

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

И

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 3, 2025

Электронный журнал,

рег. Эл. № ФС77-39410 от 15.04.2010

ISSN 1817-2172

<http://diffjournal.spbu.ru/>

e-mail: jodiff@mail.ru

Общая теория управления

Исследование условий возникновения колебаний в нелинейной системе ручного управления роботом-манипулятором

Кузнецов Н. В.^{1,2,*}, Андриевский Б. Р.^{1,2,**}, Зайцева Ю. С.^{1,2,***}, Кузнецова О. А.^{1,****}, Кудряшова Е. В.^{1,*****}

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,

² Институт проблем машиноведения РАН,

*n.v.kuznetsov@spbu.ru

**boris.andrievsky@gmail.com

***juliazaytsev@gmail.com

****o.a.kuznetsova@spbu.ru

*****e.kudryashova@spbu.ru

Аннотация. Человек-оператор продолжает участвовать в управлении сложными объектами и системами, часто по причинам неопределенности среды и ограничений функциональных возможностей технических средств регулирования. В качестве звена системы управления человек-оператор эффективен там, где требуется высокая адаптивность, точность и быстрое принятие решений в непредвиденных ситуациях. Взаимодействие человека-оператора с нелинейной динамикой объекта, однако, может привести к некоторым негативным последствиям, влияющим на качество управления. В данной работе рассматривается система ручного управления роботом-манипулятором с учетом нелинейности типа ограничение с гистерезисом в контуре управления сервопривода. Учитываются такие параметры как время запаздывания, амплитуда и частота вынуждающего воздействия, и изменение тех-

ники управления оператора. Анализ рассматриваемой системы проводится на основе гармонической линеаризации нелинейности и уравнения гармонического баланса с учетом постоянной составляющей вынуждающего сигнала. В результате расчетов и компьютерного моделирования определена область параметров системы, при которых могут возникнуть колебания.

Ключевые слова. Человек-оператор, вынужденные колебания, релейная система, телемеханика, время запаздывания.

1 Введение.

В современном мире технологии стремительно развиваются, и роль человека-оператора становится все более значимой в различных областях, связанных с управлением роботами, в том числе манипуляционными. От промышленных роботов, выполняющих сложные производственные задачи, до космических манипуляторов, которые осуществляют операции в условиях невесомости, человек остается ключевым элементом в процессе управления [1]. В телемедицине, где дистанционное взаимодействие с пациентами и выполнение медицинских процедур с помощью роботизированных систем становятся нормой, оператор играет решающую роль в обеспечении точности и безопасности вмешательства в рабочий процесс [2]. Дистанционное управление манипуляторами также открывает новые горизонты для применения в различных сферах – от научных исследований до спасательных операций. Введение человека в контур управления позволяет не только повысить эффективность работы машин, но и обеспечить необходимую гибкость и адаптивность в условиях неопределенности. Таким образом, синергия между человеком и машиной становится основой для достижения новых высот в автоматизации и роботизации.

Сложная динамика робота-манипулятора значительно влияет на человека-оператора, требуя от него высокой степени концентрации и навыков для эффективного управления. Операторам необходимо постоянно адаптироваться к изменяющимся условиям работы, что может привести к варьированию их техники управления. Возникающие изменения в динамике манипулятора, такие как колебания или неожиданные препятствия, требуют от оператора быстрой и точной реакции. В результате, сложная динамика может как повысить риск ошибок, так и снизить общую эффективность работы системы.

