

Relatório de Atividades
Computação Inspirada pela Natureza

TRABALHO 1: ALGORITMO GENÉTICO

Davi Augusto Neves Leite

Professor: Fabricio Aparecido Breve

Departamento de Computação, Faculdade de Ciências, Universidade
Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Abril/2023

1 Introdução

O Algoritmo Genético (AG) é uma técnica de otimização inspirada na evolução biológica capaz de encontrar soluções aproximadas para problemas complexos utilizando, para isso, conceitos de seleção natural (como *crossover* e mutação), reprodução e avaliação. Por conta de sua estrutura, é possível lidar com problemas não lineares e não convencionais, tornando-a uma técnica muito aplicada nas mais diversas áreas, como Engenharia, Ciência da Computação e Biologia.

Diante disso, o presente relatório tem por objetivo investigar o desempenho do AG em diferentes configurações e objetivos, além de compará-lo com outras técnicas de otimização. Para tanto, foram realizados três exercícios diferentes: o primeiro baseado em reconhecimento de padrões de *bitstrings*, o segundo baseado na maximização de uma função monovariável, e o terceiro baseado na minimização de uma função de duas variáveis. Para cada exercício, foram testadas diferentes configurações do AG, como tamanho de população, número de gerações, taxa de *crossover* e taxa de mutação. Além disso, no segundo exercício os resultados do AG foram comparados com as técnicas de otimização denominadas "Subida da Colina" (*Hill-Climbing* - HC) e "Recozimento Simulado" (RS).

1.1 Organização do Trabalho

O presente relatório está estruturado da seguinte forma: na Seção 2 tem-se a descrição dos experimentos gerais propostos e materiais utilizados. Na Seção 3, são descritos os experimentos específicos de cada exercício, apresentados e discutidos os resultados obtidos. Por fim, na Seção 4 são apresentadas as considerações finais gerais considerando o contexto de aplicação do AG em cada exercício.

2 Materiais e Métodos

A fim de medir-se a acurácia do AG para os problemas propostos no enunciado do trabalho, foi realizada uma avaliação quantitativa baseada na captura de dados de aptidão, número de gerações e de tempo de execução (em segundos). Como cada exercício possui suas próprias particularidades experimentais, os métodos descritos em capítulos relativos a cada exercício na Seção 3. Contudo, enfatiza-se que, para cada exercício, foram geradas tabelas com valores estatísticos, como média, mediana, máximo e mínimo, para as métricas de aptidão, número de gerações e tempo de execução, além de gráficos de "aptidão x geração".

2.1 Materiais

Os principais recursos necessários para a execução do trabalho podem ser vistos a seguir.

1. Software

- Sistemas Operacionais: Windows 11 para *desktop*;
- Ambiente de Desenvolvimento Integrado: Microsoft Visual Studio Code;
- Linguagem de Programação: Python 3.11.3 64-bit.
Pacotes Extras Não-Nativos: NumPy e Matplotlib.

2. Hardware

- Notebook pessoal Lenovo Ideapad 330-15IKB com: processador Intel Core i7-8550U, HDD WD Blue WD10SPZX de 1TB, SSD Crucial BX500 de 240GB, 12 GB DDR4 de Memória RAM e placa de vídeo NVIDIA GeForce MX150 (2 GB GDDR5 de memória).

3 Experimentos e Resultados

O objetivo deste capítulo é apresentar os experimentos e resultados obtidos para cada um dos exercícios. O exercício 01 será detalhado na Subseção 3.1, o exercício 02 na Subseção 3.2 e, por fim, o exercício 03 na Subseção 3.3.

3.1 Exercício 1

O primeiro exercício consiste na aplicação do AG para reconhecimento de padrões do número 0 representado pela *bitstring* [111101101111]. Ademais, foi sugerido para testar diferentes taxas de *crossover* e mutação, incluindo a nulidade de alguma das duas. Utilizou-se, como função de aptidão, a distância de Hamming e, tendo em vista que o tamanho dessa *bitstring* é 12, o valor de aptidão ideal para o AG obter era o valor 12.

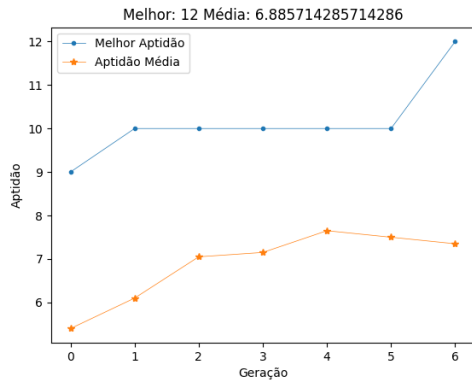
Diante disso, a metodologia adotada para a realização e avaliação dos experimentos consistiu em uma série de restrições e variações de parâmetros no AG. Foram realizados **quatro ciclos de execução**, em sequência, onde a taxa de *crossover* e mutação foi fixada para selecionar um tamanho de população, seguido pela variação em pares de taxas de *crossover* e mutação, variação somente da taxa de *crossover* com a taxa de mutação nula, e variação somente da taxa de mutação com a taxa de *crossover* nula. Cada ciclo teve o AG sendo executado **25 vezes para cada tamanho de população**, de tal forma a garantir uma amostra estatisticamente significativa para as tabelas.

Os parâmetros adotados para a configuração do AG foram os seguintes: *bitstrings* de tamanho fixo de 12 bits, número máximo de gerações permitido de 10000, número máximo de "paciência" para a estagnação do AG de 50; método de seleção pela roleta e sem elitismo. Ademais, quatro tamanhos diferentes de população inicial foram testados: 20, 30, 40 e 50. Considerou-se como sendo o melhor tamanho aquele que houve a menor média de geração para convergência do algoritmo. As taxas de *crossover* variaram entre 0.5, 0.6, 0.7 e 0.8, enquanto que as taxas de mutação variaram entre 0.1, 0.2, 0.3 e 0.4. Vale lembrar que no primeiro ciclo foram fixados os valores mais baixos de ambas taxas.

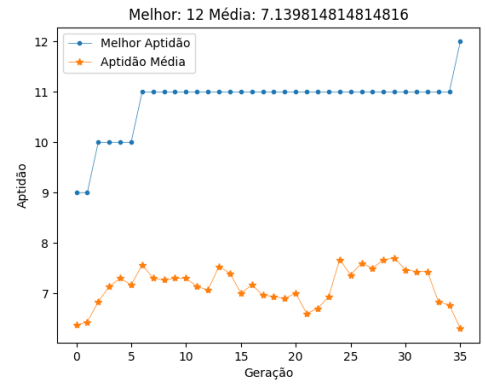
Por fim, os gráficos foram gerados a partir de uma execução aleatória entre as 25 realizadas em cada ciclo. Já as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução foram criadas ao término de cada ciclo.

3.1.1 Ciclo 1

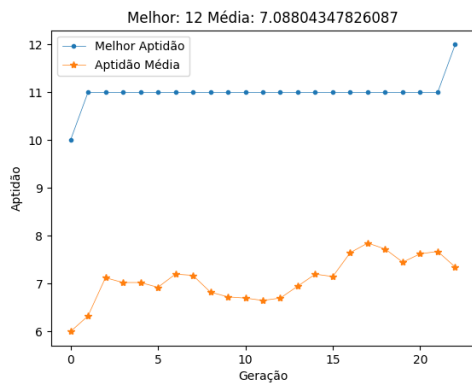
Esta seção apresenta os resultados obtidos no primeiro ciclo de execuções. Na Figura 1, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 1, na Tabela 2 e na Tabela 3 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



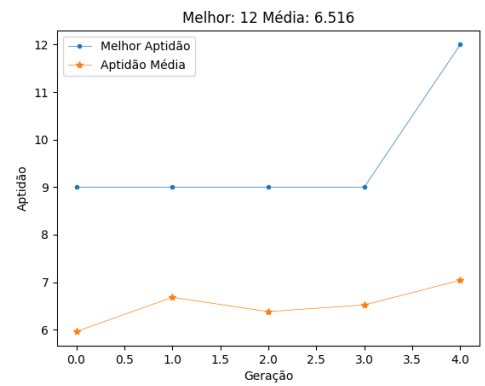
(a) População 20 e Experimento 11.



(b) População 30 e Experimento 22.



(c) População 40 e Experimento 17.



(d) População 50 e Experimento 25.

Figura 1: Gráficos do Ciclo 1.

