Tarefa 01

Davi Feliciano

Fevereiro de 2021

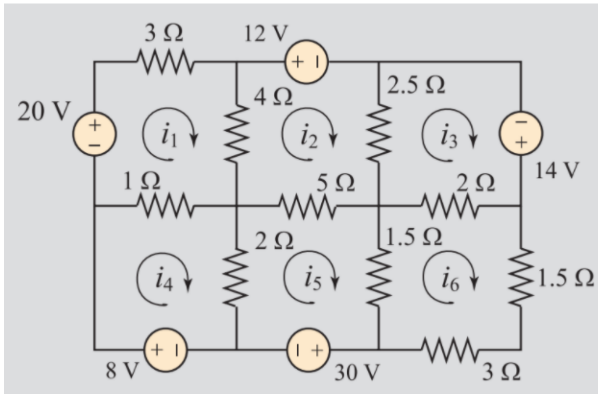

Figure 1: Problema 4.37 do livro Numerical Methods for Engineers and Scientists, de Amos Gilat and Vish Subramaniam

1 O Problema

As correntes i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, e i_6 no circuito mostrado podem ser determinadas a partir da solução do seguinte sistema de equações (obtido com a aplicação da lei de Kirchhoff):

$$\begin{cases} 8i_1 - 4i_2 - i_4 = 20 \\ -2.5i_2 + 4.5i_3 - 2i_6 = 14 \\ -5i_2 - 2i_4 + 8.5i_5 - 1.5i_6 = -30 \\ -4i_1 + 11.5i_2 - 2.5i_3 - 5i_5 = -12 \\ -i_1 + 3i_4 - 2i_5 = 8 \\ -2i_3 - 1.5i_5 + 8i_6 = 0 \end{cases}$$

Para obter a solução de tal sistema, usaremos dois algoritmos distintos e discutiremos as diferenças entre ambos.

2 Os Algoritmos

Os algoritmos utilizados na solução foram Eliminação de Gauss e Decomposição LU, ambos com pivoteamento parcial, já que a matriz dos coeficientes possuí zeros em sua diagonal.

Claramente, o método de Decomposição LU se faz mais vantajoso quando precisamos resolver r sistemas lineares $Ax = b_n$ com $n = 1, ..., r$.

Isso pode ser facilmente visto se compararmos o custo computacional de cada um dos métodos, que para a Decomposição LU é de $C_{LU} = \mathcal{O}(N^3 + rN^2)$ enquanto que para a Eliminação de Gauss, o custo é de $C_{GE} = \mathcal{O}(rN^3)$, sendo N a ordem da matriz A.

3 A Solução

Ambos os algoritmos chegaram a mesma solução para o sistema, com erros de arredondamento menores que 10^{-12}.

$$x = \begin{bmatrix} 1.046968756466 \\ -2.757569487551 \\ 1.268915097593 \\ -0.593971998069 \\ -5.414442375336 \\ -0.697979170977 \end{bmatrix}$$

É claro que, se tratando de um circuito eletrônico, duas casas decimais de precisão já são suficientes para qualquer finalidade prática.

Outro fator a se observar é que o tempo de execução da Fatoração LU foi da ordem de $0,15ms$, enquanto a Eliminação de Gauss demorou $0,20ms$, em média. Isso é esperado, uma vez que nesse caso $r = 1$ e $N = 6$, o que implica em $C_{LU} = 1,17C_{GE}$.