

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
И

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 4, 2025

Электронный журнал,  
рег. Эл № ФС77-39410 от 15.04.2010  
ISSN 1817-2172

<http://diffjournal.spbu.ru/>  
e-mail: [jodiff@mail.ru](mailto:jodiff@mail.ru)

Общая теория управления

## Об одной задаче преследования БПЛА самолетного типа наземного объекта

В. Р. Барсегян<sup>1,2,\*</sup>, А. Г. Матевосян<sup>2,\*\*\*</sup>

<sup>1</sup>Институт механики НАН Армении

<sup>2</sup>Ереванский государственный университет

\*barseghyan@sci.am; \*\*amatevosyan@ysu.am

**Аннотация.** Работа посвящена задачам математического моделирования движения управляемого беспилотного летательного аппарата (БПЛА) и построению алгоритма для автономного управления БПЛА, обеспечивающего преследование и сближение с наземной целью на желаемое расстояние. Рассмотрена математическая модель пространственного полета БПЛА самолетного типа, описываемая системой из шести дифференциальных уравнений. Воспользовавшись линеаризованной системой дифференциальных уравнений БПЛА, для реального движения предлагается алгоритм автономного управления БПЛА, обеспечивающий преследование и сближение с наземной целью на желаемое расстояние. В качестве иллюстрации предложенного подхода рассмотрены конкретные задачи сближения неподвижной и подвижной наземной цели при заданных разных значениях отклонений, для которых определены число коррекции движения БПЛА и время сближения. Для одного случая приведены графики функции фазовых переменных и траектории движения, функции управления, а также график иллюстрации коррекции траектории реального движения БПЛА для разных значений отклонений.

**Ключевые слова:** БПЛА, динамика полета, наземная цель, управление полетом, преследование, сближение, коррекция движения, фазовые траектории.

## Введение

В настоящее время все большее распространение получают применения беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в различных целях, в том числе в военных целях, что является весьма актуальным [1-3]. Многообразие сфер применения предполагает использование разных типов и различного назначения БПЛА. Когда спрос на БПЛА различного назначения стремительно растет, изучение задач управления ими является несомненно актуальным

направлением исследований [3-10]. В частности, важные прикладные значения имеют задачи автономного управления БПЛА, поэтому востребованы исследования подобных задач. Для автономного управления и наведения БПЛА большую роль играет положение и ориентация аппарата в пространстве во время его полета. Полет БПЛА может функционировать с различной степенью автономии. Для осуществления автономного управления полетом в процессе проектирования в БПЛА устанавливается соответствующее программное обеспечение на выполнение различных задач самостоятельно, в автономном режиме управления, т.е. без участия человека (оператора).

В работе [4], используя математическую модель координатно-временной зависимости движения БПЛА, предлагается алгоритм гарантированного управления полетом, обеспечивающий сближение БПЛА с целью методом погони. Задачам управления и оптимального управления БПЛА самолетного типа посвящены, в частности, работы [5] и БПЛА вертолётного типа (квадрокоптеров) - работы [6, 7] с заданными промежуточными значениями разных частей координат. В этих работах построены функции управления (или оптимального управления) и соответствующие фазовые траектории движения БПЛА, учитывающие промежуточные значения частей координат в разные моменты времени.

В данной работе, с учетом предполагаемых данных о наземной цели, полученных с видеокамеры и закона движения БПЛА, предлагается алгоритм, т.е. конкретная последовательность действий для автономного управления БПЛА, обеспечивающий сближение с подвижной или неподвижной наземной целью на желаемое расстояние. В качестве приложения рассмотрены конкретные задачи сближения неподвижной и подвижной наземной цели при заданных разных значениях отклонений, для этих задач определены моменты коррекции движения БПЛА, их число и время сближения. Для одного случая приведены графики функции фазовых переменных и траектории движения, функции управления, а также график иллюстрации коррекции траектории реального движения БПЛА для разных значений отклонений. Работа освещает предложенную методологию построения такого алгоритма управления БПЛА, которая обеспечивает преследование и сближение наземной активной цели на желаемое расстояние.

## 1. Математическая модель движения беспилотного летательного аппарата и постановка задачи.

Рассматривается БПЛА самолетного типа, оснащенный органами управления: тягой двигателя и аэродинамическими рулями (углы отклонения руля высоты, руля направления). БПЛА как динамический объект управления представляет собой сложную динамическую систему. Для управления движением БПЛА необходимо воздействовать на силы и моменты, действующие на летательный аппарат [2, 3, 5-9]. БПЛА самолетного типа рассматривается как твердое тело, которое имеет шесть степеней свободы, в которых имеется три вида поступательных движений центра масс и три вида вращательного движения относительно центра масс. Предполагается, что БПЛА оснащен видеокамерой, т.е. на БПЛА с помощью подвеса (гимбала) закреплена видеокамера с некоторым полем зрения. Предполагается также, что известен закон движения БПЛА и в системе отсчета на некотором расстоянии от БПЛА на земле расположен объект, называемый целью. Цель находится в поле зрения видеокамеры.

