

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский физико-технический институт  
(государственный университет)»  
Факультет управления и прикладной математики  
Кафедра информатики

Диссертация допущена к защите  
зав. кафедрой

\_\_\_\_\_ Петров И.Б.

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

## **ДИССЕРТАЦИЯ на соискание ученой степени МАГИСТРА**

**Тема: Разработка и анализ методов восстановления карты  
проходимости на основе показаний датчиков измерения  
расстояния**

Направление: 03.04.01 – Прикладные математика и физика

Магистерская программа: 09.06.01 – Информатика и вычислительная техника

Выполнил студент гр. 073(а) \_\_\_\_\_ Шепелев Д.А.

Научный руководитель,

к. ф.-м. н. \_\_\_\_\_ Николаев Д.П.

Рецензент,

к. ф.-м. н. \_\_\_\_\_ Гладилин С.А.

# Оглавление

|  |    |
|--|----|
| <b>Введение</b> . . . . .  | 4  |
| <b>Глава 1. Обратная и прямая модель сонара. Методы восстановления карты проходимости.</b> . . . . . | 7  |
| 1.1. Обратная модель сенсора. Восстановление карты проходимости на основе обратной модели. . . . .   | 7  |
| 1.1.1. Обратная модель сенсора. . . . .  | 7  |
| 1.1.2. Описание традиционного метода картирования, основанного на обратной модели сенсора. . . . .   | 8  |
| 1.1.3. Недостатки традиционного метода картирования с обратной моделью. . . . .                      | 10 |
| 1.2. Прямая модель сенсора. Восстановление карты проходимости на основе прямой модели. . . . .       | 12 |
| 1.2.1. Прямая модель сонара . . . . .  | 12 |
| 1.2.2. Прямая модель сонара Труна . . . . .  | 12 |
| 1.2.3. Картирование с прямой моделью . . . . .   | 15 |
| <b>Глава 2. Картирование методом стохастического градиента</b> . . .                                 | 16 |
| 2.1. Функция правдоподобия карты проходимости . . . . .  | 16 |
| 2.2. Алгоритм картирования стохастическим градиента . . . . .  | 18 |
| 2.3. Работа в режиме реального времени . . . . .   | 19 |
| <b>Глава 3. Картирование методом градиентного спуска</b> . . . . .                                   | 21 |
| 3.1. Модель сонара . . . . .   | 21 |
| 3.1.1. Функция правдоподобия . . . . .   | 21 |
| 3.1.2. Весовые коэффициенты . . . . .  | 24 |
| 3.2. Алгоритм картирования методом градиентного спуска . . . . .                                     | 27 |

|   |    |
|---|----|
| <b>Глава 4. Эксперименты и результаты</b>                   | 29 |
| 4.1. Генерация синтетических данных с помощью прямой модели | 29 |
| 4.2. Детали реализации                                      | 30 |
| 4.2.1. Расположение сонаров во время экспериментов          | 30 |
| 4.2.2. Диаграмма направленности сонара                      | 31 |
| 4.2.3. Диаграмма чувствительности сонара                    | 32 |
| 4.3. Результаты   | 33 |
| 4.3.1. Картирование методом градиентного спуска             | 33 |
| 4.3.2. Картирование методом стохастического градиента       | 35 |
| <b>Заключение</b>   | 39 |
| <b>Список литературы</b>                                    | 41 |
| <b>Приложение А. Восстановленные карты проходимости</b>     | 43 |

## Введение

Карта проходимости является одним из основных способов описания окружения робота. Чаще всего такая карта задается в виде сетки, состоящей из квадратных ячеек одинакового размера, каждая из которых содержит информацию о проходимости соответствующего участка территории. Например, территория может быть занята или свободна, или каждая клетка может содержать вероятность того, что она содержит препятствие. Подобные карты проходимости, построенные на основе данных с сонаров, уже использовались в 1989 году [1, 2].

В основном карты проходимости используются для задач навигации. Для построения этих карт могут использоваться различные датчики: стереопары (с использованием плотных алгоритмов стереосопоставления) [3, 4], лазерные дальномеры (лидары) [5], сонары [1, 6, 7]. Лидары обеспечивают высокое качество измерений, однако являются дорогостоящими. Используя стереопару можно восстановить информацию о проходимости, однако её использование предполагает подходящие условия освещения. Сонары значительно дешевле и доступнее лидаров, и могут использоваться при любом освещении. Их недостатком является низкая точность, зашумленность и большой угловой разброс измерений. Также существуют поверхности, которые рассеивают ультразвук или отражают сигналы сонаров только под углами, близкими к прямому. Всё вышеуказанное значительно затрудняет процесс восстановления карты с использованием сонаров, однако существует множество методов, которые различными способами компенсируют эти недостатки.

Ставший на сегодняшний день уже традиционным подход картирования на основе *обратной модели сенсора* представляет карту проходимости в виде сетки, каждая ячейка которой содержит вероятность занятости соответствующей территории. Вероятность занятости каждой клетки оценивается независимо от других клеток-соседей, что позволяет строить карту проходимости на лету. Наиболее известным представителем этого семейства алгоритмов является [1], его

простота и возможность работы в режиме реального времени обеспечили ему широкое приложение в робототехнике. Однако предположение о независимости ячеек, которое используется в определении обратной модели, может приводить к артефактам на результирующей карте проходимости при некоторых сценариях работы.

Альтернативой упомянутому выше методу является нахождение полной карты проходимости, которая максимально правдоподобно объясняет сразу все показания сонаров. Похожие подходы используются, например, в работах [7–9]. Карта проходимости в работе [7] находится путем ЕМ-оптимизации [10], в статье [9] перебираются все возможные локальные конфигурации карты для нахождения максимально правдоподобной. Подобные методы опираются на так называемую *прямую модель* сонара. Проблема большинства алгоритмов, основанных на прямой модели, заключается в невозможности их имплементации для работы в режиме реального времени, а также необходимости больших вычислительных ресурсов для поиска оптимальной конфигурации карты. Требование работы в режиме реального времени к эффективному алгоритму построения карты проходимости является достаточно важным, так как часто такие модули являются неотъемлемой частью систем навигации робота.

Хотя и карты проходимости в виде сетки до сих пор остаются достаточно наглядным и популярным способом представления окружения, но из-за строгой дискретизации пространства неизбежна потеря точности и информации о форме поверхностей препятствий. Подобными недостатками не обладают карты, представляющие препятствия в виде геометрических фигур [11, 12]. Однако подобные подходы имеют два существенных недостатка: они находят только границы между занятыми и незанятыми областями, но не указывают явно проходимость той или иной клетки. В работе [13] предлагается метод, позволяющий объединить достоинства обоих подходов, однако он является вычислительно сложным и вряд ли возможна real-time реализация.

Целью данной работы является разработка алгоритмов картирования с

прямой моделью сонара, которые лишены недостатков методов, основанных на обратных моделях [1, 6], и при этом возможна имплементация разработанных методов для работы в режиме реального времени, в отличие от [7–9, 13]. В результате этой работы созданы два метода, восстанавливающие карту проходимости с помощью сонаров. Результаты картирования сравниваются с традиционным методом, описанным в [1].

## Глава 1

# Обратная и прямая модель сонара. Методы восстановления карты проходимости.

В этой главе описываются два подхода, используемых в большинстве известных на сегодняшний день алгоритмов для восстановления карты проходимости. Первый подход базируется на обратной модели сенсора. Основанный на этой модели алгоритм из [1] будет рассмотрен подробно, так как построенные им карты проходимости будут использованы для сравнения с предложенными в следующих главах алгоритмами. Далее дается определение прямой модели и описывается суть методов картирования, основанных на ней. Предложенная в [7] прямая модель описывается подробно, так как в дальнейшем она будет использована в главе 2.

Введем необходимые в дальнейшем обозначения. Пусть  $m_i$  - клетка карты проходимости  $m$ . Будем считать, что каждая клетка  $m_i$  - бинарная случайная величина, принимающая два значения: {свободная, занятая}. Наблюдением сенсора  $z_t$  будем называть измерение и позу датчика в момент времени  $t$ , где это измерение было получено.

### 1.1. Обратная модель сенсора. Восстановление карты проходимости на основе обратной модели.

#### 1.1.1. Обратная модель сенсора.

Величину  $p(m_i|z_t)$  называют *обратной моделью сенсора* (*inverse sensor model*), она выражает вероятность занятости клетки  $m_i$  при известном наблюдении  $z_t$ . По определению считается, что клетки карты являются независимыми случайными величинами. Эта модель называется обратной, так как она обратна

процессу измерения – расстояние до объекта в такой модели определяется показанием сонара, хотя в реальности наблюдение сонара определяется расстоянием до препятствия.

Из такого определения обратной модели следует, что совместное распределение  $p(m_1, \dots, m_N|z) \equiv p(m|z)$  раскладывается следующим образом  $p(m|z) = \prod_i p(m_i|z)$ . Также заметим, что вероятность занятости клетки оценивается только из наблюдения и не зависит от состояния клеток-соседей.

Вместо того, чтобы напрямую решать задачу картирования, методы основанные обратной модели ищут оценивают следующую вероятность  $p(m|z_1, \dots, z_T) \equiv p(m|z_{1,T})$ . Проблема в том, что карта проходимости  $m$  принадлежит пространству большой размерности, но из определения обратной модели можно получить следующее:

$$p(m|z_{1,T}) = \prod_i p(m_i|z_{1,T}) \quad (1.1)$$

Таким образом задача сводится к оценке вероятностей занятости каждой клетки карты при известных наблюдениях.

### 1.1.2. Описание традиционного метода картирования, основанного на обратной модели сенсора.

Разложим  $p(m_i|z_t)$  по правилу Байеса

$$p(m_i|z_{1,t}) = \frac{p(z_t|m_i, z_{1,t-1})p(m_i|z_{1,t-1})}{p(z_t|z_{1,t-1})} \quad (1.2)$$

В предположении статичности окружения, ясно, что наблюдение  $z_t$  не зависит от предыдущих наблюдений, при условии известной карты проходимости  $m$

$$p(z_t|m, z_{1,t-1}) = p(z_t|m) \quad (1.3)$$



Выражение (1.3) действительно верное при предположении о статичности окружения. Однако это утверждение усиливается, так как по определению обратной модели клетки считаются независимыми случайными величинами: наблюдение  $z_t$  не зависит от предыдущих измерений при заданном состоянии клетки  $m_i$ , в независимости от состояний соседних клеток.

$$p(z_t|m_i, z_{1,t-1}) = p(z_t|m_i) \quad (1.4)$$

Подставив (1.4) в (1.2), снова воспользуемся правилом Байеса

$$p(m_i|z_{1,t}) = \frac{p(z_t|m_i)p(m_i|z_{1,t-1})}{p(z_t|z_{1,t-1})} = \frac{p(m_i|z_t)p(z_t)p(m_i|z_{1,t-1})}{p(m_i)p(z_t|z_{1,t-1})} \quad (1.5)$$

Формула (1.5) выписана для оценки вероятности занятости клетки  $m_i$ . Аналогичное выражение можно получить для оценки вероятности того, что ячейка  $m_i$  является свободной

$$p(\overline{m_i}|z_{1,t}) = \frac{p(\overline{m_i}|z_t)p(z_t)p(\overline{m_i}|z_{1,t-1})}{p(\overline{m_i})p(z_t|z_{1,t-1})} \quad (1.6)$$

