### UNIVERSIDADE DO MINHO

Licenciatura em Engenharia Informática

## Elementos de Engenharia de Sistemas

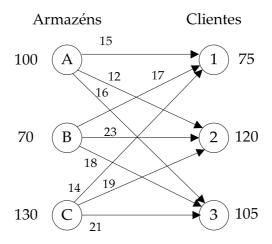
Caderno de Exercícios

Cláudio M. Martins Alves

## Modelação e Optimização de Sistemas em Rede

1.

Na rede ilustrada na figura abaixo, os vértices A, B e C representam armazéns a partir dos quais é possível fazer chegar mercadorias aos clientes representados através dos vértices 1, 2 e 3. Nos armazéns A, B e C, a disponibilidade é respectivamente de 100, 70 e 130 unidades. A procura nos clientes 1, 2 e 3 é respectivamente de 75, 120 e 105 unidades. O custo unitário de transporte desde um armazém até um cliente está indicado na figura abaixo. Pretende-se determinar o plano de distribuição que minimize o custo total de transporte.



- a) Formule o problema usando um modelo de Programação Linear.
- b) Determine uma primeira solução válida (básica) para este problema usando:
  - i. A regra do canto noroeste;
  - ii. A regra do custo mínimo.

Compare as duas soluções que obteve.

- c) Determine a solução óptima do problema.
- d) Considere agora que o armazém C só pode enviar 120 unidades (em vez das 130). Determine a nova solução óptima do problema. Interprete o resultado que obteve.

A empresa ABC produz artigos têxteis a partir de 3 fábricas localizadas em Braga, Viseu e Santarém. A capacidade semanal de produção de cada uma dessas fábricas, assim como os custos unitários de produção, estão indicados na tabela seguinte:

	Braga	Viseu	Santarém
Capacidade de produção (artigos/semana)	1000	650	450
Custo unitário (U.M./artigo)	5	3	2

A empresa fornece os seus produtos a 4 lojas retalhistas que se encontram nas cidades do Porto, Coimbra, Lisboa e Faro. Os custos de transporte entre as fábricas e as lojas estão indicados em U.M./artigo na tabela seguinte:

	Porto	Coimbra	Lisboa	Faro
Braga	2	5	7	11
Viseu	3	4	5	9
Santarém	8	5	4	7

A empresa recebeu uma encomenda de 600, 400, 900 e 100 unidades das lojas do Porto, Coimbra, Lisboa e Faro, respectivamente, e pretende agora determinar o melhor plano de produção e distribuição para a próxima semana.

- a) Represente a rede associada a este problema de transportes.
- b) Determine a solução óptima do problema.
- c) Existem soluções alternativas? Em caso afirmativo, indique uma dessas soluções.

#### 3.

A direcção da Escola Secundária de São Marco o Velho está a preparar a próxima época de exames. Neste momento, ainda lhe falta atribuir 5 docentes para assegurar a vigilância do exame de Matemática, 5 para o exame de Português, 4 para o exame de Filosofia e 3 para o exame de Biologia. Além de um conjunto fixo de docentes da disciplina, um exame pode ser vigiado por docentes de outras áreas. A direcção ainda dispõe de 21 docentes distribuídos pelas seguintes áreas científicas:

Área científica	Número de
Area cientifica	docentes
História	5
Física	10
Geografia	3
Química	3

Tendo em conta a sua formação académica, um docente será mais ou menos competente para vigiar o exame de uma determinada disciplina. Os docentes foram classificados pela direcção segundo a sua área de origem e a disciplina avaliada, tendo chegado aos dados que constam da tabela seguinte:

	Matemática	Português	Filosofia	Biologia
História	5	8	9	0
Física	9	4	3	7
Geografia	8	7	5	0
Química	8	6	3	8

Uma classificação de 0 significa que o docente não teve formação na respectiva área.

- a) Formule o problema através de um modelo de transportes.
- b) Obtenha a solução óptima do problema.

#### 4.

Uma empresa pretende contratar novos colaboradores para as suas instalações do Porto e Lisboa. Para esse efeito, lançou um concurso ao qual responderam 30 candidatos, entre os quais 11 licenciados, 14 mestres, e 5 doutorados. A sucursal do Porto pretende recrutar 15 colaboradores, entre os quais pelo menos 7 deverão ser mestres ou doutorados. A sucursal de Lisboa pretende contratar 10 novos colaboradores, entre os quais apenas 4 poderão ser licenciados. Além disso, a empresa decidiu que contrataria os 5 doutorados.

