

Universidade do Minho

2ºSemestre 2017/18

(MIEI, 3ºAno)

Modelos Estocásticos de Investigação Operacional

Trabalho Prático

Identificação do Grupo

| <u>Número:</u> | <u>Nome completo:</u> | <u>Rubrica:</u> |
|----------------|---------------------------------|-----------------|
| A78957 | Diogo Emanuel da Silva Nogueira | Diogo Nogueira |
| A78824 | Mariana Lino Lopes Costa | Mariana Costa |
| A76867 | Sarah Tiffany Silva | Sarah Silva |
| | | |

Data de entrega: 2018-04- **23**

Índice

| | |
|---|-----------|
| 1. Formulação do Problema | 3 |
| 1.1. Estágios | 3 |
| 1.2. Estados | 4 |
| 1.3. Decisões | 4 |
| 1.4. Objetivo | 5 |
| 2. Descrição e Resolução do Problema | 6 |
| 2.1. Manutenção Tipo 1 e Reparação | 6 |
| 2.1.1. Matriz de Transição <i>Pnk</i> | 7 |
| 2.1.2. Matriz de Contribuição <i>Rnk</i> | 8 |
| 2.1.3. Diagrama | 9 |
| 2.2. Manutenção Tipo 2 e Reparação | 10 |
| 2.2.1. Matriz de Transição <i>Pnk</i> | 10 |
| 2.2.2. Matriz de Contribuição <i>Rnk</i> | 11 |
| 2.2.3. Diagrama | 12 |
| 2.3. Não Reparação | 12 |
| 2.3.1. Matriz de Transição <i>Pnk</i> | 12 |
| 2.3.2. Matriz de Contribuição <i>Rnk</i> | 13 |
| 2.3.3. Diagrama | 14 |
| 2.4. Cálculos Finais | 15 |
| 3. Síntese e Discussão dos Resultados Obtidos | 16 |
| 4. Política determinada aplicada em situações da vida real | 17 |
| 5. Aplicação de Processos Markovianos no estudo de problemas reais | 18 |
| 6. Anexos | 21 |
| 6.1. Anexo 1 – Probabilidades de Degradação | 21 |
| 6.2. Anexo 2 – Programa de Resolução do Problema | 21 |

1. Formulação do Problema

O problema apresentado refere-se a um equipamento que semanalmente passa por um inspecionamento onde se determina o seu estado de funcionamento atual. Este estado em que o equipamento se encontra pode, efetivamente, sofrer alterações, consoante a decisão que se opte por tomar aquando da inspeção do equipamento. Apesar destas possíveis decisões, existe ainda a imposição de se efetuar uma reparação imediata ao equipamento caso este se encontre no seu estado de degradação máximo. Sabe-se ainda que a eficiência do equipamento é tanto menor quanto maior é esse mesmo estado de degradação e que varia de acordo com o mesmo, segundo uma fórmula criada para o efeito.

Perante a análise do problema proposto, o grupo conseguiu também perceber que se trata de um problema com número de estágios indeterminado. Isto é algo que se deve ter em conta não só para a construção das várias redes, mas também para a determinação da finalização do cálculo da solução ótima final.

O objetivo deste problema passa então por averiguar que decisão se deve tomar no início de cada estágio e para cada um dos estados de degradação em que a máquina se pode encontrar.

É com base nestas informações e com um pensamento focado no problema em si que existiu a necessidade de apurar as informações que abaixo iremos abordar para se poder iniciar a resolução do problema com outra organização e método.

1.1. Estágios

No problema em questão, os estágios correspondem ao **início de cada semana**, existindo 5 dias em cada uma delas. Assim, o início de cada semana e o início da próxima representam a transição de estágios e o renovar de uma nova inspeção

em que é determinado o novo estado do equipamento e consequentemente qual a decisão a se tomar para o mesmo.

1.2. Estados

Perante a constatação de que o equipamento se vai deteriorando ao longo do tempo pode-se concluir que o mesmo se pode encontrar num dos seguintes estados i em que $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ou 6 :

- O estado 1 é o melhor estado de degradação;
- O estado 6 é o estado máximo de degradação.