Поделив (1.5) на (1.6) получим

$$\frac{p(m_i|z_{1,t})}{p(\overline{m_i}|z_{1,t})} = \frac{p(m_i|z_t)}{p(\overline{m_i}|z_t)} \frac{p(\overline{m_i})}{p(m_i)} \frac{p(m_i|z_{1,t-1})}{p(\overline{m_i}|z_{1,t-1})} \quad (1.7)$$

Заметим, что  $p(\overline{m_i}) = 1 - p(m_i)$ . Поэтому, переписав (1.7) в виде log-odds  $l(m_i) = \log \frac{p(m_i)}{1-p(m_i)}$ , окончательно получаем выражение итеративной оценки для  $l(m_i|z_{1,t})$

$$l(m_i|z_{1,t}) = l(m_i|z_t) + l(m_i|z_{1,t-1}) - l(m_i) \quad (1.8)$$

**Алгоритм 1:** Картирование с обратной моделью сенсора

```

/* Инициализация */
for all  $m_i$  in  $m$  do
    |  $l_i = \log \frac{p(m_i)}{1-p(m_i)}$ 
end
/* Рекурсивное обновление log-odds */
for all  $z_t$  do
    | for all  $m_i$  in  $m$  do
    | |  $l_i += \log \frac{p(m_i|z_t)}{1-p(m_i|z_t)} - \log \frac{p(m_i)}{1-p(m_i)}$ 
    | end
end
/* Получение вероятностей из log-odds */
for all  $m_i$  in  $m$  do
    |  $p(m_i|z_{1,T}) = 1 - e^{-l_i}$ 
end

```

В (1.7) вероятность  $p(m_i)$  выражает наши априорные представления о карте, обычно её полагают равной 0.5, считая что какой-либо информации о занятости каждой клетки карты нам неизвестно ничего определенного.

### 1.1.3. Недостатки традиционного метода картирования с обратной моделью.

Выполнение предположения (1.4) является в некоторых случаях существенным, и его невыполнение влечет к артефактам на карте проходимости. Рассмотрим в качестве примера ситуацию, когда для картирования используется идеальные сонары (без ошибки измерений). Сонар имеет достаточно широкий луч (область видимости, диаграмма направленности), который часто представляется в виде конуса, пересекающий множество клеток (рисунок 1.1). Измерение сонара говорит о следующем - на конце конуса должно находиться препятствие,

которое должно хорошо объяснять полученное измерение, при этом вероятность существования других препятствий внутри этого конуса невелико.

На рисунке 1.1 изображены два сонара ( $A$ ,  $B$ ), области видимости которых пересекаются в нескольких клетках. Для сонара  $A$  эти клетки принадлежат области препятствий, а для  $B$  - свободной от препятствий территории. В результате работы алгоритма мы получим, противоречивую информацию о занятости этих клеток: одно измерение говорит о том, что эти ячейки должны быть заняты, другое - что свободны. В этом примере легко понять, что для того чтобы хорошо объяснить наблюдения сонаров  $A$  и  $B$ , клетки на пересечении конусов видимости должны быть свободны, так как есть другие клетки хорошо объясняющие эти измерения (Рис 1.1 (в)). Однако эта важная дополнительная информация не используется методом, в силу предположения о независимости клеток.

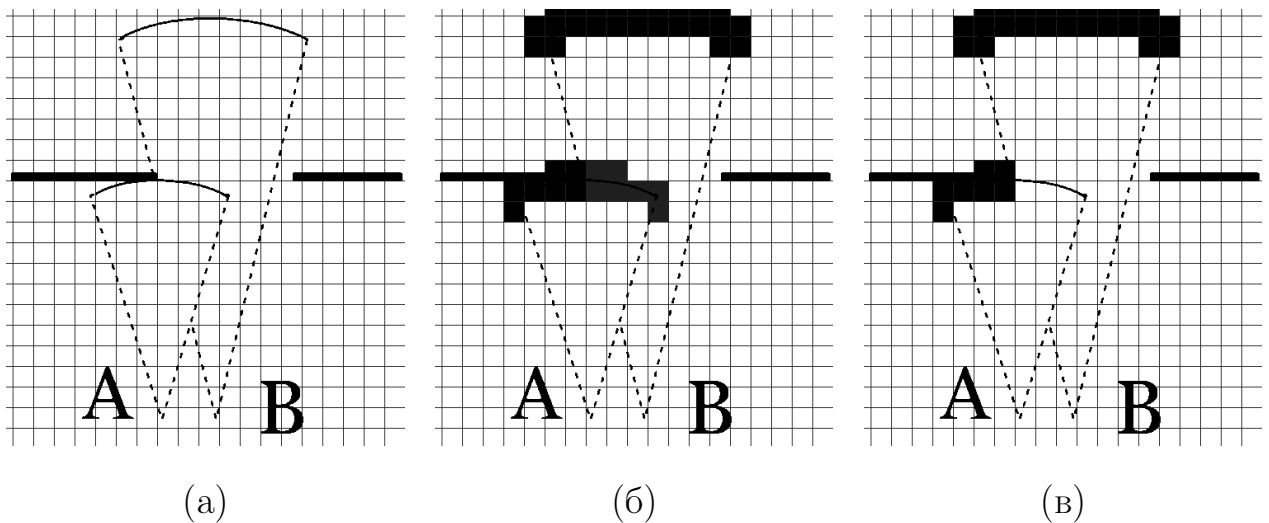


Рис. 1.1. Сонары  $A$  и  $B$ , области видимости которых пересекаются в нескольких клетках (а). Карта проходимости для этого случая, которая будет построена алгоритмом с обратной моделью сонара (б). Верная карта проходимости для этого случая (в).

На самом деле, эта проблема может коснуться не только традиционного метода, но и любого другого метода, который использует предположение о независимости клеток тогда, когда оно может не выполняться. Таким образом, можно сделать вывод, что использование подобных методов может приводить к

восстановлению такой карты проходимости, которая в некоторых случаях ошибочно объясняет наблюдения сонаров. В работе [7] предложен другой подход к картированию, лишенный описанных выше проблем.

## 1.2. Прямая модель сенсора. Восстановление карты проходимости на основе прямой модели.

### 1.2.1. Прямая модель сонара

Величина  $p(z|m)$  представляет собой вероятностное распределение наблюдений сенсора  $z$  при некоторой известной карте проходимости  $m$ . По аналогии с обратной моделью  $p(m_i|z)$ , будем называть  $p(z|m)$  *прямой моделью сенсора (forward model)*. Прямая модель показывает на сколько правдоподобно наблюдение  $z$  объяснено картой проходимости  $m$ . Эта модель в отличие от обратной напрямую не опирается на предположение о независимости клеток. Идея методов картирования, основанных на прямой модели, сводится к следующему: найти такую карту  $m^*$  которая наилучшим образом согласуется с показаниями сенсоров, максимизируя значение вероятности  $p(z_{1,T}|m)$ .

Далее приводится подробное описание прямой модели сонара из [7], так как в дальнейшем она будет использована одним из методов, предлагаемых в этой работе.

### 1.2.2. Прямая модель сонара Труна

Предполагается, что сонар выдаёт измерения  $r$  из отрезка  $[R_{min}, R_{max}]$ . Измерение  $r$  может быть получено в результате двух сценариев:

1. **Случайный выброс.** С вероятностью  $p_{rand}$  сонар выдаёт случайное значение дальности, распределенное равномерно на  $[R_{min}, R_{max}]$ . Этот случай описывает возможные ошибочные измерения сенсора, которые могут получиться в результате переотражений, зашумлений другими сонарами и

т.д.

2. **Обычный случай.** С вероятностью  $p_{hit}$  некоторое ближайшее препятствие, которое находится в области видимости сонара, может отразить волну, и таким образом сенсор с некоторой ошибкой вернёт расстояние до него. С вероятностью  $1 - p_{hit}$  это препятствие может остаться незамеченным датчиком, но волна в конце концов может отразиться от какого-нибудь следующего препятствия. Если же все препятствия внутри области видимости останутся незамеченными сонаром, то в качестве измерения вернётся максимальное  $R_{max}$ .

В качестве пояснения рассмотрим пример, изображенный на рисунке 1.1. На этом рисунке видно, что самое близкое препятствие не лежит в конусе видимости сонара, поэтому в обычном случае оно не влияет на  $p(z|m)$ . С вероятностью  $p_{rand}$  сонар выдаст ошибочное измерение. Пусть  $d_1$  и  $d_2$  расстояния до первого и второго препятствия в области видимости сонара соответственно. С вероятностью  $(1 - p_{rand})p_{hit}$  сонар обнаружит первое препятствие и вернёт  $d_1 + e$ , где  $e$  - некоторая ошибка. Однако с вероятностью  $(1 - p_{rand})(1 - p_{hit})$  первое препятствие не будет замечено сенсором. Аналогично с вероятностью  $(1 - p_{rand})(1 - p_{hit})p_{hit}$  будет обнаружено второе препятствие. С вероятностью  $(1 - p_{rand})(1 - p_{hit})^2$  сенсор вернет максимально возможное измерение  $R_{max}$ .

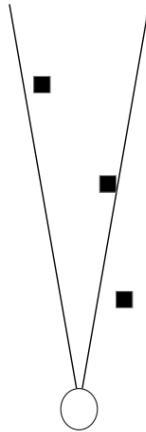


Рис. 1.1. Пример сонара и возможных положений препятствий.

Теперь опишем эту модель формально. Пусть внутри области видимости сонара находятся  $K$  препятствий, отсортированных в порядке возрастания дистанции  $d_k$ . Через  $\{c_*, c_0, c_{1,K}\}$  будем обозначать множество различных сценариев работы сонара, через  $c_*$  - случайный выброс,  $c_0$  - измерение  $R_{max}$ .

