \leq cf(n)$  para alguma constante  $c < 1$  e  $n$  suficientemente grande.

## Observação

Nos casos 1 (3) do Método Master, tudo depende se  $n^{\log_b a}$  é **polinomialmente maior (menor)** do que  $f(n)$ .



# Sumário

---

## 2 Exemplos



# Método Master

---

## Método Master

Avalie a recorrência abaixo de acordo com o Método Master:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 1 \\ 9T(n/3) + n, & n > 1 \end{cases}$$





# Método Master

---

## Método Master

Avalie a recorrência abaixo de acordo com o Método Master:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 1 \\ T(2n/3) + 1, & n > 1 \end{cases}$$



# Método Master

---

## Método Master

Avalie a recorrência abaixo de acordo com o Método Master:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 1 \\ 3T(n/4) + n \lg n, & n > 1 \end{cases}$$



# Método Master

---

## Método Master

Avalie a recorrência abaixo de acordo com o Método Master:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 1 \\ 2T(n/2) + n \lg n, & n > 1 \end{cases}$$