Relações de Recorrência: Método da Iteração

Análise de Algoritmos - Ciência da Computação



Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes

IFB – Instituto Federal de Brasília, Campus Taguatinga



Sumário

Iteração



Método da Iteração

 O método da Iteração consiste em expandir a relação de recorrência de modo a encontrar uma fórmula fechada que expresse o crescimento da função associada à recorrência.



Método da Iteração

Resolva a seguinte recorrência:

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ T(n-1) + n, & n > 1 \end{cases}$$

$$T(n) = T(n-1) + n$$

$$= T(n-2) + (n-1) + n$$

$$\vdots$$

$$= 1 + 2 + \ldots + (n-1) + n$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} \in \Theta(n^2) \quad \diamond \text{Soma da PA}$$



Método da Iteração

- Muitas das vezes, não é possível encontrar uma fórmula fechada para a recorrência devido a termos estarem expressos através da notação assintótica.
- Neste caso, podemos achar um chute inicial para o método da substituição usando uma aproximação obtida pelo método da iteração.



Exemplo

Resolva a recorrência:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 1 \\ 3T(n/4) + \Theta(n^2), & n > 1 \end{cases}$$

$$T(n) = 3T(n/4) + cn^{2}$$

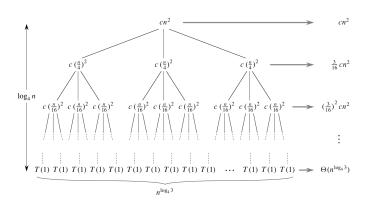
$$= 3T(n/16) + cn^{2} + 3c(n/4)^{2}$$

$$= 3T(n/64) + cn^{2} + 3c(n/4)^{2} + 9c(n/16)^{2}$$

$$\vdots$$



Árvore de Recursão





Método da Iteração Resolva a recorrência:

$$\begin{split} T(n) &= \sum_{i=0}^{\log_4 n} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \quad \diamond (3^{\log_4 n}) \text{ folhas} \\ &< \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\ &= \frac{1}{1 - \left(\frac{3}{16}\right)} cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \quad \diamond \text{ Soma da PG} \\ &= \frac{16}{13} cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \in O(n^2) \end{split}$$

Agora podemos usar o método da substituição