1. Пусть реализовался случай, когда измерение было порождено событием  $c_k$ ,  $k \in \{0, \dots, K\}$

$$p(z|m, c_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(z-d_k)^2}{\sigma^2}} \quad (1.9)$$

2. Если реализовался случай  $c_*$ , то

$$p(z|m, c_*) = \frac{1}{R_{max}} \quad (1.10)$$

Таким образом, распределение  $p(z|m)$  является смесью распределений

$$p(z|m) = \sum_{c_i \in \{c_*, c_0, K\}} p(z|m, c_i) p(c_i) \quad (1.11)$$

Из рассуждений выше запишем априорную вероятность  $p(c_k)$

$$p(c_k) = \begin{cases} p_{rand}, & k = * \\ (1 - p_{rand})(1 - p_{hit})^K, & k = 0 \\ (1 - p_{rand})(1 - p_{hit})^{k-1} p_{hit}, & k > 0 \end{cases} \quad (1.12)$$

Окончательно получаем

$$\begin{aligned} p(z|m) &= \frac{1}{R_{max}} p_{rand} \\ &+ \sum_{i \in \{1, \dots, K\}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(z-d_k)^2}{\sigma^2}} (1 - p_{rand})(1 - p_{hit})^{k-1} p_{hit} \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(z-R_{max})^2}{\sigma^2}} (1 - p_{rand})(1 - p_{hit})^K \end{aligned} \quad (1.13)$$

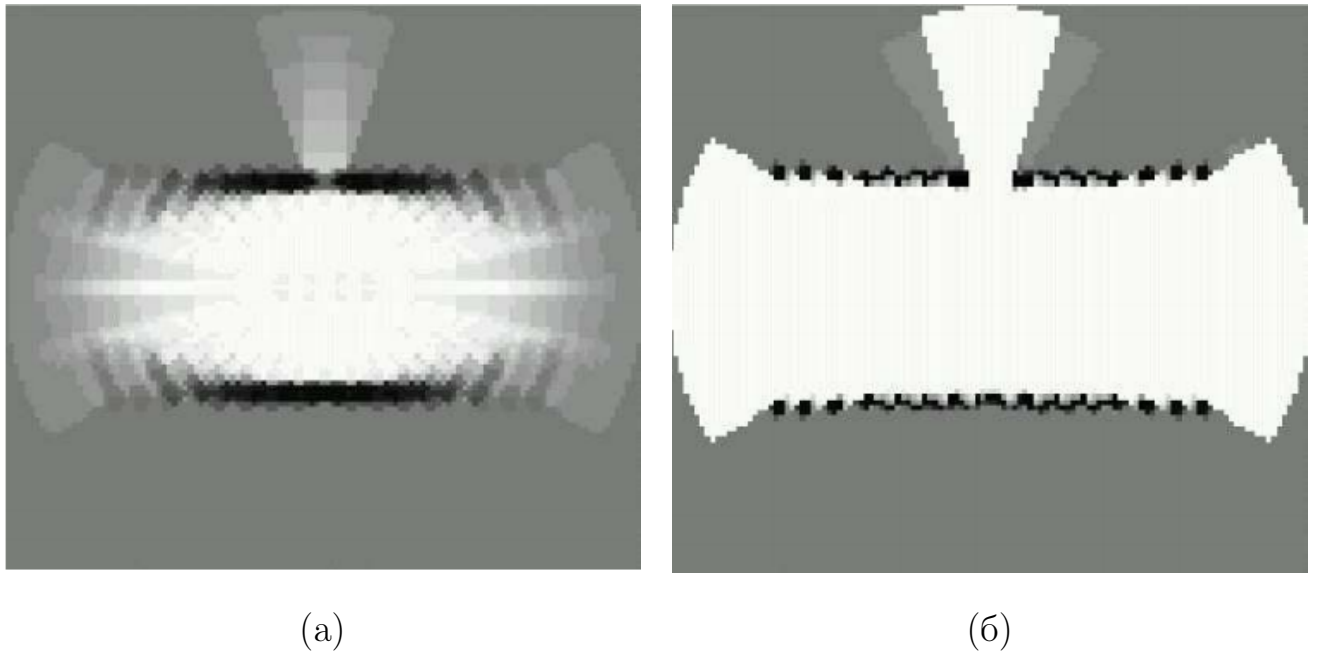


Рис. 1.2. Результаты картирования двери из работы [7]. (а) - результаты алгоритма на основе обратной модели, (б) - на основе ЕМ-алгоритма с прямой моделью.

### 1.2.3. Картирование с прямой моделью

В работе [7] описанная прямая модель сонара в 1.2.2 используется для построения карты проходимости при помощи ЕМ-алгоритма [10]. В отличие от картирования на основе обратной модели, алгоритмы с прямой моделью сохраняют зависимости между клетками карты, что позволяет лучше восстанавливать карту проходимости. На рисунке 1.2 видно, что метод из работы [7] восстановил дверной проем, когда как традиционный метод [1] - нет.

Как уже отмечалось раньше основной недостаток метода [7] заключается в том, что он не может быть имплементирован для работы в режиме реального времени и требуют больших вычислительных ресурсов для поиска оптимальной карты. Поэтому в этой работе предлагается иной метод на основе рассмотренной здесь прямой модели сонара, который допускает real-time реализацию.

## Глава 2

# Картирование методом стохастического градиента

Используя прямую модель, описанную в 1.2.2, мы предлагаем метод картирования, который использует преимущества прямой модели, и при этом допускает real-time реализацию. Как и раньше, через  $m$  будем обозначать карту проходимости. Через  $Z = \{z_1, \dots, z_T\}$  - множество наблюдений сонаров  $z_t$ . Через  $o(m_i)$  будем обозначать занятость клетки  $m_i$ :  $o(m_i) = 0$  - клетка проходима,  $o(m_i) = 1$  - клетка непроходима.

Вначале введем функцию правдоподобия, состоящую из прямой модели сенсора и априорных представлений об окружении. Затем случайным перебором будем максимизировать значение этой функции.

## 2.1. Функция правдоподобия карты проходимости

Введем следующий функцию от  $m$  при заданных наблюдениях  $Z$ :

$$\Phi(m, Z) = \phi_{sonars}(m, Z) + \phi_{occupancy}(m) + \phi_{borders}(m), \quad (2.1)$$

Рассмотрим составляющие части функции (2.1)

1.  $\phi_{sonars}$  - распределение наблюдений сонаров  $z_t$  при заданной карте проходимости  $m$ .

$$\phi_{sonars}(m, Z) = p(z_1, \dots, z_T | m) = \prod_t p(z_t | m) \quad (2.2)$$

Эта часть (2.1) показывает на сколько хорошо карта  $m$  объясняет показания сонаров  $z_t$ . В работе в качестве модели сонара  $p(z_t | m)$  используется



прямая модель, описанная в 1.2.2. Вместо (2.2) в окончательной формуле используется логарифм от этой функции:

$$\phi_{sonars}(m, Z) = \log p(z_1, \dots, z_T | m) = \sum_t \log p(z_t | m) \quad (2.3)$$

2.  $\phi_{occupancy}(m)$  отвечает за априорные знания о проходимости карты

$$\phi_{occupancy}(m) = \sum_{m_i} w_o o(m_i) \quad (2.4)$$

В зависимости от значения весового коэффициента  $w_o$  можно регулировать наше первоначальное представление о карте, без учета наблюдений сонаров. Например, при  $w_o < 0$  и  $\phi_{sonars}(m, Z) = const$  пустая карта будет максимизировать  $\Phi(m, Z)$ .

3.  $\phi_{borders}(m)$  представляет собой следующую сумму

$$\phi_{borders}(m) = \sum_{m_i} w_b n^2(m_i) \quad (2.5)$$

где  $n(m_i)$  - число таких соседей клетки  $m_i$ , состояние которых не совпадает с состоянием  $m_i$ . Функция (2.5), как и (2.4), отвечает за наши априорные знания об окружении и имеет простую интерпретацию. Естественно считать что, если большинство соседей заняты, то и рассматриваемая клетка скорее всего занята. Аналогичную гипотезу можно сформулировать и для незанятых клеток. Поэтому если  $w_b < 0$ , то клетка будет штрафовать за каждого соседа, состояние которого не совпадает со состоянием клетки. Абсолютная величина коэффициента  $w_b$  позволяет регулировать его относительный вклад в (2.1).

Таким образом задача картирования сводится к задаче максимизации (2.1) по всем возможным картам проходимости

$$m^*(Z) = \underset{m}{\operatorname{argmax}} \left( \phi_{\text{sonars}}(m, Z) + \phi_{\text{occupancy}}(m) + \phi_{\text{borders}}(m) \right) \quad (2.6)$$

## 2.2. Алгоритм картирования стохастическим градиента

Оптимизационная задача (2.6) решается методом стохастического градиента. Каждый оптимизационный шаг состоит из следующих действий:

1. Случайным образом выбирается клетка  $m_i$  и значение проходимости  $o(m_i)$  инвертируется

$$o^*(m_i) = 1 - o(m_i)$$

2. Для нового состояния клетки  $m_i$  пересчитываются  $\phi_{\text{sonars}}(m, Z)$ ,  $\phi_{\text{occupancy}}(m)$  и  $\phi_{\text{borders}}(m)$ . В  $\phi_{\text{sonars}}(m, Z) = \sum_{z_t} \log p(z_t|m)$  меняются только части суммы, для которых клетка  $m_i$  лежит в области видимости сонара. Поэтому можно достаточно быстро пересчитать новое значение  $\phi_{\text{sonars}}^*(m, Z)$ . Также ясно, что при инвертировании одной клетки  $m_i$  возможно быстро получить новые значения  $\phi_{\text{occupancy}}^*(m)$  и  $\phi_{\text{borders}}^*(m)$ , так как  $\phi_{\text{occupancy}}(m)$  и  $\phi_{\text{borders}}(m)$  являются суммами функций от каждой клетки карты  $m_k$ , и их значения зависят только состояния клетки  $m_k$  и её соседей.
3. Если  $\Phi^*(m, Z) = \phi_{\text{sonars}}^*(m, Z) + \phi_{\text{occupancy}}^*(m) + \phi_{\text{borders}}^*(m) > \Phi(m, Z)$ , то сохраняем новое значение  $o^*(m_i)$  и  $\Phi^*(m, Z)$ ,  $\phi_{\text{sonars}}^*(m, Z)$ ,  $\phi_{\text{occupancy}}^*(m)$ ,  $\phi_{\text{borders}}^*(m)$ ; иначе возвращаемся в предыдущее состояние. Для того чтобы избежать застревания в локальных минимумах, добавляется рандомизация сохранения нового состояния: инвертирование сохраняется с вероятностью  $p_{\text{random\_factor}}$ , вне зависимости от величины  $\Phi^*(m, Z)$ .

В этой работе имплементирована оффлайн версия алгоритма 2, которая на вход получает сразу все наблюдения сонаров, и затем оптимизирует карту проходимости.

**Алгоритм 2:** Оффлайн версия картирования методом стохастического градиента

**Data:**  $m^0$  - начальное состояние карты,  $Z$  - множество наблюдений  
сонаров,  $N$  - число оптимизационных шагов

**Result:**  $m$  - карта проходимости

/\* инициализация

\*/

**begin**

$m = m^0;$

$\phi_{sonars}(m, Z), \phi_{occupancy}(m), \phi_{borders}(m);$

$\Phi(m, Z) = \phi_{sonars}(m, Z) + \phi_{occupancy}(m) + \phi_{borders}(m);$

**end**

**for**  $k = 0; i < N; k = k + 1$  **do**

случайным образом выбирается клетка карты  $m_i$ ;

$o^*(m_i) = 1 - o(m_i);$

пересчитать  $\phi_{sonars}^*(m, Z), \phi_{occupancy}^*(m), \phi_{borders}^*(m);$

$\Phi^*(m, Z) = \phi_{sonars}^*(m, Z) + \phi_{occupancy}^*(m) + \phi_{borders}^*(m) > \Phi(m, Z);$

**if**  $\Phi^*(m, Z) > \Phi(m, Z)$  *или*  $rand(0, 1) < p_{randomfactor}$  **then**

$m = m^* \phi_{sonars}(m, Z) = \phi_{sonars}^*(m, Z);$

$\phi_{occupancy}(m) = \phi_{occupancy}^*(m);$

$\phi_{borders}(m) = \phi_{borders}^*(m);$

$\Phi(m, Z) = \Phi^*(m, Z);$

**end**

**end**

## 2.3. Работа в режиме реального времени

На основе предложенного метода можно реализовать алгоритм, который работает в режиме реального времени. В этом режиме оптимизация ведется одновременно с получением новых данных. Ясно, что при долгом и непрерыв-

ном сборе данных, в определенный момент времени количество наблюдений превысит тот их объем, который возможно обрабатывать на лету. Поэтому для обработки необходимо выбирать лишь некоторую часть данных, чтобы не выйти за рамки отведенного оптимизации времени. Здесь предлагаются следующие способы составления выборки наблюдений для оптимизации:

- Использовать скользящее окно и рассматривать последние  $N_{max}$  наблюдений - таким образом мы гарантируем, что каждый пересчет  $\phi_{sonars}(m, Z)$  не превысит  $T_{max} = \Delta_t N_{max}$ , где  $\Delta_t$  - время пересчета одного слагаемого из  $\phi_{sonars}(m, Z)$  соответствующего наблюдения.
- Для каждой клетки хранить номера  $t$  наблюдений  $z_t$  сонаров, которые содержат её в поле зрения. Ограничение числа наблюдений привязанных к каждой ячейке значением  $N_{max}$  гарантирует, что для каждой ячейки пересчет  $\phi_{sonars}(m, Z)$  будет занимать времени не более  $T_{max} = \Delta_t N_{max}$ . Предлагается выбирать  $N_{max}$  последних наблюдений.
- В каждом узле трехмерной сетки  $(x_i, y_i, \varphi_i)$  хранится список наблюдений  $z_t = (x_t, y_t, \varphi_t, r_t)$ , которые принадлежат соответствующей части пространства:  $x_t \in [x_i - \Delta_x, x_i + \Delta_x]$ ,  $y_t \in [y_i - \Delta_y, y_i + \Delta_y]$  и  $\varphi_t \in [\varphi_i - \Delta_\varphi, \varphi_i + \Delta_\varphi]$ . Тогда в каждом узле можно хранить  $N_{max}$  последних измерений или некоторым образом фильтрованные наблюдения. При этом масштаб этой сетки, может не совпадать с масштабом карты проходимости.