Для математического описания движения беспилотного летательного аппарата (БПЛА) введём три системы координат.

- Нормальная земная система координат  $OXYZ$  - связана с Землёй, ось  $OY$  направлена вертикально вверх.

- Нормальная система координат  $O_tX_tY_tZ_t$  - начало совмещено с центром масс БПЛА, но оси остаются параллельны земной системе.

- Траекторная система координат  $O_tX_tY_t'Z_t'$  - повернута относительно нормальной на углы наклона траектории:  $\vartheta$  - угол наклона траектории в вертикальной плоскости,  $\psi$  - азимутальный угол пути (отклонение от начального курса).

Схематическое изображение описанных систем координат представлено на рис. 1.

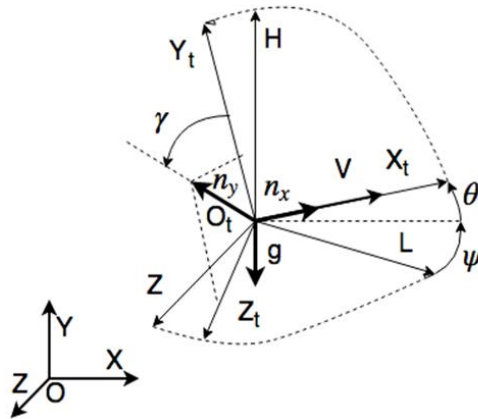


Рис. 1.

Математическую модель движения беспилотного летательного аппарата (БПЛА) представим системой из шести дифференциальных уравнений следуя, в частности, [9].

В общем случае движение БПЛА описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{H} = V \sin \theta, \\ \dot{L} = V \cos \theta \cos \psi, \\ \dot{Z} = -V \cos \theta \sin \psi, \\ \dot{V} = g(n_x - \sin \theta), \\ \dot{\theta} = \frac{g(n_y \cos \gamma - \cos \theta)}{V}, \\ \dot{\psi} = -\frac{g n_y \sin \gamma}{V \cos \theta}. \end{cases}$$

где:  $H$  — высота над поверхностью,  $L$  — горизонтальная координата вдоль направления полёта,  $Z$  — боковое отклонение,  $V$  — модуль скорости,  $\theta$  — угол наклона траектории,  $\psi$  — азимутальный угол пути,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\gamma$  — угол крена.

Указанная система дифференциальных уравнений нелинейна. Запишем эту систему в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{H} = V \sin \theta, & \dot{V} = g(U_1 - \sin \theta), \\ \dot{L} = V \cos \theta \cos \psi, & \dot{\theta} = \frac{g(U_2 - \cos \theta)}{V}, \\ \dot{Z} = -V \cos \theta \sin \psi, & \dot{\psi} = -\frac{g U_3}{V \cos \theta}. \end{cases} \quad (1)$$

где  $U_1 = n_x$ ,  $U_2 = n_y \cos \gamma$ ,  $U_3 = n_y \sin \gamma$  - управляющие воздействия, а  $n_x$ ,  $n_y$  - составляющие перегрузки. Фактически управляющими воздействиями являются перегрузки  $n_x$ ,  $n_y$  и угол крена  $\gamma$ .

Будем рассматривать движение БПЛА в вертикальной плоскости, поэтому, пренебрегая боковым движением, остаются только переменные  $H, L, V, \theta$ .

$$\dot{H} = V \sin \theta, \quad \dot{L} = V \cos \theta \cos \psi, \quad \dot{V} = g(U_1 - \sin \theta), \quad \dot{\theta} = \frac{g(U_2 - \cos \theta)}{V}. \quad (2)$$

Для линеаризации системы (2) выберем некоторые реализации управления  $U_{10}, U_{20}$  и введём малые отклонения переменных от установившегося режима полёта:  $L_0, H_0, V_0, \theta_0$ .

$$L = L_0 + x, H = H_0 + y, V = V_0 + v, \theta = \theta_0 + \vartheta, U_1 = U_{10} + u_1, U_2 = U_{20} + u_2$$

Тогда линеаризованная система уравнений БПЛА (2) относительно установившегося режима полета в матричной форме запишется следующим образом

$$\dot{X} = AX + BU + W \quad (3)$$

где  $X = (x, y, v, \vartheta)^T$ ,  $U = (u_1, u_2)^T$ , а матрицы  $A, B$  и  $W$  имеют виды:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos \theta_0 & -v_0 \sin \theta_0 \\ 0 & 0 & \sin \theta_0 & v_0 \cos \theta_0 \\ 0 & 0 & 0 & -g \cos \theta_0 \\ 0 & 0 & \frac{-g}{v_0^2} \cos \theta_0 & \frac{g}{v_0} \sin \theta_0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ g & 0 \\ 0 & \frac{g}{v_0} \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} v_0 \theta_0 \sin \theta_0 \\ -v_0 \theta_0 \cos \theta_0 \\ g(\theta_0 \cos \theta_0 - \sin \theta_0) \\ \frac{-g}{v_0}(2 \cos \theta_0 + \theta_0 \sin \theta_0) \end{pmatrix}.$$

Здесь и далее буква « $T$ » в верхнем индексе означает операцию транспонирования.

