Modelli dinamici Pt.1
Corso di LSMC, a.a. 2017-2018

Davide Gori
550282

November 1, 2018

1 Prima sperimentazione: moto di un paracadutista

Si vuole simulare il moto di un paracadutista che viene lanciato da un aereo in volo.

- Altitudine aereo: 1200 metri.
- Istante apertura paracadute: x_p.
- Coefficiente resistenza aria per $x < x_p$: $k_1 = 16.4$.
- Coefficiente resistenza aria per $x > x_p$: $k_2 = 180$.
- Peso paracadutista: $m = 90$ chili.

Studierò il moto del paracadutista supponendo che il paracadute venga aperto nell'istante $xp = 15$.
Risolvendo numericamente il problema sull'intervallo $[0, x_max]$ mediante il metodo di Runge-Kutta classico e rappresentando graficamente lo spostamento e la velocità sulla stessa figura in due grafici diversi.
Infine stabiliremo il valore di x_max e la velocità del paracadutista al momento dell'atterraggio.

1.1 L'implementazione

L'equazione differenzile è la seguente (`fun`):

$$\begin{cases} y'' = -g - h_1 y', & t \leq x_p \\ y'' = -g - h_2 y', & t > x_p \end{cases} \tag{1}$$

Dove $h_1 = \frac{k_1}{m} = \frac{16.5}{90}$, $h_2 = \frac{k_2}{m} = \frac{180}{90}$, $g = 9.8$ e $x_p = 15$.

1.2 Il codice

Questo è lo script che realizza lasperimentazione:

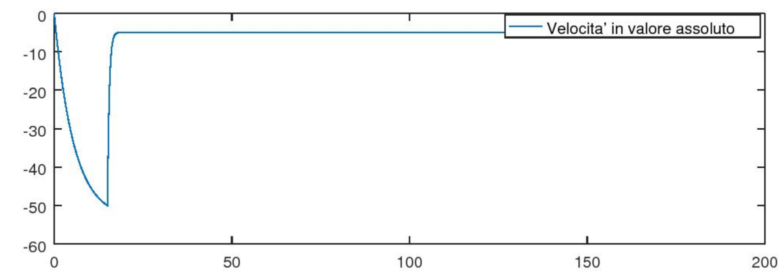
```
[x,y] = RK4(@fun,[0, 150],[0, 1200], 0.01);

subplot(2, 1, 1)
plot(x,y(:,1))
legend("Velocita'␣in␣valore␣assoluto")

subplot(2, 1, 2)
plot(x,y(:,2), "b")
hold on
plot(x,zeros(1, length(x)), "r")
legend("Altitudine")

y(14738, 1)
y(14738, 2)
x(14738)
```

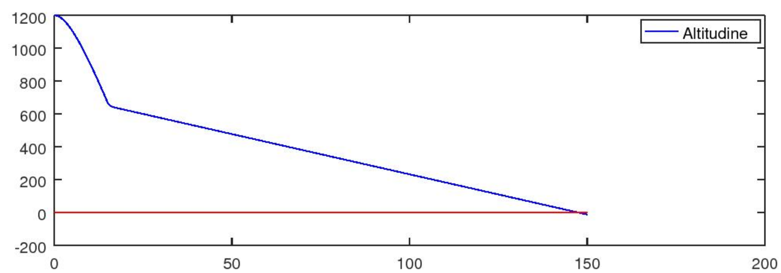
Dove `fun` è la seguente:

```
function yp = fun(x,y)
h1=16.5/90;
h2=180/90;
g=9.8;
xp=15;
if x<xp
    yp(1) = -g-h1*y(1);
    yp(2) = y(1);
else
    yp(1) = -g-h2*y(1);
    yp(2) = y(1);
end
```

1.3 Risultati

Riportiamo il grafico in output.





Aiutandoci con il grafico e con un po' di tentativi a mano si scopre che:

- l'atterraggio avviene al tempo 147.38.
- la velocità all'atterraggio è $y'(147.38) = -4.9$

2 Seconda sperimentazione: pendolo semplice

Utilizzando la routine ode45, risolverò l'equazione del pendolo semplice associata alle condizioni iniziali: $y(0) = \frac{\pi}{6}$ e $y'(0) = 0$ nell'intervallo $[0, 10]$, con $l = 2$. Creerò poi un grafico della situazione.

