

Московский Авиационный Институт
(Национальный Исследовательский Университет)

Факультет Информационных технологий и прикладной математики
Кафедра Математической кибернетики №805

Лабораторная работа 2
по курсу «Исследование операций»
Тема: «Коалиционные игры и сведение их к системе матричных игр»

Работу выполнил
студент группы 8О-404Б
Сорокин Д. М.

Преподаватель:
профессор Короткова Т.И.

Москва
2018

Цель работы

Научиться решать матричные игры в чистых стратегиях, матричные игры в смешанных стратегиях методом сведения к ЗЛП, матричные игры в смешанных стратегиях методом Брауна.

Теоретические сведения

Рассмотрим пример 3-х мерной матрицы.

Пусть каждый игрок имеет 2 стратегии. Выигрыши игроков заданы таблицей:

	I	II	III
$\alpha_1\beta_1\gamma_1$	1	0	-1
$\alpha_1\beta_1\gamma_2$	2	-1	-1
$\alpha_1\beta_2\gamma_1$	0	-1	1
$\alpha_1\beta_2\gamma_2$	2	2	-4
$\alpha_2\beta_1\gamma_1$	-3	1	2
$\alpha_2\beta_1\gamma_2$	2	5	-7
$\alpha_2\beta_2\gamma_1$	-2	1	1
$\alpha_2\beta_2\gamma_2$	0	2	-2

Гарантированные результаты для каждого из 3-х игроков очевидны:

- 1) $V_1 = 0, \alpha_1$
- 2) $V_2 = -1, \beta_1, \beta_2$
- 3) $V_3 = -1, \gamma_1$

В такой ситуации естественно возникают коалиции игроков. Рассмотрим возможные варианты улучшения полученных гарантированных результатов.

Коалиция 1. 2-й и 3-й против 1-го.

	$\beta_1\gamma_1$	$\beta_1\gamma_2$	$\beta_2\gamma_1$	$\beta_2\gamma_2$
α_1	1	2	0	2
α_2	-3	2	-2	0

Оптимальная тройка стратегий: $\alpha_1, \beta_2, \gamma_1$.

Коалиция 2. 1-й и 3-й против 2-го.

	$\alpha_1\gamma_1$	$\alpha_1\gamma_2$	$\alpha_2\gamma_1$	$\alpha_2\gamma_2$
β_1	0	-1	1	5
β_2	-1	2	1	2

Решения в чистых стратегиях нет. Решение в смешанных стратегиях дает результат: $v = -1/4$; оптимальная стратегия 2-го игрока – $p^* = (3/4; 1/4)$; для коалиции – $q^* = (3/4; 1/4)$.

Коалиция 3. 1-й и 2-й против 3-го.

	$\alpha_1\beta_1$	$\alpha_1\beta_2$	$\alpha_2\beta_1$	$\alpha_2\beta_2$
γ_1	-1	1	2	1
γ_2	-1	-4	-7	-2

Оптимальная тройка стратегий: $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$.

Ход работы

1. Установим параметры игры: количество игроков, число стратегий одного игрока, максимальный выигрыш:

Установка параметров игры

Задайте количество игроков, число стратегий каждого игрока, а также значение максимального выигрыша игроков, после чего нажмите кнопку "Продолжить", чтобы сгенерировать таблицу игры.

количество игроков:

Общие установки (для всех игроков):

≤ число стратегий одного игрока ≤

максимальный выигрыш:

☐ детальные установки (отдельно для каждого игрока):

2. Формирование матрицы одной из коалиционных игр первого уровня.
Введём число строк (стратегий 1 игрока) и столбцов (стратегий коалиции остальных игроков).
Сформируем матрицу 2×8 коалиционной игры 1 уровня 1 игрока против остальных

Лабораторная работа №1

Коалиции первого уровня

Формирование матрицы одной из коалиционных игр первого уровня

Сформируйте матрицу коалиционной игры первого уровня 1 игрока против остальных. Для этого:

- Введите число строк (число стратегий 1 игрока) и столбцов (число стратегий коалиции остальных игроков) (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".
- Заполните появившийся шаблон матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".

