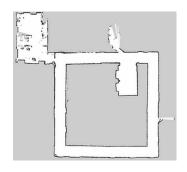
# Разработка и анализ методов восстановления карты проходимости на основе показаний датчиков измерения расстояния

Денис Шепелев

студент группы 073а ФУПМ МФТИ

### Карта проходимости

- Карта проходимости сетка, состоящая из квадратных клеток одинакового размера.
- Клетка карты некоторая область пространства, содержащая информацию о наличии препятствия в соответствующей этой клетке территории.
- Такие карты используются в мобильной робототехнике для навигационных задач.



#### Датчики измерения расстояния

- Сонары
- Лидары
- Стереокамеры

Сонары выбраны в качестве основного датчика, так как они значительно дешевле и доступнее лидаров, и могут использоваться при любом освещении, в отличии от стереопары.

## Постановка задачи восстановления карты проходимости

#### Дано:

- ▶ Картируемое окружение статично.
- Даны наблюдения датчиков:

$$Z = \{z_1, ..., z_T\}$$
$$z_t = (x_t, y_t, \varphi_t, r_t)$$

#### Цель:

▶ Восстановить карту проходимости m на основе наблюдений датчиков Z.

### Существующие методы картирования

На данный момент можно выделить два семейства методов восстановления карты проходимости

• основанные на обратной модели сенсора:

$$p(m|Z) = \prod_{i} p(m_i|Z) \tag{1}$$

• основанные на прямой модели сенсора:

$$p(Z|m) \tag{2}$$

# Традиционный метод картирования на основе обратной модели сенсора

#### Допущения обратной модели:

• Клетки карты  $m_i$  - независимые случайные величины. Каждая ячейка карты m хранит вероятность занятости  $m_i$ , с учётом наблюдений Z:

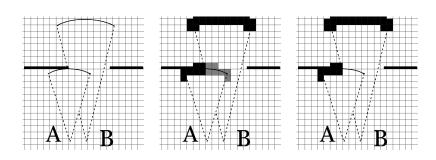
$$p(m|Z) = \prod_{i} p(m_i|Z)$$
 (3)

$$p(z_t|m, z_{1,t-1}) = p(z_t|m)$$
 (4)

Значения в клетках обновляются по формуле:

$$\frac{p(m_i|z_{1:t},x_{1:t})}{1-p(m_i|z_{1:t},x_{1:t})} = \frac{p(m_i|z_t,x_t)}{1-p(m_i|z_t,x_t)} \frac{p(m_i|z_{1..t-1},x_{1:t-1})}{1-p(m_i|z_{1..t-1},x_{1:t-1})} \frac{1-p(m_i)}{p(m_i)}$$
(5)

Метод хотя и работает в режиме реального времени, однако когда допущения обратной модели невыполнены, карта проходимости, построенная с его помощью, может содержать грубые ошибки:



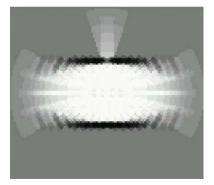
#### Картирование на основе прямой модели сенсора

#### Основная идея методов, основанных на прямой модели:

- ▶ Каждая клетка может принимать только два значения занятости: 1 - занятая, 0 - свободная.
- ▶ Прямая модель p(Z|m) показывает, на сколько хорошо некоторая карта m объясняет показания сонаров Z.
- ▶ Таким образом, задача картирования сводится к поиску такой карты  $m^*$ , которая максимизирует значение p(Z|m):

$$m^*(Z) = \underset{m}{\operatorname{argmax}} p(Z|m) \tag{6}$$

Проблема большинства таких алгоритмов - невозможность имплементации для работы в режиме реального времени.



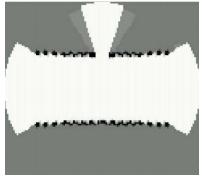


Рис. 1: Результаты картирования двери, используя наблюдения сонаров. (a) - результаты алгоритма на основе обратной модели, (б) - на основе EM-алгоритма с прямой моделью, предложенной в работе Себастьяна Труна.

### Цель работы

Разработка методов восстановления карты проходимости, которые могут быть реализованы для работы в режиме реального времени, и картирующие лучше традиционного метода, основанного на обратной модели.

# Предложенные в работе методы картирования

В данной работе предложены два новых метода построения карты проходимости:

- первый основан на прямой модели сонара Труна, карта проходимости находится с помощью метода стохастического градиента;
- второй на новой прямой модели сонара, с помощью которой задачу картирования удалось свести к задаче минимизации непрерывной невязки.

### Описание прямой модели Труна

Пусть внутри области видимости сонара находятся K препятствий, отсортированных в порядке возрастания дистанции  $d_k$ . Через  $\{c_*, c_0, c_{1,K}\}$  будем обозначать множество различных сценариев работы сонара, через  $c_*$  - случайный выброс,  $c_0$  - измерение  $R_{max}$ .

