Московский Авиационный Институт

(Национальный Исследовательский Университет)

Факультет Информационных технологий и прикладной математики

Кафедра Математической кибернетики №805

Лабораторная работа 2

по курсу «Исследование операций»

Тема: «Коалиционные игры и сведение их к системе матричных игр»

Работу выполнил

студент группы 8О-404Б

Сорокин Д. М.

Преподаватель:

профессор Короткова Т.И.

Москва

2018

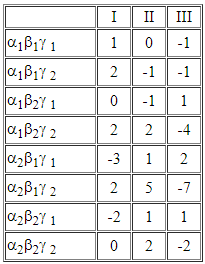
**Цель работы**

Научиться решать матричные игры в чистых стратегиях, матричные игры в смешанных стратегиях методом сведения к ЗЛП, матричные игры в смешанных стратегиях методом Брауна.

**Теоретические сведения**

Рассмотрим пример 3-х мерной матрицы.

Пусть каждый игрок имеет 2 стратегии. Выигрыши игроков заданы таблицей:



Гарантированные результаты для каждого из 3-х игроков очевидны:

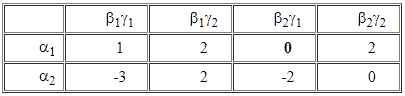
1) V1 = 0, α1

2) V2 = -1, β1, β2

3) V3 = -1, γ1

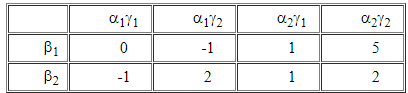
В такой ситуации естественно возникают коалиции игроков. Рассмотрим возможные варианты улучшения полученных гарантированных результатов.

Коалиция 1. 2-й и 3-й против 1-го.



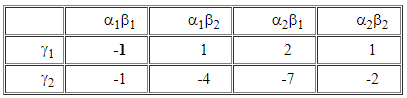
Оптимальная тройка стратегий: α1, β2, γ1.

Коалиция 2. 1-й и 3-й против 2-го.



Решения в чистых стратегиях нет. Решение в смешанных стратегиях дает результат: ν = -1/4; оптимальная стратегия 2-го игрока – p\* = (3/4;1/4); для коалиции – q\* = (3/4; 1/4).

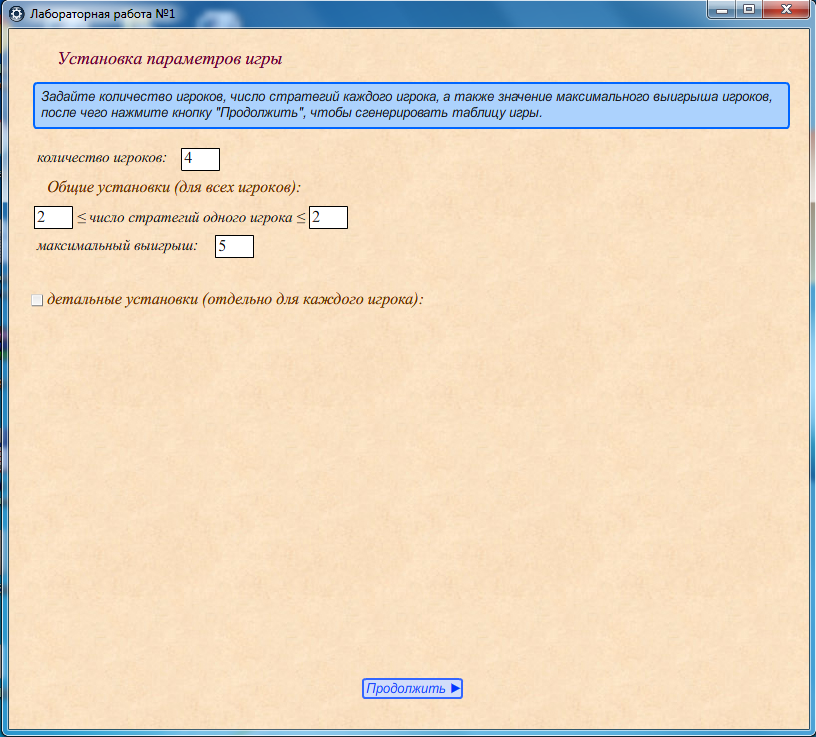
Коалиция 3. 1-й и 2-й против 3-го.



