РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа содержит 39 страниц, 3 рисунка, 6 таблиц. Список использованных источников содержит 25 позиций.

СИСТЕМА ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВРЕМЕНИ ОТВЕТА, ОГРАНИЧЕННОЕ ПО ВРЕМЕНИ ТЕСТИРОВАНИЕ, ДИСТАНЦИОННОЕ ОБУЧЕНИЕ, СТОХАСТИЧЕСКОЕ ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.

Выпускная квалификационная работа посвящена проблемам построения математической модели времени ответа пользователя и формированию ограниченных по времени тестов с заданной суммарной сложностью в системах дистанционного обучения на основании информации о времени ответа пользователя на задания системы.

Во введении обосновывается актуальность ВКР, теоретическая и практическая значимость, указываются объект, предмет, цель и задачи ВКР, определяются методы исследования, даётся краткий обзор информационной базы исследования.

В основной части даётся описание объекта исследования, теоретически обосновываются модели времени ответа на задания, указываются области практического применения. В разделе 1.2 приводятся примеры двух основных принципов моделирования времени ответа. В разделе 1.3 приводится пример непрерывной модели времени ответа пользователя, даны оценки параметров этой модели. В разделе 1.4 описывается дискретная модель времени ответа, полученная путём дискретизации непрерывной случайной величины, и задача формирования ограниченных по времени тестов с заданной суммарной сложностью тестового набора заданий с минимальным временем выполнения в виде одноэтапной задачи стохастического программирования с критерием в форме квантили; исходная задача сведена к задаче смешанного целочисленного математического программирования, предложен алгоритм решения, основанный на её декомпозиции. В разделе 2.1 описан алгоритм решения сформулированной задачи, основанный на её декомпозиции. В разделе 2.2 изложена практическая составляющая работы, приведены результаты численного эксперимента.

В заключении подводятся итоги проведённого исследования, а также формулируются выводы по результатам выполненной работы.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Стремительное развитие информационных технологий существенно влияет на все сферы деятельности человека и образование не стало исключением. С появлением интернет-технологий стала доступна новая форма обучения – дистанционная. Само понятие систем дистанционного обучения (СДО) охватывает как стандартные программы по повышению уровня квалификации, так и полноценные курсы высшего образования, во время которых реализуются способы тесного контакта студентов с преподавателями и сокурсниками, практически по аналогичной схеме, используемой и во время очного обучения. Основным преимуществом дистанционного обучения является то, что это очень удобная и гибкая форма обучения. Оно позволяет обеспечить: экономию времени, не требуется тратить время на поездки к месту учёбы, снижение затрат на проведение обучения в отсутствии необходимости аренды помещения, а также повышение качества обучения за счет применения современных средств и технологий. На сегодняшний день более 20 московских вузов предлагают дистанционное высшее образование, а также удаленные курсы подготовки абитуриентов. В этот список входят такие ВУЗы, как МФТИ [1], МГУ [2], МАИ [3], НИУ ВШЭ [4].

Работа современной дистанционной системы тестирования состоит не только в оценке количества верных ответов студента, учитывается также время, затраченное на решение теста. В процессе самой разработки появляются такие проблемы, как оценка уровня сложности заданий СДО [5], составление статистически обоснованного рейтинга пользователей СДО [6], адаптация контента СДО под оцененный уровень знаний пользователей [7] и так далее.

В качестве объекта исследования данной ВКР выступает время, необходимое пользователю для выполнения задания, а также процесс формирования наборов тестовых заданий с заданной суммарной сложностью ограниченного по времени тестирования.

Предметом исследования является анализ модели времени ответа пользователя, при формировании тестовых наборов заданий.

Цель данной работы – разработка инструмента формирования наборов тестовых заданий ограниченного по времени тестирования на основе статистических данных о времени ответа пользователей СДО МАИ CLASS.NET.

Основные задачи ВКР:

1. поиск и анализ информации по объекту исследования;
2. построение математической модели времени ответа пользователя на задание системы;
3. описание и постановка задачи квантильной оптимизации формирования наборов заданий ограниченного по времени тестирования;
4. разработка алгоритма, позволяющего сократить количество вычислительных операций;
5. анализ полученных результатов.

В ходе выполнения ВКР поставленные задачи были успешно выполнены, помимо этого, была подтверждена корректность модели. Результат носит важный практический характер для систем дистанционного обучения. Разработанный подход может быть внедрён в СДО МАИ CLASS.NET.