## Глава 3

# Картирование методом градиентного спуска

В этой главе предлагается другой подход к построению карты проходимости. В отличие от рассмотренных ранее методов на основе прямой модели, в которых картирование сводится к задаче оптимизации на конечномерных пространствах большой размерности, предлагаемый в этой главе метод решает задачу восстановления карты с помощью поиска минимума некоторого непрерывного штрафа. Чтобы прийти к этому методу нужно переформулировать задачу восстановления карты проходимости.

Представим клетки карты проходимости  $m$  как переменные  $x_i$ , которые принимают значения от 0 до 1 и характеризуют степень занятости ячеек. Как и раньше будем искать такую карту  $m^*$ , которая наилучшим образом объясняет наблюдения сонаров, и для этого введем функцию, которая показывает, насколько хорошо карта  $m$  объясняет наблюдения  $Z$ . В этом методе используется прямая модель сонара, отличная от модели [1.2.2](#). Далее следует описание используемой модели.

## 3.1. Модель сонара

### 3.1.1. Функция правдоподобия

Измерение сонара  $r$  несёт в себе не только информацию о том, что на расстоянии  $r$  скорее всего находится препятствие, но и о том, что на расстоянии меньше  $r$  препятствия маловероятны. Поэтому каждое наблюдения сонара  $r$  можно интерпретировать следующим образом:

- В некоторой области, расположенной на расстоянии примерно  $r$  от сонара, располагается препятствие такого размера, что датчик смог его детектировать на таком расстоянии.

- В области видимости сонара на расстоянии меньше  $r$ , препятствия определенных размеров, которые могли стать причиной измерения сонара с меньшим  $r$ , отсутствуют.

Через  $\Omega_{free}(m, z)$  будем обозначать множество переменных  $x_i$ , которые соответствуют клеткам карты, находящимся внутри области видимости сонара, где не должно быть препятствий в соответствии с наблюдением  $z = (x, y, \varphi, r)$ . Множество переменных  $x_i$ , которые соответствуют ячейкам карты, располагающимся в луче сонара там, где должно находиться препятствие, будем обозначать как  $\Omega_{occ}(m, z)$ .

В работе предполагается, что показание сонара определяется только суммарной (как будет показано ниже, взвешенной) площадью препятствий внутри областей  $\Omega_{free}$  и  $\Omega_{occ}$ , и не зависит от взаимного расположения занятых клеток в них, несмотря на то, что на самом деле на измерение сонара сильно влияет направление нормали поверхности препятствия. Действительно, легче всего обнаружить то препятствие, поверхность которого перпендикулярна лучу сонара. Кроме того, сонары легче детектируют одно препятствие, расположенное в его поле зрения, чем несколько препятствий аналогичной формы и суммарной площади, которые рассредоточены в области луча. Данные эффекты в работе не рассматриваются.

Далее рассмотрим функцию правдоподобия  $\psi(m, z)$ , которая показывает, насколько хорошо карта  $m$  объясняет показание сонара  $z$ .  $\psi(m, z)$  состоит из двух слагаемых:  $\psi_{free}(m, z)$  отвечает за отсутствие препятствий в области  $\Omega_{free}(m, z)$ , за наличие препятствий в области  $\Omega_{occ}(m, z) - \psi_{occ}(m, z)$ . Далее для наблюдения сонара  $z_t$  и карты  $m$  будем коротко записывать

$$\psi^t = \psi_{free}^t + \psi_{occ}^t \quad (3.1)$$

Пусть  $Z = \{z_1, \dots, z_n\}$  - множество всех наблюдений сонаров. Тогда  $\Psi(m, Z)$  - функция правдоподобия всех наблюдений сонаров. Будем считать, что  $\Psi(m, Z)$

является аддитивной относительно каждого наблюдения  $z_t$ , все показания датчиков имеют одинаковую достоверность и входят в  $\Psi(m, Z)$  с равным весом. Поэтому значение функции правдоподобия  $\psi^t$  должно принимать одинаковые максимальные и минимальные значения для различных сонаров. Постулируется, что для всех  $t \in \{1, \dots, n\}$  значения  $\psi_{free}^t$  и  $\psi_{occ}^t$  принимают значения от 0 до 1. Таким образом

$$\Psi(m, Z) = \sum_{t: z_t \in Z} \psi_{free}^t + \psi_{occ}^t \quad (3.2)$$

Теперь рассмотрим, каким образом должно формироваться значение  $\psi_{free}^t$  для области  $\Omega_{free}^t$ . Ясно, что занятые клетки внутри  $\Omega_{free}^t$  противоречат наблюдению сонара. Однако, если чувствительность датчика низкая, то одна занятая ячейка не является достаточным основанием полагать, что показание сенсора не объяснено картой  $m$ . Таким образом внутри  $\Omega_{free}^t$  может быть некоторое количество занятых клеток, которое зависит от чувствительности сонара. При этом не все ячейки в  $\Omega_{free}^t$  являются равнозначными: состояние тех клеток, которые лежат ближе к сонару, должно вносить больший вклад в  $\psi_{free}^t$ , так как отражение импульса от них более вероятно, чем от более удаленных занятых клеток. Поэтому, чтобы получить оценку эффективного количества препятствий в  $\Omega_{free}^t$ , рассмотрим взвешенную сумму

$$X = \sum_{x_i \in \Omega_{free}^t} x_i w_i \quad (3.3)$$

где  $w_i$  - вес, определяющий, насколько важной является ячейка  $x_i$ . Если взвешенная сумма  $X$  меньше некоторого порогового значения  $X_{free}^t$ , то наблюдение  $z_t$  считается хорошо объясненным. Если же сумма  $X$  превышает  $X_{free}^t$ , то начисляется штраф, увеличивающийся с возрастанием  $X$ . Будем считать, что  $\psi_{free}^t$  является кусочно линейной функцией вида

$$\psi_{free}^t = \begin{cases} \alpha_{free} X, & X < X_{free}^t \\ \alpha_{free} X_{free}^t + \beta_{free}^t (X - X_{free}^t), & X \geq X_{free}^t \end{cases} \quad (3.4)$$

Учитывая ограничение  $\psi_{free}^t(1) = 1$ , получаем

$$\beta_{free}^t = \frac{1 - \alpha_{free} X_{free}^t}{1 - X_{free}^t} \quad (3.5)$$

Параметр  $\alpha_{free} > 0$  должен быть достаточно малым, но отличным от нуля. Это нужно для того, чтобы был ненулевой штраф при значениях  $X \leq X_{free}^t$ , когда измерение сонара хорошо объяснено в области  $\Omega_{free}^t$ , и, таким образом, метод градиентного спуска мог бы сойтись.

Аналогичным образом, будем считать, что, при ограничении  $\psi_{occ}^t(1) = 0$  и малом  $\alpha_{occ} > 0$ ,  $\psi_{occ}^t$  является кусочно линейной функцией вида

$$\psi_{occ}^t = \begin{cases} 1 - \beta_{occ}^t X, & X < X_{occ}^t \\ 1 - \beta_{occ}^t X_{occ}^t - \alpha_{occ} (X - X_{occ}^t), & X \geq X_{occ}^t \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\beta_{occ}^t = \frac{1 - \alpha_{occ} + \alpha_{occ} X_{occ}^t}{X_{occ}^t} \quad (3.7)$$

### 3.1.2. Весовые коэффициенты

Далее через  $X_{threshold}$  будем обозначать  $X_{occ}$  и  $X_{free}$ . Для расчета порогов  $X_{threshold}$  и весов  $w_i$  необходимо знать информацию о чувствительности сонара. Обычно она предоставляется производителем и получается следующим образом: используется набор столбов различного диаметра, каждый из столбов помещается в разные точки диаграммы направленности датчика. Таким образом для каждого из столбов определяется геометрическое место точек, в которых он детектируется сонаром. Пример подобной спецификации приведен в [14]. В этой работе мы обобщаем данное представление чувствительности сонара.



Диаграммой чувствительности сонара назовем функцию  $s(x, y)$ , определённую следующим образом: для каждой точки  $(x, y)$  в системе координат сонара  $s(x, y)$  задает минимальную площадь препятствия  $s$ , которое обнаруживается датчиком в этой точке. Для реального сонара диаграмма чувствительности  $s(x, y)$  может быть построена эмпирически, либо приближенно на основе спецификации. В этой работе диаграмма чувствительности  $s(x, y)$  была построена на основе [14].

Теперь опишем, каким образом находятся веса  $w_i$ , при известной диаграмме чувствительности  $s(x, y)$ . Пусть площадь одной клетки равна  $s$ . Тогда для расчёта весов  $w_i$  и порога  $X_{threshold}$  можно использовать следующий алгоритм:

1. Сначала происходит расчет предварительных весов: для каждой переменной  $x_i$  выбирается вес

$$w_i^0 = \min\left(\frac{s}{s(x, y)}, 1\right) \quad (3.8)$$

То есть вес равен отношению площади клетки  $s$  к минимальной обнаруживаемой сонаром площади  $s(x, y)$  в точке  $(x, y)$ , но всё же если площадь ячейки больше, чем эта минимальная площадь, то вес  $w_i^0$  берется равным 1. Можно сказать, что сонар обнаружит препятствие в области  $\Omega$ , если  $X = \sum_{x_i \in \Omega} x_i w_i$  будет не меньше 1.

2. Чтобы значения функций  $\psi_{free}$  и  $\psi_{occ}$  были заключены между 0 и 1, необходимо чтобы  $X$  принимала значения от 0 до 1. Для этого мы проводим нормировку

$$w_i = \frac{w_i^0}{\sum_{i: x_i \in \Omega} w_i^0} \quad (3.9)$$

Тогда порог  $X_{threshold}$  берётся равным

$$X_{threshold} = \frac{1}{\sum_{i:x_i \in \Omega} w_i^0} \quad (3.10)$$

В алгоритме 3 приводится псевдокод функции вычисления весов.