Взаимодействие человека-оператора с динамикой роботов мало изучено в силу сложности математического описания адекватной модели человека. Однако, для предотвращения негативных сценариев в управлении такие исследования имеют смысл и могут опираться на другие результаты, полученные при проектировании чисто технических систем. Известно, что наибольшие проблемы и отклонения от желаемого поведения вызывают трудно моделируемые нелинейности и неучтенная динамика. В электро-механических приводных механизмах обычно пытаются нейтрализовать негативный эффект от нелинейности типа ограничение, проявляющийся в виде колебаний рабочего органа манипулятора [3, 4, 5, 6]. Применение релейных регуляторов в системе управления со скользящим режимом сопровождается вибрацией регулируемой переменной и ухудшающей точность управления [4, 7, 8, 9]. В системах управления с интегратором из-за нелинейности типа ограничение может накапливаться ошибка интегрирования, что приводит к последующему чрезмерному отклику системы, колебаниям и потере устойчивости [3]. Также в системах с ограничением по мощности управляющих механизмов могут появиться так называемые скрытые колебания, аттрактор которых не пересекается с достаточно малыми окрестностями состояний равновесия [10, 11]. Много исследований посвящено устойчивости систем управления летательными аппаратами в связи с высокими требованиями к их надежности. Например, известно опасное явление, называемое раскачка самолета летчиком, возникающее при интенсивном ручном управлении летательными аппаратами вкупе с ограничением по углу и скорости отклонения привода руля управления [12, 13, 14, 5]. Однако, человек-оператор взаимодействует и с другими объектами, в том числе, роботами-манипуляторами. В связи с чем, в данной работе предлагается провести анализ системы ручного управления роботом-манипулятором с учетом влияния нелинейности типа ограничение на сигнал управления.

2 Анализ нелинейной системы на основе метода гармонического баланса.

Рассмотрим систему с неизменными во времени параметрами вида:

$$\dot{x} = Ax + b\varphi(\sigma), \quad \sigma = c^T x(t - \tau), \quad (1)$$

где $A \in R^{n \times n}$ – матрица, $b, c \in R^n$ – векторы коэффициентов, $x(t) \in R^n$ – вектор состояния, $\varphi(\sigma)$ – непрерывная нелинейная функция, T – знак транс-

понирования, τ – время запаздывания. Линейная часть системы (1) описывается передаточной функцией $W(p) = c^T(A - pI)^{-1}b$, где $I \in R^n$ – единичная матрица, p – комплексный аргумент преобразования Лапласа.

Метод гармонического баланса является аналитическим инструментом, используемым в теории управления для анализа нелинейных систем [15, 16, 17, 18]. С помощью этого метода возможно аппроксимировать поведение нелинейных элементов, представляя их эквивалентными линейными функциями, что позволяет применять для исследования методы линейной теории систем. Используя этот подход, инженеры могут прогнозировать устойчивость и качество управления нелинейных систем в ответ на синусоидальные входные сигналы. Этот метод особенно полезен в системах, где традиционный линейный анализ недостаточен, обеспечивая понимание таких явлений, как предельные циклы и колебания. Метод гармонического баланса получил широкое развитие для различных систем и вида входных сигналов [19, 20, 4, 7, 8, 9, 17, 18].

Разработанный в [4, 7, 8, 9, 17] метод анализа нелинейных возмущенных систем (англ., «locus of a perturbed relay system method») имеет дело с медленно меняющимися внешними воздействиями, амплитуда которых сравнительно мало изменяется за период исследуемых колебаний, что позволяет математически разделить описание движения на два уравнения и сохранить существенно нелинейные свойства системы. Постоянный или медленно меняющийся сигнал будет проходить через нелинейность типа ограничение с меньшим коэффициентом усиления, чем автоколебания, на выходе давая асимметричные колебания. Предполагая, что на вход системы поступает постоянный сигнал $f(t) = f_0$, то на выходе нелинейности появляется асимметричный периодический сигнал, так что $u(t) = u_0 + u_p(t)$, $\sigma(t) = \sigma_0 + \sigma_p(t)$, где индекс p относится к периодической составляющей [17]. В этом случае эквивалентный коэффициент усиления реле определяется как производная среднего значения управления по средней ошибке около точки $\sigma_0 = 0$ [17]:

$$k_n = \frac{\partial u_0}{\partial \sigma_0} \Big|_{\sigma_0=0} = \frac{2c}{\pi a} \frac{1}{\sqrt{1 - (b/a)^2}} \quad (2)$$

Уравнение гармонического баланса с учетом (2) имеет вид [17]:

$$W_l(j\omega) = -\frac{1}{2k_n} + j\frac{\pi b}{4c} \quad (3)$$

Решение (3) относительно частоты ω является периодическим и устанавливает условие возникновения периодического движения в системе [17].