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
20.0000	0.5000	0.1000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000
30.0000	0.5000	0.1000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000
40.0000	0.5000	0.1000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000
50.0000	0.5000	0.1000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000

Tabela 1: Aptidão do Ciclo 1

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
20.0000	0.5000	0.1000	40.0400	31.2109	37.0000	1.0000	112.0000
30.0000	0.5000	0.1000	34.3600	20.3527	36.0000	3.0000	83.0000
40.0000	0.5000	0.1000	21.2400	18.1379	16.0000	4.0000	100.0000
50.0000	0.5000	0.1000	21.2800	21.0875	17.0000	1.0000	95.0000

Tabela 2: Geração do Ciclo 1

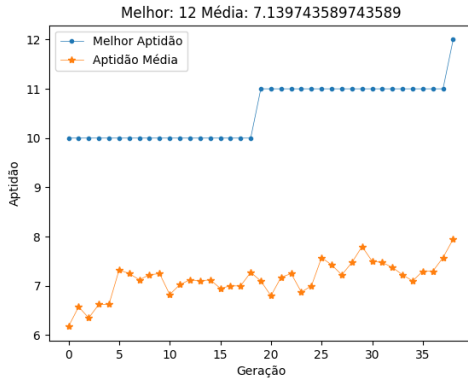
Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
20.0000	0.5000	0.1000	0.0589	0.0551	0.0413	0.0020	0.2160
30.0000	0.5000	0.1000	0.0927	0.0528	0.0855	0.0105	0.2319
40.0000	0.5000	0.1000	0.0938	0.0614	0.0784	0.0246	0.2546
50.0000	0.5000	0.1000	0.0692	0.0637	0.0600	0.0095	0.2902

Tabela 3: Tempo (em segundos) do Ciclo 1

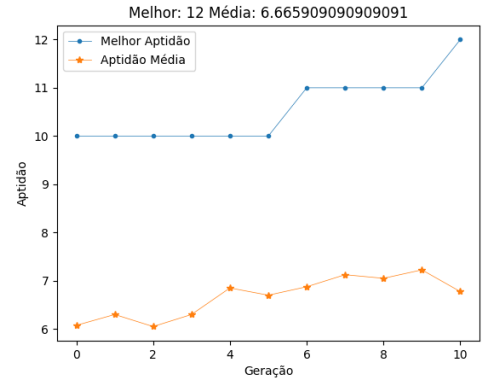
Com base nos dados coletados, é possível inferir que todas as populações testadas atingiram a aptidão ideal de 12, com os valores ideais de média (12), desvio padrão (0), mediana (12), melhor (12) e pior (12). Entretanto, a população inicial de tamanho 40 apresentou um desempenho superior com relação às outras, em termos de geração, com a menor média (21.24), o menor desvio padrão (18.1379) e a menor mediana (16). Além disso, verificou-se que a população inicial de tamanho 20 obteve os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (0.0589s), mediana (0.0413s), mínimo (0.0020s) e máximo (0.2160s) foram inferiores aos das outras populações testadas.

3.1.2 Ciclo 2

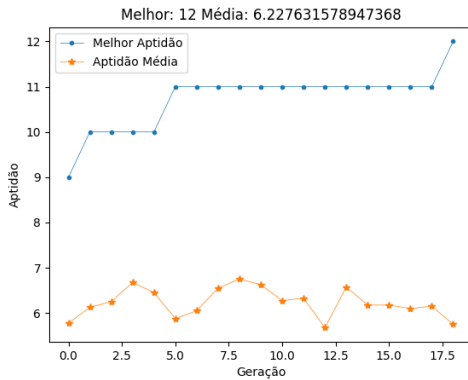
Esta seção apresenta os resultados obtidos no segundo ciclo de execuções. Na Figura 2, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 4, na Tabela 5 e na Tabela 6 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



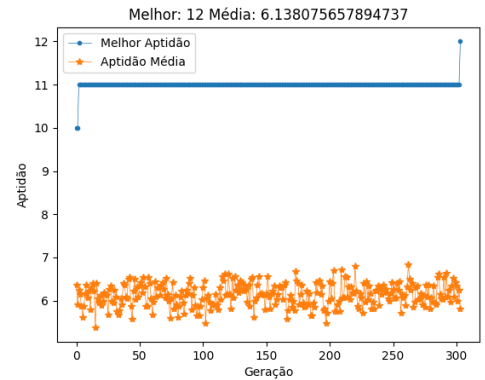
(a) $crossover = 0.5$, $mutação = 0.1$ e Experimento 13.



(b) $crossover = 0.6$, $mutação = 0.2$ e Experimento 16.



(c) $crossover = 0.7$, $mutação = 0.3$ e Experimento 25.



(d) $crossover = 0.8$, $mutação = 0.4$ e Experimento 20.

Figura 2: Gráficos do Ciclo 2 - População 40.

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
40.0000	0.5000	0.1000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000
40.0000	0.6000	0.2000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000
40.0000	0.7000	0.3000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000
40.0000	0.8000	0.4000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000

Tabela 4: Aptidão do Ciclo 2

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
40.0000	0.5000	0.1000	17.8800	13.4263	16.0000	3.0000	58.0000
40.0000	0.6000	0.2000	36.7200	31.4369	24.0000	4.0000	157.0000
40.0000	0.7000	0.3000	44.4000	40.1756	25.0000	4.0000	170.0000
40.0000	0.8000	0.4000	125.5600	121.0686	75.0000	1.0000	475.0000

Tabela 5: Geração do Ciclo 2

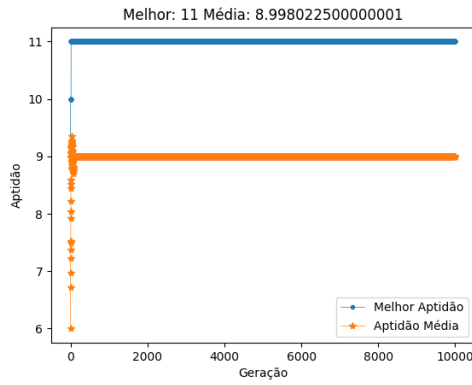
Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
40.0000	0.5000	0.1000	0.0871	0.0697	0.0809	0.0096	0.2499
40.0000	0.6000	0.2000	0.1056	0.0810	0.0930	0.0145	0.4143
40.0000	0.7000	0.3000	0.1607	0.1612	0.0718	0.0135	0.7535
40.0000	0.8000	0.4000	0.4323	0.4861	0.2630	0.0071	2.2478

Tabela 6: Tempo (em segundos) do Ciclo 2

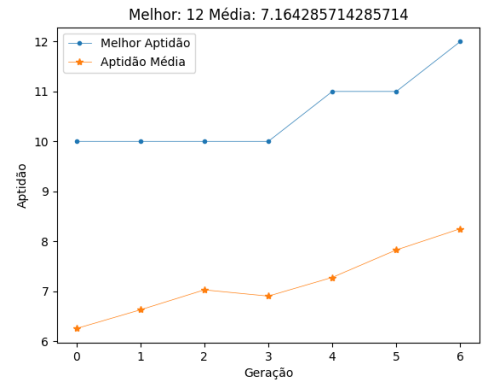
Com base nos dados coletados, é possível inferir que todas as variações de taxas de *crossover* e de mutação para a população de tamanho 40 atingiram a aptidão ideal de 12, com valores ideais de média (12), desvio padrão (0), mediana (12), melhor (12) e pior (12). Entretanto, as taxas de *crossover* = 0.5 e *mutação* = 0.1 apresentaram um desempenho superior com relação às outras, em termos de geração, com a menor média (17.88), o menor desvio padrão (13.4263), a menor mediana (16) e o menor máximo (58). Além disso, verificou-se que as taxas de *crossover* = 0.5 e *mutação* = 0.1 obtiveram os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (0.0871s), desvio padrão (0.0697s) e máximo (0.2499s) foram inferiores aos das outras taxas testadas.

3.1.3 Ciclo 3

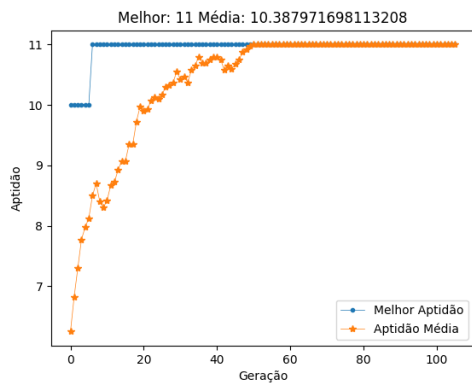
Esta seção apresenta os resultados obtidos no segundo ciclo de execuções. Na Figura 3, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 7, na Tabela 8 e na Tabela 9 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



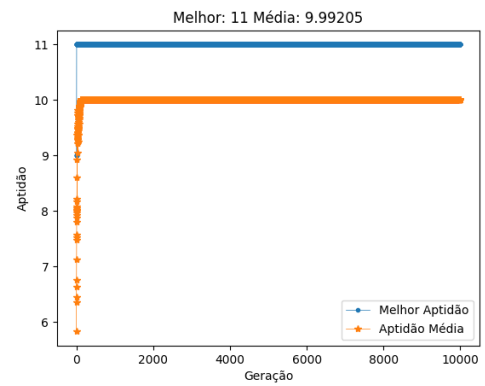
(a) $crossover = 0.5$ e Experimento 24.



(b) $crossover = 0.6$ e Experimento 21.



(c) $crossover = 0.7$ e Experimento 18.



(d) $crossover = 0.8$ e Experimento 04.

Figura 3: Gráficos do Ciclo 3 - População 40.

