

Fisica 1

Problemi sulla dinamica del punto

Antonio Pierro

Per consigli, suggerimenti, eventuali errori od altro potete scrivere un email a [antonio.pierro\[at\]gmail.com](mailto:antonio.pierro[at]gmail.com)

Esercizio 1

Una massa m è sospesa, tramite una fune inestensibile di massa trascurabile e di lunghezza L , ad un punto fisso. L'angolo formato dal filo con la verticale è θ .

Determinare la velocità, in funzione dell'angolo θ , che deve essere impressa alla massa per farla muovere di moto circolare uniforme in un piano orizzontale.

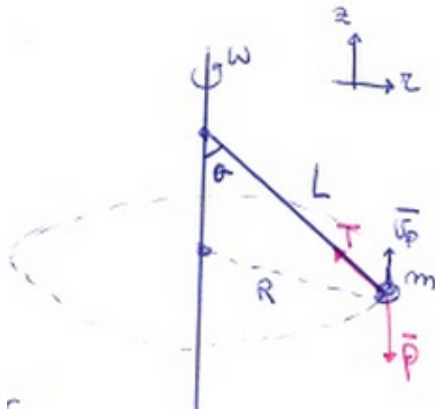
Soluzione Esercizio 1 (1/2)

- Sono dati i seguenti dati:

$$m, L, \theta$$

- Dobbiamo trovare la velocità in funzione dell'angolo:

$$v_p(\theta)$$



Soluzione Esercizio 1 (2/2)

- Scompongo le forze lungo i due assi z e r

$$-T * \sin(\theta) = m * a_r \Rightarrow -T * \sin(\theta) = -m * \frac{v^2}{R}$$

$$-P + T \cos(\theta) = m * a_z \Rightarrow -P + T \cos(\theta) = 0$$

- Il modulo di \vec{v} è sempre uguale ma cambia di direzione e verso:

$$v = \sin(\theta) * \sqrt{\frac{L * g}{\cos(\theta)}}$$

Esercizio 2

Un blocco di massa m si trova fermo su un piano orizzontale. A un certo punto viene sottoposto ad una forza F con direzione e verso orizzontali e costanti e di modulo variabile nel tempo secondo la legge: $F(t) = kt$, con k costante.

- Quanto vale la velocità del blocco all'istante t^* ?
- Quanto vale il lavoro compiuto dalla forza nell'intervallo di tempo $(0, t^*)$?

Esercizio 3

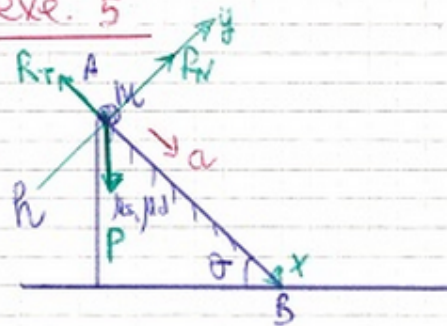
Un corpo di massa m è posto sulla sommità di un piano inclinato a un'altezza h dal suolo, con il quale forma un angolo θ . Il piano è scabro con coefficiente di attrito statico pari a μ_s e dinamico pari a μ_d .

- Calcolare il valore massimo dell'angolo di inclinazione θ_m tale che per ogni θ minore di θ_m la massa m resti in equilibrio.
- Calcolare il modulo dell'accelerazione \vec{a} del corpo ed il tempo t_f necessario per raggiungere il suolo.

Soluzione Ex 3 (1/2)

Dynamic! Piano inclinato:

exe. 5



1) θ_m : angolo massimo r.c.

