

#### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ N 4, 2016 Электронный эсурнал,

Электронный экурнал, per. Эл. N ФС77-39410 om 15.04.2010 ISSN 1817-2172

 $http://www.math.spbu.ru/diffjournal\\ e-mail: jodiff@mail.ru$ 

Новые книги

# Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум

А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков



В учебном пособии «Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум» изложены аналитические, приближенно-аналитические и численные методы и алгоритмы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение каждого метода продемонстрировано на решении типовых и нетиповых примеров, охватывающих различные приложения к задачам механики, экономики, расчета электрических цепей и биологических систем. Особое внимание уделено специфике решения задач анализа выходных процессов и устойчивости одномерных и многомерных динамических систем, исследуемых в теории управления. Учебное пособие

предназначено для студентов высших учебных заведений, получающих образование по направлениям (специальностям) естественных наук, техники и технологий, информатики и экономики на квалификацию специалиста, степени бакалавра и магистра [1]. Книга «Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум» продолжает серию издательства «Инфра-М» [2–6]. Предыдущее издание было выпущено в 2010 г. издательством «Логос» [7].

Учебное пособие состоит из введения, 8 глав основной части, предметного указателя и списка литературы.

Во введении дано неформальное определение дифференциальных уравнений, сформулированы физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Глава 1 содержит основные понятия и определения, связанные с решением дифференциальных уравнений и систем. В главе 2 изложены методы интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка (с разделяющимися переменными, однородных, линейных, в полных дифференциалах и т.д.), рассмотрены уравнения высшего порядка, допускающие его понижение. В главах 3 и 4 достаточно подробно рассмотрено решение линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений и систем соответственно, включая приложения к анализу выходных процессов и устойчивости динамических систем. Глава 5 посвящена применению операционного исчисления, а именно преобразования Лапласа, к решению линейных дифференциальных уравнений и систем, анализу выходных процессов динамических систем. В главе 6 рассматривается анализ автономных динамических систем методом фазовой плоскости, рассмотрены как линейные, так и нелинейные динамические системы, часто встречающиеся в приложениях. Глава 7 содержит некоторые приближенно-аналитические методы решения дифференциальных уравнений и систем, описаны методы, построенные на применении степенных и ортогональных рядов, метод последовательных приближений, методы Чаплыгина и Ньютона-Канторовича. В главе 8 изложены численные методы решения дифференциальных уравнений и систем, причем наряду с классическими методами Эйлера и его модификациями, а также методом Рунге – Кутты описано большое количество различных явных и неявных методов, необходимых для решения прикладных задач.

Все описанные методы решения дифференциальных уравнений и систем проиллюстрированы многочисленными примерами их применения. Использование ряда методов изложено в виде пошаговых алгоритмов. В конце каждой главы даны задачи для самостоятельного решения с ответами. Часть задач для самостоятельного решения содержит параметры, что позволяет формировать на их основе индивидуальные задания для студентов, зависящие от номера варианта.

Более подробно содержание учебного пособия отражено ниже.

#### Глава 1. Общие теоретические положения.

- 1.1. Основные определения.
  - 1.1.1. Дифференциальные уравнения.
  - 1.1.2. Системы дифференциальных уравнений.
- 1.2. Основные понятия, связанные с исследованием и решением дифференциальных уравнений.
  - 1.2.1. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений.
  - 1.2.2. Сведение дифференциального уравнения высшего порядка к системе дифференциальных уравнений.
  - 1.2.3. Поле направлений. Приближенное решение уравнений методом изоклин.
  - 1.2.4. Свойства решений линейных дифференциальных уравнений и систем.
  - 1.2.5. Анализ выходных процессов.
  - 1.2.6. Анализ устойчивости.

### Глава 2. Дифференциальные уравнения первого порядка.

- 2.1. Уравнения с разделяющимися переменными.
  - 2.1.1. Метод решения.
  - 2.1.2. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
- 2.2. Однородные уравнения.
  - 2.2.1. Метод решения.
  - 2.2.2. Уравнения, приводящиеся к однородным.
- 2.3. Линейные уравнения.
  - 2.3.1. Метод решения.
  - 2.3.2. Уравнения, приводящиеся к линейным.
- 2.4. Уравнение Риккати.
  - 2.4.1. Случаи интегрируемости уравнения Риккати.
  - 2.4.2. Метод вспомогательных переменных.
- 2.5. Уравнения в полных дифференциалах.
  - 2.5.1. Метод решения.
  - 2.5.2. Уравнения, приводящиеся к уравнениям в полных дифференциалах.
- 2.6. Уравнения, не разрешенные относительно производной.
  - 2.6.1. Постановка задачи.