Предполагается, что БПЛА оснащен видеокамерой, т.е. на БПЛА с помощью подвеса (гимбала) закреплена видеокамера с некоторым полем зрения. Пусть наземная цель находится в поле зрения видеокамеры. Предполагается также, что на основе полученных данных с видеокамеры, с учетом закона движения БПЛА, имеется координатно-временная зависимость БПЛА и наземной (движущейся) цели.

Введем величины расстояния по координатам и по углу движения системы (2) и (3) в текущий момент времени следующим образом:

$$\rho(t) = \sqrt{(L(t) - x(t))^2 + (H(t) - y(t))^2}, \quad \varphi(t) = |\theta(t) - \vartheta(t)|.$$

Здесь предполагается, что движения систем (2) и (3) соответствуют одному и тому же управляющему воздействию  $U(t)$ .

Рассмотрим следующую задачу.

Требуется построить алгоритм управления движением БПЛА, который обеспечивает гарантированное сближение с целью на расстояние меньше, чем на заданные величины по расстоянию -  $\delta$ , по углу -  $\varepsilon$ , т.е.

$$\rho(t) < \delta, \quad \varphi(t) < \varepsilon. \quad (4)$$

Вообще обеспечение гарантированного сближения к целевому объекту в пределах определенного допустимого отклонения особенно важно для нелинейных систем, для которых классические методы преследования (или сближения) не всегда применимы.

## 2. Построение алгоритма решения

Предлагается алгоритм, т.е. правило формирования управляющих воздействий (коррекция траектории), согласно которой реальное движение БПЛА (описываемое нелинейным уравнением (2)) управляется таким образом, чтобы преследование (сближение) БПЛА цели осуществлялось методом наведения по линии погони. Под методом наведения по погонной линии понимаем

формирование такой фазовой траектории БПЛА под воздействиями управлений, при которой вектор скорости БПЛА направлен на текущую позицию цели. Управляющие воздействия, переводящие движение БПЛА из начального состояния в конечное состояние (цели), определяются для линеаризованной системы (3).

Для линеаризованной системы (3) определяются управляющие воздействия  $U(t)$ , переводящие движение  $X(t)$  БПЛА из начального состояния  $X(t_0)$  в конечное состояние (цели), которое определяется согласно координатно-временной зависимости БПЛА и наземной (движущейся) цели.

Отметим, что начальное состояние  $X(t_0) = (x(t_0), y(t_0), v(t_0), \vartheta(t_0))^T$  совпадает с состоянием системы (2) в момент времени  $t = t_0$ , т.е. имеет следующие значения координат  $H(t_0), L(t_0), V(t_0), \vartheta(t_0)$ .

Напишем решение уравнения (3) следующим образом [11, 12]:

$$X(t) = \Phi[t, t_0]X(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi[t, \tau]BU(\tau)d\tau + \int_{t_0}^t \Phi[t, \tau]Wd\tau, \quad (5)$$

где через  $\Phi[t, \tau]$  обозначена нормированная фундаментальная матрица решения однородной части уравнения (3), а  $F[t, \tau] = \Phi[t, \tau]B$  - импульсно-переходная матрица. Фундаментальная матрица решения имеет вид:

$$\Phi[t, \tau] = \begin{pmatrix} x_{11}(t, \tau) & x_{12}(t, \tau) & x_{13}(t, \tau) & x_{14}(t, \tau) \\ x_{21}(t, \tau) & x_{22}(t, \tau) & x_{23}(t, \tau) & x_{24}(t, \tau) \\ x_{31}(t, \tau) & x_{32}(t, \tau) & x_{33}(t, \tau) & x_{34}(t, \tau) \\ x_{41}(t, \tau) & x_{42}(t, \tau) & x_{43}(t, \tau) & x_{44}(t, \tau) \end{pmatrix},$$

элементы которой имеют следующие явные виды:

$$x_{11}(t, \tau) = x_{22}(t, \tau) = 1,$$

$$x_{12}(t, \tau) = x_{21}(t, \tau) = x_{31}(t, \tau) = x_{41}(t, \tau) = x_{32}(t, \tau) = x_{42}(t, \tau) = 0,$$

$$x_{13}(t, \tau) = v_0 \left( -\frac{\sqrt{2}v_0 \cos 2\theta_0 \sec \theta_0}{a} d(t, \tau) + \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{g} B(t, \tau) \right),$$

$$x_{14}(t, \tau) = \frac{v_0^2}{2g} \left( B(t, \tau) - \frac{3\sqrt{2}gv_0 \sin \theta_0}{a} d(t, \tau) \right),$$