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
40.0000	0.5000	0.0000	11.6800	0.6145	12.0000	12.0000	10.0000
40.0000	0.6000	0.0000	11.7200	0.4490	12.0000	12.0000	11.0000
40.0000	0.7000	0.0000	11.7200	0.4490	12.0000	12.0000	11.0000
40.0000	0.8000	0.0000	11.7600	0.4271	12.0000	12.0000	11.0000

Tabela 7: Aptidão do Ciclo 3

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
40.0000	0.5000	0.0000	827.5200	2705.0492	15.0000	4.0000	10000.0000
40.0000	0.6000	0.0000	437.2400	1952.4232	19.0000	1.0000	10000.0000
40.0000	0.7000	0.0000	832.0400	2703.7625	18.0000	4.0000	10000.0000
40.0000	0.8000	0.0000	1221.1200	3241.9604	10.0000	2.0000	10000.0000

Tabela 8: Geração do Ciclo 3

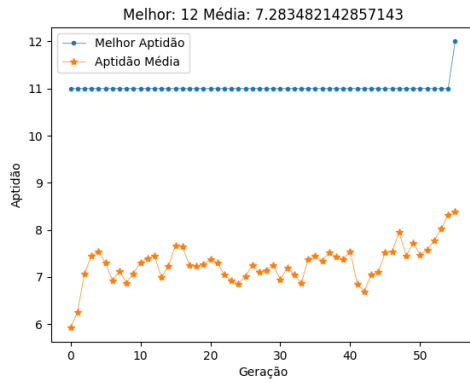
Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
40.0000	0.5000	0.0000	1.5630	5.0721	0.0368	0.0105	19.7572
40.0000	0.6000	0.0000	0.8946	4.0085	0.0458	0.0030	20.5289
40.0000	0.7000	0.0000	1.7644	5.6652	0.0659	0.0080	21.8202
40.0000	0.8000	0.0000	2.4220	6.3931	0.0297	0.0085	22.5321

Tabela 9: Tempo (em segundos) do Ciclo 3

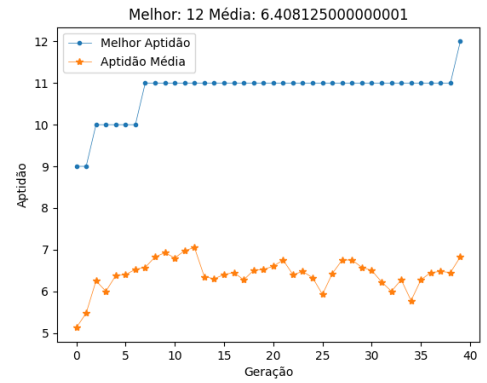
Com base nos dados coletados, é possível inferir que todas as variações de taxas de *crossover* para a população de tamanho 40 atingiram a aptidão ideal de 12, sobretudo a taxa de *crossover* = 0.8 obteve a melhor média (11.76) juntamente com o melhor desvio padrão (0.4271). Entretanto, a taxa de *crossover* = 0.6 apresentou um desempenho relativamente superior com relação às outras, em termos de geração, com a menor média (437.24), o menor desvio padrão (1952.4232) e o menor valor de mínimo (1). Além disso, verificou-se que a taxa de *crossover* = 0.6 obteve os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (0.8946s), desvio padrão (4.0085) e mínimo (0.0030s) foram inferiores aos das outras populações testadas.

3.1.4 Ciclo 4

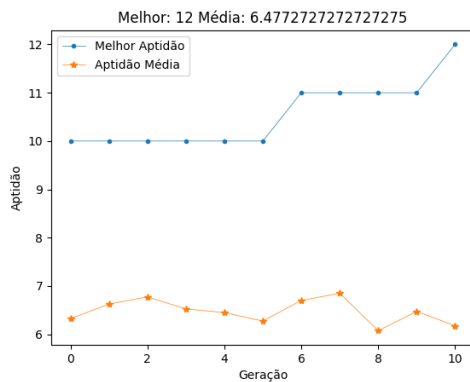
Esta seção apresenta os resultados obtidos no segundo ciclo de execuções. Na Figura 4, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 10, na Tabela 11 e na Tabela 12 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



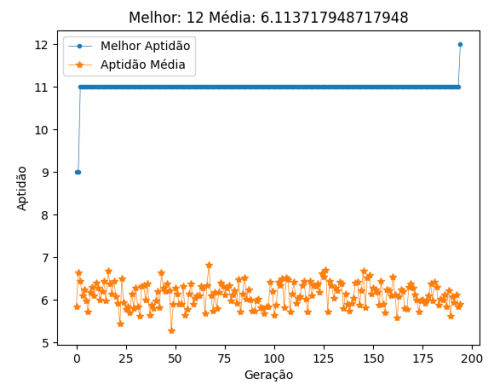
(a) *mutação* = 0.1 e Experimento 01.



(b) *mutação* = 0.2 e Experimento 11.



(c) *mutação* = 0.3 e Experimento 07.



(d) *mutação* = 0.4 e Experimento 22.

Figura 4: Gráficos do Ciclo 4 - População 40.

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
40.0000	0.0000	0.1000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000
40.0000	0.0000	0.2000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000
40.0000	0.0000	0.3000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000
40.0000	0.0000	0.4000	12.0000	0.0000	12.0000	12.0000	12.0000

Tabela 10: Aptidão do Ciclo 4

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
40.0000	0.0000	0.1000	27.8400	18.3100	23.0000	2.0000	62.0000
40.0000	0.0000	0.2000	38.0800	29.8113	33.0000	1.0000	115.0000
40.0000	0.0000	0.3000	71.8000	53.3254	55.0000	1.0000	204.0000
40.0000	0.0000	0.4000	81.3200	71.4164	48.0000	2.0000	268.0000

Tabela 11: Geração do Ciclo 4

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
40.0000	0.0000	0.1000	0.0304	0.0243	0.0237	0.0040	0.1196
40.0000	0.0000	0.2000	0.0769	0.0816	0.0508	0.0106	0.3529
40.0000	0.0000	0.3000	0.1217	0.0945	0.0977	0.0020	0.4079
40.0000	0.0000	0.4000	0.1513	0.1335	0.0944	0.0085	0.5127

Tabela 12: Tempo (em segundos) do Ciclo 4

Com base nos dados coletados, é possível inferir que todas as variações de taxas de mutação para a população de tamanho 40 atingiram a aptidão ideal de 12, com valores ideais de média (12), desvio padrão (0), mediana (12), melhor (12) e pior (12). Entretanto, a taxa de *mutação* = 0.1 apresentou um desempenho relativamente superior com relação às outras, em termos de geração, com a menor média (27.84), o menor desvio padrão (18.31), a menor mediana (23) e o menor máximo (62). Além disso, verificou-se que a taxa de *mutação* = 0.1 obteve os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (0.0304s), desvio padrão (0.0243), mediana (0.0237s) e máximo (0.1196s) foram inferiores aos das outras populações testadas.

3.2 Exercício 2

O segundo exercício consiste na aplicação do AG, do HC e do RS para a maximização da função $g(x) = 2^{-2(\frac{x-0.1}{0.9})^2}(\sin(5\pi x))^6$. Por opção, selecionou-se o intervalo contínuo de $[-1.0, 1.0]$. Ademais, tem-se que a aptidão ideal desta função, no intervalo mencionado, é $g_{max}(x) = 1$ com a população ideal de $x = 0.1$.

Diante disso, a metodologia adotada para a realização e avaliação dos experimentos consistiu em uma série de restrições e variações de parâmetros nos algoritmos de otimização.

Para o HC e RS, foram realizados **dois ciclos de execução**, cada qual composto por **25 execuções de um algoritmo para cada taxa de variação** (Δx), de tal forma a garantir uma amostra estatisticamente significativa para as tabelas. Para o segundo ciclo em diante, somente a melhor taxa de variação é considerada, seguindo como critério a menor média de iterações para convergência do algoritmo. Especialmente, para o RS, o segundo ciclo em diante considera variações em pares de seus parâmetros de temperatura inicial ($T_{inicial}$) e β . Também, ressalta-se o uso de nomes de saída adaptados para serem iguais aos do Algoritmo Genético, a fim de evitar conflitos nas funções geradoras de gráficos e tabelas. Por exemplo, o parâmetro "passo de iteração" foi substituído por "geração" e as "variáveis" por "população".

Os parâmetros adotados para a configuração do HC e RS foram os seguintes: número máximo de gerações permitido de 1000 e número máximo de "paciência" de 20. Ademais, um valor de população inicial (entenda como x inicial) foi gerado aleatoriamente a partir do intervalo da função. As taxas iniciais de variação foram de 0.1, 0.2, 0.3 e 0.4. Ademais, para o RS tem-se a $T_{inicial}$ variando entre 0.01, 0.02, 0.03 e 0.04, ao passo que β varia entre 0.8, 0.7, 0.6 e 0.5. Vale lembrar que no primeiro ciclo foram fixados os valores mais baixos dos parâmetros de $T_{inicial}$ e β .

Já para o AG, foram realizados **dois ciclos de execução**, em sequência, onde a taxa de *crossover* e mutação foi fixada para selecionar um tamanho de população, seguido pela variação em pares de taxas de *crossover* e mutação. Cada ciclo teve o AG sendo executado **25 vezes para cada tamanho de população**, de tal forma a garantir uma amostra estatisticamente significativa para as tabelas.