Рис. 1: Схема управления роботом-манипулятором с человеком-оператором в замкнутом контуре.

3 Модель системы ручного управления роботом-манипулятором.

Кибернетическая модель человека-оператора представляет собой абстрактное представление взаимодействия человека с техническими системами, основанное на принципах кибернетики и теории управления. В этой модели человек рассматривается как элемент системы, который принимает решения, обрабатывает информацию и управляет действиями в ответ на изменения в окружающей среде. Ключевыми компонентами модели являются сенсорные системы, позволяющие оператору воспринимать данные, когнитивные процессы, обеспечивающие анализ и принятие решений, а также моторные функции, ответственные за выполнение действий.

Блок-схема системы управления позицией манипулятора упрощенно изображена на рис. 3. Согласно этой модели человек-оператор находится в замкнутом контуре управления и формирует управляющий сигнал $\theta_c(t)$ на основе визуальной ошибки слежения $e(t) = \theta_l(t) - \theta_c(t)$, где $\theta_l(t)$ – позиция манипулятора.

Общепринятая математическая модель человека-оператора описывает управляющие действия усиления, дифференцирования и фильтрации сигнала [21]. Передаточная функция человека-оператора от управляющего сигнала θ_c к ошибке управления e имеет вид [21, 20, 22, 5]:

$$W(s)_{\theta_c}^e = K_{ho} \frac{(T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)} e^{-\tau_{ho} s}, \quad (4)$$

где K_{ho} – коэффициент передачи в модели оператора, T_1 и T_2 – постоянные времени дифференцирования и фильтрации, τ_{ho} – время нервно-мышечного запаздывания, s – комплекснозначный аргумент преобразования Лапласа.

Таким образом, человек-оператор может усиливать полезные сигналы, дифференцировать их для определения изменений и использовать фильтр для игнорирования шумов или ненужной информации.

В промышленной мехатронике управление организуется по каждой оси двигателя независимо, приблизительный анализ качества управления обычно проводится для одной оси. Уравнения динамики робототехнической системы имеют высокий порядок, что затрудняет синтез и анализ системы. Поэтому порядок уравнений понижают, не принимая во внимания различные фильтры упругих колебаний оси, обнаружения скорости и другие малые параметры системы, не влияющими на динамику. Рассмотрим простейшую динамику двухмассовой системы с одним шарниром как модель масса-пружина-демпфер, состоящую из двигателя с постоянными магнитами, гибкого редуктора и жесткого звена сочленения робота. Хотя пружина соединяет инерционный момент мотора и инерционный момент нагрузки, обычно ей пренебрегают в силу малой жесткости. Следующие основные уравнения, основанные на втором законе Ньютона и законе напряжения Кирхгофа для этой модели, записываются как [23, 24]:

$$J_m \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + B_m \frac{d\theta_m}{dt} = \tau_m(t) - \frac{\tau_l(t)}{N_G}, \quad (5)$$

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a = V - K_b \frac{d\theta_m}{dt}, \quad (6)$$

где J_m – суммарная инерция двигателя и редуктора, θ_m – угловое смещение вала двигателя, $\tau_m = K_m i_a$ – крутящий момент двигателя, K_m – постоянная величина, i_a – ток на якорной обмотке, L_a – индуктивность якоря, R_a – сопротивление якоря, V напряжение якоря, N_G – передаточное отношение редуктора.