число строк: число столбцов:

Стратегии коалиции 2, 3 и 4 игроков

Стратегии 1-го игрока	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-6	4	9	6	-2	-9	-10	9
2	-6	-1	8	-7	-5	-9	-9	1

[Продолжить](#)

Сочетание номеров стратегий	Выигрыши игроков			
	1	2	3	4
1,1,2,1	9	8	-4	-13
1,1,2,2	6	-9	8	-5
1,2,1,1	-2	7	8	-13
1,2,1,2	-9	8	1	0
1,2,2,1	-10	7	2	1
1,2,2,2	9	-8	-5	4
2,1,1,1	-6	1	-9	14
2,1,1,2	-1	0	5	-4
2,1,2,1	8	-5	1	-4
2,1,2,2	-7	10	4	-7
2,2,1,1	-5	7	-9	7
2,2,1,2	-9	5	-3	7
2,2,2,1	-9	-2	4	7
2,2,2,2	1	7	-6	-2

Таблица бескоалиционной игры
Матрицы остальных коалиционных игр первого уровня

[Продолжить](#)

3. Формирование матрицы одной из коалиционных игр второго уровня. Введём число строк (стратегий коалиции 1 и 2 игроков) и столбцов (стратегий коалиции остальных игроков). Заполняем матрицу 4×4 коалиционной игры 2 уровня коалиции 1 и 2 игроков против остальных:

Лабораторная работа №1

Калькулятор

Коалиции второго уровня

Формирование матрицы одной из коалиционных игр второго уровня.

Сформируйте матрицу коалиционной игры второго уровня коалиции 1 и 2 игроков против остальных.
Для этого:

1. Введите число строк(число стратегий коалиции 1 и 2 игроков) и столбцов(число стратегий коалиции остальных игроков) матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".
2. Заполните появившийся шаблон матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".

число строк: число столбцов:

Стратегии коалиции 3 и 4 игроков

Стратегии коалиции 1 и 2 игроков	1	2	3	1	1	2	2
			4	1	2	1	2
	1	1		1	4	17	-3
				5	-1	-3	1
	1	2					
				-5	-1	3	3
	2	1					
				2	-4	-11	8
2	2						

Продолжить

Сочетание номеров стратегий	Выигрыши игроков			
	1	2	3	4
1,1,2,1	9	8	-4	-13
1,1,2,2	6	-9	8	-5
1,2,1,1	-2	7	8	-13
1,2,1,2	-9	8	1	0
1,2,2,1	-10	7	2	1
1,2,2,2	9	-8	-5	4
2,1,1,1	-6	1	-9	14
2,1,1,2	-1	0	5	-4
2,1,2,1	8	-5	1	-4
2,1,2,2	-7	10	4	-7
2,2,1,1	-5	7	-9	7
2,2,1,2	-9	5	-3	7
2,2,2,1	-9	-2	4	7
2,2,2,2	1	7	-6	-2

Таблица бескоалиционной игры

Матрицы остальных коалиционных игр второго уровня

Продолжить ►

4. Формирование матрицы одной из коалиционных игр третьего уровня. Введём число строк (стратегий коалиции 1, 2 и 3 игроков) и столбцов (стратегий коалиции остальных игроков). Заполняем матрицу 8×2 коалиционной игры 3 уровня коалиции 1, 2 и 3 игроков против остальных

Лабораторная работа №1

Коалиции третьего уровня

Калькулятор

Формирование матрицы одной из коалиционных игр третьего уровня.

Сформируйте матрицу коалиционной игры третьего уровня коалиции 1, 2 и 3 игроков против остальных. Для этого:

1. Введите число строк(число стратегий коалиции 1, 2 и 3 игроков) и столбцов(число стратегий коалиции остальных игроков) матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".
2. Заполните появившийся шаблон матрицы (воспользовавшись данными из "Таблицы бескоалиционной игры") и нажмите кнопку "Продолжить".