$\forall \theta < \theta_m \rightarrow$ warram

resti in equilibrio

2) $|a| = ?$

$t_r = ?$ tempo per raggiungere il suolo

$$\vec{R}_T + \vec{P} + \vec{R}_N = m\vec{a} \rightarrow \text{equilibrio}$$



$$\begin{cases} x: -R_T + mg \sin \theta = 0 \\ y: -mg \cos \theta + R_N = 0 \rightarrow R_N = mg \cos \theta \end{cases}$$

$$\text{Per } \theta = \theta_m: R_T = \mu_s R_N = \mu_s mg \cos \theta_m$$

$$x: -\mu_s mg \cos \theta_m + mg \sin \theta_m = 0$$

$$\tan \theta_m = \mu_s$$

$$\theta_m = \arctan(\mu_s)$$

Soluzione Ex 3 (2/2)

2) Devi aggiungere l'accelerazione \vec{a}

$$a \equiv a_x$$

$$x: -R_T + mg \sin \theta = ma$$

$$y: -mg \cos \theta + R_N = 0 \rightarrow R_N = mg \cos \theta$$

$$R_T = \mu_d R_N = \mu_d mg \cos \theta$$

$$x: -\mu_d mg \cos \theta + mg \sin \theta = ma$$

$$a = g(-\mu_d \cos \theta + \sin \theta)$$

ora $t_F = ?$

$$s(t) = \frac{1}{2} at^2 + \frac{v_0}{1} t + \frac{s_0}{1} \quad \text{moto unif. acc.}$$

$$s(t) = \frac{1}{2} at^2 \quad \begin{cases} t = t_F \\ s = AB = h / \sin \theta \end{cases}$$

$$\frac{h}{\sin \theta} = \frac{1}{2} a t_F^2$$

$$t_F = \sqrt{\frac{2h}{a \sin \theta}} = \sqrt{\frac{2h}{g \sin \theta (-\mu_d \cos \theta + \sin \theta)}}$$

Problem (Work, Energy) - Ex1

- A body slides down a rough plane inclined to the horizontal at 30° .
- If 70% of the initial potential energy is dissipated during the descent, find the coefficient of sliding friction. (0.404)

Solution Ex1

- Potential energy: $mgh = m * g * s * \sin(\theta)$.
- Friction: $\mu * m * g \cos(\theta) * s$
- $\mu * m * g \cos(\theta) * s = \frac{70}{100} * m * g * s * \sin(\theta)$.
- $\mu = 0.7 \tan(\theta) = 0.7 \tan(30^0) = 0.404$

Problem (Work, Energy) - Ex2

- The potential energy of an object is given by

$$U(x) = 5x^2 - 4x^3$$

where U is in joules and x is in metres.

- What is the force, $F(x)$, acting on the object?
- Determine the positions where the object is in equilibrium

Solution Ex 2

- For the force:

$$F(x) = - \frac{dU}{dx} = -(10x - 12x^2) = 12x - 10$$

- For equilibrium $F(x) = 0$

$$x(12x - 10) = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{6}, x = 0$$

Problem (Work, Energy) - Ex 3

- A ramp in an amusement park is frictionless. A smooth object slides down the ramp and comes down through a height h .
- What distance d is necessary to stop the object on the flat track if the coefficient of friction is μ . (Solution: $\mu = \frac{h}{d}$)

Solution - Ex 3

- At the bottom of the ramp the kinetic energy K available is equal to the loss of potential energy, mgh :

$$K = m * g * h$$

- On the flat track the entire kinetic energy is used up in the work done against friction

$$W = f_a * d = \mu * m * g * d = m * g * h$$

$$\mu = \frac{h}{d}$$

Ex 4

- Un tubo a U è riempito con un liquido e la lunghezza totale della colonna di liquido è h . Se da una parte il liquido viene leggermente spinto verso il basso, il livello del liquido inizierà a oscillare intorno alla posizione di equilibrio prima di raggiungere nuovamente la posizione di riposo.
- Trovare l'intervallo di tempo di una singola oscillazione.

Piano inclinato Ex 1

- A wedge of mass M is placed on a horizontal floor.
- Another mass m is placed on the incline of the wedge.
- Assume that all surfaces are frictionless, and the incline makes an angle θ with the horizontal.
- The mass m is released from rest on mass M , which is also initially at rest. Find the accelerations of M and m .