Оптимальная тройка стратегий: α1, β1, γ1.

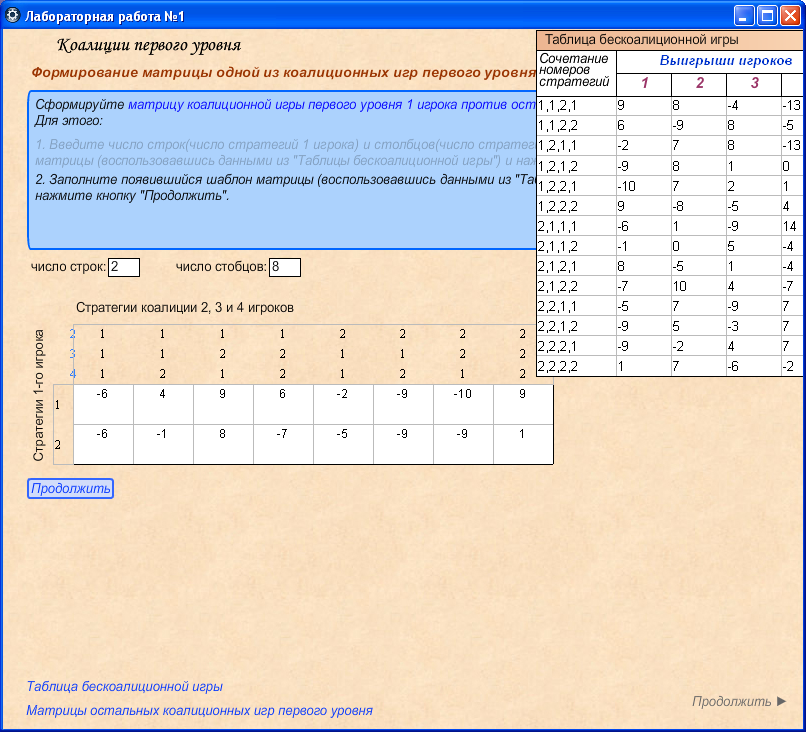
**Ход работы**

1. Установим параметры игры: количество игроков, число стратегий одного игрока, максимальный выигрыш:

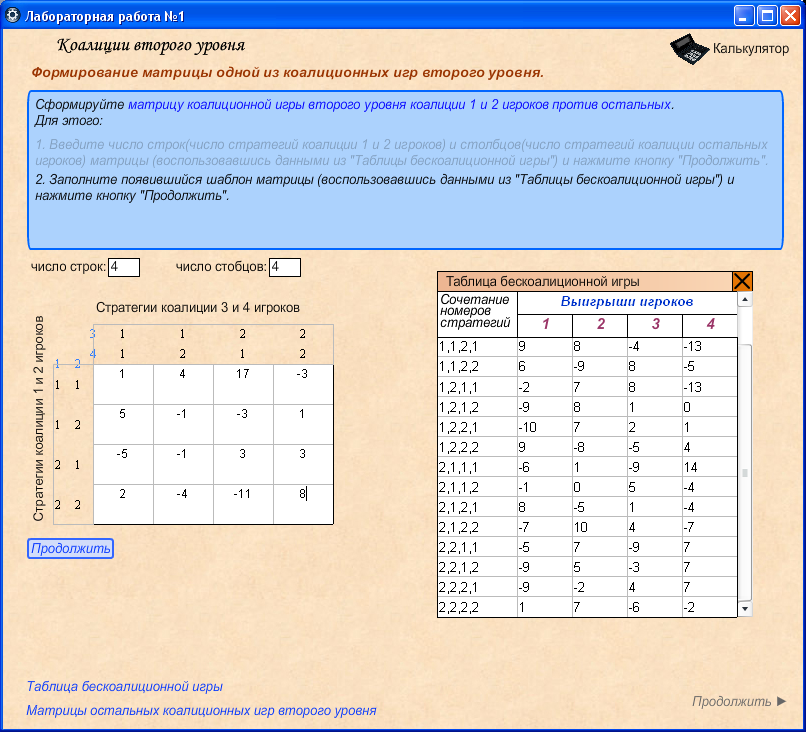


1. Формирование матрицы одной из коалиционных игр первого уровня. Введём число строк (стратегий 1 игрока) и столбцов (стратегий коалиции остальных игроков).