Os parâmetros adotados para a configuração do AG foram os seguintes: *bitstrings* compostas por 1 bit para o sinal, 11 bits para a parte inteira e 20 bits para a parte decimal; número máximo de gerações permitido de 1000, número máximo de "paciência" para a estagnação do AG de 20; método de seleção pela roleta e sem elitismo. Ademais, quatro tamanhos diferentes de população inicial foram testados: 20, 30, 40 e 50. Considerou-se como sendo o melhor tamanho aquele que houve a menor média de geração para convergência do algoritmo. As taxas de *crossover* variaram entre 0.5, 0.6, 0.7 e 0.8, enquanto que as taxas de mutação variaram entre 0.1, 0.2, 0.3 e 0.4. Vale lembrar que no primeiro ciclo foram fixados os valores mais baixos de ambas taxas.

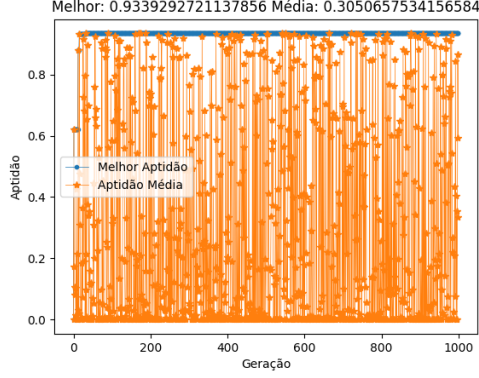
Por fim, os gráficos foram gerados a partir de uma execução aleatória entre as 25 realizadas em cada ciclo. Já as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução foram criadas ao término de cada ciclo.

3.2.1 Subida da Colina (Hill-Climbing)

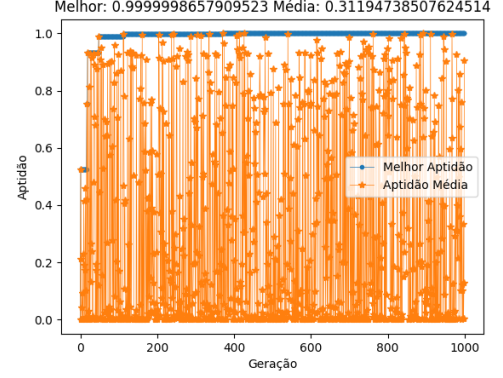
Esta seção apresenta os resultados obtidos com a aplicação do algoritmo HC. Os resultados do primeiro ciclo podem ser encontrados no parágrafo 3.2.1.1, enquanto que os resultados do segundo ciclo são apresentados no parágrafo 3.2.1.2.

3.2.1.1 Ciclo 1

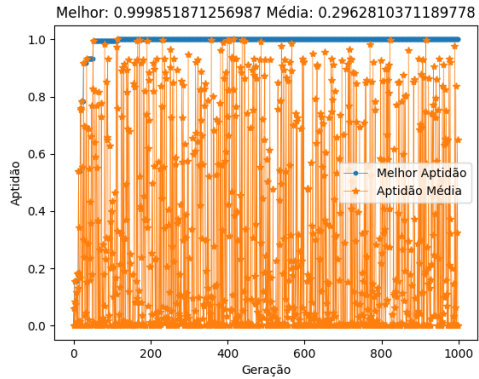
Esta seção apresenta os resultados obtidos no primeiro ciclo de execuções. Na Figura 5, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 13, na Tabela 14 e na Tabela 15 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



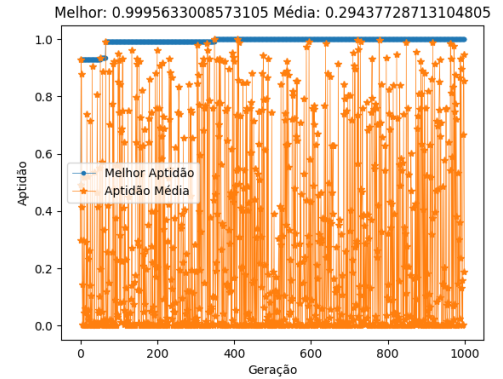
(a) $\Delta x = 0.1$ e Experimento 15.



(b) $\Delta x = 0.2$ e Experimento 10.



(c) $\Delta x = 0.3$ e Experimento 01.



(d) $\Delta x = 0.4$ e Experimento 10.

Figura 5: Gráficos do Ciclo 1.

Taxa de Variação (Δx)	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
0.1000	0.6320	0.3114	0.5408	1.0000	0.0855
0.2000	0.9999	0.0001	1.0000	1.0000	0.9994
0.3000	0.9999	0.0002	0.9999	1.0000	0.9991
0.4000	0.9998	0.0003	0.9999	1.0000	0.9990

Tabela 13: Aptidão do Ciclo 1

Taxa de Variação (Δx)	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
0.1000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000
0.2000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000
0.3000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000
0.4000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000

Tabela 14: Geração do Ciclo 1

Taxa de Variação (Δx)	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
0.1000	0.2281	0.0733	0.1969	0.1552	0.4440
0.2000	0.2166	0.0484	0.2095	0.1624	0.4080
0.3000	0.1951	0.0357	0.1828	0.1539	0.3129
0.4000	0.2013	0.0342	0.1859	0.1717	0.3288

Tabela 15: Tempo (em segundos) do Ciclo 1

Com base nos dados coletados, é possível inferir que todas as taxas de variação testadas atingiram a aptidão ideal de 1, com ênfase na $\Delta x = 0.2$ que obteve os melhores valores para média (0.9999), desvio padrão (0.0001), mediana (1), melhor (1) e pior (0.9994). Ademais, todas as taxas de variação obtiveram valores iguais para as gerações e, portanto, a $\Delta x = 0.1$ foi selecionada para os próximos ciclos pelo critério de indiferença neste cenário. Além disso, verificou-se que a taxa de variação $\Delta x = 0.3$ obteve os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (0.1951s), desvio padrão (0.0357), mediana (0.1828s), mínimo (0.1539s) e máximo (0.3129s) foram inferiores aos das outras taxas testadas.

3.2.1.2 Ciclo 2

Esta seção apresenta os resultados obtidos no primeiro ciclo de execuções. Na Figura 6, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 16, na Tabela 17 e na Tabela 18 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.

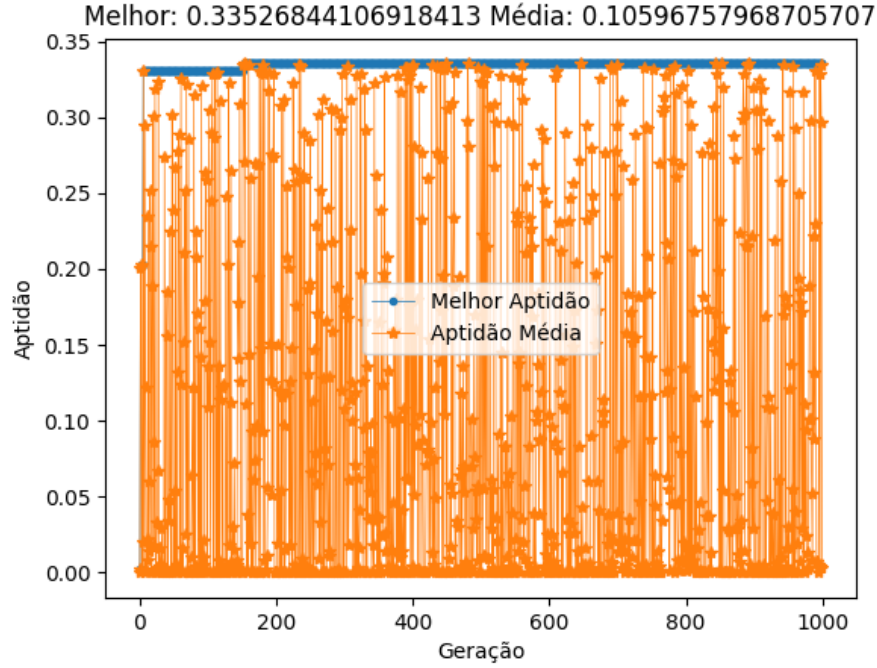


Figura 6: Gráfico do Ciclo 2 - $\Delta x = 0.1$ e Experimento 05.

Taxa de Variação (Δx)	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
0.1000	0.6809	0.2918	0.7609	1.0000	0.1813

Tabela 16: Aptidão do Ciclo 2

Taxa de Variação (Δx)	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
0.1000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000

Tabela 17: Geração do Ciclo 2

Taxa de Variação (Δx)	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
0.1000	0.1964	0.0461	0.1845	0.0919	0.3318

Tabela 18: Tempo (em segundos) do Ciclo 2

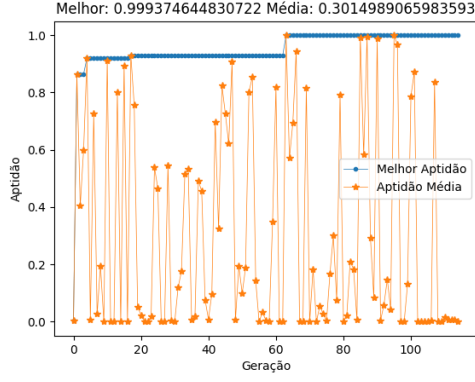
3.2.2 Recozimento Simulado

Esta seção apresenta os resultados obtidos com a aplicação do algoritmo RS. Os resultados do primeiro ciclo podem ser encontrados no parágrafo 3.2.2.1, enquanto que os resultados do segundo ciclo são apresentados no parágrafo 3.2.2.2.