Данная выпускная квалификационная работа развивает идеи, предложенные в [5,6,7,8], а также продолжает исследование задачи и предлагает решение новой задачи, в основе которой использована [9].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1.1 Описание объекта исследования

В настоящее время дистанционное обучение является неотъемлемой частью учебного процесса. Среди всех задач, относящихся к системам дистанционного обучения, большой интерес представляет исследование связи между ответами на тестовые задания и временем, потребовавшимся на их выполнение.

Автором одной из первых работ, посвященной исследованию взаимосвязи между количеством верных ответов и затраченным временем, был Макс А. Вудбери [10], [11]. Он трактовал оценки за тест, как результат случайного процесса ответа, зависящего от времени. Его теория была обобщена в работе Лорда и Новика [12]. В 1950 году Галаксеном [13] была выдвинута схожая теория оценивания. Он предложил два вида тестов: тесты на скорость прохождения и тесты на сложность заданий. Тесты на скорость прохождения представляли собой неограниченное количество легких заданий. В этих тестах оценивалось либо время, требующее решения фиксированного количества заданий, либо количество заданий, выполненных за определенное время. В тестах на сложность заданий время выполнения было не ограничено, но состояли они из фиксированного числа заданий различной сложности. Для данных тестов оценивалась только сумма правильных ответов.

Однако такой подход имеет ряд существенных недостатков. В первом случае, когда пользователь решает тест на скорость, не исключена вероятность того, что он допустит ошибку при выполнении задания, хоть это и маловероятно для хорошо подготовленного студента, но, безусловно, возможно. Тогда становится совершенно непонятно, каким образом оценивать учащегося. Во-втором случае, когда пользователь решает тест на сложность, время, затраченное на выполнение заданий не учитывается. Таким образом, если два студента решили правильно одинаковое количество заданий, но один из студентов справился гораздо быстрее другого, то почему их результаты оцениваются как равные.

Одним из первых, кто обратил внимание на связь между ответом и временем ответа с точки зрения, теперь известной как теория ответа на вопрос, был Терстоун [14]. Его основной целью был анализ сложности задания и скорости его выполнения, которые он считал ядром образовательного тестирования. Он представил графическую модель ответа пользователя на определенное задание (рис. 1.1). Она представляет собой поверхность, которая описывает вероятность правильного ответа на это задание как функцию его сложности и времени, потребовавшимся на выполнение.

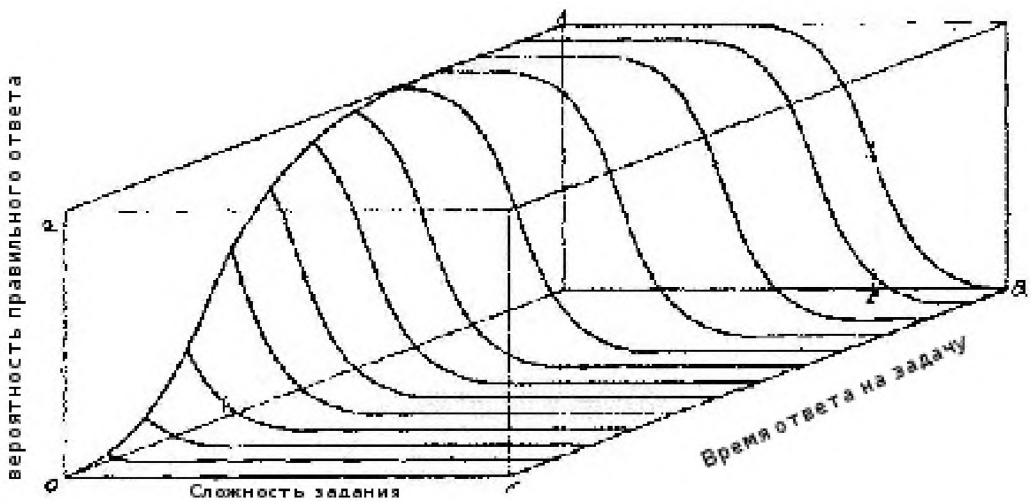

Рис. 1.1 Поверхность ответа

Интерпретировать данную модель можно следующим образом: вероятность правильного ответа уменьшается с увеличением сложности задания, но увеличивается с увеличением времени ответа на задачу. Кроме того, Терстоун ввел понятия скорости и способности студента. Скорость определяется как количество заданий, решенных студентом в единицу времени, а способность студента есть ни что иное, как сложность задания, при которой вероятность выполнения задачи при неограниченном времени равна 0,5.