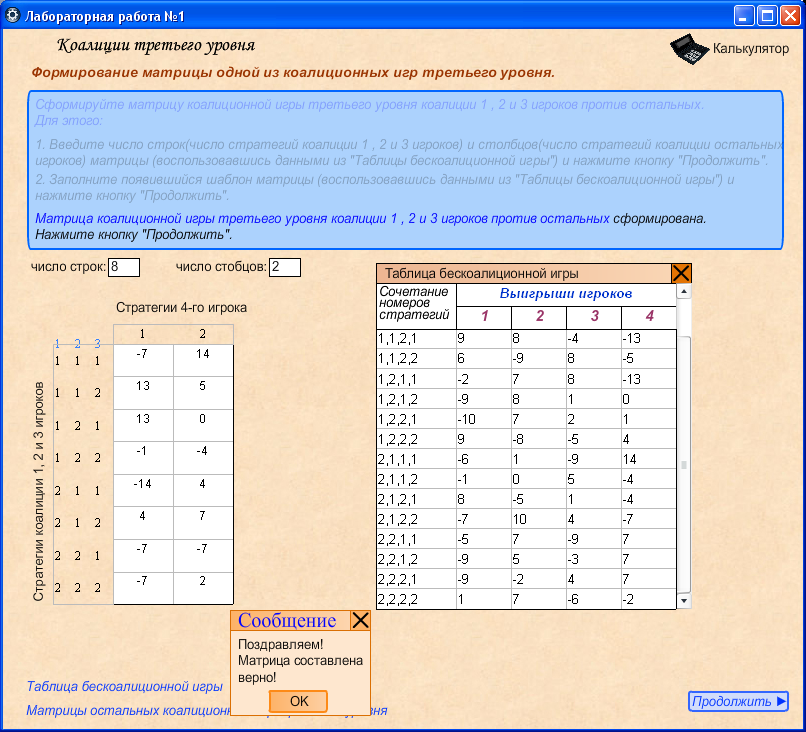
Сформируем матрицу 2ˣ8 коалиционной игры 1 уровня 1 игрока против остальных



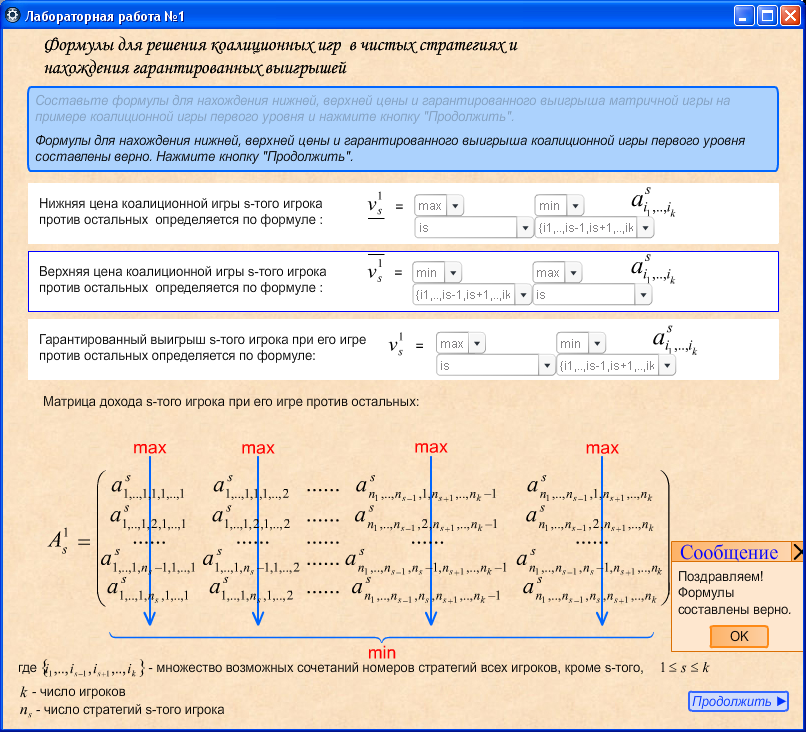
1. Формирование матрицы одной из коалиционных игр второго уровня. Введём число строк (стратегий коалиции 1 и 2 игроков) и столбцов (стратегий коалиции остальных игроков). Заполняем матрицу 4ˣ4 коалиционной игры 2 уровня коалиции 1 и 2 игроков против остальных:



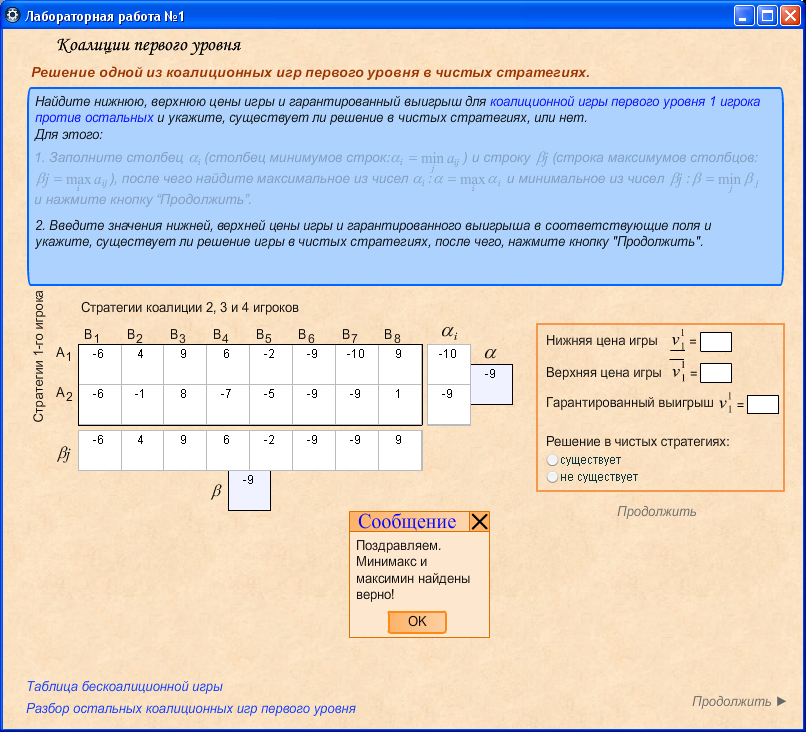
1. Формирование матрицы одной из коалиционных игр третьего уровня. Введём число строк (стратегий коалиции 1, 2 и 3 игроков) и столбцов (стратегий коалиции остальных игроков). Заполняем матрицу 8ˣ2 коалиционной игры 3 уровня коалиции 1, 2 и 3 игроков против остальных



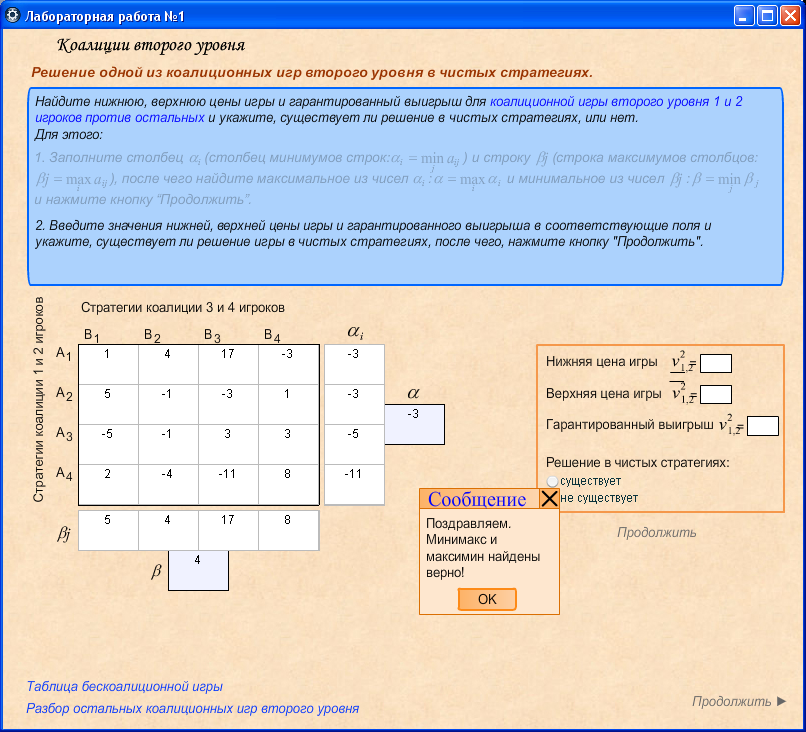
1. Формулы для решения коалиционных игр в чистых стратегиях и нахождения гарантированных выигрышей. Составляем формулы для нахождения верхней, нижней цены игры и варьированного выигрыша матричной игры на примере коалиционной игры 1 уровня. После составления формулы система выводит матрицу дохода s-того игрока при его игре против остальных:

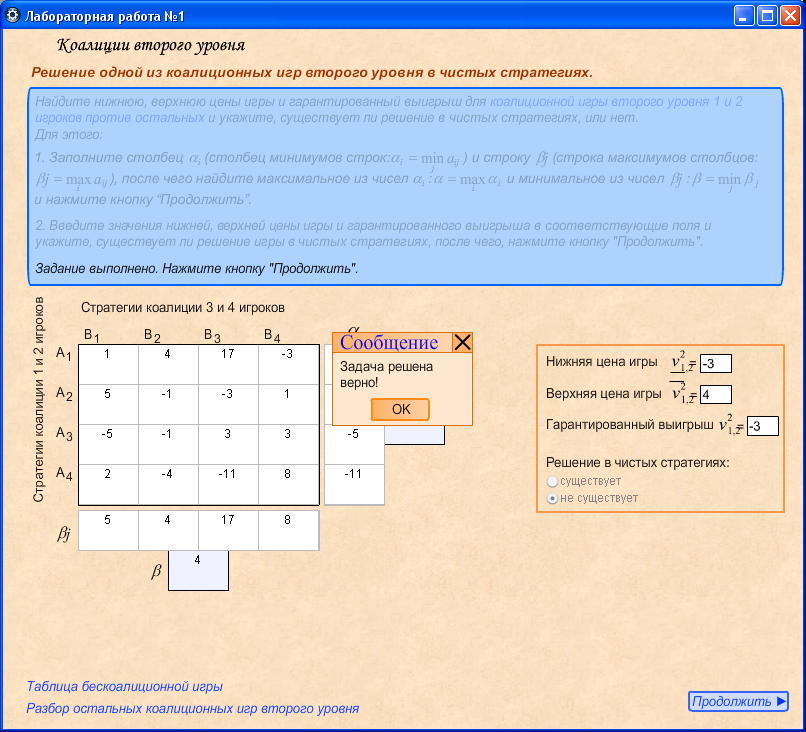


1. Решение одной из коалиционных игр первого уровня в чистых стратегиях. Рассмотрим коалиционную игру 1 уровня 1 игрока против остальных. Для нахождения верхней, нижней цен игры и гарантированного выигрыша, определим минимумы строк и максимумы столбцов, после чего найдем максимальный элемент из минимумов по строкам и минимальный элемент из максимумов по столбцам – это и будут нижняя и верхняя цены игры соответственно. Решения в чистых стратегиях нет, т.к. нижняя и верхняя цены игры не совпадают. Гарантированный выигрыш равен нижней цене игры.