Перейдя к изображениям по Лапласу в (5), (6), получим:

$$(L_a s + R_a) I_a(s) = V(s) - K_b s \Theta_m(s), \quad (7)$$

$$(J_m s^2 + B_m s) \Theta_m(s) = K_m I_a(s) - \frac{\tau_l(s)}{N_G}. \quad (8)$$

Передаточная функция системы от входного к выходному моменту записывается как:

$$\frac{\Theta_m}{\tau_l(s)} = \frac{-(L_a s + R_a)/N_G}{s((L_a s + R_a)(J_m s + B_m) + K_b K_m)} \quad (9)$$

Поскольку электрическая постоянная времени значительно меньше по сравнению с механической постоянной времени, ей можно пренебречь. Тогда (9) можно записать в упрощенной форме:

$$\frac{\Theta_m(s)}{\tau_l(s)} = \frac{-1/N_G}{s(J_m s + B_m + K_b K_m/R_a)} \quad (10)$$

Уравнение пониженного порядка (10) широко известно в литературе и хорошо подходит для анализа и синтеза систем промышленной мехатроники для задач, выполняемых на средней скорости, равной ниже $1/5$ номинальной скорости исполнительного привода [23].

4 Результаты моделирования.

Проведем моделирование для системы (4), (10) на примере робота-манипулятора Ruma 756, описываемой следующими параметрами [24]: $J_m = 200 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $K_m = 0.102 \text{ Н} \cdot \text{м/В}$, $B_m + K_m K_b = 817 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с/рад}$, $N_g = 107$. Параметры модели человека-оператора и времени запаздывания варьируются в некоторых пределах, показанных ниже на рисунках.

Для стабилизации робота-манипулятора в модель (10) добавлена единичная отрицательная обратная связь по углу. Таким образом, временная и частотная характеристики новой модели имеют вид, показанный на рис. 2. Из рис. 2б видно, что модель имеет близкий к единице коэффициент передачи в области низких частот и резонансный пик около частоты 0.1 рад/с .

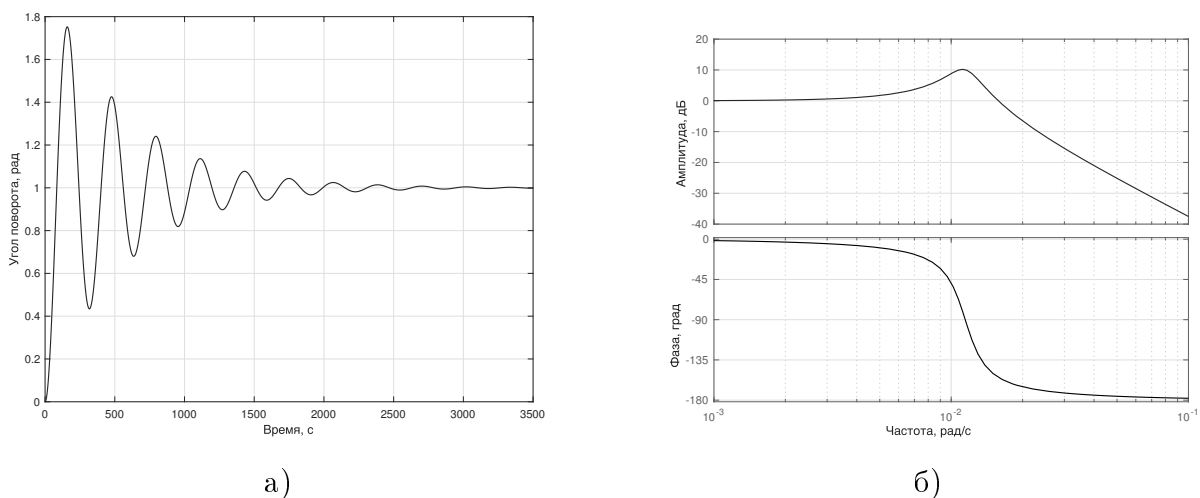


Рис. 2: а) Реакция модели робота-манипулятора на единичное ступенчатое воздействие. б) Амплитудно-частотная характеристика модели робота-манипулятора.