Матрица коалиционной игры третьего уровня коалиции 1, 2 и 3 игроков против остальных сформирована. Нажмите кнопку "Продолжить".

число строк: число столбцов:

Стратегии 4-го игрока

	1	2
1 1 1	-7	14
1 1 2	13	5
1 2 1	13	0
1 2 2	-1	-4
2 1 1	-14	4
2 1 2	4	7
2 2 1	-7	-7
2 2 2	-7	2

Стратегии коалиции 1, 2 и 3 игроков

	1	2	3	4
1,1,2,1	9	8	-4	-13
1,1,2,2	6	-9	8	-5
1,2,1,1	-2	7	8	-13
1,2,1,2	-9	8	1	0
1,2,2,1	-10	7	2	1
1,2,2,2	9	-8	-5	4
2,1,1,1	-6	1	-9	14
2,1,1,2	-1	0	5	-4
2,1,2,1	8	-5	1	-4
2,1,2,2	-7	10	4	-7
2,2,1,1	-5	7	-9	7
2,2,1,2	-9	5	-3	7
2,2,2,1	-9	-2	4	7
2,2,2,2	1	7	-6	-2

Таблица бескоалиционной игры

Сообщение

Поздравляем!
Матрица составлена
верно!

OK

Продолжить

5. Формулы для решения коалиционных игр в чистых стратегиях и нахождения гарантированных выигрышей. Составляем формулы для нахождения верхней, нижней цены игры и варьируемого выигрыша матричной игры на примере коалиционной игры 1 уровня. После составления формулы система выводит матрицу дохода s-того игрока при его игре против остальных:

Лабораторная работа №1

Формулы для решения коалиционных игр в чистых стратегиях и нахождения гарантированных выигрышей

Составьте формулы для нахождения нижней, верхней цены и гарантированного выигрыша матричной игры на примере коалиционной игры первого уровня и нажмите кнопку "Продолжить".

Формулы для нахождения нижней, верхней цены и гарантированного выигрыша коалиционной игры первого уровня составлены верно. Нажмите кнопку "Продолжить".

Нижняя цена коалиционной игры s-того игрока против остальных определяется по формуле:

$$v_s^1 = \max_{i_s} \min_{\{i_1, \dots, i_{s-1}, i_{s+1}, \dots, i_k\}} a_{i_1, \dots, i_k}^s$$

Верхняя цена коалиционной игры s-того игрока против остальных определяется по формуле:

$$\bar{v}_s^1 = \min_{\{i_1, \dots, i_{s-1}, i_{s+1}, \dots, i_k\}} \max_{i_s} a_{i_1, \dots, i_k}^s$$

Гарантированный выигрыш s-того игрока при его игре против остальных определяется по формуле:

$$v_s^1 = \max_{i_s} \min_{\{i_1, \dots, i_{s-1}, i_{s+1}, \dots, i_k\}} a_{i_1, \dots, i_k}^s$$

Матрица дохода s-того игрока при его игре против остальных:

$$A_s^1 = \begin{pmatrix} \max \begin{matrix} a_{1, \dots, 1, 1, \dots, 1}^s & a_{1, \dots, 1, 1, \dots, 2}^s & \dots & a_{n_1, \dots, n_{s-1}, 1, n_{s+1}, \dots, n_k-1}^s & a_{n_1, \dots, n_{s-1}, 1, n_{s+1}, \dots, n_k}^s \\ a_{1, \dots, 1, 2, 1, \dots, 1}^s & a_{1, \dots, 1, 2, 1, \dots, 2}^s & \dots & a_{n_1, \dots, n_{s-1}, 2, n_{s+1}, \dots, n_k-1}^s & a_{n_1, \dots, n_{s-1}, 2, n_{s+1}, \dots, n_k}^s \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1, \dots, 1, n_s-1, 1, \dots, 1}^s & a_{1, \dots, 1, n_s-1, 1, \dots, 2}^s & \dots & a_{n_1, \dots, n_{s-1}, n_s-1, n_{s+1}, \dots, n_k-1}^s & a_{n_1, \dots, n_{s-1}, n_s-1, n_{s+1}, \dots, n_k}^s \\ a_{1, \dots, 1, n_s, 1, \dots, 1}^s & a_{1, \dots, 1, n_s, 1, \dots, 2}^s & \dots & a_{n_1, \dots, n_{s-1}, n_s, n_{s+1}, \dots, n_k-1}^s & a_{n_1, \dots, n_{s-1}, n_s, n_{s+1}, \dots, n_k}^s \end{matrix} \\ \min \end{pmatrix}$$