$$x_{23}(t, \tau) = \frac{\sec^2 \theta_0}{16ag^2} \{ -8agv_0 B(t, \tau) \cos 2\theta_0 + \\ + \sqrt{2}[(2a^2 + g^2v_0^2)e^{b(t-\tau)} \sin \theta_0 - (3e^{b(t-\tau)} - 8e^{d(t-\tau)})g^2v_0^2 \sin 3\theta_0] \},$$

$$x_{24}(t, \tau) = \frac{1}{4}v_0^2 \left( -\frac{\sqrt{2}v_0(1+3\cos 2\theta_0)\sec \theta_0}{a} d(t, \tau) + \frac{2\operatorname{tg} \theta_0}{g} B(t, \tau) \right),$$

$$x_{33}(t, \tau) = \frac{1}{2} \left( b(t, \tau) - \frac{\sqrt{2}gv_0 \sin \theta_0}{a} d(t, \tau) \right), \quad x_{34}(t, \tau) = -\frac{\sqrt{2}d(t, \tau)gv_0^2 \cos \theta_0}{a},$$

$$x_{43}(t, \tau) = \frac{\sqrt{2}d(t, \tau)g \cos \theta_0}{a}, \quad x_{44}(t, \tau) = \frac{1}{2} \left( b(t, \tau) + \frac{\sqrt{2}d(t, \tau)gv_0 \sin \theta_0}{a} \right),$$

где

$$a = \sqrt{-g^2 v_0^2 D}, \quad b = \frac{2g \sin \theta_0 v_0 - \sqrt{-2g^2 D v_0^2}}{4v_0^2}, \quad d = \frac{2g \sin \theta_0 v_0 + \sqrt{-2g^2 D v_0^2}}{4v_0^2},$$

$$D = 3 + 5 \cos 2\theta_0, \quad b(t, \tau) = e^{b(t-\tau)} + e^{d(t-\tau)},$$

$$d(t, \tau) = e^{d(t-\tau)} - e^{b(t-\tau)}, \quad B(t, \tau) = b(t, \tau) - 2. \quad (6)$$

Для определения управляющего воздействия  $U(t)$  из формулы (5) получим интегральное соотношение

$$\int_{t_0}^T F[T, \tau] U(\tau) d\tau = X(T) - \Phi[T, t_0] X(t_0) - \int_{t_0}^T \Phi[T, \tau] W d\tau = C, \quad (7)$$

где компоненты вектора  $C$  (т.е.  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$ ) имеют следующие виды:

$$C_1 = x(T) - x_0 - 2v_0(T - t_0) \sec \theta_0 - \frac{(3 - \cos 2\theta_0) \sec^3 \theta_0 v_0}{8g^2 D} [\sqrt{2} ab(T, t_0) +$$

$$+ 3\sqrt{2} ad(T, t_0) \cos 2\theta_0 - B(T, t_0) g(\sin \theta_0 + 5 \sin 3\theta_0)],$$

$$C_2 = \frac{1}{32g^2 D} \sec^4 \theta_0 \{ \sqrt{2} d(T, t_0) a v_0 (2 \sin \theta_0 - 11 \sin 3\theta_0 + 3 \sin 5\theta_0) -$$

$$- B(T, t_0) g(46 + 53 \cos 2\theta_0 + 34 \cos 4\theta_0 - 5 \cos 6\theta_0) v_0^2 +$$

$$+ 16g^2 \cos^2 \theta_0 D [2v_0(t_0 - T) \sin \theta_0 + 2(y(T) - y_0) \cos^2 \theta_0] \},$$

$$C_3 = \frac{\sec \theta_0}{2} \left\{ \frac{\sqrt{2} d(T, t_0) g v_0^2 (\sin 2\theta_0 - \operatorname{tg} \theta_0)}{a} + \sec \theta_0 [B(T, t_0) v_0 + (v(T) - v_0)(1 + \cos 2\theta_0)] \right\},$$

$$C_4 = \frac{1}{8gDv_0} \{ -2\sqrt{2} ad(T, t_0) (3 + \cos 2\theta_0) \sec \theta_0 + 24g v_0 (\theta(T) - \theta_0) + 4g v_0 [6 \operatorname{tg} \theta_0 -$$

$$- 10 \theta_0 \cos \theta_0 + \operatorname{tg} \theta_0 D d(T, t_0) + 10 \cos 2\theta_0 \operatorname{tg} \theta_0 + 10 \theta(T) \cos 2\theta_0] \}.$$

Здесь  $b(T, t_0)$ ,  $d(T, t_0)$ ,  $B(T, t_0)$  функции  $b(t, \tau)$ ,  $d(t, \tau)$ ,  $B(t, \tau)$  в обозначениях (6) с соответствующей заменой в аргументах.

Обозначим матрицу

$$Q(t_0, T) = \int_{t_0}^T F[T, \tau] F^T[T, \tau] d\tau$$

с размерностью  $(4 \times 4)$  и  $\det Q(t_0, T) \neq 0$ .