Os salários auferidos em cada uma das sucursais dependem do nível de qualificações dos colaboradores. Esses salários são indicados na tabela seguinte (em U.M./mês):

	Licenciado	Mestre	Doutorado
Porto	135	150	170
Lisboa	120	140	160

Assuma que os candidatos têm todos o mesmo mérito, não sendo nenhum deles preferido em detrimento de outro.

- a) Represente a rede do modelo de transportes associado a este problema.
- b) Determine o plano óptimo de contratações da empresa.

#### 5.

Considere um problema em que existem 4 tarefas por realizar, e 5 operadores disponíveis (A, B, ..., F) que podem efectuar qualquer uma das tarefas. Cada tarefa só pode ser realizada por um operador. Os custos em que se incorre se um determinado operador realizar uma das tarefas estão indicados na tabela seguinte:

	1	2	3	4
A	12	8	15	13
В	17	13	22	11
C	11	16	19	18
D	9	7	17	19
E	14	12	15	13

Determine o plano óptimo de afectação. Qual é o operador que não irá realizar nenhuma tarefa?

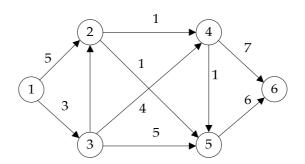
#### 6.

Cinco alunos (A, B, C, D, E) devem escolher a opção cultural que irão frequentar no próximo semestre. Já só existem vagas nas 5 disciplinas "a, b, c, d, e" (1 vaga por disciplina). A preferência dos alunos está indicada na tabela seguinte (quanto maior for o coeficiente, menor será a preferência do aluno pela disciplina):

	a	b	c	d	e
A	1	2	3	4	5
В	5	3	2	4	1
С	2	1	4	3	5
D	1	2	4	3	5
E	1	3	2	4	5

- a) Determine a forma como devem ser distribuídos os alunos pelas disciplinas de modo a maximizar globalmente a sua satisfação.
- b) Se o aluno B desistir das disciplinas "c" e "e", qual será o novo plano óptimo de afectação?

Considere o problema de caminho mais curto definido no grafo da figura seguinte. Os vértices 1 e 6 representam respectivamente a origem e o destino do problema.



- a) Formule o problema usando um modelo de Programação Linear.
- b) Formule o problema de caminho mais curto entre o vértice 1 e todos os outros vértices do grafo usando um modelo de Programação Linear.
- c) Usando o algoritmo de Dijkstra, determine o caminho mais curto entre o vértice 1 e o vértice 6.

#### 9.

É necessário transportar uma carga desde o local A de um armazém até a um local F. Por razões de segurança, a carga não pode ser sujeita a variações de temperatura

superiores a 3°. As temperaturas dos vários locais por onde a carga poderá passar estão indicadas na tabela seguinte:

	Temperaturas (em ° C)
A	0
В	2
С	3
D	1
E	3
F	6

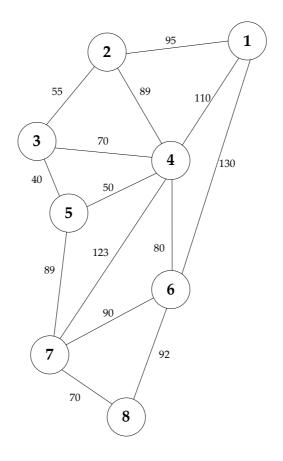
Os tempos de deslocação entre cada um desses locais estão indicados a seguir

	A	В	C	D	E	F
A	-	1	3	4	7	Χ
В	1	-	2	5	Χ	Χ
С	3	2	-	5	1	7
D	4	5	4	-	2	Χ
Е	7	Χ	1	2	-	4
F	Χ	Χ	7	Χ	4	-

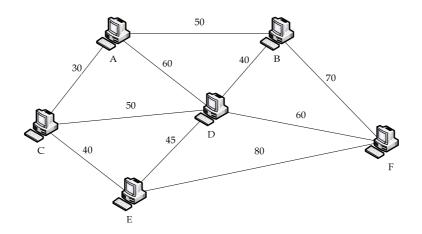
Um "X" significa que não existe ligação directa entre os respectivos locais.

Determine a sequência de locais por onde a carga deverá passar de modo a minimizar o tempo total de deslocação.