где $\{i_1, \dots, i_{s-1}, i_{s+1}, \dots, i_k\}$ - множество возможных сочетаний номеров стратегий всех игроков, кроме s-того, $1 \leq s \leq k$
 k - число игроков
 n_s - число стратегий s-того игрока

Сообщение
 Поздравляем!
 Формулы составлены верно.
 ОК

[Продолжить](#)

6. Решение одной из коалиционных игр первого уровня в чистых стратегиях. Рассмотрим коалиционную игру 1 уровня 1 игрока против остальных. Для нахождения верхней, нижней цен игры и гарантированного выигрыша, определим минимумы строк и максимумы столбцов, после чего найдем максимальный элемент из минимумов по строкам и минимальный элемент из максимумов по столбцам – это и будут нижняя и верхняя цены игры соответственно. Решения в чистых стратегиях нет, т.к. нижняя и верхняя цены игры не совпадают. Гарантированный выигрыш равен нижней цене игры.

Лабораторная работа №1

Коалиции первого уровня

Решение одной из коалиционных игр первого уровня в чистых стратегиях.

Найдите нижнюю, верхнюю цены игры и гарантированный выигрыш для коалиционной игры первого уровня 1 игрока против остальных и укажите, существует ли решение в чистых стратегиях, или нет.
Для этого:

- Заполните столбец α_i (столбец минимумов строк: $\alpha_i = \min_j a_{ij}$) и строку β_j (строка максимумов столбцов: $\beta_j = \max_i a_{ij}$), после чего найдите максимальное из чисел α_i : $\alpha = \max_i \alpha_i$ и минимальное из чисел β_j : $\beta = \min_j \beta_j$ и нажмите кнопку "Продолжить".
- Введите значения нижней, верхней цены игры и гарантированного выигрыша в соответствующие поля и укажите, существует ли решение игры в чистых стратегиях, после чего, нажмите кнопку "Продолжить".

		Стратегии коалиции 2, 3 и 4 игроков									
		V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	V ₇	V ₈	α_i	
Стратегии 1-го игрока	A ₁	-6	4	9	6	-2	-9	-10	9	-10	α -9
	A ₂	-6	-1	8	-7	-5	-9	-9	1	-9	
	β_j	-6	4	9	6	-2	-9	-9	9		
										β	-9

Нижняя цена игры $\underline{v}_1 =$

Верхняя цена игры $\overline{v}_1 =$

Гарантированный выигрыш $v_1^I =$

Решение в чистых стратегиях:

☐ существует

☐ не существует

Продолжить

Сообщение X

Поздравляем.
Минимакс и максимин найдены верно!

ОК

Таблица бескоалиционной игры

Разбор остальных коалиционных игр первого уровня

Продолжить ►

7. Решение одной из коалиционных игр второго уровня в чистых стратегиях. Рассмотрим коалиционную игру 2 уровня 1 и 2 игроков против остальных. Для нахождения верхней, нижней цен игры и гарантированного выигрыша, определим минимумы строк и максимумы столбцов, после чего найдем максимальный элемент из минимумов по строкам и минимальный элемент из максимумов по столбцам – это и будут нижняя и верхняя цены игры соответственно. Решения в чистых стратегиях нет, т.к. нижняя и верхняя цены игры не совпадают. Гарантированный выигрыш равен нижней цене игры.

Лабораторная работа №1

Коалиции второго уровня

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в чистых стратегиях.

Найдите нижнюю, верхнюю цены игры и гарантированный выигрыш для коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных и укажите, существует ли решение в чистых стратегиях, или нет.