Казалось бы, что данная закономерность проста и понятна, но она также имеет свои недостатки. Во-первых, сама модель исследует только вероятность ответа, а не затраченное на него время. Если сам процесс ответа на задание считать случайным, то обе величины следует рассматривать как случайные и при построении поверхности ответа учитывать их совместное распределение. Также недостатком является и то, что вероятность ответа зависит от двух параметров, сложности задания и способностей тестируемого, но во внимание не принимается время ответа. Кроме того, модель также предполагает зависимость вероятности правильного ответа от времени ответа, однако стандартным предположением в теории ответа на задание является условная независимость между ответами на разные задания одним и тем же студентом.

В данной работе исследуется построение математической модели времени ответа пользователя на задание системы, а также применение этой модели к задаче квантильной оптимизации формирования наборов тестовых заданий с заданной суммарной сложностью ограниченного по времени тестирования.

1.2 Математические модели времени ответа пользователя

Как можно было убедиться ранее, существует множество различных моделей, описывающих поведение пользователя во время тестирования. Однако основных принципов моделирования времени ответа пользователя всего два:

- время ответа и вероятность правильного ответа входят в одно уравнение;
- время ответа и вероятность правильного ответа описываются разными уравнениями.

Первый принцип моделирования подразделяется на два типа: прямой и обратный. К прямому типу относятся модели ответа, которые включают в себя время, затраченное на ответ, или его параметры. Обратный же тип описывает разных типа моделей: первый для количества неправильных прочтений в тексте, второй для скорости чтения. Обе модели основаны на предположении, что чтение является Пуассоновским случайным процессом. Модель для неправильных прочтений в тексте характеризуется появлению ошибок в чтении a в тексте из N слов. Число ошибок в чтении распределено по закону Пуассона с функцией вероятности вида

$$P(a|N) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^a}{a!}, \tag{1.1}$$

где $\lambda = N\rho$ - среднее количество ошибок.

Раш определил вероятность θ, как отношение

$$\rho = \frac{\delta_i}{\xi_j}, \tag{1.2}$$

где δ_i – сложность i – го текста, $(\xi_j)^{-1}$ – способность j – го читателя.

Это простое отношение показывает, что более сложный текст или менее способный читатель должен иметь большую вероятность ошибки прочтения.

Модель для скорости чтения характеризуется временем t, необходимым для завершения чтения определенного количества слов. Вероятность того, за заданное время T тестируемый не прочтёт больше N слов, равна значению времени t, не превышающего T, необходимого для чтения N слов. То есть,

$$P(a \geq N \mid T) = P(t \leq T \mid N). \tag{1.3}$$

Время t, требующееся для завершения чтения теста из N слов имеет гамма-распределением с плотностью вероятности вида

$$\rho(t|N) = e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^{N-1}}{(N-1)!}, \tag{1.4}$$

где λ является параметром интенсивности, характеризующим скорость чтения тестируемого.

Для того, чтобы распределение времени ответа имело более симметричный вид, к этому выражению применяется логарифмическое преобразование, тогда выражение принимает вид

$$\ln t_{ij} = \beta_i - \tau_j, \tag{1.6}$$

где $\beta_i = \ln \beta_i^*$, $\tau_j = \ln \tau_j^*$ - параметры в логарифмическом масштабе.

1.3.2 Описание модели

На основании сделанных выше предположений ван дер Линден предложил использовать для моделирования процесса обучения студента двухуровневую иерархическую модель.