- 2.6.2. Уравнения первого порядка *п*-й степени.
- 2.6.3. Неполные уравнения.
- 2.6.4. Полные уравнения.
- 2.7. Уравнения высшего порядка, приводящиеся к уравнениям первого порядка. Понижение порядка дифференциальных уравнений.
- 2.8. Простейшие краевые задачи.
- Глава 3. Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка.
  - 3.1. Линейные дифференциальные уравнения
    - с постоянными коэффициентами.
    - 3.1.1. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
    - 3.1.2. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.
  - 3.2. Решение задачи Коши.
  - 3.3. Анализ выходных процессов.
  - 3.4. Анализ устойчивости.
  - 3.5. Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка с переменными коэффициентами.
    - 3.5.1. Уравнение Эйлера.
    - 3.5.2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами.
- **Глава 4.** Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
  - 4.1. Методы нахождения и исследования общего решения однородной системы.
    - 4.1.1. Метод приведения системы линейных уравнений к одному уравнению высшего порядка.
    - 4.1.2. Метод сведения решения системы к задаче отыскания собственных значений и собственных векторов матрицы системы.
    - 4.1.3. Метод неопределенных коэффициентов.
  - 4.2. Методы нахождения общего решения неоднородных систем.
    - 4.2.1. Метод приведения системы линейных уравнений к одному уравнению высшего порядка.
    - 4.2.2. Метод вариации произвольных постоянных.
    - 4.2.3. Метод подбора частного решения.

- 4.3. Решение задачи Коши.
- 4.4. Анализ выходных процессов.
- 4.5. Анализ устойчивости линейных многомерных стационарных динамических систем.
- **Глава 5.** Применение операционного исчисления для решения линейных дифференциальных уравнений и систем.
  - 5.1. Преобразование Лапласа.
    - 5.1.1. Основные определения.
    - 5.1.2. Свойства преобразования Лапласа.
    - 5.1.3. Нахождение изображения по оригиналу.
    - 5.1.4. Нахождение оригинала по изображению.
  - 5.2. Применение преобразования Лапласа.
    - 5.2.1. Решение линейных дифференциальных уравнений и систем.
    - 5.2.2. Применение передаточных функций для анализа выходных процессов.
- Глава 6. Анализ поведения динамических систем на фазовой плоскости.
  - 6.1. Динамические системы и их исследование в фазовом пространстве. Основные положения.
  - 6.2. Анализ поведения линейных динамических систем второго порядка на фазовой плоскости.
  - 6.3. Анализ поведения нелинейных автономных динамических систем второго порядка.
- **Глава 7.** Приближенно-аналитические методы решения дифференциальных уравнений и систем.
  - 7.1. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
  - 7.1.1. Постановка задачи.
    - 7.1.2. Метод неопределенных коэффициентов.
    - 7.1.3. Метод последовательного дифференцирования.
  - 7.2. Метод последовательных приближений.
  - 7.3. Спектральный метод.
  - 7.4. Метод Чаплыгина.
  - 7.5. Метод Ньютона Канторовича.
- Глава 8. Численные методы решения дифференциальных уравнений и систем.
  - 8.1. Постановка задачи. Основные понятия.

- 8.2. Явные методы решения дифференциальных уравнений и систем.
  - 8.2.1. Явный метод Эйлера.
  - 8.2.2. Метод Эйлера-Коши.
  - 8.2.3. Модифицированный метод Эйлера.
  - 8.2.4. Явные методы Рунге-Кутты.
  - 8.2.5. Метод Рунге Кутты Мерсона.
  - 8.2.6. Методы Адамса Башфорта.
  - 8.2.7. Методы Фельберга.
  - 8.2.8. Методы Ингленда.
  - 8.2.9. Методы Нюстрема.
  - 8.2.10. Явные методы Милна.
  - 8.2.11. Явные методы Хемминга.
  - 8.2.12. Методы прогноза и коррекции.
- 8.3. Неявные методы решения дифференциальных уравнений и систем.
  - 8.3.1. Неявный метод Эйлера.
  - 8.3.2. Метод трапеций.
  - 8.3.3. Методы Адамса Мултона.
  - 8.3.4. Неявные методы Милна.
  - 8.3.5. Неявные методы Хемминга.
  - 8.3.6. Методы Гира.
  - 8.3.7. Неявные методы Рунге-Кутты.

## Список литературы

- [1] Пантелеев А.В., Якимова А.С., Рыбаков К.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум. М.: Инфра-М, 2016.
- [2] Бортаковский А.С., Пантелеев А.В. Линейная алгебра в примерах и задачах. М.: Инфра-М, 2015.
- [3] Бортаковский А.С., Пантелеев А.В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах. М.: Инфра-М, 2016.
- [4] Бортаковский А.С., Пантелеев А.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум. М.: Инфра-М, 2015.
- [5] *Пантелеев А.В.*, *Бортаковский А.С.* Теория управления в примерах и задачах. М.: Инфра-М, 2016.
- [6] Пантелеев А.В.,  $Ky\partial pявцева~ И.А.$  Численные методы. Практикум. М.: Инфра-М, 2017.
- [7] Пантелеев А.В., Якимова А.С., Рыбаков К.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс. М.: Логос, 2010.