

Departamento de Produção e Sistemas  
Universidade do Minho

**Modelos Determinísticos de Investigação Operacional**

(MIEI)

Exame Meio-Semestre - 00 de zeroembro de 0000 Duração - 2:00 horas (tolerância - 0:30)

Responda às questões utilizando técnicas adequadas à resolução de problemas de grande dimensão.

1. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll}\max & x_1 + 3x_2 \\ \text{sujeito a} & -x_1 + x_2 \leq 4 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

- Desenhe o domínio de soluções válidas no espaço  $x_1, x_2$ .
- Identifique todos os pontos extremos, e, para cada ponto extremo, calcule os valores das variáveis  $x_1$  e  $x_2$ . Justifique sucintamente e apresente os cálculos para obter os valores.
- Identifique o ponto ótimo, e diga qual o seu valor.
- Para cada ponto extremo, identifique as variáveis básicas e não-básicas, e indique os seus valores. Justifique sucintamente e apresente os cálculos para obter os valores.

**Nota:** Respostas que envolvam a utilização do método simplex não serão consideradas.

2. O Departamento de Marketing de uma empresa de mobiliário metálico para escritório sugeriu à administração o lançamento de novos modelos de secretárias e estantes, em substituição dos modelos actuais. O Departamento de Produção, depois de analisar os novos modelos, concluiu que os tempos de produção são os seguintes:

	Horas-Máquina	Horas-Homem
Secretárias	1	2
Estantes	2	1
Disponibilidade Mensal	400	600

Foi ainda estimado que o lucro unitário será de 20 U.M. para as secretárias e de 15 U.M. para as estantes.

- Construa um modelo de programação linear de modo a auxiliar à administração da empresa a decidir quantas unidades deve fabricar por mês de cada modelo de modo a maximizar o lucro.
- Determine a solução ótima através do método simplex.

3. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll}
\max & 4x_1 + x_2 \\
\text{suj.} & x_1 - 2x_2 \leq 6 \\
& x_2 \leq 4 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{array}$$

- a) Escreva o modelo dual do problema acima apresentado.
- b) Seleccione dois pontos válidos, um do domínio primal e outro do dual, com valores de função objectivo diferentes, e mostre que obedecem ao Teorema da Dualidade Fraca.
- c) Considere os pontos do espaço primal  $(x_1, x_2)^t = (14, 4)^t$  e do espaço dual  $(y_1, y_2)^t = (4, 9)^t$ . Será que eles são soluções óptimas do problema primal e do problema dual, respectivamente? Justifique.

4. Considere o seguinte problema de programação linear e os respectivos quadro óptimo e relatório de sensibilidade.

$$\begin{array}{llllll}
\max & 60x_1 & +40x_2 & +30x_3 & & \\
\text{suj.} & 3x_1 & + 2x_2 & & & \leq 120 \\
& 4x_1 & & + x_3 & & \leq 60 \\
& & x_2 & + 2x_3 & & \leq 30 \\
& & & & x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{array}$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	
$s_1$	0	0	-19/4	1	-3/4	-2	15
$x_1$	1	0	1/4	0	1/4	0	15
$x_2$	0	1	2	0	0	1	30
	0	0	65	0	15	40	2100

Duals			
Variables	value	from	till
objective	2100	2100	2100
R1	0	$-\infty$	$+\infty$
R2	15	0	80
R3	40	0	37.5
x1	0	$-\infty$	$+\infty$
x2	0	$-\infty$	$+\infty$
x3	-65	-3.15789	15

- a) Quanto estaria disposto a pagar para aumentar a disponibilidade do recurso 1. Justifique.
- b) Quanto estaria disposto a pagar para aumentar a disponibilidade do recurso 2. Justifique.
- c) Da análise do relatório, indique que quantidade adicional de recurso 2 é que estaria disposto a adquirir ao preço indicado na alínea anterior.
- d) Qual seria o valor da solução óptima caso adquirisse essa quantidade adicional. Justifique.
- e) Faça a análise matricial para derivar os limites de variação do recurso 2, que serve para verificar que a informação dada pelo relatório (relativa à alínea c) está correcta.
- f) Se fosse proposta uma nova actividade ( $x_4$ ) com coeficiente da função objectivo (lucro unitário) de 40 e coeficientes nas linhas iguais a 3, 2, 0, respectivamente, será que essa actividade seria atractiva? Em caso afirmativo, construa a novo quadro, **mas não o resolva**, indicando apenas a variável que sairia da base.
- g) Qual deveria ser, no mínimo, o coeficiente  $c_3$  da variável  $x_3$  para esta actividade ser atractiva?

**Nota:** Todas as seguintes alíneas são independentes entre si. Qualquer resposta que envolva a resolução do problema desde o quadro inicial não será classificada.