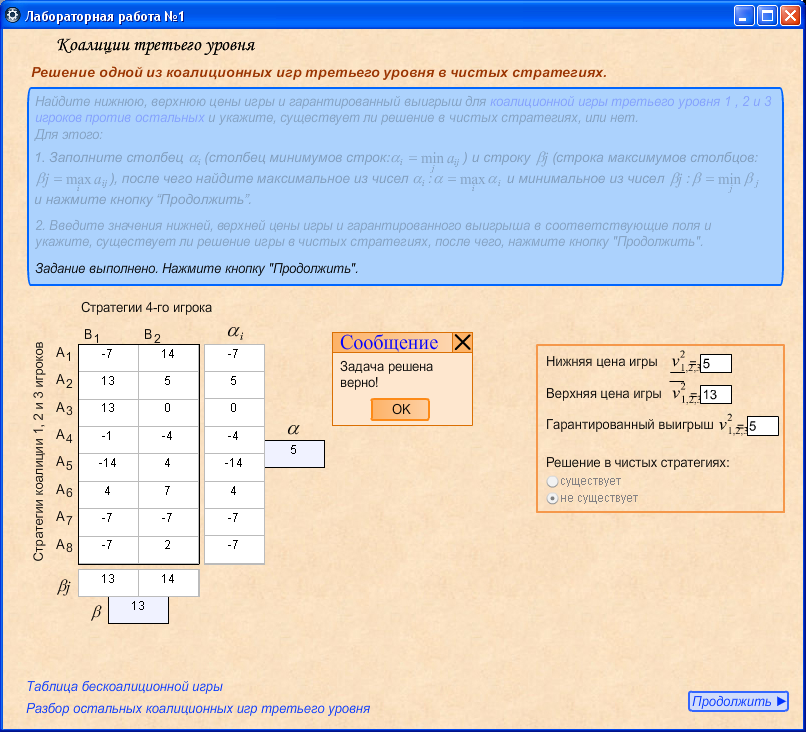


1. Решение одной из коалиционных игр второго уровня в чистых стратегиях. Рассмотрим коалиционную игру 2 уровня 1 и 2 игроков против остальных. Для нахождения верхней, нижней цен игры и гарантированного выигрыша, определим минимумы строк и максимумы столбцов, после чего найдем максимальный элемент из минимумов по строкам и минимальный элемент из максимумов по столбцам – это и будут нижняя и верхняя цены игры соответственно. Решения в чистых стратегиях нет, т.к. нижняя и верхняя цены игры не совпадают. Гарантированный выигрыш равен нижней цене игры.



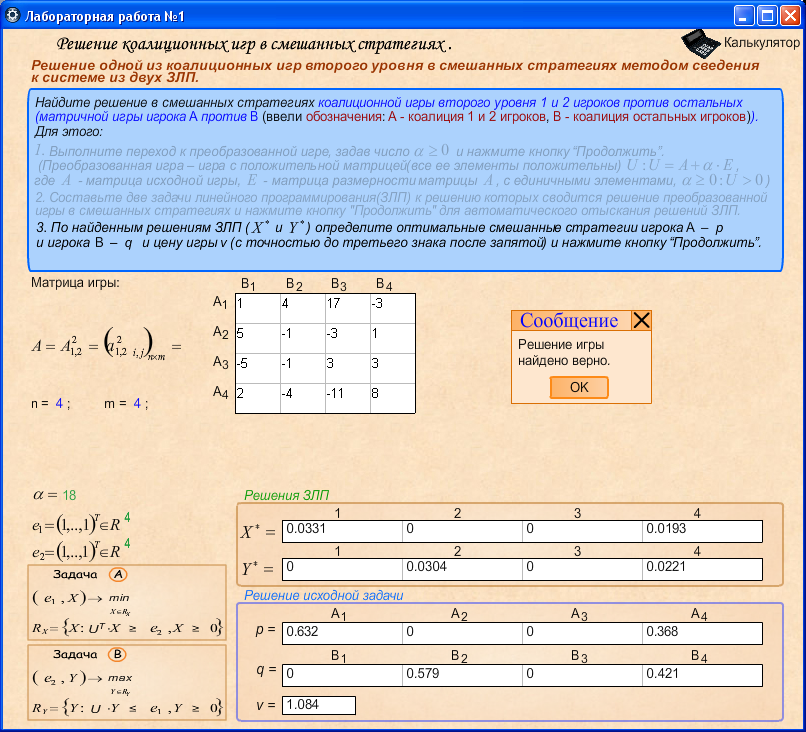


1. Решение одной из коалиционных игр третьего уровня в чистых стратегиях. Рассмотрим коалиционную игру 3 уровня 1, 2 и 3 игроков против остальных. Для нахождения верхней, нижней цен игры и гарантированного выигрыша, определим минимумы строк и максимумы столбцов, после чего найдем максимальный элемент из минимумов по строкам и минимальный элемент из максимумов по столбцам – это и будут нижняя и верхняя цены игры соответственно. Решения в чистых стратегиях нет, т.к. нижняя и верхняя цены игры не совпадают. Гарантированный выигрыш равен нижней цене игры.