Функция управления  $U(t)$ , удовлетворяющая интегральному соотношению (7), представляется в виде [11, 12]:

$$U(t) = E^T[T, t](t) [Q(t_0, T)]^{-1} \eta(t_0, T) + e(t), \quad (8)$$

где вектор-функция  $e(t)$  удовлетворяет соотношению

$$\int_{t_0}^T F[T, t] e(t) dt = 0, \quad \eta(t_0, T) = (C_1 \quad C_2 \quad \dots \quad C_4)^T.$$

Найденное управляющее воздействие  $U(t)$ , подставляя в формулу (5), получим программное движение  $X(t) = (x(t), y(t), v(t), \vartheta(t))^T$  системы (3).

Подставляя функцию управления  $U(t)$  в формулу (2), которая означает, что функция управления  $U(t) = (U_1(t), U_2(t))^T$  реализуется органами управления БПЛА, которое означает получим движение исходной системы, которое будем считать реальным движением БПЛА и которое определяется следующими дифференциальными уравнениями

$$\dot{H} = V \sin \theta, \dot{L} = V \cos \theta \cos \psi, \dot{V} = g(U_1(t) - \sin \theta), \dot{\theta} = \frac{g(U_2(t) - \cos \theta)}{V}. \quad (9)$$

Численно интегрируется система дифференциальных уравнений (9) и определяются координаты реального движения  $H(t), L(t), V(t), \theta(t)$ .

Одновременно, походу интегрирования, в каждый момент времени проверяются условия (4), т.е. удовлетворение соответствующих величин, вычисленных по формуле (5) для линейной системы (3) и реального движения БПЛА, полученных численным интегрированием систем (9).

Если нарушается хотя бы одно из условий (4), то, фиксируя этот момент времени (пусть это будет  $t_1$ ), вычисляется в момент времени  $t_1$  реальное состояние БПЛА, т.е. состояние системы (2), т.е. фазовые компоненты движения  $H(t_1), L(t_1), V(t_1), \theta(t_1)$ . Момент времени  $t_1$  является моментом коррекции движения БПЛА.

Далее относительно нового состояния БПЛА  $H(t_1), L(t_1), V(t_1), \theta(t_1)$  проводится линеаризация нелинейной системы (2) и получим соответствующую линейную систему вида (3) с начальным условием

$$X(t_1) = (x(t_1), y(t_1), v(t_1), \vartheta(t_1))^T = (H(t_1), L(t_1), V(t_1), \theta(t_1))^T.$$

По данным видеокамеры о цели, согласно формулы координатно-временной зависимости БПЛА и наземной цели, определяется положение цели как конечное состояние для линейной системы вида (3).

Для линеаризованной системы (3) определяются управляющие воздействия  $U(t)$ ,

$$U(t) = F^T[T, t](t)[Q(t_1, T)]^{-1}\eta(t_1, T) + e(t), \quad (10)$$

переводящие движение  $X(t)$  БПЛА из состояния  $X(t_1)$  (начального при  $t = t_1$ ) в конечное состояние, которое определено согласно координатно-временной зависимости БПЛА и наземной (движущейся) цели.

Подставляя найденную функцию управления  $U(t)$  в формулу (2), получим реальное движение БПЛА, выходящее из состояния  $X(t_1)$  (закон движения аналогичен виду (9)).

Численно интегрируется система дифференциальных уравнений реального движения БПЛА, определяются координаты реального движения  $H(t), L(t), V(t), \theta(t)$ .

Одновременно, походу интегрирования, в каждый момент времени проверяются условия (4), вычисленные по формуле (5) для линейной системы вида (3) и реального движения БПЛА, полученные численным интегрированием указанной системы.

Если нарушается хотя бы одно из условий (4), то, фиксируя этот момент времени (пусть это будет  $t_2$ ), вычисляется в этот момент состояние системы, т.е.  $H(t_2), L(t_2), V(t_2), \theta(t_2)$ . Момент времени  $t_2$  является моментом второй коррекции движения БПЛА.

**Продолжая эту процедуру, построим алгоритм управления, обеспечивающий преследование (сближение) БПЛА цели, который обеспечивает гарантированное сближение с целью на расстояние меньше, чем на заданные величины по расстоянию -  $\delta$ , по углу -  $\varepsilon$ .**



Таким образом, построенная процедура приводит к динамическому обновлению траектории БПЛА (т.е. каждый раз корректируя движение БПЛА), обеспечивая гибкость и адаптивность управления, достигая цели на гарантированное расстояние с возможным отклонением не больше, чем заданное (4).

### 3. Примеры с вычислительным экспериментом

В качестве иллюстрации выше предложенного подхода рассмотрим конкретные задачи преследования и сближения БПЛА неподвижной и подвижной наземной цели при заданных разных значениях отклонений.

Приведены результаты для трёх различных законов движения цели при заданных разных значениях отклонений. Для этих конкретных задач определены число коррекции движения БПЛА и время сближения. Для наглядности, для первого примера приведены графики фазовых переменных (Рис. 2-5), траектории движения (Рис. 6), функции управления (Рис. 7), а также график иллюстрации коррекции траектории реального движения БПЛА для разных значений  $\delta$  и  $\varepsilon$  (Рис. 8-9).