**Алгоритм 3:** Алгоритм вычисления весов

**Data:**  $z_t$  -наблюдение,  $s(x, y)$  и  $s$  - диаграмма чувствительности и площадь одной клетки карты

**Result:**  $(\vec{w}_{free}^t, \vec{w}_{occ}^t, X_{free}^t, X_{occ}^t)$ , где  $\vec{w}_{free}^t, \vec{w}_{occ}^t$  - вектора весов переменных  $x_i$  в соответствии с наблюдением  $z_t$ ,  $X_{free}^t, X_{occ}^t$  - пороговые значения

**for**  $al\ k \in \{free, occ\}$  **do**

$\vec{w}_{free}^t = \vec{0};$

$\vec{w}_{occ}^t = \vec{0};$

$S = 0;$

**for**  $all\ x_i\ in\ \Omega_k^t$  **do**

$\vec{w}_k^t[x_i] = \min\left(\frac{s}{s(x,y)}, 1\right);$

$S += \vec{w}_k^t[x_i];$

**end**

$X_k = \frac{1}{S};$

**for**  $all\ x_i\ in\ \Omega_k^t$  **do**

$\vec{w}_k^t[x_i] = \frac{\vec{w}_k^t[x_i]}{S};$

**end**

**end**

Теперь у нас есть все составляющие алгоритма, восстанавливающего карту проходимости.

### 3.2. Алгоритм картирования методом градиентного спуска

Для восстановления карты проходимости минимизируется  $\Psi(m, Z)$  (3.2), используя метод градиентного спуска. Обратим внимание, что все наши рассуждения о модели сонаров касались карт проходимости, в которых переменные  $x_i$  принимают только значения 0 или 1. Оптимизация без ограничений может привести к значительным искажениям карты проходимости, когда  $x_i$  принимают значения больше 1 или меньше 0. Поэтому, вводятся дополнительные члены регуляризации в  $\Psi(m, Z)$ , ограничивающие значения переменных  $x_i$  между 0 и 1. Похожий способ борьбы с артефактами может быть найден, например, в [15].

Чтобы заключить значения проходимости клеток карты между 0 и 1 вводится следующая регуляризация ( $c_1 > 0$ )

$$R_1^i(x_i) = \begin{cases} c_1(x_i - 1), & x_i > 1 \\ 0, & x_i \in [0, 1] \\ -c_1x_i, & x_i < 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Ещё одно регуляризационное слагаемое, которое штрафует за близость значения переменной к 0.5, вводится для того, чтобы  $x_i$  принимали значения ближе к 0 или 1 ( $c_2 > 0$ )

$$R_2^i(x_i) = \begin{cases} c_2x_i, & x_i \in [0, 0.5] \\ c_2(1 - x_i), & x_i \in [0.5, 1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (3.12)$$

Таким образом, получаем регуляризацию

$$R^i(x_i) = R_1^i(x_i) + R_2^i(x_i) = \begin{cases} c_1(x_i - 1), & x_i > 1 \\ c_2x_i, & x_i \in [0, 0.5] \\ c_2(1 - x_i), & x_i \in [0.5, 1] \\ -c_1x_i, & x_i < 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Доопределим производные для всех  $t$  и  $x_i$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \psi_{free}^t(X_{free}^t) &= \frac{\partial}{\partial x_i} \psi_{occ}^t(X_{occ}^t) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_i} R^i(0) &= \frac{\partial}{\partial x_i} R^i(1) = \frac{\partial}{\partial x_i} R^i(0.5) = 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Предположим что начальное приближение  $m^0$  такое, что все  $x_i = 0.5$ , тогда из-за  $\frac{\partial}{\partial x_i} R^i(0.5) = 0$ , соответствующие  $x_i$  тех клеток, которые не попали внутрь диаграммы направленности ни одного сонара, останутся равны 0.5.

Таким образом, задача построения оптимальной карты переходит в следующую задачу минимизации

$$m^*(Z) = \underset{m}{\operatorname{argmin}} \left( \sum_{x_i} R^i(x_i) + \sum_{t: z_t \in Z} (\psi_{free}^t + \psi_{occ}^t) \right) \quad (3.15)$$

В работе предложенный алгоритм использовался только для обработки уже собранных данных. Скорость работы алгоритма позволяет использовать его в режиме реального времени, однако для работы в таком режиме (и для работы в течение неограниченного времени) необходимо осуществлять фильтрацию измерений, например, используя подходы из [2.3](#).

## Глава 4

# Эксперименты и результаты

### 4.1. Генерация синтетических данных с помощью прямой модели

Для исследования свойств методов восстановления карты проходимости необходим богатый набор наблюдений сонаров. Эти данные также позволяют проводить сравнение результатов работы разработанных алгоритмов при одних и тех же сценариях. Однако процесс сбора наблюдений реального робота представляет трудности:

- Необходимо знать положение робота в каждый момент времени, и следовательно сбор таких наблюдений требуется проводить на специальном полигоне, или иметь в распоряжении инструменты, которые позволят определять положение робота с требуемыми быстротой и точностью. Ясно, что это не всегда возможно.
- Свойства сонара могут сильно отличаться в зависимости от окружения, поэтому для полноты исследования того или иного метода картирования требуется возможность проводить эксперименты в различных условиях. На реальном роботе это далеко не всегда возможно.

В этой работе предлагается простой метод, который позволяет быстро получать экспериментальные синтетические данные. Ядром этого метода является прямая модель сонара, описанная в [1.2.2](#).

На вход алгоритму подаётся некоторая карта проходимости с заданным масштабом, которая может быть задана в формате картинки, где белый пиксель соответствует свободной от препятствий клетке, а черный - непроходимой

клетке. Затем остается только задать траекторию движения робота и параметры прямой модели сонара (1.13). Варьируя эти параметры, можно моделировать различные сценарии работы сонара. При заданных параметрах прямой модели ( $p_{rand}, p_{hit}$ ) и положении робота  $(x, y, \varphi)$  измерение сонара моделируется следующим образом:

- С вероятностью  $p_{rand}$  выдается случайное значение дальности, распределенное равномерно на  $[R_{min}, R_{max}]$ , иначе выполняется переход к следующему шагу.
- Находим в области видимости ближайшую нерассмотренную занятую клетку. С вероятностью  $p_{hit}$  эта клетка считается замеченной сонаром, дистанция от сонара до неё с нормальным шумом выдается в качестве измерения.
- С вероятностью  $1 - p_{hit}$  занятая клетка считается незамеченной сонаром, она помечается как рассмотренная и алгоритм возвращается к предыдущему шагу.
- Если все препятствия остались незамеченными, то выдается максимальное измерение  $R_{max}$ .

Таким образом, наш метод решает указанные выше проблемы и позволяет быстро создать необходимый массив наблюдений сонаров с известными нам свойствами.

## 4.2. Детали реализации

### 4.2.1. Расположение сонаров во время экспериментов

На рисунке 4.1 показано расположение сонаров во время экспериментов с использованием синтетических (слева) и реальных (справа) данных. В экспериментах на синтетических данных с каждой стороны робота (слева и справа)

располагаются по три сонара, при этом крайние датчики развернуты от центрального под углом в 30 градусов. На реальном роботе в передней части расположены четыре сонара, два крайних сонара развернуты от центральных под углом 45 градусов.

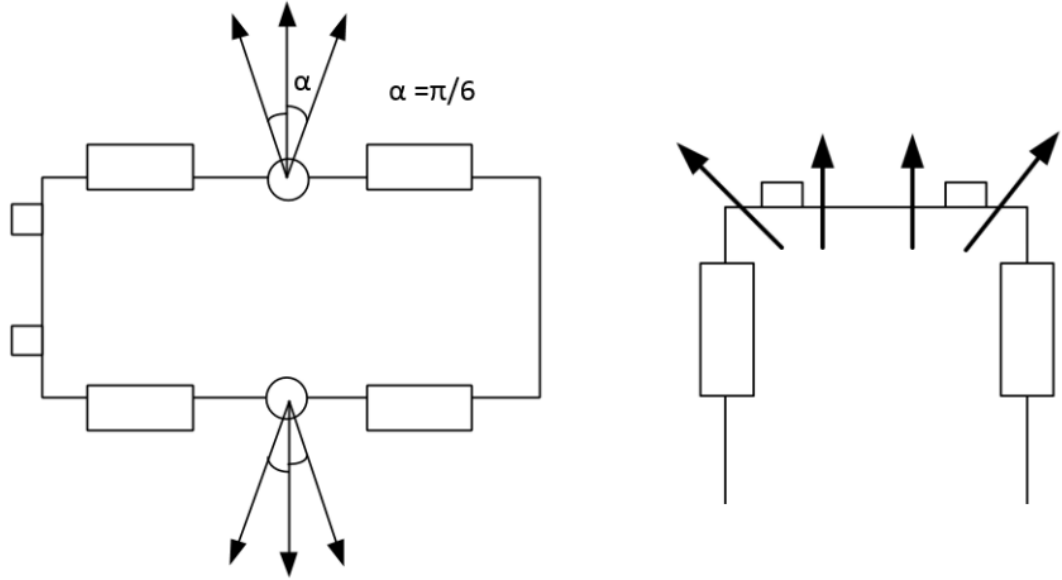


Рис. 4.1. Расположение сонаров на роботе для эксперимента с использованием синтетических (слева) и реальных (справа) данных.

#### 4.2.2. Диаграмма направленности сонара

Реальная диаграмма направленности представлена в [14]. В работе предполагается, что область видимости сонара является выпуклым многоугольником, заданный множеством координат своих вершин  $V = \{(x_v, y_v)\}$ , упорядоченных таким образом, что контур, который они образуют, является правильно ориентированной кривой. Тогда алгоритм определения того, лежит ли точка  $p = (x_p, y_p)$  внутри луча сенсора выглядит следующим образом

1. пусть нужно проверить лежит ли точка  $p$  внутри области видимости сонара
2. для каждой вершины из  $v_i \in V$ , кроме первой  $v_0$ , обозначив за  $a = v_i - v_0$

и  $b = p - v_i$ , по порядку проверяем выполнение следующего условия

$$a_x b_y - b_x y_a \geq 0 \quad (4.1)$$

Если условие выше выполняется, продолжаем проверку. Не выполнение этого условия означает, что точка  $p$  не принадлежит области видимости датчика.