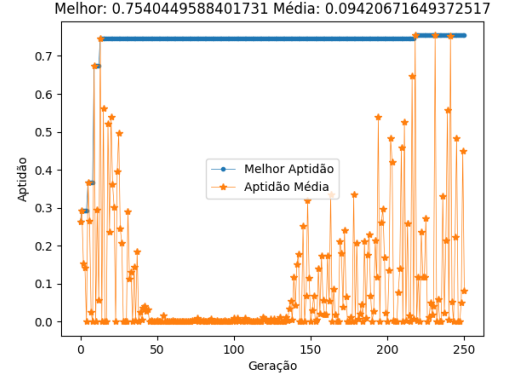
3.2.2.1 Ciclo 1

Esta seção apresenta os resultados obtidos no primeiro ciclo de execuções. Na Figura 7, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 19, na Tabela 20 e

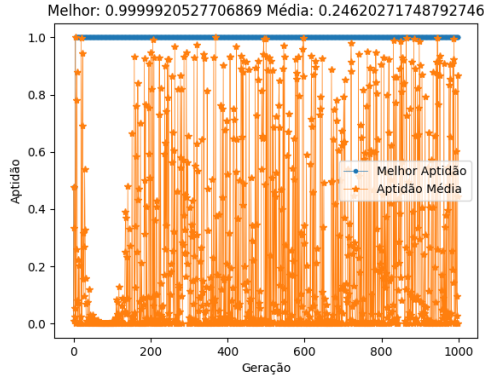
na Tabela 21 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



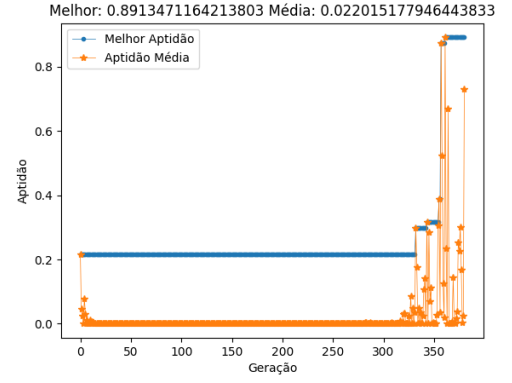
(a) $\Delta x = 0.1$ e Experimento 13.



(b) $\Delta x = 0.2$ e Experimento 15.



(c) $\Delta x = 0.3$ e Experimento 04.



(d) $\Delta x = 0.4$ e Experimento 16.

Figura 7: Gráficos do Ciclo 1 - $T_{inicial} = 0.01$, $\beta = 0.8$.

Taxa de Variação (Δx)	$T_{inicial}$	β	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
0.1000	0.0100	0.8000	0.8392	0.2259	0.9581	0.9999	0.2857
0.2000	0.0100	0.8000	0.8920	0.1751	0.9771	1.0000	0.3240
0.3000	0.0100	0.8000	0.9784	0.0273	0.9875	1.0000	0.9168
0.4000	0.0100	0.8000	0.9809	0.0281	0.9980	1.0000	0.8913

Tabela 19: Aptidão do Ciclo 1

Taxa de Variação (Δx)	$T_{inicial}$	β	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
0.1000	0.0100	0.8000	725.1200	403.3740	1000.0000	93.0000	1000.0000
0.2000	0.0100	0.8000	183.9200	70.4125	182.0000	93.0000	442.0000
0.3000	0.0100	0.8000	218.7200	187.4753	139.0000	98.0000	1000.0000
0.4000	0.0100	0.8000	215.2000	162.1750	152.0000	102.0000	818.0000

Tabela 20: Geração do Ciclo 1

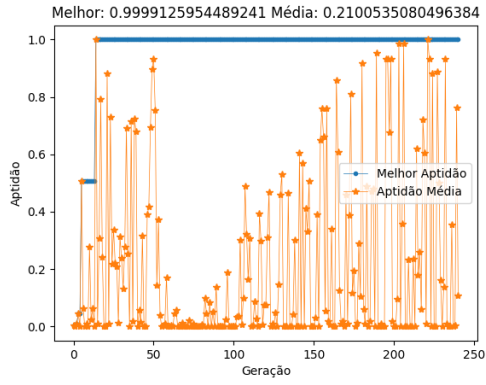
Taxa de Variação (Δx)	$T_{inicial}$	β	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
0.1000	0.0100	0.8000	0.1930	0.1061	0.2266	0.0250	0.3777
0.2000	0.0100	0.8000	0.0553	0.0224	0.0495	0.0231	0.1132
0.3000	0.0100	0.8000	0.0761	0.0481	0.0639	0.0282	0.2270
0.4000	0.0100	0.8000	0.0671	0.0507	0.0470	0.0214	0.2297

Tabela 21: Tempo (em segundos) do Ciclo 1

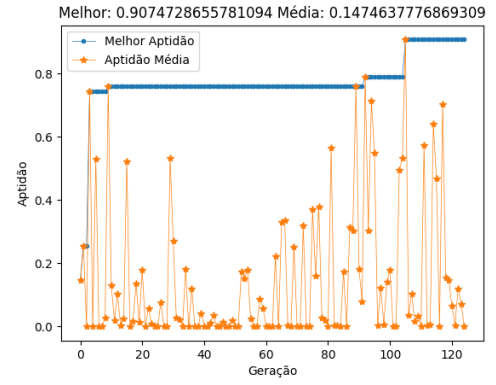
Com base nos dados coletados, é possível inferir que a taxa de variação $\Delta x = 0.4$ testada obteve os melhores resultados com relação às outras, uma vez que possui a maior média (0.9809), a maior mediana (0.9980) e a aptidão ideal de 1. Entretanto, a taxa de variação $\Delta x = 0.2$ obteve, em termos de geração, o melhor valor para média (183.92), desvio padrão (70.4125), mínimo (93) e máximo (442) e, portanto, foi selecionada para os próximos ciclos de execução. Além disso, verificou-se que a taxa de variação $\Delta x = 0.2$ obteve os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (0.0553s), desvio padrão (0.0224) e máximo (0.1132s) foram inferiores aos das outras taxas testadas.

3.2.2.2 Ciclo 2

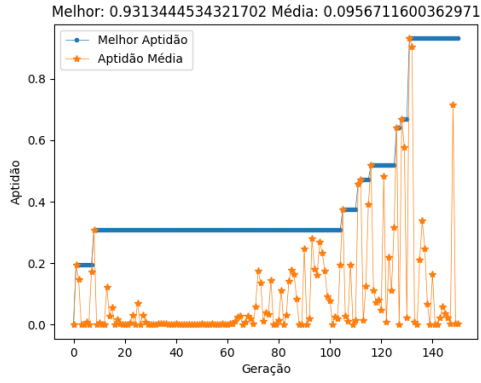
Esta seção apresenta os resultados obtidos no primeiro ciclo de execuções. Na Figura 8, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 22, na Tabela 23 e na Tabela 24 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



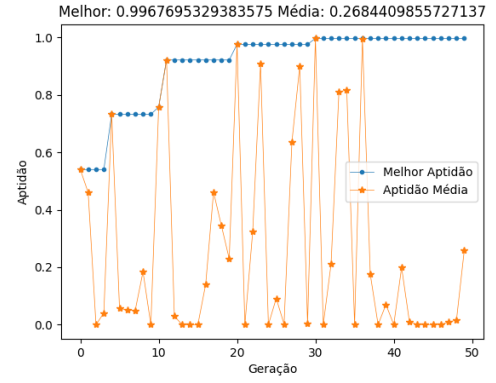
(a) $T_{inicial} = 0.01$, $\beta = 0.8$ e Experimento 01.



(b) $T_{inicial} = 0.02$, $\beta = 0.7$ e Experimento 19.



(c) $T_{inicial} = 0.03$, $\beta = 0.6$ e Experimento 19.



(d) $T_{inicial} = 0.04$, $\beta = 0.5$ e Experimento 15.

Figura 8: Gráficos do Ciclo 2 - $\Delta x = 0.2$.