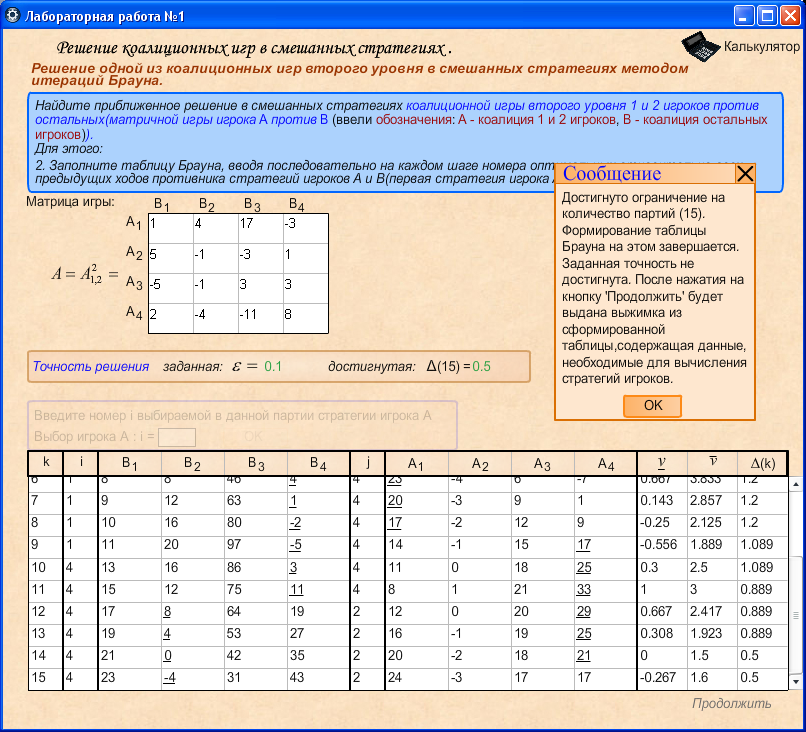
1. Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом сведения к системе из двух ЗЛП.

* Найдём решение в смешанных стратегиях коалиционной игры 2 уровня 1 и 2 игроков против остальных (А – коалиция 1 и 2 игроков, В – коалиция остальных игроков). так как размерность матрицы 4ˣ4. Выполним переход к преобразованной игре, задав число (берём число 20, чтобы минимальный элемент матрицы стал положительным, ≠ 0). Составим две задачи линейного программирования, к решению которых сводится решение преобразованной игры в смешанных стратегиях. По найденным решениям ЗЛП () определим оптимальные смешанные стратегии игрока А – p и игрока B – q и цену игры v.
* По предыдущему шагу система автоматически нашла решения ЗЛП. Нужно определить оптимальные смешанные стратегии игрока А – p, игрока B – q и цену игры v (с точностью до третьего знака после запятой). Для нахождения решений исходной задачи сначала находим сумму . Воспользуемся формулами и (для нахождения элементов строк p и q в решении исходной задачи. Округляем полученные значения до третьего знака после запятой. Цену игры находим по формуле . Полученное значение также округляем до третьего знака после запятой.