Для этого:

- Заполните столбец α_i (столбец минимумов строк: $\alpha_i = \min a_{ij}$) и строку β_j (строка максимумов столбцов: $\beta_j = \max a_{ij}$), после чего найдите максимальное из чисел α_i : $\alpha = \max \alpha_i$ и минимальное из чисел β_j : $\beta = \min \beta_j$ и нажмите кнопку "Продолжить".
- Введите значения нижней, верхней цены игры и гарантированного выигрыша в соответствующие поля и укажите, существует ли решение игры в чистых стратегиях, после чего, нажмите кнопку "Продолжить".

Стратегии коалиции 3 и 4 игроков

	V_1	V_2	V_3	V_4	α_i
A_1	1	4	17	-3	-3
A_2	5	-1	-3	1	-3
A_3	-5	-1	3	3	-5
A_4	2	-4	-11	8	-11
β_j	5	4	17	8	

α -3

β 4

Нижняя цена игры $v_{1,x}^2$

Верхняя цена игры $\overline{v}_{1,x}^2$

Гарантированный выигрыш $v_{1,x}^2$

Решение в чистых стратегиях:

☐ существует

☒ не существует

Сообщение

Поздравляем. Минимакс и максимин найдены верно!

Продолжить

Таблица бескоалиционной игры

Лабораторная работа №1

Коалиции второго уровня

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в чистых стратегиях.

Найдите нижнюю, верхнюю цены игры и гарантированный выигрыш для коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных и укажите, существует ли решение в чистых стратегиях, или нет.

Для этого:

- Заполните столбец α_i (столбец минимумов строк: $\alpha_i = \min a_{ij}$) и строку β_j (строка максимумов столбцов: $\beta_j = \max a_{ij}$), после чего найдите максимальное из чисел α_i : $\alpha = \max \alpha_i$ и минимальное из чисел β_j : $\beta = \min \beta_j$ и нажмите кнопку "Продолжить".
- Введите значения нижней, верхней цены игры и гарантированного выигрыша в соответствующие поля и укажите, существует ли решение игры в чистых стратегиях, после чего, нажмите кнопку "Продолжить".

Задание выполнено. Нажмите кнопку "Продолжить".

Стратегии коалиции 3 и 4 игроков

	V_1	V_2	V_3	V_4	α_i
A_1	1	4	17	-3	-3
A_2	5	-1	-3	1	-3
A_3	-5	-1	3	3	-5
A_4	2	-4	-11	8	-11
β_j	5	4	17	8	

α -3

β 4

Нижняя цена игры $v_{1,x}^2$

Верхняя цена игры $\overline{v}_{1,x}^2$

Гарантированный выигрыш $v_{1,x}^2$

Решение в чистых стратегиях:

☐ существует

☒ не существует

Сообщение

Задача решена верно!

Продолжить

Таблица бескоалиционной игры

Разбор остальных коалиционных игр второго уровня

8. Решение одной из коалиционных игр третьего уровня в чистых стратегиях. Рассмотрим коалиционную игру 3 уровня 1, 2 и 3 игроков против остальных. Для нахождения верхней, нижней цен игры и гарантированного выигрыша, определим минимумы строк и максимумы столбцов, после чего найдем максимальный элемент из минимумов по строкам и минимальный элемент из максимумов по столбцам – это и будут нижняя и верхняя цены игры соответственно. Решения в чистых стратегиях нет, т.к. нижняя и верхняя цены игры не совпадают. Гарантированный выигрыш равен нижней цене игры.

Лабораторная работа №1

Коалиции третьего уровня

Решение одной из коалиционных игр третьего уровня в чистых стратегиях.

Найдите нижнюю, верхнюю цены игры и гарантированный выигрыш для коалиционной игры третьего уровня 1, 2 и 3 игроков против остальных и укажите, существует ли решение в чистых стратегиях, или нет.

