



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília – Câmpus Taguatinga  
Ciência da Computação – Análise de Algoritmos  
Lista de Exercícios – Complexidade Computacional e  $\mathcal{NP}$ -completude  
Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes

Aluno: \_\_\_\_\_  
Matrícula: \_\_\_\_\_

### Exercício 1

Defina as classes  $\mathcal{P}$  e  $\mathcal{NP}$ .

### Exercício 2

Discorra sobre a questão  $\mathcal{P}$  vs  $\mathcal{NP}$ .

### Exercício 3

Demonstrar que existe um algoritmo que leva tempo  $O(2^n)$  para SAT é suficiente para provar que  $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ ?

### Exercício 4

O que significa um problema ser  $\mathcal{NP}$ -completo? Por que demonstrar que um problema é  $\mathcal{NP}$ -completo é atestar a sua dificuldade?

### Exercício 5

Quais os caminhos para demonstrar que  $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ ? E sobre  $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ ?

### Exercício 6

Tome o problema LONGEST-PATH:

- **Entrada:** um grafo  $G = (V, E)$ , uma função  $c : E \rightarrow \mathbb{R}$  de custo sobre as arestas e um inteiro  $k$ .
- **Saída:** **Verdadeiro** se o maior caminho em  $G$  possui tamanho  $\geq k$ , **Falso**, caso contrário.

Demonstre que  $\text{LONGEST-PATH} \in \mathcal{NPC}$ .

**Dica:** Demonstre que LONGEST-PATH está em  $\mathcal{NP}$  e encontre uma redução de HAMILTONIAN-PATH para LONGEST-PATH em tempo polinomial.

### Exercício 7

Tome o problema TSP:

- **Entrada:** um grafo  $G = (V, E)$ , uma função  $c : E \rightarrow \mathbb{R}$  de custo sobre as arestas e um inteiro  $k$ .

- 
- **Saída: Verdadeiro** se existe um ciclo hamiltoniano de custo  $\leq k$  em  $G$ , **Falso** caso contrário.

Demonstre que  $\text{TSP} \in \mathcal{NP}$ .

**Dica:** Demonstre que  $\text{TSP}$  está em  $\mathcal{NP}$  e encontre uma redução de  $\text{HAMILTONIAN-CYCLE}$  para  $\text{TSP}$  em tempo polinomial.

## Exercício 8

Um conjunto independente de um grafo  $G = (V, E)$  é um subconjunto  $V' \subseteq V$  tal que cada aresta de  $E$  incide em no máximo um elemento de  $V'$ , isto é, em outras palavras, não existem arestas ligando dois vértices de  $V'$ . Tome o problema do Conjunto Independente,  $\text{IS}$ :

- **Entrada:** um grafo  $G = (V, E)$  um inteiro  $k$ .
- **Saída: Verdadeiro** se existe um conjunto independente de tamanho  $\geq k$  em  $G$ , **Falso** caso contrário.

Demonstre que  $\text{IS} \in \mathcal{NP}$ .

**Dica:** Demonstre que  $\text{IS}$  está em  $\mathcal{NP}$  e encontre uma redução de  $\text{CLIQUE}$  para  $\text{IS}$  em tempo polinomial.

## Exercício 9

Tome o problema ( $\text{PARTITION}$ ):

- **Entrada:** Um conjunto  $S = \{s_0, \dots, s_{n-1}\}$  de inteiros positivos.
- **Saída: Verdadeiro**, se existem  $S'$  e  $S''$  tal que:

$$\sum_{x \in S'} x = \sum_{y \in S''} y$$

com  $S' \cup S'' = S$  e  $S' \cap S'' = \emptyset$ , **Falso**, caso contrário.

Demonstre que  $\text{Partition} \in \mathcal{NP}$ .

**Dica:** Demonstre que  $\text{PARTITION}$  está em  $\mathcal{NP}$  e encontre uma redução de  $\text{SUBSET-SUM}$  para  $\text{PARTITION}$  em tempo polinomial.

## Exercício 10

Tome o seguinte problema *Bin-Packing* ( $\text{BIN}$ ):

- **Entrada:** Um conjunto de  $S$  de  $n$  objetos cada qual com peso  $0 < s_i < 1$  e um inteiro  $k$ .
- **Saída: Verdadeiro**, se é possível empacotar os elementos de  $S$  com até  $k$  sacos que suportam 1 de peso, **Falso** caso contrário.

Desmontre que  $\text{BIN} \in \mathcal{NP}$ .

**Dica:** Demonstre que  $\text{BIN}$  está em  $\mathcal{NP}$  e encontre uma redução de  $\text{PARTITION}$  para  $\text{BIN}$  em tempo polinomial.

---

**Exercício 11**

Demonstre a existência de um 2-algoritmo de aproximação para o problema VC.

**Exercício 12**

Demonstre a existência de um 2-algoritmo de aproximação para o problema TSP sobre um espaço euclidiano.