1. Пусть реализовался случай, когда измерение было порождено событием  $c_k$ ,  $k \in \{0,..,K\}$ 

$$p(z|m,c_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(z-d_k)^2}{\sigma^2}}$$
(7)

2. Если реализовался случай  $c_{st}$ , то

$$p(z|m,c_*) = \frac{1}{R_{max}} \tag{8}$$

$$p(z|m) = \frac{1}{R_{max}} p_{rand}$$

 $+ rac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-rac{1}{2}rac{(z-R_{max})^2}{\sigma^2}} (1-p_{rand})(1-p_{hit})^K$ 

 $+\sum_{i\in\{1,...,K\}}rac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-rac{1}{2}rac{(z-d_k)^2}{\sigma^2}}(1-p_{rand})(1-p_{hit})^{k-1}p_{hit}$ 

#### Картирование методом стохастического градиента

Вводится следующая функция от m при заданных наблюдениях Z:

$$\Phi(m, Z) = \phi_{sonars}(m, Z) + \phi_{occupancy}(m) + \phi_{borders}(m), \qquad (10)$$

$$\phi_{sonars}(m, Z) = p(z_1, ..., z_T | m) = \prod_t p(z_t | m)$$
 (11)

$$\phi_{occupancy}(m) = \sum_{m_i} w_o o(m_i)$$
 (12)

$$\phi_{borders}(m) = \sum_{m_i} w_b n^2(m_i) \tag{13}$$

Задача картирования сводится к поиску карты  $m^*$ , которая

 $m^*(Z) = \underset{m}{\operatorname{argmax}} \left( \phi_{sonars}(m, Z) + \phi_{occupancy}(m) + \phi_{borders}(m) \right)$  (14)

Оптимизационная задача (14) решается методом стохастического градиента. Каждый оптимизационный шаг состоит из следующих действий:

1. Случайным образом выбирается клетка  $m_i$  и значение проходимости  $o(m_i)$  инвертируется

$$o^*(m_i) = 1 - o(m_i)$$

- 2. Для нового состояния клетки  $m_i$  пересчитываются  $\phi_{sonars}(m, Z)$ ,  $\phi_{occupancy}(m)$  и  $\phi_{borders}(m)$ .
- 3. При  $\Phi^*(m, Z) > \Phi(m, Z)$  или с вероятностью  $p_{randomfactor}$  сохраняется  $o^*(m_i)$  и  $\Phi^*(m, Z)$ ,  $\phi^*_{sonars}(m, Z)$ ,  $\phi^*_{occupancy}(m)$ ,  $\phi^*_{borders}(m)$ ; иначе возвращаемся в предыдущее состояние.

# Прямая модель для картирования методом градиентного спуска

Представим клетки карты проходимости m как переменные  $x_i$ , которые принимают значения от 0 до 1 и характеризуют степень занятости ячеек.

Каждое наблюдение сонара порождает два множества клеток:

- $ightharpoonup \Omega_{free}(m,z)$  суммарная занятость клеток внутри этого множества, должно быть не больше некоторого порога.
- $ightharpoonup \Omega_{occ}(m,z)$  суммарная занятость клеток внутри этого множества, должно быть не меньше некоторого порога.

$$\psi = \psi_{\text{free}} + \psi_{\text{occ}} \tag{15}$$

- $\psi_{free} \equiv \psi_{free}(X_{free})$  значение зависит от суммарной эффективной занятости  $X_{free}$  внутри  $\Omega_{free}$ . Если  $X_{free}$  больше некоторого порога, то значение штрафа достаточно велико, иначе небольшое.
- $\psi_{occ} \equiv \psi_{occ}(X_{occ})$  значение зависит от суммарной эффективной занятости  $X_{occ}$  внутри  $\Omega_{occ}$ . Если  $X_{occ}$  меньше некоторого порога, то значение штрафа достаточно велико, иначе небольшое.
- ightharpoonup Эффективная занятость множества клеток  $\Omega$  считается следующим образом

$$X_{\Omega} = \sum_{\mathbf{y} \in \Omega} x_i w_i \tag{16}$$

Функции штрафа - кусочно линейные функции вида:

$$\alpha_{c...} X$$
  $X < X_c^t$ 

$$\psi_{\text{free}}^{t} = \begin{cases} \alpha_{\text{free}} X, & X < X_{\text{free}}^{t} \\ \alpha_{\text{free}} X_{\text{free}}^{t} + \beta_{\text{free}}^{t} (X - X_{\text{free}}^{t}), & X \ge X_{\text{free}}^{t} \end{cases}$$
(17)

$$\psi_{\text{free}}^{t} = \begin{cases} \alpha_{\text{free}} X_{\text{free}}^{t} + \beta_{\text{free}}^{t} (X - X_{\text{free}}^{t}), & X \ge X_{\text{free}}^{t} \end{cases}$$

$$\psi_{\text{occ}}^{t} = \begin{cases} 1 - \beta_{\text{occ}}^{t} X, & X < X_{\text{occ}}^{t} \\ 1 - \beta_{\text{occ}}^{t} X_{\text{esc}}^{t} - \alpha_{\text{occ}} (X - X_{\text{esc}}^{t}), & X > X_{\text{esc}}^{t} \end{cases}$$
(18)