2.1 L'implementazione

L'equazione differenzile è la seguente:

$$\begin{cases} y'' = -k \sin(y) \\ y(0) = \frac{\pi}{6} \\ y'(0) = 0 \end{cases} \tag{2}$$

Dove $k = \frac{g}{l} = \frac{9.8}{2}$.

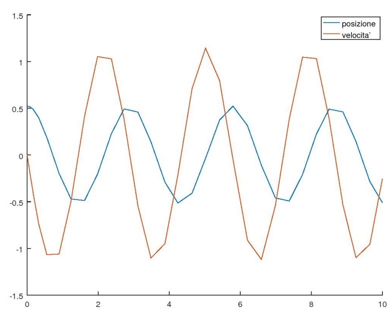
2.2 Il codice

Questo è lo script che realizza la sperimentazione:

```
k=9.8/2;
f = @(x,y) [y(2); -k*sin(y(1))];
y0 = [pi/6,0];
[x,y] = ode45(f,[0, 10],y0);
hold on
plot(x,y(:,1))
plot(x,y(:,2))
legend("posizione", "velocita'")
```

2.3 Risultati

Riportiamo il grafico in output.



3 Terza sperimentazione: pendolo approssimato

Ripetiamo la sperimentazione precedente approssimando $\sin(y)$ con y. e confrontiamo i due modelli.

3.1 L'implementazione

L'equazione differenzile è la seguente:

$$\begin{cases} y'' = -ky \\ y(0) = \frac{\pi}{6} \\ y'(0) = 0 \end{cases} \tag{3}$$

Dove $k = \frac{g}{l} = \frac{9.8}{2}$.

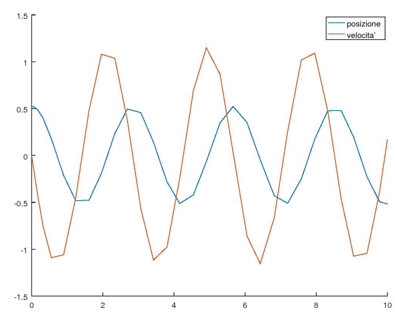
3.2 Il codice

Questo è lo script che realizza la sperimentazione:

```
k=9.8/2;
f = @(x,y) [y(2); -k*y(1)];
y0 = [pi/6,0];
[x,y] = ode45(f,[0, 10],y0);
hold on
plot(x,y(:,1))
plot(x,y(:,2))
legend("posizione", "velocita'")
```

3.3 Risultati

Riportiamo il grafico in output.
Si osserva che la soluzione è molto simile a quella esatta, quindi abbiamo usato



una buona approssimazione, cioè y resta piccolo. Si nota comunque che nel caso non approssimato si ha un periodo di oscillazione leggermente più breve.

4 Quarta sperimentazione: oscillatore armoinco smorzato

considererò l'equazione dell'oscillatore armonico semplice con i parametri fissati come segue:

- oscillatore libero non smorzato: $m = 1$, $h = 10$, $k = 0$, $f = 0$; con condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ e si osservi il fenomeno nell'intervallo $[0, 60]$;

- oscillatore libero sottosmorzato: $m = 1$, $h = 10$, $k = 0.5$, $f = 0$; con condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ e si osservi il fenomeno nell'intervallo $[0, 60]$;

- oscillatore libero sovrasmorzato: $m = 1$, $h = 10$, $k = 10$, $f = 0$; con condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ e si osservi il fenomeno nell'intervallo $[0, 60]$;
- oscillatore libero smorzato: $m = 1$, $h = 10$, $k = 0.75$, $f = 25$; con condizioni iniziali $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$ e si osservi il fenomeno nell'intervallo $[0, 60]$;

Scriverò un file di tipo script che, per mezzo di un menu, permetta all'utente di scegliere il caso test, i cui parametri sono definiti in un ciclo switch. Determinando la soluzione numerica mediante la routine `ode45`. Creerò poi dei grafici delle soluzioni.