1.3. Decisões

No início de cada semana e após o inspecionamento do equipamento, é tomada uma decisão:

- Efetuar uma Manutenção do Tipo 1;
- Efetuar uma Manutenção do Tipo 2;
- Não efetuar qualquer Manutenção;

É imperativo ter em mente que independentemente da decisão que se opte por tomar, caso o equipamento se encontre no seu estado de degradação máximo, é obrigatório efetuar de imediato uma reparação ao equipamento.

1.4. Objetivo

O objetivo do problema é **minimizar a fração de tempo não produtivo do equipamento**, quer devido às paragens para manutenção e reparação, quer devido a ineficiência do funcionário.

2. Descrição e Resolução do Problema

Após a formulação do problema onde se deixou definido as informações essenciais para se ingressar nesta fase do trabalho, estamos mais do que prontos para começar a esboçar a resolução do problema. Para isto, o grupo teve sempre em mente a elaboração de uma folha de cálculo *Excel*, não só por ser mais fácil de trabalhar e manipular valores, mas também por ser mais intuitiva de perceber e justificar

Tratando-se de um problema com um número de estágios indeterminado e com definidos num ciclo semanal, vamos realizar e analisar as iterações semana a semana.

Para uma melhor compreensão de toda a resolução do problema, o grupo decidiu separar as várias decisões e em cada uma delas abordar a matriz de transição, matriz de contribuição e ainda o respetivo diagrama/rede.

2.1. Manutenção Tipo 1 e Reparação

Nesta secção consideramos que é sempre tomada a decisão de se efetuar uma Manutenção do Tipo 1 ao equipamento e por obrigação uma Reparação caso o mesmo se encontre completamente deteriorado.

Conforme ficou definido ser feito, vamos determinar as probabilidades em que é possível ocorrer a decisão em causa, através da matriz P_n^k e após isso determinar as contribuições associadas às mesmas, através da matriz R_n^k .

2.1.1. Matriz de Transição P_n^k

A matriz transição representa a matriz com as probabilidades de transição dos estados i para o $i+1$, entre o conjunto de estados $\{1,2,3,4,5,6\}$.

Nesta decisão:

- Um equipamento que se encontre no estado i é repostado, passando para o estado $i-1$ ou $i-2$ com probabilidades 0.6 e 0.4, respetivamente. Assim sendo, um equipamento que se encontre no estado 2, altera o seu estado para $i=1$. Um que se encontre no estado 3 pode alterar o seu estado para $i=1$ ou $i=2$, e assim sucessivamente.
- Para além da reposição destes estados que passam por uma Manutenção do Tipo 1, existe ainda a obrigatoriedade de um equipamento no estado $i=6$ ser reparado, passando para o estado $i=1$.

| Estados | P(n,k) | | | | | |
|---------|--------|-----|-----|-----|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0.4 | 0.6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0.4 | 0.6 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0.4 | 0.6 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

2.1.2. Matriz de Contribuição R_n^k

A matriz de contribuição representa a matriz com os tempos totais de transição do estado i para o estado $i+1$, para todos os estados possíveis, isto é, o conjunto $\{1,2,3,4,5,6\}$.

Assim, o cálculo das contribuições para cada transição de estado (C_{ij}) foi realizado com base na seguinte fórmula:

$$C_{ij} = (\text{ineficiência})_{ij} * (\text{tempo produtivo}) + (\text{tempo não produtivo})$$

- **Dos estados 1,2,3,4 e 5 para o estado 1:** demorando esta manutenção meio dia a ser efetuada, o tempo produtivo do equipamento é igual a 4.5 e tempo não produtivo igual a 0.5 (em dias). Assim, a fórmula passa ser:

$$C_{ij} = \frac{e^k}{240} * 4.5 + 0.5$$

Em que o k corresponde à média aritmética dos valores dos estados no início de uma semana e no início da semana seguinte.