Согласно методу гармонического баланса, описанного выше, и (2), (3), как показано на рис. ??, решение уравнения (3) существует при широком диапазоне коэффициента усиления в модели человека-оператора и запаздывания. Пересечение годографа линейной части с линией $\pi b/4c$ происходит на частоте около 0.01 рад/с .

На рис. 4 показаны процессы изменения угла сочленения робота в зависимости от параметров входного сигнала (верхний график) и процессы на входе и выходе нелинейности (нижний график). Из рисунков видно, что увеличение частоты и амплитуды входного сигнала приводит к стабилизации выхода системы, при этом параметры модели человека-оператора лежат в широком пределе. Таким образом, устойчивость системы в большей степени зависит от параметров входного сигнала. Параметры модели человека-оператора взяты следующими: $K_p = 1$, $T_1 = 0.2$, $T_2 = 0.2$, $\tau = 0.2$.

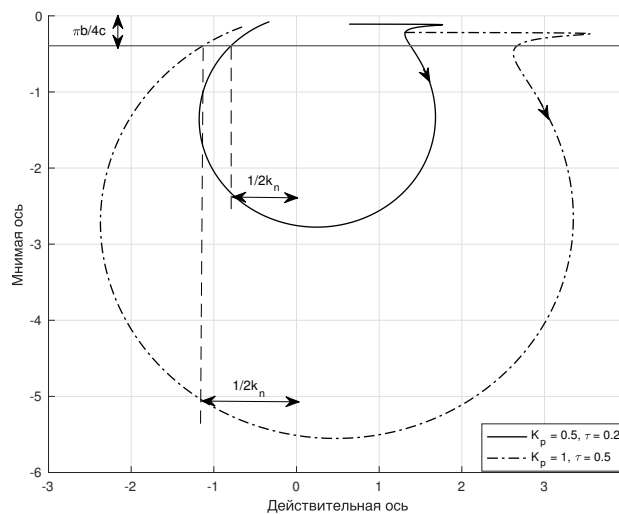


Рис. 3: Иллюстрация метода гармонического баланса.

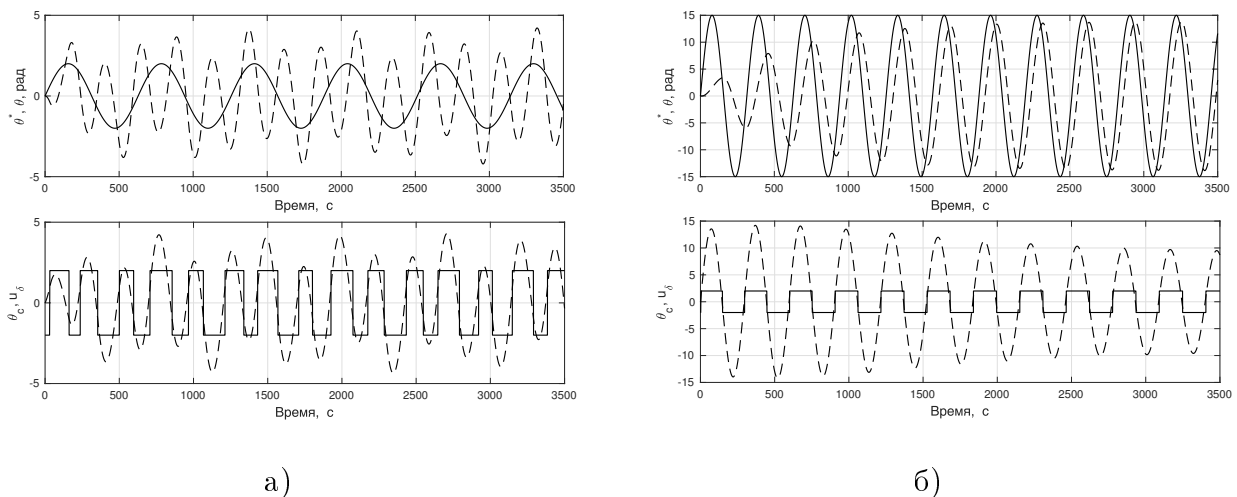


Рис. 4: Реакция модели ручной системы управления роботом-манипулятором на гармоническое воздействие с частотой а) 0.01 рад/с б) 0.02 рад/с.

