

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»

Факультет **Математической экономики, статистики и информатики**
Кафедра **Математических методов в экономике**
Направление 01.03.02–**Прикладная математика и информатика**
Профиль – **Прикладная математика и информатика**

ОТЧЕТ
по учебной практике
по дисциплине «Модели исследования операций»

Студента: 434 группы Эль-Айясса Дани Валида

Тема: «Прикладные задачи исследования операций»

Студент

Руководитель практики,
к.ф.-м.н., Шевелевич К.В.

(подпись)

(подпись)

Москва, 2018

ЗАДАНИЕ
на учебную практику
по дисциплине «Модели исследования операций»
студента 3 курса
факультета математической экономики, статистики и информатики
РЭУ имени Г.В. Плеханова
Эль-Айясса Дани Валида
Тема практики:
«Прикладные задачи исследования операций»

№ п/п	Наименование этапа работ	Краткое содержание
1.	Задача № 1. Построение оптимального рациона питания	Задача линейного программирования, состоящая в определении такого рациона, который удовлетворял бы потребностям человека
2.	Задачу № 2. Построение оптимальной полезности.	Требуется заполнить рюкзак, не превышая его грузоподъемности (объема) b и максимизируя суммарную ценность груза.

АННОТАЦИЯ

В ходе учебной практики были рассмотрены и решены две задачи линейного программирования: задача о диете и задача о рюкзаке. Задача о диете, известна в теории дисциплины «Модели исследования операции» суть этой задачи заключается в составлении рациона питания с минимальным количеством калорий. Для решения задач собраны данные из электронных источников. Полученные результаты могут использоваться для сбалансированного суточного рациона питания.

Задача о рюкзаке заключается в лучшем выборе полезных предметов. Набор предметов составлялся для рюкзака с объёмом 5 кг.

Ключевые слова: задача линейного программирования, задача о диете, задача о рюкзаке, симплекс-метод.

ABSTRACT

During the training practice, two problems of linear programming were considered and solved: the problem of diet and the problem of backpack. The problem of diet, known in the theory of discipline "Models of operation research" is the essence of this task is to compose a diet with a minimum amount of calories. To solve problems, data from electronic sources are collected. The results obtained can be used for a balanced daily diet.

The problem of the backpack is the best choice of useful items. A set of items was made for a backpack with a volume of 5 kg.

Keywords: linear programming problem, diet problem, backpack problem, simplex method.

Оглавление

ЗАДАНИЕ	2
1. Построение оптимального рациона питания.....	5
<i>1.1 Постановка задачи.....</i>	<i>5</i>
<i>1.2 Исходные данные</i>	<i>5</i>
<i>1.3 Модель</i>	<i>6</i>
<i>1.4 Решение</i>	<i>6</i>
2. Построение оптимальной полезности	8
<i>2.1 Постановка задачи.....</i>	<i>8</i>
<i>2.2 Исходные данные</i>	<i>8</i>
<i>2.3 Модель</i>	<i>9</i>
<i>2.4 Решение</i>	<i>9</i>
Вывод	11
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	12

1. Построение оптимального рациона питания

1.1 Постановка задачи

Задача диеты (или задача о рационе) — задача линейного программирования, состоящая в определении такого рациона, который удовлетворял бы потребности человека или животного в питательных веществах при минимальной общей стоимости используемых продуктов.

1.2 Исходные данные

Пусть у нас имеется 15 видов продуктов, которые содержат в себе питательные вещества, минералы, витамины (См. приложение документ Excel Таблица 1).

Через переменные x_1, x_2, \dots, x_{15} обозначим количество продуктов:

- x_1 -Свинина мясная
- x_2 -Сосиски молочные
- x_3 -Сок яблочный
- x_4 -Зефир
- x_5 - Персик
- x_6 -Куры I категории
- x_7 -Мандарин
- x_8 -Сыр российский
- x_9 -Мармелад фруктовый
- x_{10} -Батон нарезной
- x_{11} -Колбаса сырокопченая
- x_{12} -Сырки творожные
- x_{13} -Шоколад молочный
- x_{14} -Мед натуральный
- x_{15} -Йогурт 1,5% жирности, сладкий

Витамины: А, В₁, В₂, С.

Минеральные вещества: натрий, калий, кальций, магний, фосфор, железо.