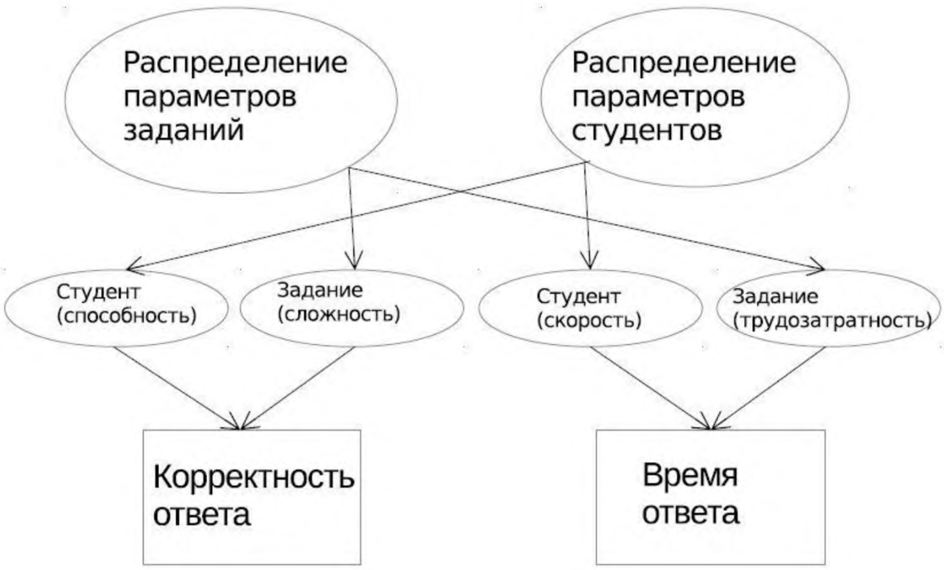

Рис. 1.2 Двухуровневая иерархическая модель

Как видно из рис. 1.2, модель имеет два уровня. На первом уровне расположены вероятностные модели для корректности ответа студента и времени ответа студента. На втором уровне вероятностная модель распределения параметров моделей первого уровня - способность студента и его скорость для студентов всех групп, и вероятностная модель распределения параметров сложности и трудозатрат для каждой задачи из пула. Рассмотрим эти модели более подробно.

2 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

2.1 Алгоритм решения задачи

Сформулированная задача (1.25)-(1.31) требует перебрать 2^I комбинаций вектора u. Чтобы уменьшить количество требуемых вычислений, предлагается алгоритм, позволяющий сократить число вычислительных операций.

1. Составить множество $\overline{U}$ всех u, удовлетворяющих неравенствам (1.27)-(1.30): $\overline{U} \triangleq \{u \in \mathbb{R}^I : c - w^T u \leq \varepsilon,\ w^T u - c \leq \varepsilon, A^T u \geq e_M, e^T u = k, u \in \{0,1\}^I\}$
2. Для каждого $u^s \in \overline{U}$ решить задачу

$$\psi_s^* = \min_{\varphi_s \geq 0,\ \delta_s \in \{0,1\}^B} \gamma \frac{|c - w^T u^s|}{\varepsilon} + (1-\gamma)\frac{\varphi_s}{2700}, \tag{2.1}$$

$$(\varphi_s^*, \delta_s^*) = arg \min_{\varphi_s \geq 0,\ \delta_s \in \{0,1\}^B} \gamma \frac{|c - w^T u^s|}{\varepsilon} + (1-\gamma)\frac{\varphi_s}{2700}, \tag{2.2}$$

$$(\theta_s^b)^T e - \varphi_s \leq ((\theta_s^b)^T e)\delta_{sb}, \tag{2.3}$$

$$p_s^T \delta_s \leq 1 - \alpha, \tag{2.4}$$

где

$$b = 1, \dots, B, \qquad B = \prod_{i:\, u_i^s \neq 0} L_i, \qquad i = 1, \dots, I;$$

$$p = (p_{s1}, \dots, p_{sB}), \qquad p_{sb} = P(\Theta_s = \theta_s^b) = \prod_{i:\, u_i^s \neq 0} P\big(\Theta_i = \theta_i^b\big),$$

$$\delta_s = (\delta_{s1}, \dots, \delta_{sB});$$

$e \in \mathbb{R}^k, e = (1, \dots, 1), \theta_s^b \in \mathbb{R}^k, b = 1, \dots, B$ - реализация случайного вектора Θ_s, являющегося подвектором исходного вектора Θ, состоящего из координат Θ_i: $u_i^s \neq 0$, $\Theta_s \in \mathbb{R}^k$, $p_s \in \mathbb{R}^B$ является вектором со значениями, равными вероятностям появления соответствующей реализации дискретной случайной