3. На последнем шаге проверяем (4.1), считая что  $a = v_0 - v_{last}$  и  $b = p - v_{last}$

Приближение формы луча использованной в работе приведена на рисунке 4.2

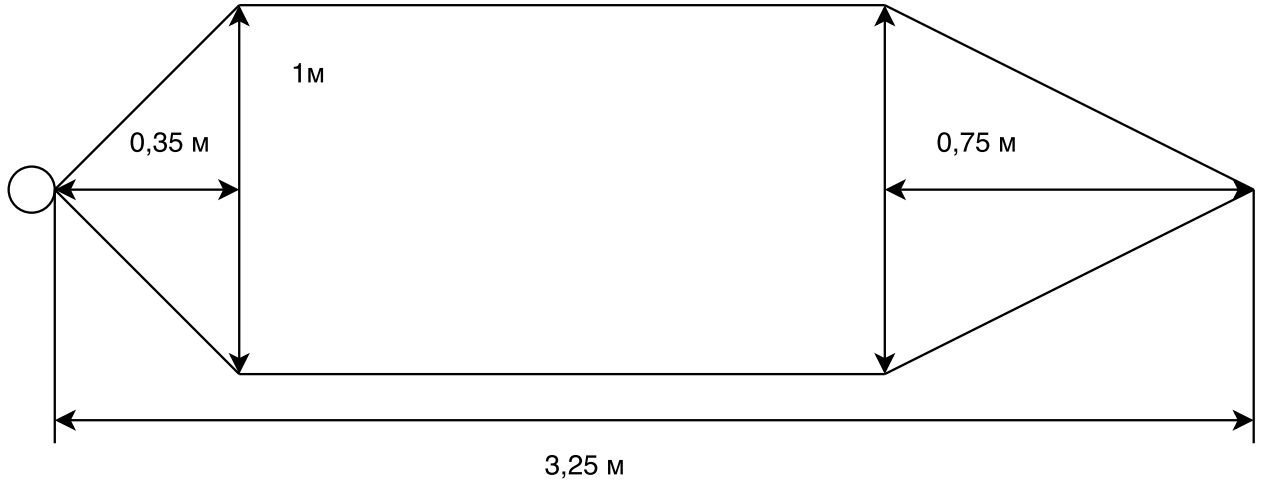


Рис. 4.2. Приближение диаграммы направленности сонаров, использованных в экспериментах.

#### 4.2.3. Диаграмма чувствительности сонара

Диаграмма чувствительности  $s(x, y)$ , которая используется в алгоритме, описанном в главе 3, была получена из [14]. Вследствии дискретности карты проходимости, можно дискретизировать функцию  $s(x, y)$ .

Рассмотрим пару  $(\Omega, s)$ , где  $\Omega$  - некоторая область, а  $s$  - минимальная площадь препятствия, которое обнаруживается сонаром в этой области. Таким образом,  $s(x, y)$  можно представить как множество пар  $\tilde{s} = \{(\Omega_i, s_i)\}$ . Будем



считать, что  $\Omega_i$  может быть представлена таким же образом, как и диаграмма направленности. В зависимости от масштаба карты, можно строить различные приближения  $\tilde{s}$  для диаграммы чувствительности  $s(x, y)$ . На рисунке 4.3 можно увидеть  $\tilde{s}$ , которое используется в работе.

### 4.3. Результаты

В этой части главы описаны результаты проведенных экспериментов на реальных и синтетических наблюдениях. Полученные в результате карты проходимости сравниваются с результатами картирования методом, основанным на обратной модели сонара. На приложенных рисунках белые пиксели соответствуют свободным клеткам, черные - занятым. В приложении можно найти остальные результаты работы алгоритмов на реальных и синтетических данных.

#### 4.3.1. Картирование методом градиентного спуска

Диаграмма чувствительности сонара, использованная в численных экспериментах, приведена на рисунке 4.3. Области  $\Omega_{free}$  и  $\Omega_{occ}$  определяются следующим образом: область  $\Omega_{occ}$  содержит все точки области видимости сонара, расстояние до которых лежит в диапазоне  $[r - \Delta r, r + \Delta r]$ . Область  $\Omega_{free}$  содержит все точки луча сонара, расстояние до которых меньше  $r - \Delta r$ .

Оба метода для каждой клетки карты оценивают число, принадлежащее отрезку  $[0, 1]$ , и выражающее степень занятости клетки. Поэтому при  $o(m_i) \geq 0.5$  - клетка считалась занятой,  $o(m_i) < 0.5$  - свободной.

Для численных экспериментов были выбраны два набора данных. Первый набор данных на основе искусственной карты (рисунок 4.1, слева) был синтезирован процедурой, описанной в 4.1, и в полученной выборке нет выбросовых наблюдений. В этом эксперименте робот движется по прямой снизу вверх по центру карты. Результаты восстановления карты проходимости на синтетиче-

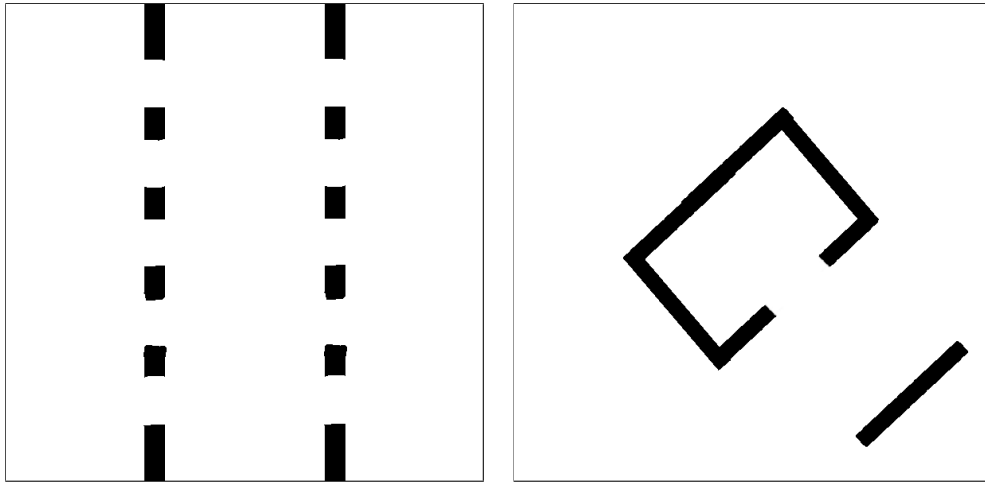


Рис. 4.1. Территории, на которых проводилось картирование (слева – искусственная территория, справа – реальная территория).

ских данных представлены на рисунке 4.2, на котором видно, что картирование предложенным методом значительно лучше восстанавливает дверные проемы, чем традиционный метод.

Второй набор данных собран с использованием настоящего робота, сонары на котором расположены как показано на рис. 4.1 (справа). При этом робот осуществляет полное вращение на месте в комнате, карта которой представлена справа на рисунке 4.1. Показания распределены неравномерно по углу (поскольку вращение осуществлялось с непостоянной скоростью), некоторые показания сонаров являются выбросовыми, а также позиции сонаров измерены не совсем точно. Этот эксперимент позволяет определить, какой эффективностью обладает предложенный алгоритм на реальных данных в сравнении с методом картирования на основе обратной модели. Результаты восстановления представлены на рисунке 4.3. Вследствие неравномерности снятых измерений, а также особенностей используемых методов, оба метода не смогли восстановить точную карту проходимости, однако метод на основе градиентного спуска сумел успешно восстановить дверное отверстие, в то время как традиционный метод не справился с этой задачей.

Карты проходимости на рисунках 4.2 и 4.3 были восстановлены со следу-

ющими параметрами алгоритма:  $\alpha_{free} = 0.05$ ,  $\alpha_{occ} = 0.01$ ,  $c_1 = 5$ ,  $c_2 = 1$ .

#### 4.3.2. Картирование методом стохастического градиента

Эксперименты проводились на том же наборе данных, что и в 4.3.1. Результаты представлены на рисунках 4.4 и 4.5. Для экспериментов использовались следующие параметры метода стохастического градиента:  $p_{rand} = 0.05$ ,  $p_{hit} = 0.75$ ,  $w_o = 0.05$ ,  $w_b = 0.005$ ,  $p_{randomfactor} = 0$ .

Восстановленная карта проходимости на основе синтетических данных представлена на рисунке 4.4. Видно, что картирование методом стохастического градиента хорошо справляется с задачей восстановления дверных проемов и восстанавливает карту проходимости точнее традиционного метода. Хотя на ней и есть некоторые артефакты они не противоречат наблюдениям сонаров.

Результаты восстановления на реальных данных представлены на рисунке 4.5. Предложенный метод не смог восстановить точную карту проходимости, однако частично восстановил дверное отверстие, в отличие от метода картирования с обратной моделью, который совершенно провалил эту задачу.

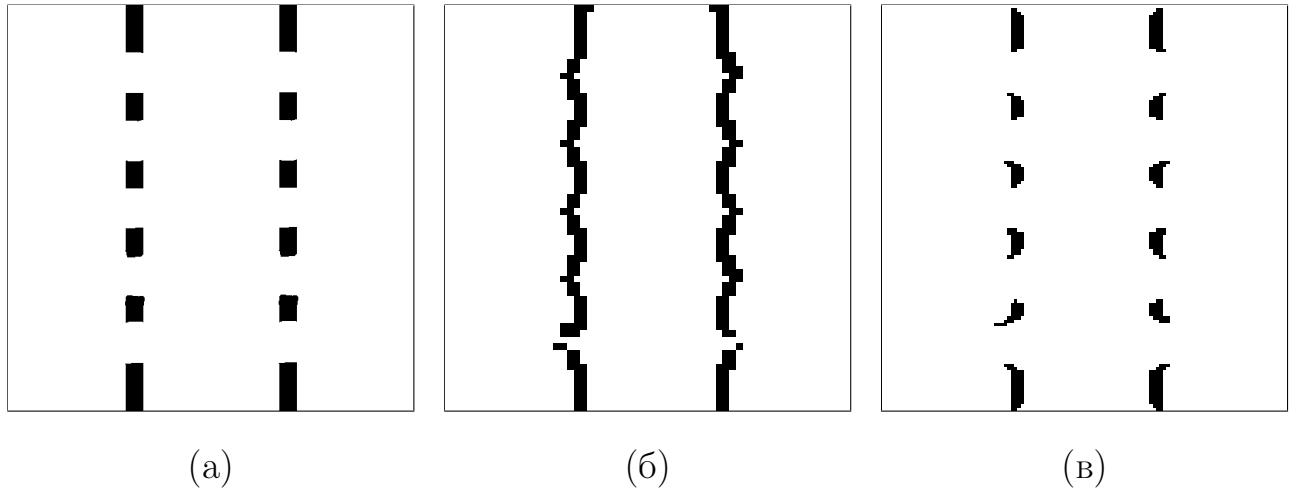


Рис. 4.2. Результаты восстановления карты проходимости с помощью алгоритма картирования с обратной моделью (б) и методом градиентного спуска (в) на основе синтетических данных, собранных на территории (а). Масштаб карты 5 сантиметров на одну клетку карты. Размер картируемой территории 6 метров на 6 метров. Видно, что картирование предложенным методом значительно лучше восстанавливает дверные проемы, чем традиционный метод.