**Пример 1.** Пусть в момент времени  $t_0$  состоянием БПЛА является

$$\{X_0, Y_0, V_0, \theta_0\} = \{0, 1000, 10, -0.2\}.$$

Координаты движущейся наземной цели определяются следующими законами:

$$X_y(t) = 1500 + 500 \sin\left(\frac{t}{10}\right), \quad Y_y(t) = 0.$$

Для заданных трех разных значений величин отклонений (формула (4)) по расстоянию -  $\delta$  и по углу -  $\varepsilon$  определены время сближения БПЛА с целью и количество проведенных корректировок. Численные значения указанных параметров приведены в таблице 1.

Таблица 1.

	$\delta_1$	$\varepsilon_1$	$\delta_2$	$\varepsilon_2$	$\delta_3$	$\varepsilon_3$
	0.5	0.005	1	0.01	2	0.05
T	46.19		46.24		46.47	
n	40		31		17	

Для случая  $\delta_3 = 2$ ,  $\varepsilon_3 = 0.05$  в таблице 2 приведены моменты времени и координаты коррекции.

Таблица 2.

1	t=0.223375	x=1.63684	y=999.04
2	t=0.895415	x=4.18293	y=991.669
3	t=1.87647	x=13.7043	y=978.237
4	t=3.32032	x=30.8411	y=955.729
5	t=4.7904	x=53.208	y=925.505
6	t=6.96906	x=102.528	y=878.201



7	t=10.0985	x=194.23	y=802.278
8	t=14.45	x=354.555	y=700.874
9	t=21.7524	x=658.914	y=571.508
10	t=25.6696	x=811.065	y=522.772
11	t=28.6817	x=911.601	y=486.306
12	t=31.6756	x=992.399	y=440.077
13	t=34.7135	x=1055.3	y=372.239
14	t=37.7818	x=1106.88	y=278.024
15	t=40.8326	x=1132.3	y=165.544
16	t=42.4132	x=1121.02	y=108.231
17	t=44.3929	x=1076.89	y=46.2767

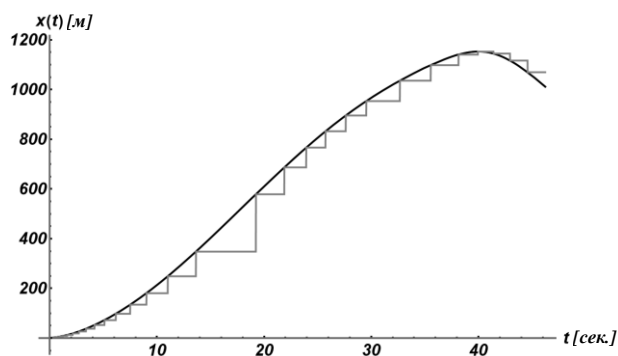


Рис. 2.

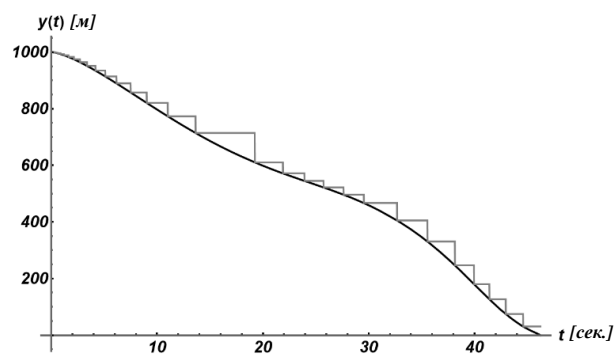
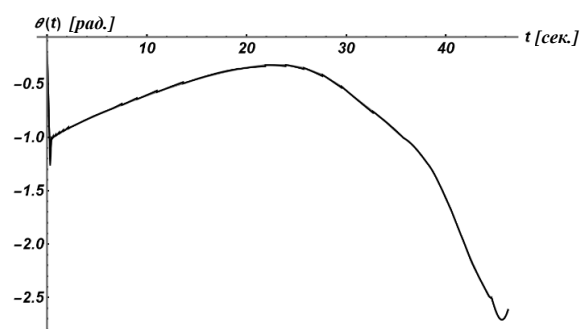
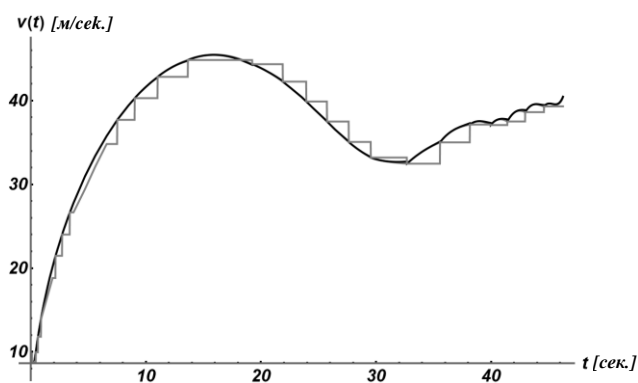


Рис. 3.