5 Заключение.

В статье анализируется поведение системы роботизированного манипулятора под управлением человека-оператора, в частности, с учетом нелинейности релейного типа с гистерезисом с помощью метода на основе гармонической линеаризации и гармонического баланса. В результате исследования определены параметры системы, которые способствуют возникновению колебательных режимов. Результаты показывают, что изменения в методах управления, используемых человеком-оператором, могут отрицательно влиять на качество работы и устойчивость системы. Это соображение имеет решающее значение на этапе проектирования таких систем, подчеркивая необходимость специализированной подготовки операторов для эффективного управления конкретными роботизированными системами. Другим способом предотвратить возникающие колебания является использование различных компенсирующих устройств и фазопередающих фильтров, как в [22, 5, 17]. Результаты этого исследования могут найти применение для приложений в системах телеуправления и дистанционного управления роботизированными манипуляторами.

6 Благодарности.

Работа поддержана Санкт-Петербургским государственным университетом, проект № 116636233.

Список литературы

- [1] Dudorov E., Kim N., Zhidkov V., Polyansky V. Human operator functions implementation by a manipulator. *AIP Conference Proceedings*, 2022, vol. 2467, no. 1. artno. 030013.
- [2] Zhang B., Li H., Tang G. Human control model in teleoperation rendezvous. *Sci. China Inf. Sci.*, 2014, vol. 57. pp. 1–11.
- [3] Tarbouriech S., Queinnec I., Turner M. C. Anti-windup design with rate and magnitude actuator and sensor saturations. *2009 European Control Conference (ECC)*, 2009, pp. 330–335.

- [4] Boiko I. *Chattering in Mechanical Systems Under Sliding-Mode Control. Sliding-Mode Control and Variable-Structure Systems: The State of the Art*, Cham: Springer International Publishing, 2023, pp. 337–356.
- [5] Zaitceva I., Andrievsky B., Kuznetsov N. Synthesis Algorithm for Control System with Saturated Actuator. *Differential Equations and Control Processes*, 2024, vol. 1, pp. 12–21.
- [6] Емельянова Ю.П. Управление с итеративным обучением на основе наблюдаемого выхода с учетом нелинейности типа насыщения. *Дифференциальные уравнения и процессы управления*, 2024, № 3, с. 47–66.
- [7] Rehan A., Boiko I., Zweiri Y. LPRS Analysis of Super Twisting Sliding Mode Control System. *2024 17th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*, 2024, pp. 19–22.
- [8] Zhang Z., Boiko I. Auto-Tuning of PID Controller for a Boost Converter using Modified Relay Feedback Test. *2024 17th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*, 2024, pp. 304–308.
- [9] Mohiuddin M. B., Gafoor Haddad A., Boiko I., Zweiri Y. Adaptive Sliding Mode Control for Tower Crane System With Boundary Layer Function. *2024 17th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*, 2024, pp. 153–157.
- [10] Kuznetsov N. V., Andrievsky B., Kudryashova E. V., Kuznetsova O. A. Stability and hidden oscillations analysis of the spacecraft attitude control system using reaction wheels. *Aerospace Science and Technology*, 2022, vol. 131, artno. 107973.
- [11] Andrievsky B., Kuznetsov N., Leonov G., Seledzhi S. Hidden oscillations in stabilization system of flexible launcher with saturating actuators. *19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, 2013, vol. 46, no. 19, pp. 37–41.
- [12] Zaitceva I., Andrievsky B. Preventing String Instability in Altitude Control System of UAV by Nonlinear Correction. *2023 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, 2023, pp. 1–4.
- [13] Tohidi S. S., Yildiz Y., Kolmanovsky I. Pilot Induced Oscillation Mitigation for Unmanned Aircraft Systems: An Adaptive Control Allocation Approach.