Taxa de Variação (Δx)	$T_{inicial}$	β	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
0.2000	0.0100	0.8000	0.9045	0.2066	0.9973	1.0000	0.1718
0.2000	0.0200	0.7000	0.9340	0.0874	0.9720	1.0000	0.7231
0.2000	0.0300	0.6000	0.8899	0.1156	0.9313	0.9995	0.6418
0.2000	0.0400	0.5000	0.9120	0.1561	0.9789	0.9999	0.3315

Tabela 22: Aptidão do Ciclo 2

Taxa de Variação (Δx)	$T_{inicial}$	β	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
0.2000	0.0100	0.8000	221.0400	187.0567	162.0000	97.0000	1000.0000
0.2000	0.0200	0.7000	160.0400	176.8560	123.0000	71.0000	1000.0000
0.2000	0.0300	0.6000	129.6400	78.8558	113.0000	58.0000	450.0000
0.2000	0.0400	0.5000	101.8400	46.4299	88.0000	44.0000	190.0000

Tabela 23: Geração do Ciclo 2

Taxa de Variação (Δx)	$T_{inicial}$	β	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
0.2000	0.0100	0.8000	0.0612	0.0352	0.0560	0.0217	0.1887
0.2000	0.0200	0.7000	0.0481	0.0465	0.0335	0.0180	0.2331
0.2000	0.0300	0.6000	0.0231	0.0181	0.0166	0.0061	0.0884
0.2000	0.0400	0.5000	0.0152	0.0115	0.0116	0.0040	0.0649

Tabela 24: Tempo (em segundos) do Ciclo 2

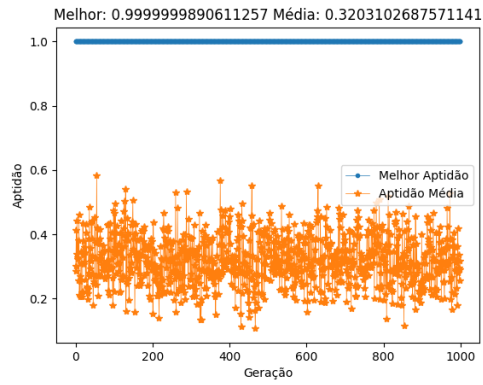
Com base nos dados coletados, é possível inferir que as taxas de $T_{inicial} = 0.02$ e $\beta = 0.7$ testadas foram as melhores, em termos de aptidão, com os valores de média (0.9340), desvio padrão (0.0874), melhor (1) e pior (0.7231). Entretanto, as taxas de $T_{inicial} = 0.04$ e $\beta = 0.5$ obtiveram um desempenho superior com relação às demais, em termos de geração, tendo o melhor valor para média (101.84), desvio padrão (46.4299), mediana (88), mínimo (44) e máximo (190). Além disso, verificou-se que as taxas de $T_{inicial} = 0.04$ e $\beta = 0.5$ obtiveram os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (0.0152s), desvio padrão (0.0115), mediana (0.0116s), mínimo (0.0040s) e máximo (0.0649s) foram inferiores aos das outras populações testadas.

3.2.3 Algoritmo Genético

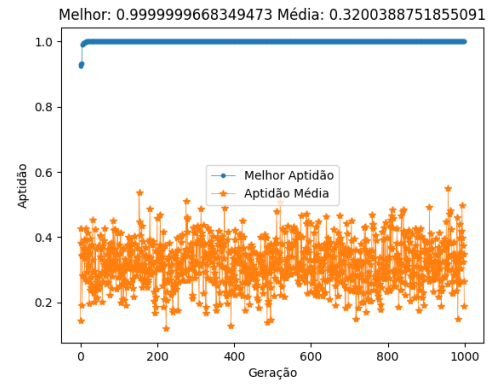
Esta seção apresenta os resultados obtidos com a aplicação do algoritmo AG. Os resultados do primeiro ciclo podem ser encontrados no parágrafo 3.2.3.1, enquanto que os resultados do segundo ciclo são apresentados no parágrafo 3.2.3.2.

3.2.3.1 Ciclo 1

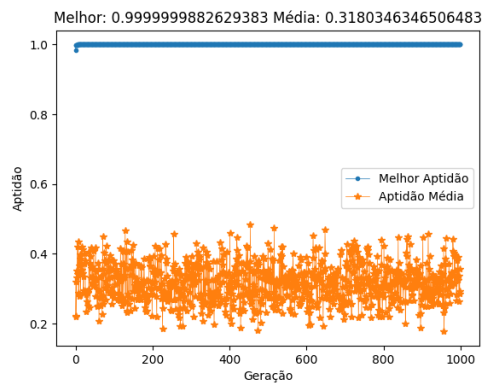
Esta seção apresenta os resultados obtidos no primeiro ciclo de execuções. Na Figura 9, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 25, na Tabela 26 e na Tabela 27 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



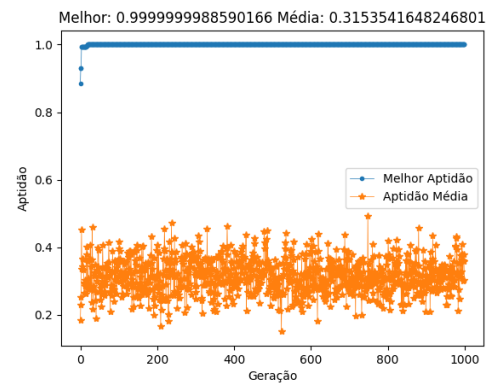
(a) População 20 e Experimento 06.



(b) População 30 e Experimento 10.



(c) População 40 e Experimento 08.



(d) População 50 e Experimento 20.

Figura 9: Gráficos do Ciclo 1.

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
20.0000	0.5000	0.1000	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000
30.0000	0.5000	0.1000	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000
40.0000	0.5000	0.1000	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000
50.0000	0.5000	0.1000	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tabela 25: Aptidão do Ciclo 1

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
20.0000	0.5000	0.1000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000
30.0000	0.5000	0.1000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000
40.0000	0.5000	0.1000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000
50.0000	0.5000	0.1000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000

Tabela 26: Geração do Ciclo 1

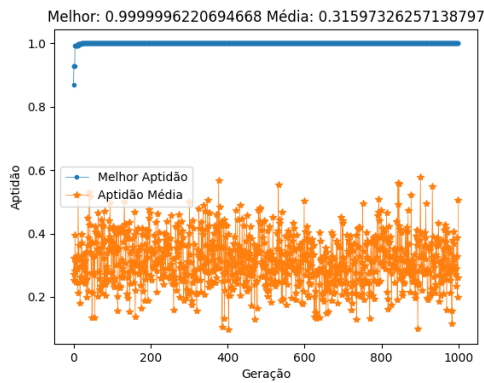
Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
20.0000	0.5000	0.1000	6.7024	1.1301	6.8075	3.9087	8.6652
30.0000	0.5000	0.1000	8.4954	1.8944	7.8924	5.5602	13.0563
40.0000	0.5000	0.1000	10.8076	2.2199	10.1407	8.4221	17.0269
50.0000	0.5000	0.1000	16.6398	3.6459	15.5710	11.3180	24.8109

Tabela 27: Tempo (em segundos) do Ciclo 1

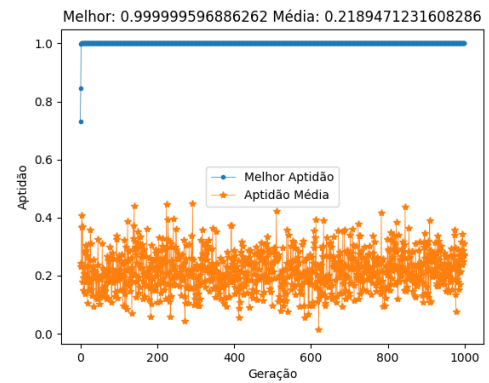
Com base nos dados coletados, é possível inferir que todas as populações testadas atingiram a aptidão ideal de 1, ainda que em valor (aproximado automaticamente pelo Python), conforme é mostrado nos gráficos de convergência. O mesmo aconteceu com o número de gerações, com todas as populações tendo utilizados o máximo possível (1000). Novamente, pelo critério de indiferença adotado, a população de tamanho 20 foi a utilizada para os ciclos posteriores. Além disso, verificou-se que a população inicial de tamanho 20 obteve os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (6.7024s), desvio padrão (1.1301), mediana (6.8075s), mínimo (3.9087s) e máximo (8.6652s) foram inferiores aos das outras populações testadas.

3.2.3.2 Ciclo 2

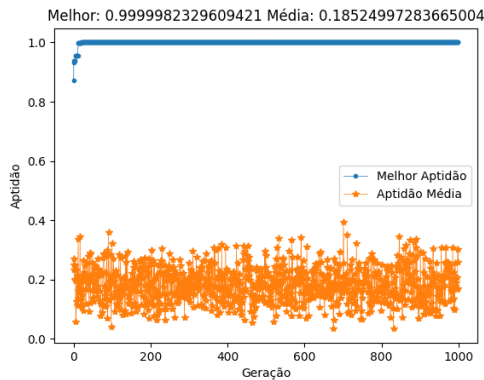
Esta seção apresenta os resultados obtidos no primeiro ciclo de execuções. Na Figura 10, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 28, na Tabela 29 e na Tabela 30 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



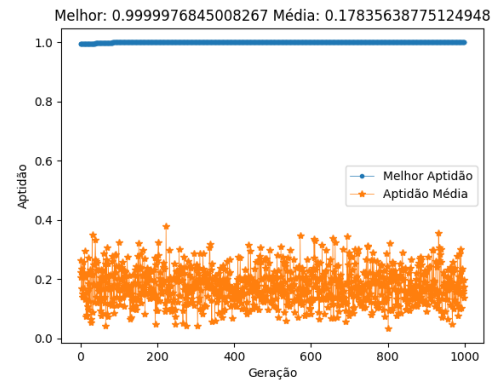
(a) $crossover = 0.5$, $mutação = 0.1$ e Experimento 05.