**10.** Determine a árvore de suporte de custo mínimo do grafo representado a seguir.



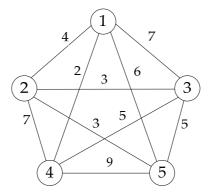
Uma empresa possui a rede de computadores cujas interligações estão ilustradas na figura abaixo. A empresa decidiu reconfigurar a sua rede de modo a reduzir os seus custos de operação. Pretende assim determinar quais são as ligações que deverão ser mantidas, e aquelas que deverão ser fechadas. Os custos de cada ligação dependem da distância entre terminais. Esses custos estão indicados na figura seguinte:



A empresa não quer que a conectividade da sua rede seja afectada: no final, um computador deve continuar a ser capaz de comunicar com qualquer outro computador da rede.

Determine a melhor solução para este problema.

# **12.** Considere o problema de caixeiro viajante definido a partir do grafo da figura seguinte:



Usando a heurística do vizinho mais próximo, determine uma solução válida para este problema.

#### 13.

Considere um problema em que 4 tarefas diferentes devem ser realizadas numa única máquina. A máquina só pode efectuar uma tarefa de cada vez, e todas as tarefas têm a mesma duração. Para iniciar uma tarefa, a máquina deve ser correctamente preparada. O tempo que é necessário para preparar a máquina depende da tarefa que a máquina acabou de realizar. Esses tempos são dados na tabela seguinte:

	A	В	С	D
A	-	27	22	29
В	27	-	20	23
С	22	20	-	25
D	29	23	25	-

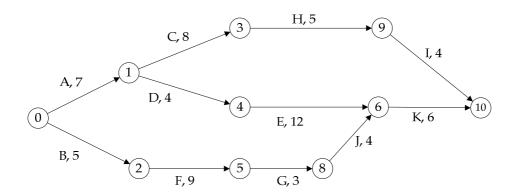
Considere que o tempo de preparação é nulo se a tarefa for a primeira a ser realizada.

- a) Formule este problema como um problema de caixeiro viajante.
- b) Determine uma solução para o problema usando a heurística do vizinho mais próximo.

## Gestão de Projectos

#### 14.

Considere um projecto cuja rede de actividades é dada pela figura seguinte (as actividades e as suas durações estão indicadas junto aos arcos).



- a) Determine o instante de tempo em que cada actividade pode ser iniciada.
- b) Determine o último instante de tempo em que podem ser iniciadas as actividades sem atrasar o projecto.
- c) Determine o caminho crítico.
- d) Formule o problema do caminho crítico usando um modelo de Programação Linear.

#### **15.**

Um projecto é constituído por 10 actividades. A duração de cada uma das actividades assim como as relações de precedência entre elas estão indicadas na tabela seguinte:

Actividade	Duração	Actividades imediatamente predecessoras
A	5	-
В	4	-
С	6	-
D	6	B, C
E	3	A
F	9	D, E
G	4	E
Н	7	С
I	5	Н
J	3	F, I

- a) Represente a rede de actividades para este projecto.
- b) Determine o instante de tempo a partir do qual cada uma das actividades pode ser iniciada.
- c) Determine o caminho crítico.

Considere um projecto de construção de um parque infantil composto pelas seguintes actividades e respectivas durações:

1.	Pedido de licenças de construção	30 dias;
2.	Transporte do material de canalização até ao local da obra	1 dia;
3.	Instalação das canalizações	5 dias;
4.	Transporte do material para a pavimentação	3 dias;
5.	Aquisição do material de jogo e de iluminação	10 dias;
6.	Preparação do material de jogo	5 dias;
7.	Terraplanagem	7 dias;
8.	Pavimentação	10 dias;
9.	Pedido de ligação à rede pública de iluminação	7 dias;
10	Montagem do material de jogo	6 dias;
11.	Montagem do equipamento de iluminação	4 dias;

As relações de precedência entre essas actividades são descritas na tabela seguinte:

	Actividades
Actividade	imediatamente
	predecessoras
1	-
2	1
3	2
4	1
5	1
6	5
7	3
8	4, 7
9	5
10	6, 8
11	6, 8
12	9, 11

- a) Determine a duração mínima do projecto.
- b) Identifique que não podem ser atrasadas sem atrasar a conclusão do projecto.
- c) Determine o atraso máximo permitido para as actividades que não fazem parte do caminho crítico.