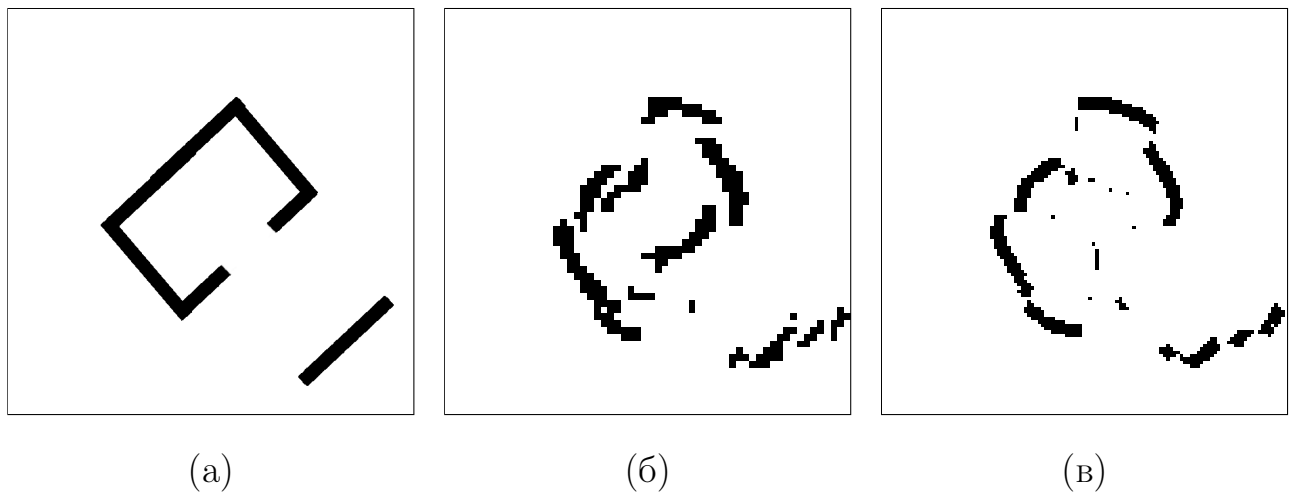


Рис. 4.3. Результаты восстановления карты проходимости с помощью алгоритма картирования с обратной моделью (б) и методом градиентного спуска (в) на основе реальных данных, собранных на территории (а). Размер картируемой территории 6 метров на 6 метров. Вследствие неравномерности снятых измерений, а также особенностей используемых методов, оба метода не смогли восстановить точную карту проходимости, однако метод на основе градиентного спуска сумел успешно восстановить дверное отверстие, в то время как традиционный метод не справился с этой задачей.

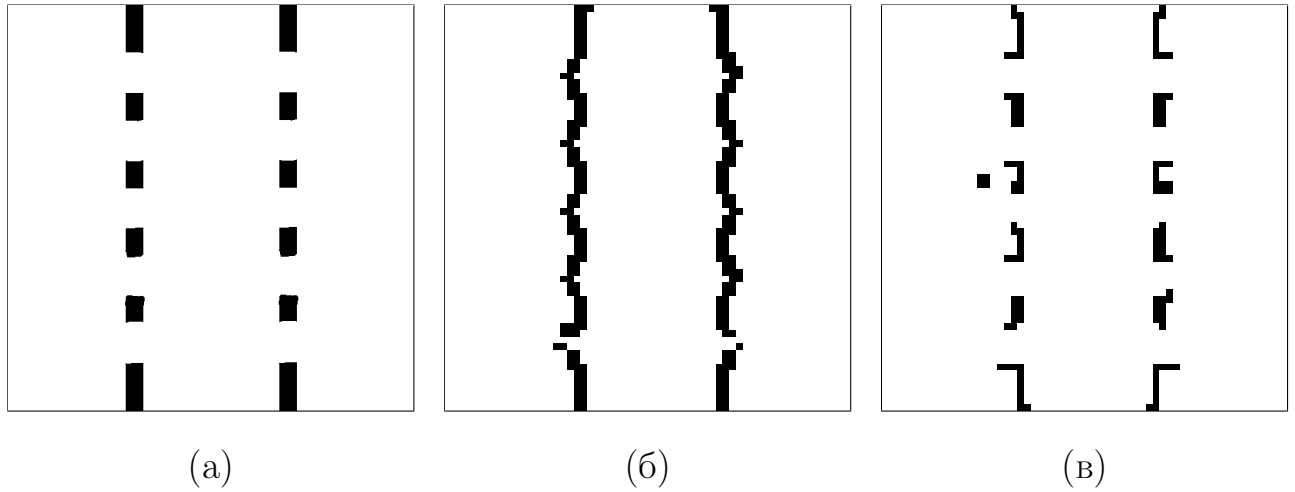


Рис. 4.4. Результаты восстановления карты проходимости с помощью алгоритма картирования с обратной моделью (б) и методом стохастического градиента (в) на основе синтетических данных, собранных на территории (а). Масштаб карты 10 сантиметров на одну клетку карты. Размер картируемой территории 6 метров на 6 метров. Видно, что картирование методом стохастического градиента хорошо справляется с задачей восстановления дверных проемов и восстанавливает карту проходимости точнее традиционного метода.

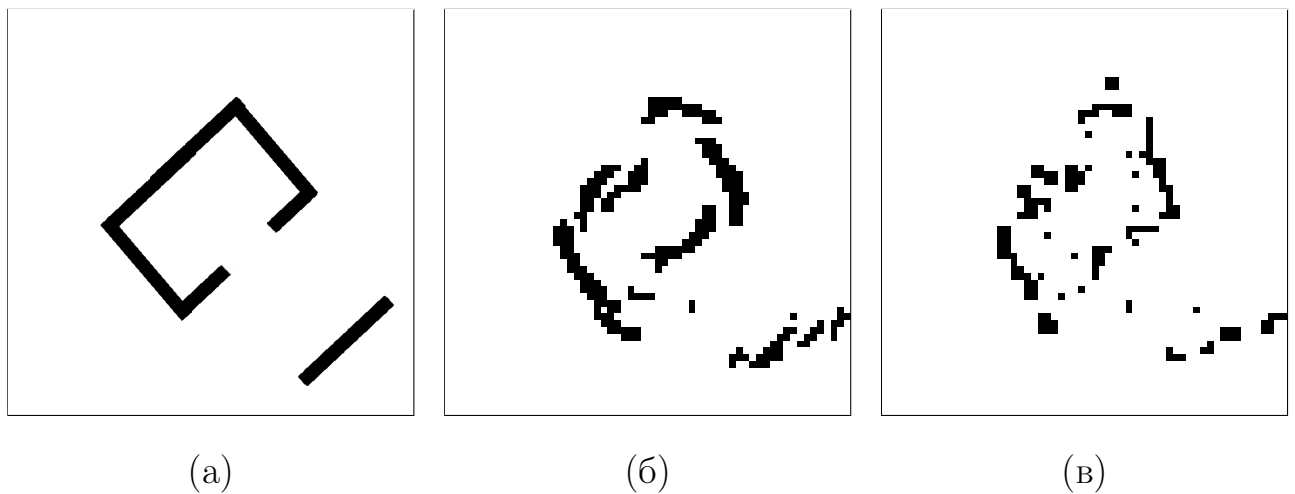


Рис. 4.5. Результаты восстановления карты проходимости с помощью алгоритма картирования с обратной моделью (б) и методом стохастического градиента (в) на основе реальных данных, собранных на территории (а). Размер картируемой территории 6 метров на 6 метров. Метод стохастического градиента не смог восстановить точную карту проходимости, однако частично восстановил дверное отверстие, в отличие от метода картирования с обратной моделью, который совершенно провалил эту задачу.

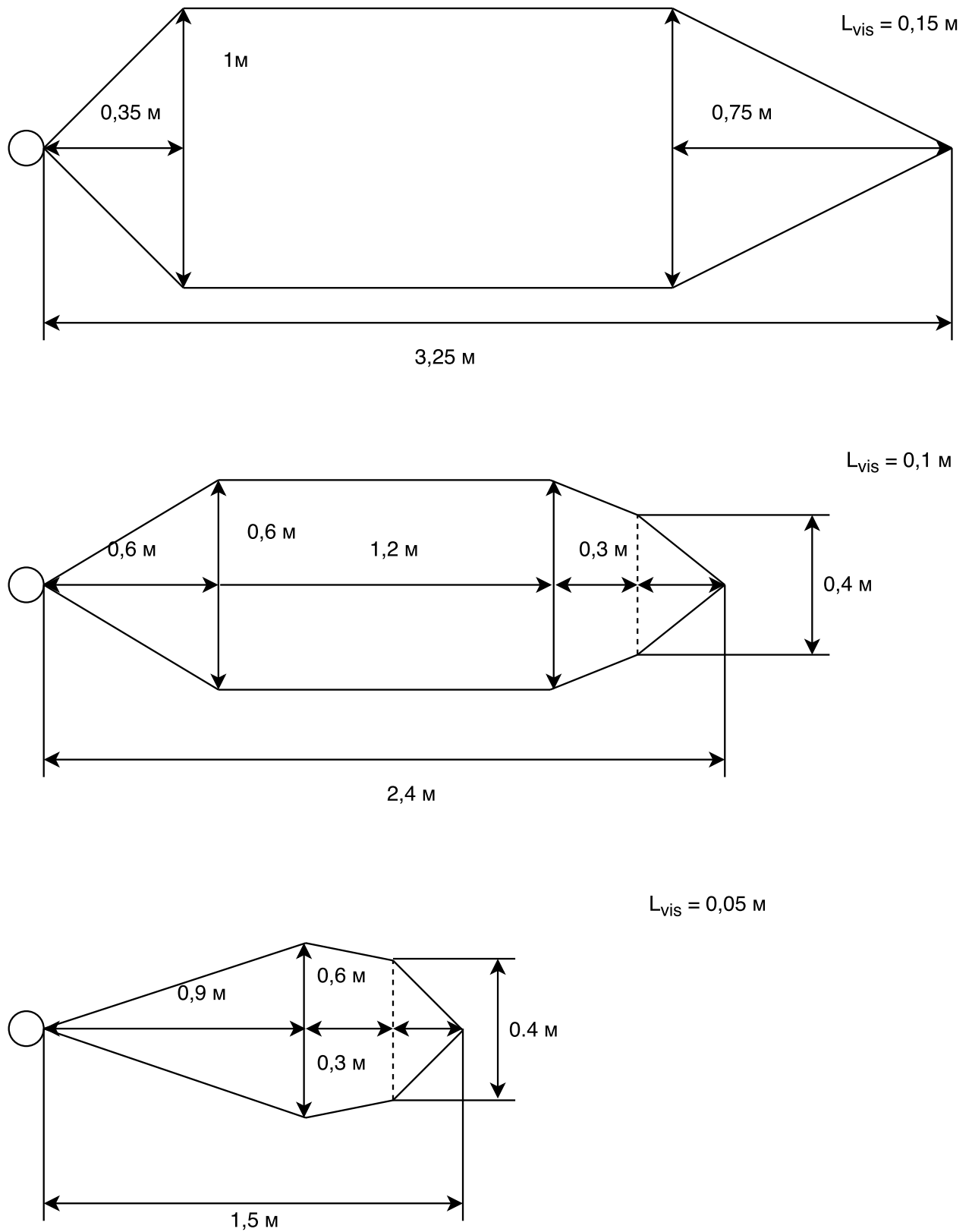


Рис. 4.3. Приближение диаграммы чувствительности сонаров, использованных в экспериментах. Она состоит из 3 областей, для каждой из которых задано  $L_{vis} = \sqrt{s}$  - минимальная площадь препятствия, которое детектируется сонаром в каждой точке соответствующей области видимости.

## Заключение

В работе предложены и имплементированы два метода для восстановления карты проходимости, используя наблюдения сонаров.

Первый алгоритм основан на прямой модели из [7] и методе стохастического градиента. Случайным образом перебирая различные карты проходимости, метод максимизирует функцию правдоподобия, состоящую из прямой модели сонара, описанной в 1.2.2, и априорной информации о территории. Метод не использует предположения о независимости клеток и способен работать в режиме реального времени. Проведенные эксперименты на реальных и синтетических данных показывают, что в ряде случаев предлагаемый подход справляется с задачей восстановления карты значительно лучше традиционного метода, основанный на обратной модели сонара [1]. Реализована оффлайн версия предложенного алгоритма и приведены способы того, как метод можно использовать в режиме реального времени для продолжительного картирования территории, когда количество данных, получаемых роботом, непрерывно растет.