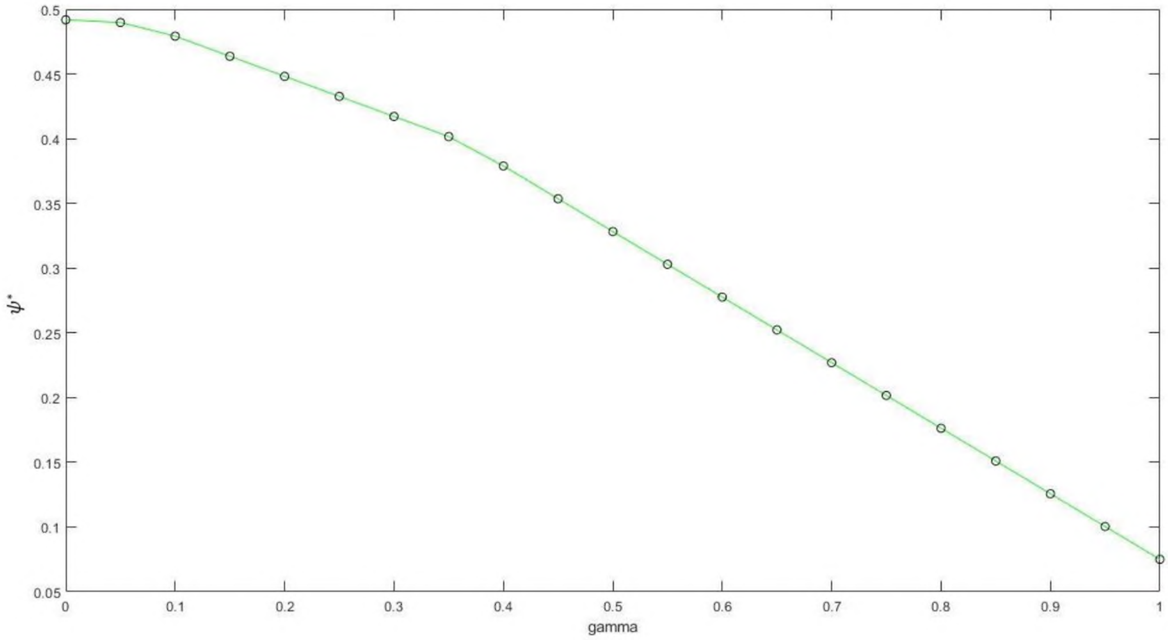

Рис. 2.1. Зависимость значения критериальной функции ψ^* от весового коэффициента γ

В случае, когда приоритет полностью отдан находжению минимального времени выполнения, для выбранных значений ε оптимальный тестовый набор меняется 5 раз и столько же раз, соответсвенно, меняется оптимальное время выполнения тестового набора. Поэтому отдельно рассмотрена задача для $\gamma = 0$ (таблица 2.5). Время выполнения предложенного алгоритма приведено в таблице 2.6.

Таблица 2.5 Результат численного эксперимента для $\gamma = 0$

ε	Оптимальный набор заданий	φ^* (секунды)	φ^* (минуты)	Значение критерия ψ^*
0,0004	$z_5^1, z_8^1, z_3^2, z_7^3, z_9^3$	1570,0833	26,1681	0,5815
0,0005	$z_5^1, z_8^1, z_3^2, z_7^3, z_9^3$	1570,0833	26,1681	0,5815
0,0006	$z_5^1, z_8^1, z_3^2, z_7^3, z_9^3$	1570,0833	26,1681	0,5815
0,0007	$z_5^1, z_8^1, z_3^2, z_7^3, z_9^3$	1570,0833	26,1681	0,5815
0,0008	$z_5^1, z_8^2, z_7^3, z_8^3, z_{10}^3$	1377,6667	22,9611	0,5102
0,0009	$z_6^1, z_1^2, z_7^2, z_9^2, z_5^3$	1356,2	22,6033	0,5023

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной выпускной квалификационной работе предлагается исследование математической модели времени ответа пользователя и решение задачи формирования ограниченных по времени тестов с заданной суммарной сложностью задания в виде решения одноэтапной задачи квантильной оптимизации.

За основу модели времени ответа пользователя была взята модель ван дер Линдена. Непрерывные случайные величины были дискретизированы. Полученная задача была сведена с задаче математического программирования большой размерности. Для её решения был разработан алгоритм, позволяющий существенно сократить размерность исходной задачи.