1.3 Модель

Тогда общая стоимость рациона примет вид:

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_{15}x_{15} \rightarrow \min$$

Удовлетворяющая следующей системе ограничений:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{B1}x_1 + a_{B2}x_2 + \dots + a_{B15}x_{15} \geq b_B \\ a_{Ж1}x_1 + a_{Ж2}x_2 + \dots + a_{Ж15}x_{15} \geq b_{Ж} \\ a_{У1}x_1 + a_{У2}x_2 + \dots + a_{У15}x_{15} \geq b_U \\ a_{A1}x_1 + a_{A2}x_2 + \dots + a_{A15}x_{15} \geq b_A \\ a_{B11}x_1 + a_{B12}x_2 + \dots + a_{B115}x_{15} \geq b_{B1} \\ a_{B21}x_1 + a_{B22}x_2 + \dots + a_{B215}x_{15} \geq b_{B2} \\ a_{C1}x_1 + a_{C2}x_2 + \dots + a_{C15}x_{15} \geq b_C \\ a_{Na1}x_1 + a_{Na2}x_2 + \dots + a_{Na15}x_{15} \geq b_{Na} \\ a_{K1}x_1 + a_{K2}x_2 + \dots + a_{K15}x_{15} \geq b_K \\ a_{Ca1}x_1 + a_{Ca2}x_2 + \dots + a_{Ca15}x_{15} \geq b_{Ca} \\ a_{Mg1}x_1 + a_{Mg2}x_2 + \dots + a_{Mg15}x_{15} \geq b_{Mg} \\ a_{P1}x_1 + a_{P2}x_2 + \dots + a_{P15}x_{15} \geq b_P \\ a_{Fe1}x_1 + a_{Fe2}x_2 + \dots + a_{Fe15}x_{15} \geq b_{Fe} \end{array} \right.$$

$$x_1, \dots, x_{15} \geq 0$$

где у элемента a_{B1} индекс Б - белки, а 1- первый продукт. У элемента a_{A1} индекс А- витамин А, а 1-первый продукт. Аналогично с минеральными веществами.

1.4 Решение

Решение задачи находится с помощью пакета «Поиск решения» в Excel

1. Вводим исходные данные в таблицу (См. приложение документ Excel Задача 1 лист 1). Ячейки В2:Р2 выделены для неизвестных переменных, ячейка Q5 – для значения целевой функции, ячейки Q9:Q21 – для левых частей ограничений.

2. Введем формулы для общей прибыли (ячейка F5) и левых частей ограничений (ячейки Q9:Q21):

=СУММПРОИЗВ(\$B\$2:\$P\$2;B9:P9) в ячейку Q9;

Используя маркер заполнения, протянем формулу до ячейки Q21

После ввода функций в данных ячейках появится значение 0.

3. Вызовем пакет «Поиск решения» во вкладке «Данные». Заполним «Оптимизировать целевую функцию»: выделить Q5,

«До»: установим Минимум,

«Изменяя ячейки переменных»: выделить B2:P2,

В соответствии с ограничениями: выбрать «Добавить» и выделить ячейки Q9 слева и S9 справа; нужный знак \geq . Аналогично ввести остальные $Q10 \geq S10$, $Q11 \geq S11$ и нажать «ОК»,

Сделать переменные без ограничений неотрицательными выделено по умолчанию.

Выберите метод решения: выбрать «Поиск решения лин. задач симплекс-методом» из выпадающего меню,

Нажать «Найти» решение,

Выбрать «Сохранить» найденное решение в диалоге Результаты поиска решения и нажать «ОК».

4. Оптимальный план находится в ячейках B2:P2. Потребляемые калории – в ячейке Q5. (См приложение документ Excel Задача 1 лист 2).

Ответ:

$x_1=0,80$

$x_2=0,43$

$x_3=0$

$x_4=0$

$x_5=17,60$

$x_6=1,50$

$x_7=0$

$x_8=0,08$

$x_9=0,86$

$x_{10}=0,46$

$x_{11}=0$ $x_{12}=0$ $x_{13}=0$ $x_{14}=0$ $x_{15}=0$

Таким образом суточный рацион составляет:

80г свиной мясной, 43г сосисок молочных, 1760г персиков, 150г курицы категории 1, 8г сыра российского, 86г мармелада фруктового.

.

2. Построение оптимальной полезности

2.1 Постановка задачи

К задачам рассматриваемого типа относится классическая задача о рюкзаке, которая в переменных 0 или 1 имеет вид:

$$\text{Max } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$\begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \leq b \\ x_i \in \{0,1\}, i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Или

$$L(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \leq b \\ x_1, \dots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

Имеется n позиций, каждую из которых можно либо выбрать ($x_i=1$), либо нет ($x_i=0$). Выбор i -й позиции требует затрат ресурса в количестве a_i . Общее количество, имеющее в распоряжении ресурса равно b . Эффект от выбора i -й позиции есть c_i . Следует осуществить выбор среди позиций, допустимый в смысле затрат ресурсов, и имеющий \max суммарный эффект.

2.2 Исходные данные

Дано 19 вещей. Цель задачи: сделать лучший набор предметов из общего их количества таким образом, чтобы их суммарный вес не превышал заданных 5 кг, а их суммарная полезность была максимальной.

(См приложение документ Excel задача 2)

Через переменные x_1, x_2, \dots, x_{19} обозначаем количество продуктов:

x_1 – Кроссовки

x_2 – Мяч

x_3 – Таблетки

x_4 – Пена для бритья

x_5 – Очки

x_6 – Станок

x_7 – Телефон

x_8 – Мыло

x_9 – Плавательные шорты

x_{10} – Фонарик

x_{11} -Аккумулятор
 x_{12} -Планшет
 x_{13} –Лекции по матану
 x_{14} –Манга
 x_{15} -Ветровка
 x_{16} -Шампунь
 x_{17} -Расчёска
 x_{18} –Ноутбук
 x_{19} –Паспорт

2.3 Модель

Тогда целевая функция имеет вид:

$$F = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{19} x_{19} \rightarrow \max, \text{ где}$$

c_1, \dots, c_{19} – полезность каждого продукта, а x_1, \dots, x_{19} – количество каждого продукта.