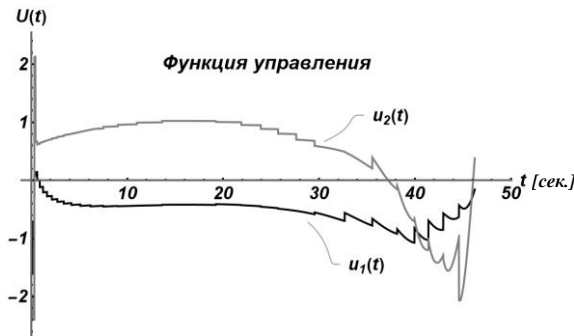


Рис.6.

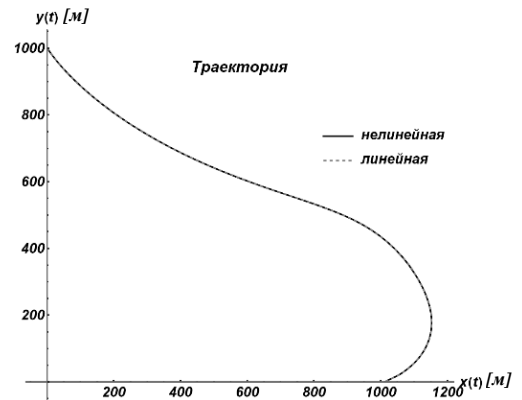


Рис.7.

**Пример 2.** Пусть в момент времени  $t_0$  состоянием БПЛА является

$$\{X_0, Y_0, V_0, \theta_0\} = \{0, 800, 20, -0.2\}.$$

Координаты движущейся наземной цели определяются следующими законами:

$$X_u(t) = 1000 + 200 \sin\left(\frac{t}{10}\right), \quad Y_u(t) = 0.$$

Для заданных трех разных значений величин отклонений (формула (4)) по расстоянию -  $\delta$ , по углу -  $\varepsilon$  определены время сближения БПЛА с целью и количество проведенных корректировок. Численные значения указанных параметров приведены в таблице 3.

Таблица 3.

	$\delta_1$	$\varepsilon_1$	$\delta_2$	$\varepsilon_2$	$\delta_3$	$\varepsilon_3$
	0.5	0.005	1	0.01	2	0.05
T	34.78		34.94		35.51	
n	26		19		15	

**Пример 3.** Пусть в момент времени  $t_0$  состоянием БПЛА является

$$\{X_0, Y_0, V_0, \theta_0\} = \{0, 1500, 15, -0.2\}.$$

Координаты движущейся наземной цели определяются следующими законами:

$$X_u(t) = 1000 + 5t, \quad Y_u(t) = 0.$$

Для заданных трех разных значений величин отклонений (формула (4)) по расстоянию -  $\delta$ , по углу -  $\varepsilon$  определены время сближения БПЛА с целью и количество проведенных корректировок. Численные значения указанных параметров приведены в таблице 4.

Таблица 4.

	$\delta_1$	$\varepsilon_1$	$\delta_2$	$\varepsilon_2$	$\delta_3$	$\varepsilon_3$
	0.5	0.005	1	0.01	2	0.03
T	54.97		55.1		55.8	
n	31		22		15	

Ниже приведены графики иллюстрации коррекции траектории реального движения БПЛА для значений  $\delta = 2$ ;  $\varepsilon = 0.03$ , а число точек корректировки равно 15 (рис. 8). На рис. 9 приведены графики иллюстрации коррекции траектории реального движения БПЛА, когда задано только значение отклонения по углу  $\varepsilon = 0.03$ , число точек корректировки равно 29.

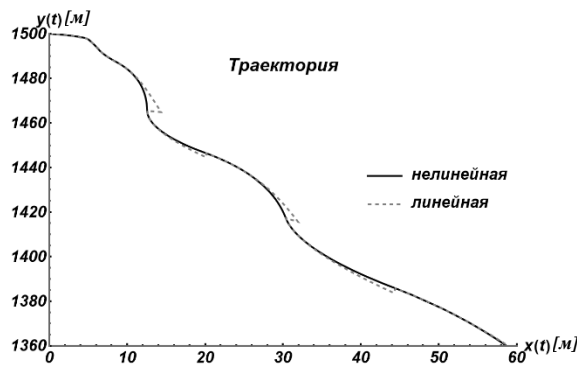


Рис.8.

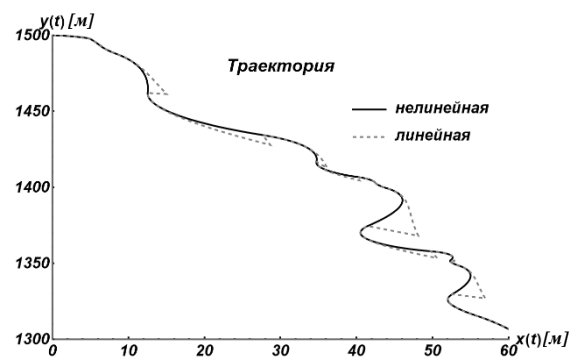


Рис.9.