В результате решения задачи с приведенными в выпускной квалификационной работе значениями параметров непрерывного распределения, сложностей каждой задачи и тестов в целом, для $\varepsilon = 0{,}004$ было получено 35 наборов тестовых заданий. Кроме того, полученные результаты численного эксперимента подтверждают адекватность предложенной модели. В итоге был разработан гибкий и удобный инструмент, который позволит формировать наборы тестовых заданий с учётом целей тестирования.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Центр дополнительного профессионального образования МФТИ [Электронный ресурс] // МФТИ, 2014 г. https://mipt.ru/cdpo/courses/
2. Центр развития электронных образовательных ресурсов [Электронный ресурс] // МГУ, 2014 г. http://distant.msu.ru//.
3. Наумов А.В., Джумурат А.С., Иноземцев А.О., Система дистанционного обучения математическим дисциплинам CLASS.NET // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. № 10. С. 36--40.
4. Информационная образовательная среда НИУ ВШЭ [Электронный ресурс] // НИУ ВШЭ, 2015 г. http://lms.hse.ru/Сборник онлайн курсов edX: [Электронный ресурс] // edX, 2015 г. Режим доступа свободный: www.edx.org.
5. Иноземцев А.О., Кибзун А.И., Оценивание уровней сложности тестов на основе метода максимального правдоподобия. // Автоматика и телемеханика, 2014, №4.
6. Кибзун А. И., Панарин С. И., Формирование интегрального рейтинга с помощью статистической обработки результатов тестов. // Автоматика и Телемеханика, 2012, № 6, С. 119-139.
7. Rob R. Meijer, Leonardo S. Sotaridona, Detection of Advance Item Knowledge Using Response Times in Computer Adaptive Testing // Law School Admission Council Computerized Testing Report, 2006.
8. Wim J. van der Linden, Using Response Times for Item Selection in Adaptive Testing // Journal of Educational and Behavioral Statistics, 2008, Vol. 33. No.7, P. 5-20.
9. Наумов А. В., Мхитарян Г. А., О задаче вероятностной оптимизации для ограниченного по времени тестирования. // Автоматика и телемеханика, 2016, № 9, С. 124–135.
10. Woodbury M. A., On the standard length of a test // Psychometrika, 1951, № 16, C. 103–106.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Код программы

```
tic;
I=30; % кол-во заданий
M=3; % кол-во типов
k=5;
c=29.46;
E=[0.0001 0.0002 0.0003 0.0004 0.0005 0.0006 0.0007 0.0008 0.0009 0.001 0.002
0.003 0.004];
gamma=0.5;
alfa = 0.95;

w=[1.3113 3.2545 3.2545 3.2545 4.8738 5.3677 7.0109 7.2167 8.2444 9.6356
4.132 6.9023 2.1219 3.4366 2.4562 5.3587 6.9023 7.2833 7.8147 9.3991 2 2.4182
2.6666 3.6536 5.2425 5.5474 6.4528 7.1938 8.7945 3.6571]';

u=zeros(I,1);
e_I=ones(I, 1);
e_M=ones(M, 1);


e=ones(10,1);
e1=ones(1,5);
z=zeros(10, 1);

A=[e z z;z e z; z z e];
MU = [3.51 3.92 3.89 3.91 4.22 4.63 5.67 5.71 6.13 6.39 4.72 5.87 3.83 3.91
3.87 5.13 5.25 5.71 5.94 6.27 3.65 3.73 3.87 3.96 4.84 4.95 5.53 5.89 6.18
3.88];
SIGMA = 0.31;
% левые и правые границы СВ для каждого значения MU
int_left=[10 15 15 15 20 30 120 120 150 200 35 110 15 15 15 50 50 90 120 170
14 15 18 20 45 50 100 150 200 20];
int_right=[100 140 140 140 190 250 600 600 900 1150 300 850 120 120 120 480
500 780 980 1200 100 110 120 130 280 330 510 710 910 130];

m=6; % кол-во значений СВ
s=13; % итератор для эпсилон, E(1,s)

U = u_eps(I,c,E,w,s); % функция для получения всех наборов заданий
соотвествующих конкретному значению эпсилон

[r,n]=size(U);
nabor = zeros(k,n); % множество наборов заданий для заданого эпсилон

for i=1:n
    o=1;
    for j=1:r
        if U(j,i)>0
            nabor(o,i)=j;
            o=o+1;
        end
    end
end
nabor = nabor';
a1=[6 11 17 19 25];
a2=[6 7 14 27 28];
```

Приложение 2

Функция U_all

```
function [U]= U_all(I)
u=zeros(I,1);
U=u;

for i=1:I
    for j=i+1:I
        for k=j+1:I
            for l=k+1:I
                for m=l+1:I
                    u=zeros(I,1);
                    u(i,1)=1;
                    u(j,1)=1;
                    u(k,1)=1;
                    u(l,1)=1;
                    u(m,1)=1;
                    U=[U u];
                end
            end
        end
    end
end

U(:,1)=[];
%dlmwrite('U.txt', U);
```