- 2018 *IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, 2018, pp. 343–348.
- [14] Bidinotto J. H., Moura H. C., Macedo J. A. A survey of human pilot models for study of Pilot-Induced Oscillation (PIO) in longitudinal aircraft motion. *The Aeronautical Journal*, 2021, vol. 126, pp.1–14.
- [15] Krylov N., Bogoliubov N. *Introduction to Non-Linear Mechanics*. Princeton University Press, 1947, 106 p.
- [16] Rehan A., Boiko I., Zweiri Y. Analysis of chattering in homogenous sliding mode controllers using the locus of a perturbed relay system. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2023, vol. 33, no. 4, pp. 2748–2766.
- [17] Boiko I. *Discontinuous Control Systems. Frequency-Domain Analysis and Design*. Springer: Boston, 2009, 212 p.
- [18] Kuznetsov N., Akimova E., Mokaev R., Morozova M. The study of periodic oscillations and global stability in the Tal’ model via the Tsytkin method and the LPRS method. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1864, no. 1, artno. 012064.
- [19] Chechurin L., Chechurin S. *Physical Fundamentals of Oscillations*. Springer: Cham, 2018, 264 p.
- [20] Zaitceva I., Chechurin L. The estimation of aircraft control system stability boundaries by the describing function method. *Cybernetics and Physics*, 2020, vol. 9, no. 2, pp. 117–122.
- [21] Kilpatrick P. Comparison of relay and manual controllers for systems with high order dynamics. MIT, 1964.
- [22] Зайцева Ю.С. Синтез нелинейных корректирующих звеньев для предотвращения колебаний пилотируемых летательных аппаратов. *Дифференциальные уравнения и процессы управления*, 2021, № 2, с. 101–125.
- [23] Nakamura M., Goto S., Kyura N. *Mechatronic Servo System Control*, Berlin: Springer-Verlag, 1996, 196 p.
- [24] Shah S., Nandihal P., Saha S. Recursive dynamics simulator (ReDySim): A multibody dynamics solver. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 2012, vol. 2, artno. 063011.

Investigation of the Conditions Leading to Oscillations in a Nonlinear Manual Control System for Robotic Manipulators

Kuznetsov N. V.^{1,2,*}, Andrievsky B. R.^{1,2,**}, Zaitceva I. S.^{1,2,***}, Kuznetsova O. A.^{1,****}, Kudryashova E. V.^{1,*****}

¹St.-Petersburg State University

²Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS

*n.v.kuznetsov@spbu.ru

**boris.andrievsky@gmail.com

***juliazaytsev@gmail.com

****o.a.kuznetsova@spbu.ru

*****e.kudryashova@spbu.ru

Abstract. The human operator continues to play a crucial role in the control of complex objects and systems, often due to uncertainties in the environment and the limitations of technical regulation tools. As a regulator, the human operator proves effective in situations that require high adaptability, precision, and rapid decision-making in unforeseen circumstances. However, the interaction between the human operator and the nonlinear dynamics of the object can lead to negative consequences that affect the quality of control. This study examines a manual control system for a robotic manipulator, taking into account nonlinearities characterized by constraints with hysteresis in the servo drive control loop. Parameters such as time delay, amplitude and frequency of the forcing input, and variations in the operator's control technique are considered. The analysis of the system under consideration is conducted using a method based on harmonic linearization of the nonlinearity and the equation of harmonic balance, incorporating the constant component of the forcing signal. As a result of calculations and computer simulations, the parameter space of the system has been identified within which oscillations may arise.

Key words: Human operator, forced oscillations, relay system, telemechanics, time delay.

Acknowledgements. The work was supported by St. Petersburg State University, project No. 116636233.