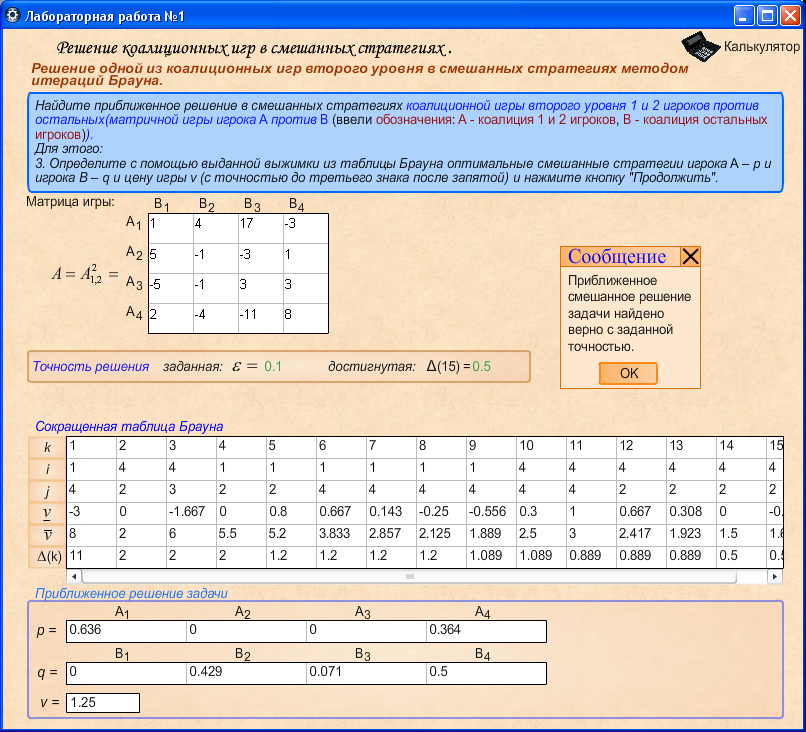
1. Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом сведения к системе из двух Брауна.

Необходимо найти приближённое решение в смешанных стратегиях коалиционной игры 1 и 2 игроков против остальных. Задаём точность решения . Для заполнения таблицы вводим номер или выбираемой в данный момент стратегии игроков А или В по принципу: для стратегий выбираем тот номер стратегии, который имеет минимальное значение, а для стратегий выбираем тот номер стратегии, который имеет максимальное значение. Эти значения в таблице система подчеркивает.  
За 15 партий не была достигнута заданная точность, поэтому формирование таблицы Брауна завершается.

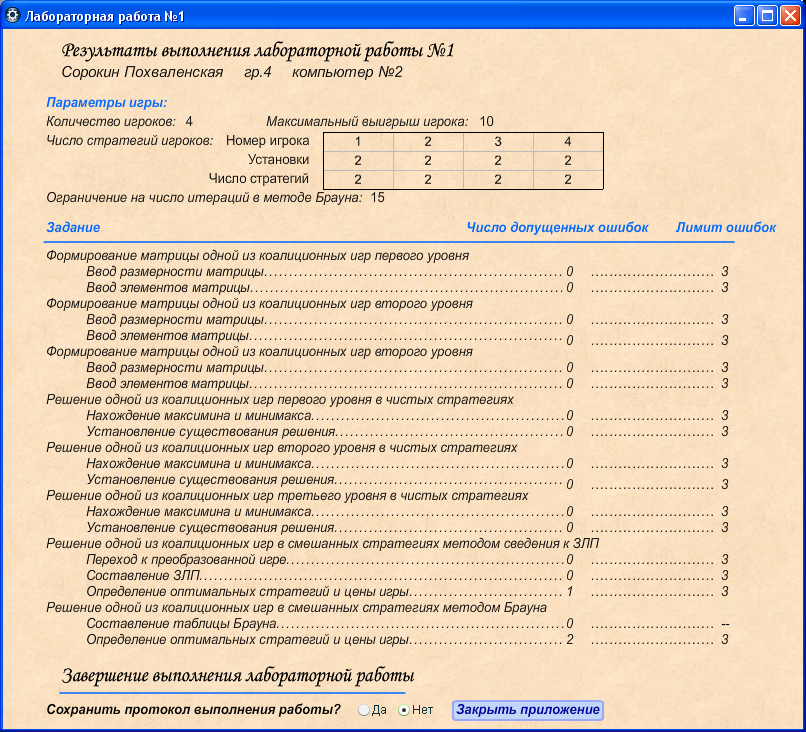


1. Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом итераций Брауна.

После завершения формирования таблицы Брауна система создала выжимку из сформированной таблицы, содержащую данные, необходимые для вычисления стратегий игроков. Определим с помощью выданной выжимки оптимальные смешанные стратегии игрока A – p и B – q и цену игры v с точностью до третьего знака после запятой.



**Результаты**



**Выводы**

Мы научились решать матричные игры в чистых стратегиях, матричные игры в смешанных стратегиях методом сведения к ЗЛП, матричные игры в смешанных стратегиях методом Брауна.