Удовлетворяющая следующей системе ограничений:

$$\begin{cases} a_{B1} x_1 + a_{B2} x_2 + \dots + a_{B19} x_{19} \geq b_B \\ x_1, \dots, x_{19} \geq 0 \end{cases}$$

где у элемента a_{B1} индекс B – вес предмета, 1- его номер, а b_B – ограничение (5 кг).

2.4 Решение

Решение задачи находим с помощью пакета «Поиск решения» в Excel.

1. Введем исходные данные (вес каждого предмета) в таблицу (См. документ Excel Задача 2). Ячейки E2:E20 выделены для неизвестных значений переменных x_1, \dots, x_{14} , а ячейка C23 – для значения целевой функции.

2. Введем формулы для целевой функции:

=СУММПРОИЗВ(E2:E20;C2:C20) в ячейку C23;

и левых частей ограничений по весу:

=СУММПРОИЗВ(E2:E20;B2:B20) в ячейку B23.

После ввода функций в данных ячейках появится значение 0.

3. Найдём полезность. Для этого составим таблицу 19х19, чтобы сравнить каждый продукт с остальными. Если продукт является более полезным, ставим 1, в противном случае – 0. Суммируем полученные результаты по вертикали и горизонтали. Далее переводим их в 10-ти бальную шкалу (ячейки В24:Т24). Полученный результат, для удобства, запишем в ячейки С2:С20.

4. Вызовем пакет «Поиск решения» во вкладке «Данные». Заполним:
«Оптимизировать целевую функцию»: выделить С23,
«До»: установим Максимум,
Изменяя ячейки переменных: выделить Е2:Е20,
В соответствии с ограничениями: выбрать «Добавить» и выделить ячейки В23 слева и В22 справа; нужный знак “<=”.
Сделать переменные без ограничений неотрицательными выделено по умолчанию,
Выберите метод решения: выбрать Поиск решения лин. задач симплекс-методом из выпадающего меню,
Нажать: Найти решение,
Выбрать «Сохранить» найденное решение в диалоге «Результаты поиска решения» и нажать «ОК».

5. Модифицируем наш оптимальный план, указывая ограничения для значений x_1, x_2, \dots, x_{19} .

6. Оптимальный план находится в ячейках Е2:Е20, где показано какие вещи и в каком количестве мы возьмем.

Ответ: $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 6, x_4 = 1, x_5 = 2, x_6 = 1, x_7 = 1, x_8 = 1, x_9 = 3, x_{10} = 1, x_{11} = 1, x_{12} = 1, x_{13} = 0, x_{14} = 1, x_{15} = 1, x_{16} = 1, x_{17} = 1, x_{18} = 0, x_{19} = 0$.

$F_{\max} = 4,87$.

Вывод

Рассмотрев задачи линейного программирования о диете и о рюкзаке, можно подвести итоги.

При решении задачи №1 на практике, мы смогли рассчитать оптимальный рацион питания при минимальном количестве калорий,

При решении задачи №2, мы смогли найти оптимальный набор вещей на отдых при ограничении в 5 кг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акулич И. Л. А 44 Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие для студентов эконом. спец. вузов.— М.: Высш. шк., 1986.
2. Васильев Ф. П., Иваницкий А. Ю. Линейное программирование. — М.: Изд-во «Факториал», 1998. — 176 с.
3. Горелик В. А., Фомина Т. П. «Основы исследования операций: Учебное пособие» Москва, МПГУ, 2004.
4. Косоруков О.А, Мищенко А.В. Исследование операций: Учебник / Косоруков О.А., Мищенко А.В. // Под общ. ред. д.э.н., проф. Н.П. Тихомирова. — М: Издательство «Экзамен», 2003. — 448 с.
5. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Исследование операций в экономике. Учебное пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ, 2003. — 407 с.
6. Лунгу К. Н. Линейное программирование. Руководство к решению задач. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 128 с.
7. Минько Э.В., Минько А.Э. Методы прогнозирования и исследования операций: учеб. пособие / - М.: Финансы и статистика, 2012. – 480с.
8. Таха Х.А. Введение в исследование операций 7-е издание. — М.: Вильямс, 2005. — 912 с.
9. Примеры задач линейного программирования. [Электронный ресурс] — Режим доступа http://www.math.mrsu.ru/text/courses/method/primer_linprog_zad.htm (дата обращения 04.07.2017).
10. Задача о рюкзаке онлайн. [Электронный ресурс] – Режим доступа <http://math.semestr.ru/dinam/backpack.php> (дата обращения 04.07.2017).