Для этого:

- Заполните столбец α_i (столбец минимумов строк: $\alpha_i = \min_j a_{ij}$) и строку β_j (строка максимумов столбцов: $\beta_j = \max_i a_{ij}$), после чего найдите максимальное из чисел α_i : $\alpha = \max_i \alpha_i$ и минимальное из чисел β_j : $\beta = \min_j \beta_j$ и нажмите кнопку "Продолжить".
- Введите значения нижней, верхней цены игры и гарантированного выигрыша в соответствующие поля и укажите, существует ли решение игры в чистых стратегиях, после чего, нажмите кнопку "Продолжить".

Задание выполнено. Нажмите кнопку "Продолжить".

Стратегии 4-го игрока

	B ₁	B ₂	α_i
A ₁	-7	14	-7
A ₂	13	5	5
A ₃	13	0	0
A ₄	-1	-4	-4
A ₅	-14	4	-14
A ₆	4	7	4
A ₇	-7	-7	-7
A ₈	-7	2	-7
β_j	13	14	
β		13	

α
5

Сообщение X

Задача решена верно!

OK

Нижняя цена игры $v_{1,2,3}^2$ 5

Верхняя цена игры $v_{1,2,3}^2$ 13

Гарантированный выигрыш $v_{1,2,3}^2$ 5

Решение в чистых стратегиях:

☐ существует

☒ не существует

Таблица бескоалиционной игры

Разбор остальных коалиционных игр третьего уровня

Продолжить ►

9. Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом сведения к системе из двух ЗЛП.

- Найдём решение в смешанных стратегиях коалиционной игры 2 уровня 1 и 2 игроков против остальных (А – коалиция 1 и 2 игроков, В – коалиция остальных игроков). $n = 4$ и $m = 4$ так как размерность матрицы 4×4 . Выполним переход к преобразованной игре, задав число $\alpha \geq 0$ (берём число 20, чтобы минимальный элемент матрицы стал положительным, $\neq 0$). Составим две задачи линейного программирования, к решению которых сводится решение преобразованной игры в смешанных стратегиях. По найденным решениям ЗЛП (X^* и Y^*) определим оптимальные смешанные стратегии игрока А – p и игрока В – q и цену игры v .
- По предыдущему шагу система автоматически нашла решения ЗЛП. Нужно определить оптимальные смешанные стратегии игрока А – p , игрока В – q и цену игры v (с точностью до третьего знака после запятой). Для нахождения решений исходной задачи сначала находим сумму $XY = X_1^* + X_2^* + X_3^* + X_4^* = Y_1^* + Y_2^* + Y_3^* + Y_4^*$. Воспользуемся формулами $p_i = \frac{X_i^*}{XY}$ и $q_i = \frac{Y_i^*}{XY}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) для нахождения элементов строк p и q в решении исходной задачи. Округляем полученные значения до третьего знака после запятой. Цену игры находим по формуле $v = \frac{1}{XY} - \alpha$. Полученное значение также округляем до третьего знака после запятой.

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом сведения к системе из двух ЗЛП.

Найдите решение в смешанных стратегиях коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных (матричной игры игрока А против В (ввели обозначения: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)). Для этого:

1. Выполните переход к преобразованной игре, задав число $\alpha \geq 0$ и нажмите кнопку "Продолжить". (Преобразованная игра – игра с положительной матрицей (все ее элементы положительны) $U: U = A + \alpha \cdot E$, где A - матрица исходной игры, E - матрица размерности матрицы A , с единичными элементами, $\alpha \geq 0; U > 0$.)
2. Составьте две задачи линейного программирования (ЗЛП) к решению которых сводится решение преобразованной игры в смешанных стратегиях и нажмите кнопку "Продолжить" для автоматического отыскания решений ЗЛП.
3. По найденным решениям ЗЛП (X^* и Y^*) определите оптимальные смешанные стратегии игрока А – p и игрока В – q и цену игры v (с точностью до третьего знака после запятой) и нажмите кнопку "Продолжить".