## Заключение

Повышение эффективности перспективных комплексов с БПЛА напрямую связано с совершенствованием способов его применения при сближении подвижных и неподвижных наземных целей. В данной работе проведено исследование задачи сближения на теоретической основе и на экспериментальном уровне демонстрируются возможности решения важных алгоритмических проблем управления БПЛА, что может трансформироваться при дальнейшем развитии в реальные практические применения. Работа освещает предложенную методологию построения такого алгоритма управления БПЛА, который обеспечивает преследование и сближение наземной активной цели на желаемое расстояние. Предлагаемый подход может представлять интерес для построения алгоритмов управления различными типами БПЛА при решении задач преследования и сближения с подвижными и неподвижными целями, посадки и т.п..

Работа выполнена при поддержке Комитета по высшему образованию и науке РА, в рамках исследовательского проекта № 23-2DP-1B001.

## Литература

- [1] Эпов М.И., Злыгостев И.Н. Применение беспилотных летательных аппаратов в аэрогеофизической разведке. Интерэкспо Гео-Сибирь. 2012. Т. 2. № 3. С. 22–27.
- [2] Телухин С.В., Матвеев В.В. Беспилотный летательный аппарат как объект управления. Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 10. С. 7-10.
- [3] Лемешонок Т.Ю., Сизова А.А., Баранов Н.Е., Санников В.А. Математические модели динамики движения летательных аппаратов. Санкт-Петербург. 2020. 122 с.
- [4] Барсегян В.Р., Мкртчян М.Г., Матевосян А.Г. Об одной задаче управления БПЛА по линии визирования. Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2024). Материалы 6-й Международной конференции. Иркутск, 16–20 сентября. ИГУ, 2024. С. 199-202.
- [5] Барсегян В.Р., Матевосян А.Г. Об одной задаче управления беспилотным летательным аппаратом самолетного типа с заданными промежуточными значениями разных частей координат. Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2023, № 2. С. 86-96.
- [6] Барсегян В.Р., Симонян Т.А., Матевосян А.Г. Об одной задаче управления квадрокоптером с заданными промежуточными значениями разных частей координат. Вестник российских университетов. Математик, 2024. Т. 29, № 145. С. 29-42.
- [7] Барсегян В.Р., Симонян Т.А., Матевосян А.Г. Об одной задаче оптимального управления квадрокоптером с заданным промежуточным значением части координат фазового вектора. Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2024. №2, с. 59-72.
- [8] Латонов В.В., Тихомиров В.В. Управление линией визирования цели по видеоизображению. Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Математика. Механика. 2018. № 1. С. 53-59.
- [9] Канатников А.Н., Шмагина Е.А. Задача терминального управления движением летательного аппарата // Нелинейная динамика и управление. 2010. Вып.7. С. 79-94.
- [10] D. Blake Barber, Joshua D. Redding, Timothy W. McLain, Randal W. Beard, Clark N. Taylor. Vision-based Target Geo-location using a Fixed-wing Miniature Air Vehicle. Journal of Intelligent & Robotic Systems, November 2006. № 47, pp. 361-382.
- [11] Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 476 с.
- [12] Зубов В.И. Лекции по теории управления. М.: Наука, 1975, 496 с.

## **On the pursuit problem of a ground object by an aircraft-type UAV**

Barseghyan V. R.<sup>1,2,\*</sup>, Matevosyan A. G.<sup>2,\*\*</sup>

<sup>1</sup> Institute of Mechanics of National Academy of Science of Armenia, Yerevan, Armenia

<sup>2</sup> Yerevan State University, Yerevan, Armenia

\* [barseghyan@sci.ame](mailto:barseghyan@sci.ame)

\*\* [amatevosyan@ysu.am](mailto:amatevosyan@ysu.am)

**Abstract.** This paper is devoted to the mathematical modeling of the motion of a controlled unmanned aerial vehicle (UAV) and the development of an algorithm for its autonomous control, ensuring pursuit and approach to a ground target within a specified distance. A mathematical model of the spatial flight of a fixed-wing UAV is considered, described by a system of six differential equations. Based on a linearized version of this system representing real flight dynamics, an algorithm for autonomous UAV control is proposed to achieve pursuit and convergence with a ground target. To illustrate the proposed approach, specific scenarios of approaching both stationary and moving ground targets are analyzed for various deviation values. For these cases, the number of trajectory corrections and the convergence time are determined. For one scenario, plots of the phase variables, flight trajectory, control functions, and trajectory correction for different deviation values are presented.

**Keywords:** UAV, flight dynamics, ground target, flight control, pursuit, convergence, trajectory correction, phase trajectories.

The work was supported by Armenian State Committee on Science and Higher Education, project № 23-2DP-1B001.