Второй алгоритм основан на предлагаемой в этой работе прямой модели, рассматриваемой в 3.1. Каждое наблюдение сонара преобразуется в два множества клеток карты: в первом множестве суммарная площадь занятых клеток не может превосходить порогового значения, полученного исходя из свойств сонара; во втором суммарная площадь препятствий не может быть меньше другого порогового значения. Эта модель описывает насколько хорошо наблюдения сонара объяснены имеющейся картой проходимости. Сама задача картирования переформулирована таким образом, чтобы её стало возможно решить методом обычного градиентного спуска. В предлагаемом методе не используются предположения о независимости клеток карты. Эксперименты показали, что предложенный метод превосходит традиционный метод восстановления карты проходимости [1]. Метод может быть имплементирован для работы в режиме реального времени: для этого достаточно реализовать динамическое добавление

и удаление членов из функции, которая минимизируется при поиске карты. В данной работе подобные эксперименты не проводились.

В приложении [A](#) представлены результаты всех экспериментов. В результате проделанной работы опубликованы статьи [16], [17]. В будущем планируется разработка real-time версий методов и проведение более масштабных испытаний на реальном роботе.



## Список литературы

1. Moravec H. Sensor fusion in certainty grids for mobile robots. // AI magazine. 1988. Vol. 9(2). P. 61–.
2. Elfes A. Occupancy grids: a probabilistic framework for robot perception and navigation.: Ph. D. thesis / Department of Electrical and Computer Engineering, Carnegie Mellon University. 1989.
3. Lategahn H., Derendarz W., Graf T. et al. Occupancy grid computation from dense stereo and sparse structure and motion points for automotive applications. // In Intelligent Vehicles Symposium (IV) IEEE. 2010. P. 819–824.
4. Burger A. J. Occupancy Grid Mapping using Stereo Vision, master dissertation. 2015.
5. Moras J., Cherfaoui V., Bonnifait P. Credibilist occupancy grids for vehicle perception in dynamic environments. // In Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference. 2011. P. 84–89.
6. Elfes A. Using occupancy grids for mobile robot perception and navigation. // Computer. 1989. Vol. 22(6). P. 46–57.
7. Thrun S. Learning Occupancy Grids With Forward Sensor Models. // Autonomous Robot. 2003. Vol. 15(2). P. 111–127.
8. Konolige K. Improved occupancy grids for map building. // Autonomous Robots 4. 1997. Vol. 4. P. 351–367.
9. Elfes A. Occupancy grids: A stochastic spatial representation for active robot perception. // arXiv:1304.1098. 2013.
10. Dempster A. P., Laird N. M., Rubin D. B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. // Journal of the royal statistical society. Series B (methodological). 1977. P. 1–38.
11. Latombe J.-C. Robot Motion Planning. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991.
12. Tardos J., Neira J., Newman P., Leonard J. Robust mapping and localization in

- indoor environments using sonar data. // The International Journal of Robotics Research. 2002. Vol. 21(4). P. 311–330.
13. Paskin M., Thrun S. Robotic mapping with polygonal random fields. // Proceedings of the Twenty-First Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI2005). 2005. P. 450–458.
  14. LV MaxSonar EZ Series Data sheet. [http://maxbotix.com/documents/LV-MaxSonar-EZ\\_Datasheet.pdf](http://maxbotix.com/documents/LV-MaxSonar-EZ_Datasheet.pdf).
  15. Shvets E., Nikolaev D. Complex approach to long-term multi-agent mapping in low dynamic environments. // Eighth International Conference on Machine Vision. International Society for Optics and Photonics. 2015.
  16. Николаев Д. П., Швец Е. А., Шепелев Д. А. Построение карты проходимости на основе показаний датчиков расстояния методом стохастического градиента. // Труды ИСА РАН. 2016. Р. 64–69.
  17. Швец Е. А., Шепелев Д. А., Николаев Д. П. Восстановление карты проходимости с использованием прямой модели сонаров методом градиентного спуска. // Информационные процессы. 2016. Vol. 1 (1). Р. 61–71.

## Приложение А

## Восстановленные карты проходимости

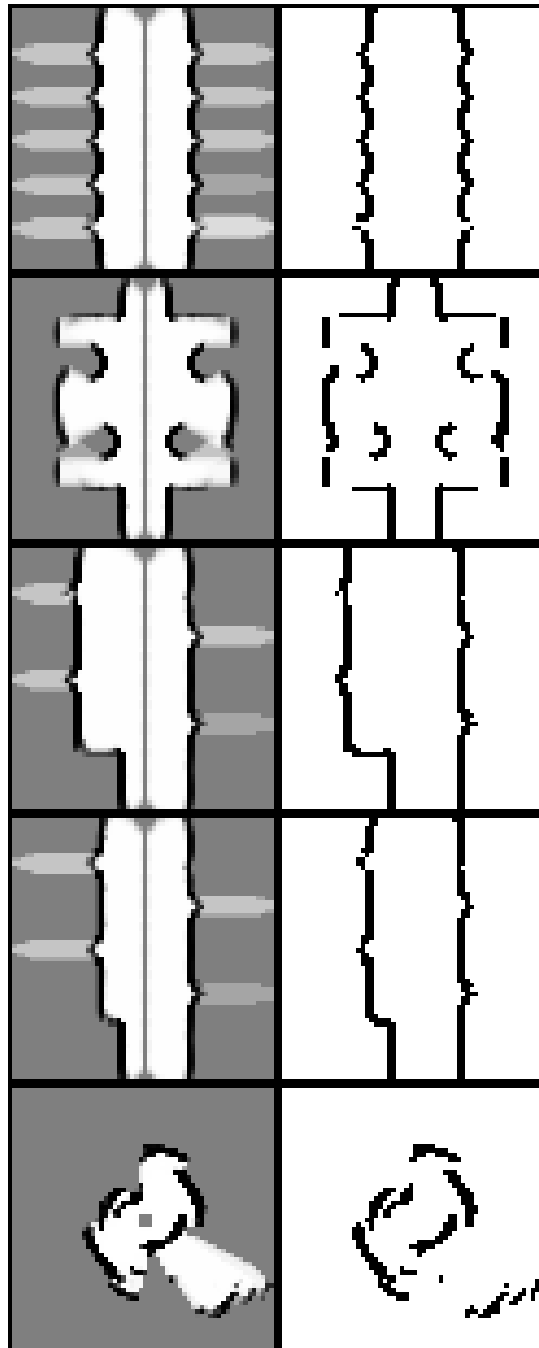


Рис. А.1. Результаты восстановления карты проходимости на основе синтетических и реальных данных с помощью алгоритма картирования на основе обратной модели сонара. На рисунке представлены обычная карта проходимости (слева) и бинаризированная версия (справа). Масштаб карты 10 сантиметров на одну клетку карты. Размер картируемых территорий 6 метров на 6 метров.

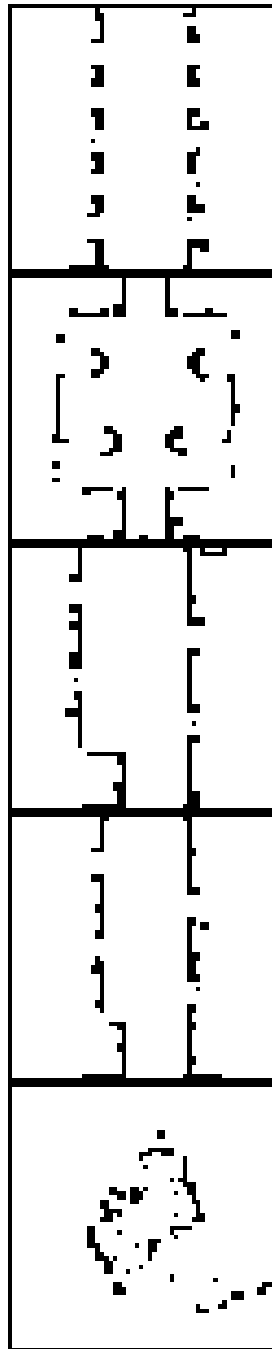


Рис. А.2. Результаты восстановления карты проходимости на основе синтетических и реальных данных с помощью алгоритма картирования на основе метода стохастического градиента. Масштаб карты 10 сантиметров на одну клетку карты. Размер картируемых территорий 6 метров на 6 метров.

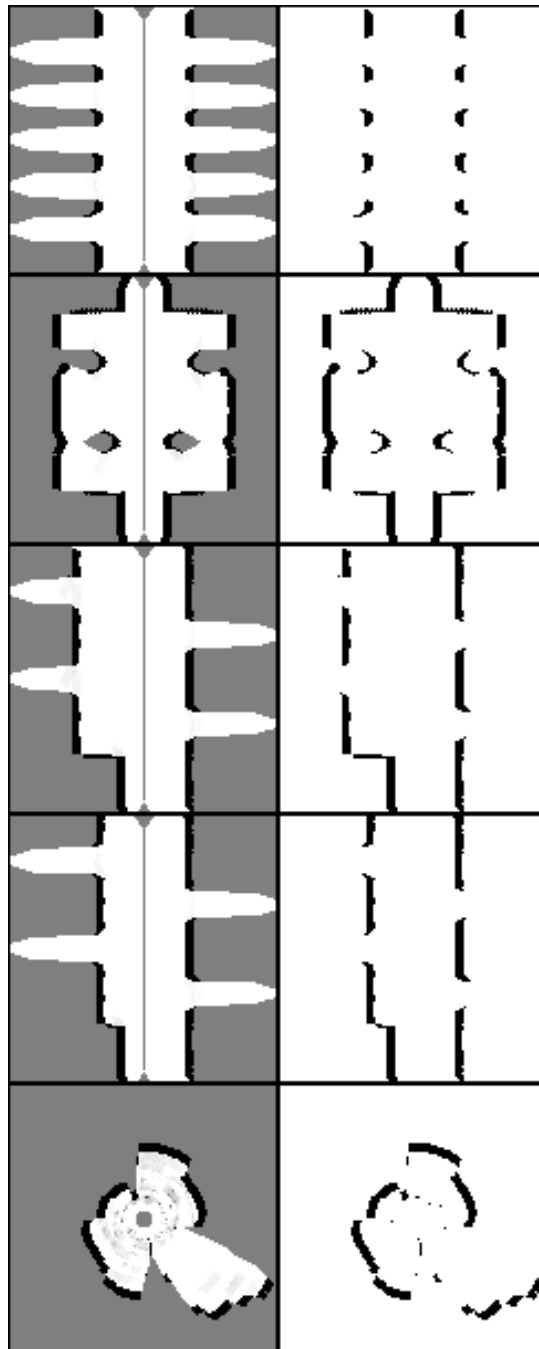


Рис. А.3. Результаты восстановления карты проходимости на основе синтетических и реальных данных с помощью алгоритма картирования на основе метода градиентного спуска. На рисунке представлены обычная карта проходимости (слева) и бинаризованная версия (справа). Масштаб карты 5 сантиметров на одну клетку карты. Размер картируемых территорий 6 метров на 6 метров.