Матрица игры:

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	1	4	17	-3
A ₂	5	-1	-3	1
A ₃	-5	-1	3	3
A ₄	2	-4	-11	8

$n = 4$; $m = 4$;

$\alpha = 18$

$e_1 = (1, \dots, 1) \in R^4$
 $e_2 = (1, \dots, 1) \in R^4$

Задача (А)
 $(e_1, X) \rightarrow \min_{X \in R_1}$
 $R_1 = \{X: U^T \cdot X \geq e_2, X \geq 0\}$

Задача (В)
 $(e_2, Y) \rightarrow \max_{Y \in R_2}$
 $R_2 = \{Y: U \cdot Y \leq e_1, Y \geq 0\}$

Решения ЗЛП

	1	2	3	4
X^*	0.0331	0	0	0.0193
Y^*	0	0.0304	0	0.0221

Решение исходной задачи

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
p	0.632	0	0	0.368
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
q	0	0.579	0	0.421
v	1.084			

Сообщение X
 Решение игры найдено верно.
 ОК

10. Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом сведения к системе из двух Брауна.

Необходимо найти приближённое решение в смешанных стратегиях коалиционной игры 1 и 2 игроков против остальных. Задаём точность решения $\varepsilon = 0.5$. Для заполнения таблицы вводим номер i или j выбираемой в данный момент стратегии игроков А или В по принципу: для стратегий B_1, B_2, B_3, B_4 выбираем тот номер стратегии, который имеет минимальное значение, а для стратегий A_1, A_2, A_3, A_4 выбираем тот номер стратегии, который имеет максимальное значение. Эти значения в таблице система подчеркивает. За 15 партий не была достигнута заданная точность, поэтому формирование таблицы Брауна завершается.

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом итераций Брауна.

Найдите приближенное решение в смешанных стратегиях коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных (матричной игры игрока А против В (ввели обозначения: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)).
Для этого:
2. Заполните таблицу Брауна, вводя последовательно на каждом шаге номера оптимальных предыдущих ходов противника стратегий игроков А и В (первая стратегия игрока А).

Матрица игры:

		B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	1	4	17	-3	
A_2	5	-1	-3	1	
A_3	-5	-1	3	3	
A_4	2	-4	-11	8	

$A = A_{1,2}^2 =$

Точность решения заданная: $\varepsilon = 0.1$ достигнутая: $\Delta(15) = 0.5$

Введите номер i выбираемой в данной партии стратегии игрока А
Выбор игрока А: $i =$ ОК

Сообщение

Достигнуто ограничение на количество партий (15).
Формирование таблицы Брауна на этом завершается.
Заданная точность не достигнута. После нажатия на кнопку 'Продолжить' будет выдана выжимка из сформированной таблицы, содержащая данные, необходимые для вычисления стратегий игроков.

ОК

k	i	B_1	B_2	B_3	B_4	j	A_1	A_2	A_3	A_4	\underline{y}	\overline{y}	$\Delta(k)$
6	1	8	8	46	4	4	23	-4	6	-7	0.667	3.833	1.2
7	1	9	12	63	1	4	20	-3	9	1	0.143	2.857	1.2
8	1	10	16	80	-2	4	17	-2	12	9	-0.25	2.125	1.2
9	1	11	20	97	-5	4	14	-1	15	17	-0.556	1.889	1.089
10	4	13	16	86	3	4	11	0	18	25	0.3	2.5	1.089
11	4	15	12	75	11	4	8	1	21	33	1	3	0.889
12	4	17	8	64	19	2	12	0	20	29	0.667	2.417	0.889
13	4	19	4	53	27	2	16	-1	19	25	0.308	1.923	0.889
14	4	21	0	42	35	2	20	-2	18	21	0	1.5	0.5
15	4	23	-4	31	43	2	24	-3	17	17	-0.267	1.6	0.5

Продолжить

11. Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом итераций Брауна.

После завершения формирования таблицы Брауна система создала выжимку из сформированной таблицы, содержащую данные, необходимые для вычисления стратегий игроков. Определим с помощью выданной выжимки оптимальные смешанные стратегии игрока А – p и B – q и цену игры v с точностью до третьего знака после запятой.

Лабораторная работа №1

Решение коалиционных игр в смешанных стратегиях.