4.1 Implementazione

il modello è il seguente:

$$\begin{cases} y'' = -\frac{k}{m}y' - \frac{g}{h}sin(y) + f \\ y(0) = y_0 \\ y'(0) = y'_0 \end{cases} \tag{4}$$

4.2 Il codice

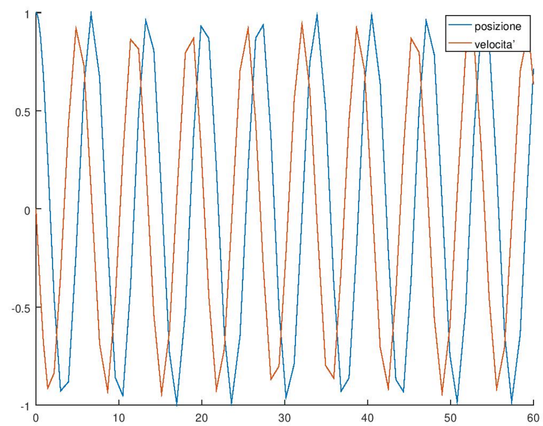
Questo è lo script che realizza la sperimentazione:

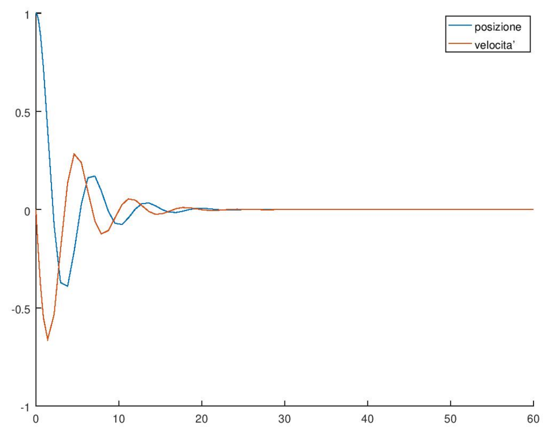
```
i=input("scegli␣uno␣dei␣4␣casi:\n1)␣oscillatore␣libero␣non␣smorzato\n2)oscillatore␣libero␣sottosmorzat
switch i
    case 1
        a=0/1; %k/m
        b=9.8/10; %g/h
        f=0;
        y0 = [1,0];
    case 2
        a=0.5/1; %k/m
        b=9.8/10; %g/h
        f=0;
        y0 = [1,0];
    case 3
        a=10/1; %k/m
        b=9.8/10; %g/h
        f=0;
        y0 = [1,0];
    case 4
        a=0.75/2; %k/m
        b=9.8/10; %g/h
        f=25;
        y0 = [2,0];
    otherwise
        "non␣ho␣capito␣il␣comando"
```

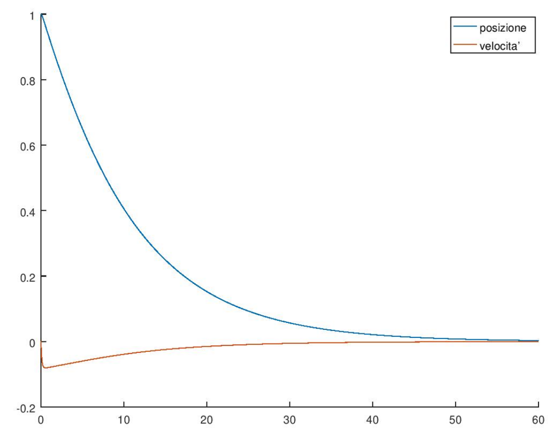
```
        break
end
f = @(x,y) [y(2); -a*y(2)-b*sin(y(1))+f];
[x,y] = ode45(f,[0, 60],y0);
hold on
plot(x,y(:,1))
plot(x,y(:,2))
legend("posizione", "velocita’")
```

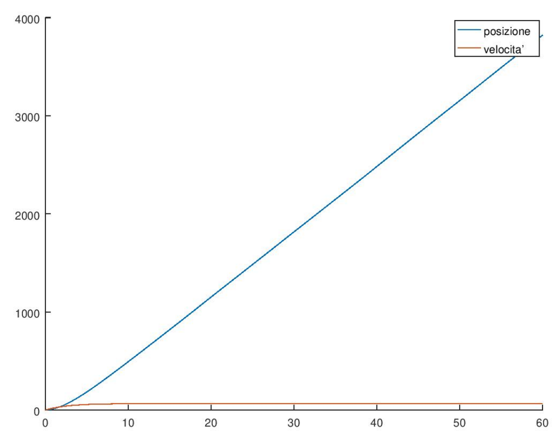
4.3 Risultati

Riportiamo i grafici in output.






posizione
velocita'


posizione
velocita'