#### Картирование методом градиентного спуска

Для каждой клетки вводится кусочно линейная регуляризация  $R^i(x_i)$ :

$$R^{i}(x_{i}) = \begin{cases} c_{1}(x_{i} - 1), & x_{i} > 1\\ c_{2}x_{i}, & x_{i} \in [0, 0.5]\\ c_{2}(1 - x_{i}), & x_{i} \in [0.5, 1]\\ -c_{1}x_{i}, & x_{i} < 0 \end{cases}$$
(19)

Таким образом, задача картирования сводится к минимизации непрерывного штрафа:

$$m^*(Z) = \underset{m}{\operatorname{argmin}} \left( \sum_{x_i} R^i(x_i) + \sum_{t: z_t \in Z} (\psi_{free}^t + \psi_{occ}^t) \right)$$
(20)

#### Режим реального времени

Чтобы предложенные методы могли работать в режиме реального времени, нужно ограничить число наблюдений. Для этого можно воспользоваться следующими способами:

- ightharpoonup Использовать скользящее окно и рассматривать последние  $N_{max}$  наблюдений.
- В каждом узле трехмерной сетки  $(x_i,y_i,\varphi_i)$  хранится список наблюдений  $z_t=(x_t,y_t,\varphi_t,r_t)$ , которые принадлежат соответствующей части пространства:  $x_t\in[x_i-\Delta_x,x_i+\Delta_x]$ ,  $y_t\in[y_i-\Delta_y,y_i+\Delta_y]$  и  $\varphi_t\in[\varphi_i-\Delta_\varphi,\varphi_i+\Delta_\varphi]$ . Тогда в каждом узле можно хранить  $N_{max}$  последних измерений или некоторым образом фильтрованные наблюдения. При этом масштаб этой сетки, может не совпадать с масштабом карты проходимости.

# Результаты картирования методом стохастического градиента

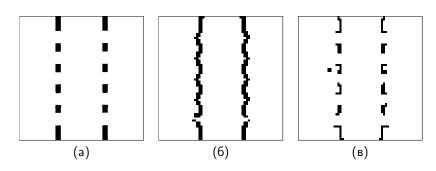


Рис. 2: Результаты восстановления карты проходимости с помощью алгоритма картирования с обратной моделью (б) и методом стохастического градиента (в) на основе синтетических данных, собранных на территории (а).

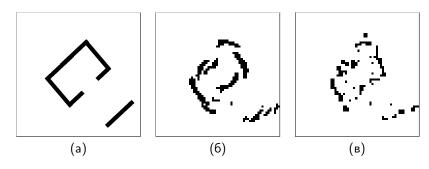


Рис. 3: Результаты восстановления карты проходимости с помощью алгоритма картирования с обратной моделью (б) и методом стохастического градиента (в) на основе реальных данных, собранных на территории (а).

### Результаты картирования методом градиентного спуска

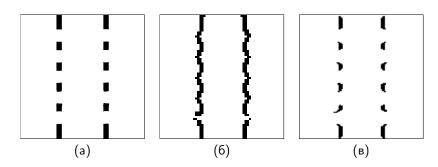


Рис. 4: Результаты восстановления карты проходимости с помощью алгоритма картирования с обратной моделью (б) и методом градиентного спуска (в) на основе реальных данных, собранных на территории (а).

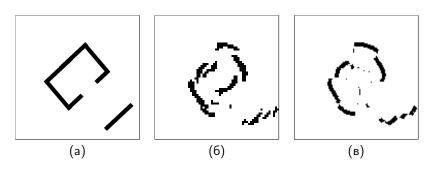


Рис. 5: Результаты восстановления карты проходимости с помощью алгоритма картирования с обратной моделью (б) и методом градиентного спуска (в) на основе реальных данных, собранных на территории (а).

#### Заключение

- В работы исследованы различные метода восстановления карты проходимости с помощью наблюдений сонаров. Оказалось, что традиционные методы восстанавливают карты с грубыми ошибками, другие подходы невозможно использовать в режиме реального времени.
- ▶ В результате разработаны два новых метода картирования, предложена новая прямая модель сонара.
- ▶ Предложенные методы картируют лучше традиционного метода и могут быть использованы в режиме реального времени.