- **Do estado 6 para o estado 1:** por se tratar de uma reparação e por existir uma dualidade em termos de termos de tempo de serviço é necessário se efetuar uma média de tempo que esta reparação demora a ser efetuada. Assim, a fórmula sofre uma ligeira alteração:

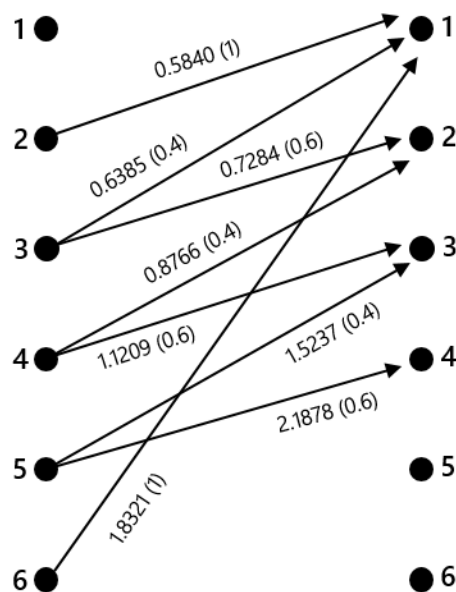
$$C_{61} = (\text{ineficiência})_{61} * (\text{tempo produtivo}) + (R_1 * p_1 + R_2 * p_2)$$

Em que R_1 corresponde à primeira possibilidade de tempo de serviço e p_1 a respetiva probabilidade. R_2 corresponde então à segunda possibilidade de tempo de serviço e p_2 a respetiva probabilidade. Assim, a fórmula passa ser:

$$C_{61} = \frac{e^{3.5}}{240} * (3.675) + (1*0.35 + 1.5*0.65) .$$

| | R(n,k) | | | | | |
|---------|----------|--------|--------|--------|---|---|
| Estados | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0.5840 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0.0.6385 | 0.7284 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0.8766 | 1.1209 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 1.5237 | 2.1878 | 0 | 0 |
| 6 | 1.8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

2.1.3. Diagrama



2.2. Manutenção Tipo 2 e Reparação

Nesta decisão consideramos é sempre tomada a decisão e se efetuar uma Manutenção do Tipo 2 e também por imposição uma reparação de um equipamento que se encontre no estado máximo de degradação.

2.2.1. Matriz de Transição P_n^k

A matriz de transição da decisão de efetuar uma Manutenção do Tipo 2 é elaborada com base no seguinte princípio:

- Um equipamento no estado i ($i > 1$) é resposto no estado $i=1$, como se estivesse novo. Assim, um equipamento que se encontre no estado 2, 3, 4 ou 5 após sofrer este tipo de manutenção, passa a estar no estado $i=1$.
- Um equipamento no estado $i = 6$, passa pela tal reparação obrigatória, sendo reposto também no estado $i = 1$.

| Estados | P(n,k) | | | | | |
|---------|--------|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

2.2.2. Matriz de Contribuição R_n^k

O cálculo das contribuições para cada transição de estado (C_{ij}) foi realizado usando a mesma fórmula da decisão anterior. A única diferença incide no facto de uma Manutenção do Tipo 2 demorar 1 dia a ser efetivamente realizada.

- **Dos estados 1,2,3,4 e 5 para o estado 1:** demorando esta manutenção um dia a ser efetuada, o tempo produtivo do equipamento é igual a 4 e tempo não produtivo igual a 1 (em dias). Assim, a fórmula passa ser:

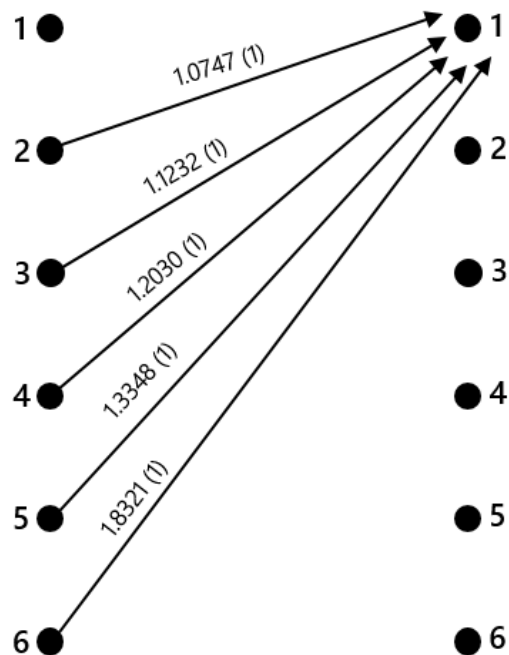
$$C_{ij} = \frac{e^k}{240} * 4 + 1$$

- **Do estado 6 para o estado 1:** segue exatamente o mesmo cálculo da decisão anterior:

$$C_{61} = \frac{e^{3.5}}{240} * (3.675) + (1*0.35 + 1.5*0.65).$$

| Estados | R(n,k) | | | | | |
|---------|--------|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1.0747 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1.1232 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1.2030 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1.3348 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 1.8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

2.2.3. Diagrama



2.3. Não Reparação

Como última decisão existe a possibilidade de não se efetuar qualquer tipo de manutenção ao equipamento. Portanto, nesta secção estamos a considerar que a decisão passa sempre por não reparar o equipamento.

2.3.1. Matriz de Transição P_n^k

A matriz de transição da decisão de não se efetuar qualquer tipo de manutenção 2 é elaborada com base no seguinte princípio:

- No início da semana seguinte, o equipamento encontrar-se-á no estado j ($j \geq i$) com a probabilidade atribuída na tabela abaixo.

Os valores destas probabilidades de degradação foram gerados de acordo com o número de Aluno A78957 (correspondente a um dos elementos do grupo) e tal como pedido, encontram-se comprovadas na Secção (ANEXO 1):

| Estados | P(n,k) | | | | | |
|---------|--------|-----|------|-----|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0.65 | 0.3 | 0.05 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0.5 | 0.2 | 0.2 | 0.1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0.8 | 0.1 | 0.05 | 0.05 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0.7 | 0.05 | 0.25 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.45 | 0.55 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

2.3.2. Matriz de Contribuição R_n^k

Como estamos perante uma situação em que não existe qualquer tipo de manutenção, o calculo das contribuições vai sofrer alterações.

- **Dos estados 1,2,3,4 e 5 para os restantes estados:** não existindo tempo não produtivo então o tempo produtivo do equipamento é máximo, ou seja, os 5 dias da semana. Assim, a fórmula passa ser:

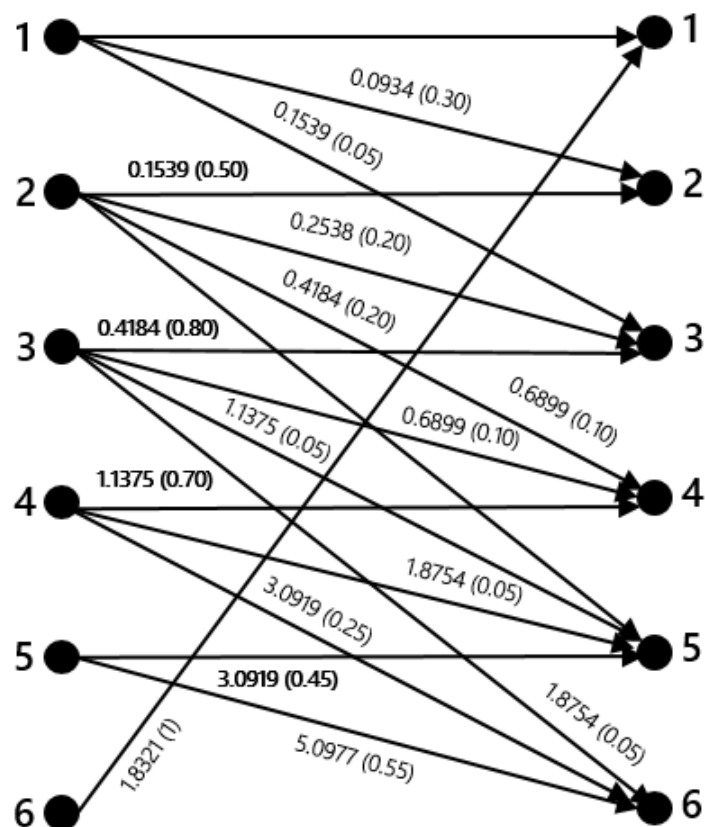
$$C_{ij} = \frac{e^k}{240} * 5$$

- **Do estado 6 para o estado 1:** segue exatamente o mesmo cálculo das decisões anteriores:

$$C_{61} = \frac{e^{3.5}}{240} * (3.675) + (1*0.35 + 1.5*0.65) .$$

| | R(n,k) | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Estados | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0.0566 | 0.0934 | 0.1539 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0.1539 | 0.2538 | 0.4184 | 0.6899 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0.4184 | 0.6899 | 1.1375 | 1.8754 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1.1375 | 1.8754 | 3.0919 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3.0919 | 5.0977 |
| 6 | 1.8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

2.3.3. Diagrama



2.4. Cálculos Finais

A resolução do problema passou, primeiramente por calcular para cada decisão as matrizes de transição (P_n^k) e de contribuição (R_n^k) respetiva. **Após se ter definido estas matrizes foi apenas necessário efetuar um conjunto de cálculos para cada uma das decisões e estágios de modo a se chegar a um resultado ótimo:**

- Cálculos dos vetores das esperanças das contribuições (Q_n^k), para cada decisão, utilizando a seguinte fórmula:

$$q_{i,(n)} = \sum_{j=1}^N p_{ij,(n)} + r_{ij,(n)}$$

- Após a obtenção deste valor, prossegue-se ao cálculo do vetor V_n^k usando a seguinte formula:

$$V_n^k = Q_n^k + P_n^k * F_{n-1}$$

- Por fim, com os três vetores V_n^k (um por cada decisão), escolhemos o valor mínimo na posição i, para todas as posições do vetor, formando assim o vetor F_n .

- O raciocínio acima é utilizado para todos os estágios. Como o número de estágios é indeterminado é necessário encontrar um número de estágios para o qual exista a solução opima. Isto consegue-se com o cálculo de D_n para cada estágio:

$$D_n = F_n - F_{n-1}$$

Quando este vetor S_n for constituído por valores todos iguais, sabemos que encontramos a solução ótima do problema em questão.

3. Síntese e Discussão dos Resultados Obtidos

Com base nos resultados obtidos, que se encontram apresentados no Anexo, as frações de tempo não produtivo do equipamento estabilizaram ao fim de 4 semanas, ou seja, no estágio 4. O valor obtido foi 0, o que significa, logicamente, que a fração de tempo não produtivo do equipamento, quer seja devido às paragens para manutenção e reparação ou à sua ineficiência de funcionamento, é nulo, ou por outras palavras inexistente.

De seguida é apresentado o plano de decisões de modo a obter o resultado supracitado anteriormente:

| Estados | Estágios (início de cada semana) | | | |
|---------|----------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Manutenção Tipo 1 ou Tipo 2 | Manutenção Tipo 1 ou Tipo 2 | Manutenção Tipo 1 ou Tipo 2 | Manutenção Tipo 1 ou Tipo 2 |
| 2 | Não reparar | Manutenção Tipo 1 | Manutenção Tipo 1 | Manutenção Tipo 1 |
| 3 | Não reparar | Manutenção Tipo 1 | Manutenção Tipo 1 | Manutenção Tipo 1 |
| 4 | Manutenção Tipo 1 | Manutenção Tipo 2 | Manutenção Tipo 2 | Manutenção Tipo 2 |
| 5 | Manutenção Tipo 2 | Manutenção Tipo 2 | Manutenção Tipo 2 | Manutenção Tipo 2 |
| 6 | Manutenção Tipo 2 | Manutenção Tipo 2 | Manutenção Tipo 2 | Manutenção Tipo 2 |

4. Política determinada aplicada em situações da vida real

Fazendo uma análise dos resultados obtidos com a resolução deste problema e pensando-se num cenário mais realístico conseguimos facilmente perceber que toda a política determinada se revela razoável e aplicável a uma situação real, tanto em termos positivos como negativos, uma vez que existem diversos fatores que o comprovam.