Решение одной из коалиционных игр второго уровня в смешанных стратегиях методом итераций Брауна.

Найдите приближенное решение в смешанных стратегиях коалиционной игры второго уровня 1 и 2 игроков против остальных (матричной игры игрока А против В (ввели обозначения: А - коалиция 1 и 2 игроков, В - коалиция остальных игроков)).
Для этого:
3. Определите с помощью выданной выжимки из таблицы Брауна оптимальные смешанные стратегии игрока А – p и игрока В – q и цену игры v (с точностью до третьего знака после запятой) и нажмите кнопку "Продолжить".

Матрица игры:

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	1	4	17	-3
A_2	5	-1	-3	1
A_3	-5	-1	3	3
A_4	2	-4	-11	8

$A = A_{1,2} =$

Сообщение X

Приближенное смешанное решение задачи найдено верно с заданной точностью.

OK

Точность решения заданная: $\varepsilon = 0.1$ достигнутая: $\Delta(15) = 0.5$

Сокращенная таблица Брауна

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
i	1	4	4	1	1	1	1	1	1	4	4	4	4	4	4
j	4	2	3	2	2	4	4	4	4	4	4	2	2	2	2
\underline{v}	-3	0	-1.667	0	0.8	0.667	0.143	-0.25	-0.556	0.3	1	0.667	0.308	0	-0.5
\overline{v}	8	2	6	5.5	5.2	3.833	2.857	2.125	1.889	2.5	3	2.417	1.923	1.5	1.6
$\Delta(k)$	11	2	2	2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.089	1.089	0.889	0.889	0.889	0.5	0.5

Приближенное решение задачи

$p =$	A_1	A_2	A_3	A_4
	0.636	0	0	0.364
$q =$	B_1	B_2	B_3	B_4
	0	0.429	0.071	0.5
$v =$	1.25			

Результаты

Лабораторная работа №1

Результаты выполнения лабораторной работы №1

Сорокин Похваленская гр.4 компьютер №2

Параметры игры:

Количество игроков: 4 Максимальный выигрыш игрока: 10

Число стратегий игроков: Номер игрока

	1	2	3	4
Установки	2	2	2	2
Число стратегий	2	2	2	2

Ограничение на число итераций в методе Брауна: 15

Задание	Число допущенных ошибок	Лимит ошибок
Формирование матрицы одной из коалиционных игр первого уровня		
Ввод размерности матрицы.....	0	3
Ввод элементов матрицы.....	0	3
Формирование матрицы одной из коалиционных игр второго уровня		
Ввод размерности матрицы.....	0	3
Ввод элементов матрицы.....	0	3
Формирование матрицы одной из коалиционных игр второго уровня		
Ввод размерности матрицы.....	0	3
Ввод элементов матрицы.....	0	3
Решение одной из коалиционных игр первого уровня в чистых стратегиях		
Нахождение максимина и минимакса.....	0	3
Установление существования решения.....	0	3
Решение одной из коалиционных игр второго уровня в чистых стратегиях		
Нахождение максимина и минимакса.....	0	3
Установление существования решения.....	0	3
Решение одной из коалиционных игр третьего уровня в чистых стратегиях		
Нахождение максимина и минимакса.....	0	3
Установление существования решения.....	0	3
Решение одной из коалиционных игр в смешанных стратегиях методом сведения к ЗЛП		
Переход к преобразованной игре.....	0	3
Составление ЗЛП.....	0	3
Определение оптимальных стратегий и цены игры.....	1	3
Решение одной из коалиционных игр в смешанных стратегиях методом Брауна		
Составление таблицы Брауна.....	0	--
Определение оптимальных стратегий и цены игры.....	2	3

Завершение выполнения лабораторной работы

Сохранить протокол выполнения работы? ☐ Да ☒ Нет [Заккрыть приложение](#)

Выводы

Мы научились решать матричные игры в чистых стратегиях, матричные игры в смешанных стратегиях методом сведения к ЗЛП, матричные игры в смешанных стратегиях методом Брауна.