(b) $crossover = 0.6$, $mutação = 0.2$ e Experimento 02.



(c) $crossover = 0.7$, $mutação = 0.3$ e Experimento 11.



(d) $crossover = 0.8$, $mutação = 0.4$ e Experimento 10.

Figura 10: Gráficos do Ciclo 2 - População 20.

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
20.0000	0.5000	0.1000	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000
20.0000	0.6000	0.2000	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000
20.0000	0.7000	0.3000	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000
20.0000	0.8000	0.4000	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tabela 28: Aptidão do Ciclo 2

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
20.0000	0.5000	0.1000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000
20.0000	0.6000	0.2000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000
20.0000	0.7000	0.3000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000
20.0000	0.8000	0.4000	1000.0000	0.0000	1000.0000	1000.0000	1000.0000

Tabela 29: Geração do Ciclo 2

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
20.0000	0.5000	0.1000	7.1988	0.8236	7.0500	4.6549	8.9600
20.0000	0.6000	0.2000	7.5885	2.0478	6.9362	5.0027	12.6168
20.0000	0.7000	0.3000	8.3513	0.6119	8.2950	7.4353	9.4411
20.0000	0.8000	0.4000	7.5731	0.3102	7.5243	7.0460	8.5360

Tabela 30: Tempo (em segundos) do Ciclo 2

Com base nos dados coletados, é possível inferir que todas as variações de taxas de *crossover* e de mutação para a população de tamanho 20 atingiram a aptidão ideal de 1, ainda que em valor (aproximado automaticamente pelo Python), conforme é mostrado nos gráficos de convergência. O mesmo aconteceu com o número de gerações, com todas as taxas de *crossover* e de mutação tendo utilizados o máximo possível (1000). Além disso, verificou-se que as taxas de *crossover* = 0.5 e *mutação* = 0.1 obtiveram relativamente os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (7.1988s) e mínimo (4.6549s) foram inferiores aos das outras taxas testadas.

3.3 Exercício 3

O terceiro exercício consiste na aplicação do AG para a minimização da função $f(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2$ no intervalo contínuo de $\left[-10.0, 10.0\right], \left[-10.0, 10.0\right]$. Ademais, tem-se que a aptidão ideal desta função, no intervalo mencionado, é $f_{min}(x, y) = 1$ com a população ideal de $(x, y) = (0, 0)$.

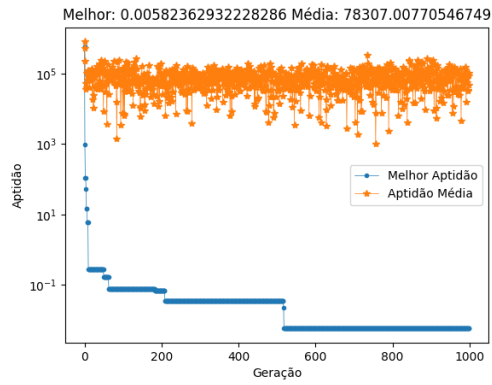
Diante disso, a metodologia adotada para a realização e avaliação dos experimentos consistiu em uma série de restrições e variações de parâmetros no AG. Foram realizados **dois ciclos de execução**, em sequência, onde a taxa de *crossover* e mutação foi fixada para selecionar um tamanho de população, seguido pela variação em pares de taxas de *crossover* e mutação. Cada ciclo teve o AG sendo executado **25 vezes para cada tamanho de população**, de tal forma a garantir uma amostra estatisticamente significativa para as tabelas.

Os parâmetros adotados para a configuração do AG foram os seguintes: *bitstrings* compostas por 1 bit para o sinal, 11 bits para a parte inteira e 20 bits para a parte decimal; número máximo de gerações permitido de 1000, número máximo de "paciência" para a estagnação do AG de 20; método de seleção pelo torneio e sem elitismo. Ademais, quatro tamanhos diferentes de população inicial foram testados: 20, 30, 40 e 50. Considerou-se como sendo o melhor tamanho aquele que houve a menor média de geração para convergência do algoritmo. As taxas de *crossover* variaram entre 0.5, 0.6, 0.7 e 0.8, enquanto que as taxas de mutação variaram entre 0.1, 0.2, 0.3 e 0.4. Vale lembrar que no primeiro ciclo foram fixados os valores mais baixos de ambas taxas.

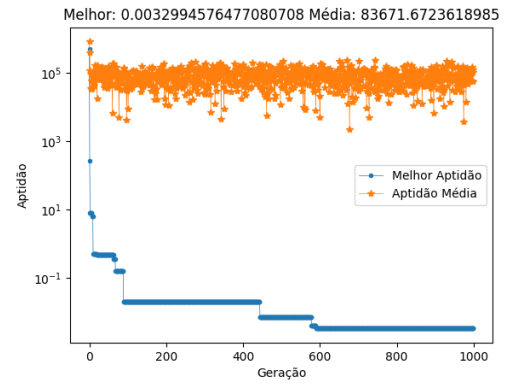
Por fim, os gráficos foram gerados a partir de uma execução aleatória entre as 25 realizadas em cada ciclo e escalonados com logaritmo (base 10), uma vez que os valores de aptidão se tornam menos visíveis a cada avanço de geração em um gráfico comum. Já as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução foram criadas ao término de cada ciclo.

3.3.1 Ciclo 1

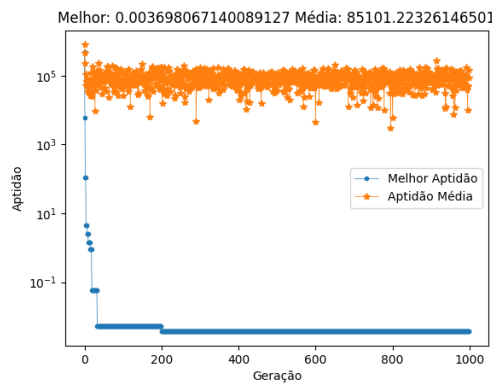
Esta seção apresenta os resultados obtidos no primeiro ciclo de execuções. Na Figura 11, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 31, na Tabela 32 e na Tabela 33 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



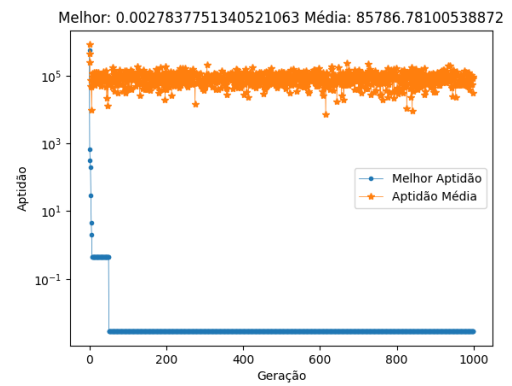
(a) População 20 e Experimento 03.



(b) População 30 e Experimento 25.



(c) População 40 e Experimento 14.



(d) População 50 e Experimento 06.

Figura 11: Gráficos do Ciclo 1.

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
20.000000	0.500000	0.100000	0.006800	0.004685	0.005824	0.000075	0.015980
30.000000	0.500000	0.100000	0.005640	0.005253	0.004653	0.000062	0.022209
40.000000	0.500000	0.100000	0.003520	0.003832	0.001714	0.000113	0.015368
50.000000	0.500000	0.100000	0.003194	0.002822	0.002542	0.000724	0.015080

Tabela 31: Aptidão do Ciclo 1

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
20.000000	0.500000	0.100000	1000.000000	0.000000	1000.000000	1000.000000	1000.000000
30.000000	0.500000	0.100000	1000.000000	0.000000	1000.000000	1000.000000	1000.000000
40.000000	0.500000	0.100000	1000.000000	0.000000	1000.000000	1000.000000	1000.000000
50.000000	0.500000	0.100000	1000.000000	0.000000	1000.000000	1000.000000	1000.000000

Tabela 32: Geração do Ciclo 1

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
20.000000	0.500000	0.100000	15.569034	1.227134	15.514889	13.283635	19.930971
30.000000	0.500000	0.100000	21.676206	3.058088	22.373283	15.244051	27.871187
40.000000	0.500000	0.100000	30.464999	2.010408	29.961236	27.557117	37.739379
50.000000	0.500000	0.100000	38.095063	5.718456	36.511520	34.111954	63.307588

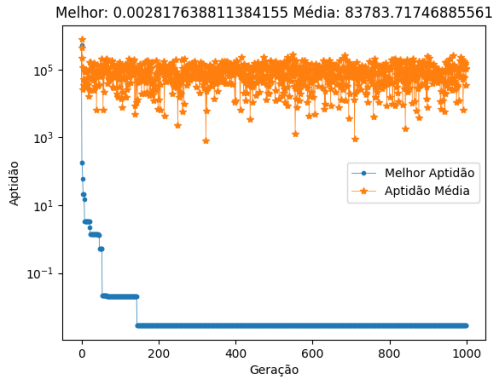
Tabela 33: Tempo (em segundos) do Ciclo 1

Com base nos dados coletados, é possível inferir que a população de tamanho 40, com relação a aptidão, se sobressaiu com relação às outras, tendo em vista seus valores

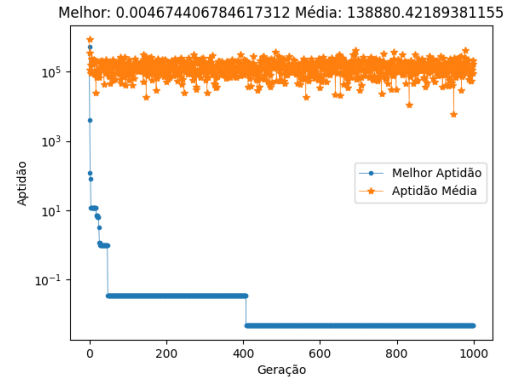
nas métricas de média (0.003194), desvio padrão (0.002822) e pior (0.015080), ainda que a população de tamanho 30 obteve a melhor aptidão (0.000062). Entretanto, todos os tamanhos de populações obtiveram um mesmo desempenho com relação ao número de gerações, tendo utilizados o máximo possível (1000), ainda que em valor aproximado. Pelo critério de indiferença adotado, a população de tamanho 20 foi a utilizada para os ciclos posteriores. Além disso, verificou-se que a população inicial de tamanho 20 obteve os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (15.569034s), desvio padrão (1.227134), mediana (15.514889s), mínimo (13.283635s) e máximo (19.930971s) foram inferiores aos das outras populações testadas.

3.3.2 Ciclo 2

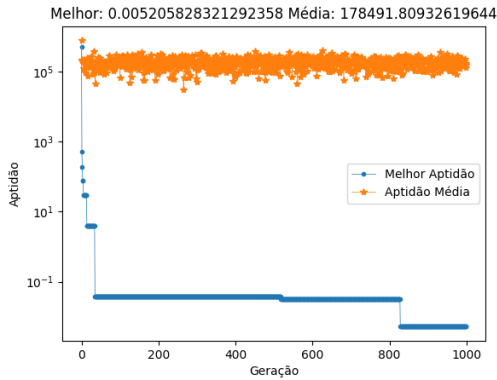
Esta seção apresenta os resultados obtidos no primeiro ciclo de execuções. Na Figura 12, é possível visualizar os gráficos obtidos, enquanto que na Tabela 34, na Tabela 35 e na Tabela 36 são apresentadas as tabelas de aptidão, geração e tempo de execução, respectivamente.



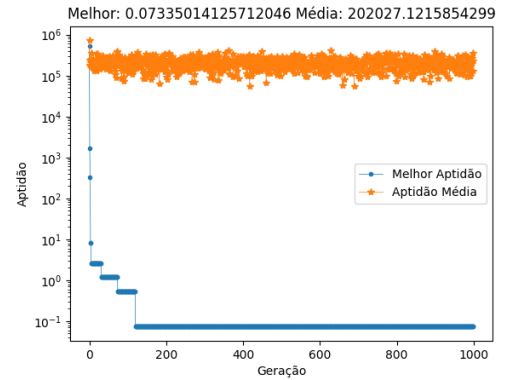
(a) $crossover = 0.5$, $mutação = 0.1$ e Experimento 16.



(b) $crossover = 0.6$, $mutação = 0.2$ e Experimento 18.



(c) $crossover = 0.7$, $mutação = 0.3$ e Experimento 13.



(d) $crossover = 0.8$, $mutação = 0.4$ e Experimento 18.

Figura 12: Gráficos do Ciclo 2 - População 20.

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Melhor	Pior
20.000000	0.500000	0.100000	0.008253	0.008153	0.005533	0.000296	0.040452
20.000000	0.600000	0.200000	0.024957	0.023846	0.014199	0.000587	0.095287
20.000000	0.700000	0.300000	0.035952	0.037870	0.023131	0.001047	0.169801
20.000000	0.800000	0.400000	0.061056	0.052575	0.048371	0.003488	0.168078

Tabela 34: Aptidão do Ciclo 2

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
20.000000	0.500000	0.100000	1000.000000	0.000000	1000.000000	1000.000000	1000.000000
20.000000	0.600000	0.200000	1000.000000	0.000000	1000.000000	1000.000000	1000.000000
20.000000	0.700000	0.300000	1000.000000	0.000000	1000.000000	1000.000000	1000.000000
20.000000	0.800000	0.400000	1000.000000	0.000000	1000.000000	1000.000000	1000.000000

Tabela 35: Geração do Ciclo 2

Tamanho da População	Taxa de <i>Crossover</i>	Taxa de Mutação	Média	Desvio Padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
20.000000	0.500000	0.100000	15.323707	5.778244	15.206412	8.145450	35.273323
20.000000	0.600000	0.200000	10.075591	2.042427	9.427962	8.412850	18.295317
20.000000	0.700000	0.300000	11.509307	2.975457	10.390006	9.008167	21.426070
20.000000	0.800000	0.400000	9.663975	1.245127	9.108486	7.467334	12.986125

Tabela 36: Tempo (em segundos) do Ciclo 2

Com base nos dados coletados, é possível inferir que as taxas de *crossover* = 0.5 e *mutação* = 0.1 obtiveram um melhor desempenho, em termos de aptidão, com relação às outras, tendo em vista seus valores das métricas de média (0.008253), desvio padrão (0.008153), mediana (0.005533), melhor (0.000296) e pior (0.040452). Entretanto, todas as variações de taxas de *crossover* e de *mutação* obtiveram um mesmo desempenho com relação ao número de gerações, tendo utilizados o máximo possível (1000), ainda que em valor aproximado. Além disso, verificou-se que as taxas de *crossover* = 0.8 e *mutação* = 0.4 obtiveram os melhores resultados em relação ao tempo, tendo em vista que seus valores de média (9.663975s), desvio padrão (1.245127), mediana (9.108486s), mínimo (7.467334s) e máximo (12.986125s) foram inferiores aos das outras populações testadas.

4 Considerações Finais

Ao longo deste relatório, foram apresentadas as aplicações do AG em três exercícios distintos: reconhecimento de padrões, maximização de função e minimização de função. De maneira geral, os resultados obtidos demonstram que esse algoritmo é, de fato, uma técnica capaz de encontrar soluções aproximadas para problemas complexos, ainda que os cenários de aplicação sejam distintos.

No primeiro exercício, o AG se mostrou capaz de encontrar uma solução ótima para a identificação do número 0 representado pela *bitstring* [111101101111], ainda que diante de todas as condições impostas nos experimentos, como as diferentes taxas de *crossover* e mutação. Especificamente, para a variação em par das taxas de *crossover* e mutação, o algoritmo se demonstrou mais ineficaz para os valores mais altos e mais baixos propostos, indicando que as taxas de *crossover* = 0.5 com *mutação* = 0.1 são as mais indicadas para o reconhecimento de padrões neste exercício, considerando uma população de tamanho 40. Ademais, ao anular um dos parâmetros de taxa, pode-se visualizar a relativa estabilidade quando utilizado somente *crossover* = 0.6 e a alta instabilidade quando utilizado somente *mutação* = 0.4. Para considerar, de fato, que esse conjunto de taxas que foram testadas isoladamente sejam as ideais para o exercício proposto, seria necessário mais um ciclo de experimentos envolvendo estes últimos valores encontrado.

No segundo exercício, o AG mostrou-se, novamente, bastante eficiente na busca da solução ótima da função proposta. Comparado aos algoritmos HC e RS, o AG com a seleção pela roleta apresentou uma maior capacidade de exploração do espaço de busca e, conseqüentemente, encontrou soluções mais precisas, ainda que, num geral, o HC e RS tenham tido um tempo de execução mais rápido. Desta forma, pode-se dizer que o AG foi estável e preciso para a maximização de uma função monovariável em comparação ao HC e RS, tendo em vista os experimentos realizados.

No terceiro exercício, o AG tinha a responsabilidade de maximizar a função de duas variáveis especial conhecida como função de Rosenbrock. Essa função representa um problema não linear, não convexo e com muitos mínimos locais e, portanto, sendo frequentemente utilizada para testar a eficiência de algoritmos de otimização global. Ainda assim, o AG obteve ótimos valores de aptidão quando executado relativamente poucas vezes, muitas vezes chegando próximo ao valor ideal de aptidão, ainda que o tempo relativo de execução tenha sido, em média, de 18 segundos por ciclo.

Portanto, pode-se afirmar que o AG é uma ferramenta eficiente e versátil para a solução de problemas de diferentes complexidades, desde o reconhecimento de padrões até a otimização de funções. Além disso, o AG apresenta a vantagem de poder ser facilmente adaptado para diferentes tipos de problemas e áreas de aplicação.