- Com o cálculo de todas as contribuições e para cada uma das decisões, chegamos à conclusão de que uma Manutenção do Tipo 2, que representa uma reparação por completo é mais dispendiosa em termos de tempo de serviço em comparação com uma Manutenção do Tipo 1,
- Sabe-se que a inatividade do equipamento é um fator determinante no que toca à eficiência do equipamento.

Aplicada à realidade, a ineficiência do equipamento vai sofrer um aumento inevitável ao fim de semana já que é um período de pausa obrigatório de ser feito;

- Pensando numa Manutenção do Tipo 2 aplicada a uma situação real facilmente se deduz a impossibilidade de um equipamento que se encontre num estado de degradação significativo, passar de imediato para um estado que o defina novamente como novo.

5. Aplicação de Processos Markovianos no estudo de problemas reais

O artigo "Maintenance strategy selection in electric power distribution systems" vem resolver a problemática dos sistemas de distribuição de energia elétrica nas Organizações de Saúde, apresentando um modelo inovador que contribui para garantir uma melhor qualidade de serviço ao paciente e não só. De facto, é importante salientar que este aspeto relativo aos sistemas de distribuição de energia elétrica é de enorme relevância no que diz respeito às Organizações de Saúde, visto que estes sistemas têm de ser capazes de fornecer energia, por exemplo, para incubadoras de recém-nascidos, salas de operação, iluminação geral, unidades de tratamento intensivos, equipamentos de raio-X, de quimioterapia, entre muitos outros aspetos. Apesar da enorme importância que uma política de manutenção apropriada pode causar nos sistemas de distribuição esta é uma temática que ainda não foi desenvolvida em termos práticos.

Sendo assim, este modelo integra a Atratividade por Medição abordando uma Técnica de Avaliação baseada categoricamente em cadeias de Markov, permitindo obter o melhor resultado para diferentes sistemas de distribuição de energia elétrica. O resultado é uma classificação completa da combinação de políticas e ações de manutenção, escolhendo, a partir destas a melhor estratégia a aplicar nos sistemas de distribuição de energia.

Passando diretamente para a metodologia, é referido neste artigo que as cadeias de Markov têm sido aplicados a sistemas para permitir uma melhor modelação, confiabilidade e segurança nos parâmetros a serem estimados. É feita referência também em que sistemas é que se aplicou este tipo de modelo, como para determinar políticas de manutenção em unidades de fragmentação catalítica, prever o impacto de

estratégias de inspeções alternativas e a detecções de vazamentos nos sistemas de tubulação entre muitos outros que mencionados.

Assim sendo, o uso de cadeias de Markov considera um conjunto discreto de estados exaustivos e mutuamente exclusivos, no qual o tempo de mudança de um estado para o outro é aleatório. Por conseguinte, a metodologia aplicada será sucintamente explicada de seguida.

Primeiramente, foi realizada a análise dos sistemas de distribuição de energia elétrica – aspetos técnicos, políticas de manutenção aplicadas atualmente, recursos necessários, entre outros. Posteriormente, encontrou-se os modos de falhas dos sistemas de distribuição de energia elétrica, envolvendo a análise de cada elemento do sistema e a sua operação, as possíveis formas pelas quais ele pode falhar e consequências. De seguida, definiu-se as possíveis estratégias de manutenção para serem aplicadas segundo o sistema em análise como uma combinação de diferentes políticas de manutenção. Foi considerado também a possibilidade de incluir melhorias no sistema como, aumento de partes, entre outros. Estas ações terão um impacto positivo na disponibilidade do sistema. Seguidamente, foi calculado as taxas de falha e reparação através de uma equação, mencionado no artigo.

Nesta etapa, sendo a mais relevante, foi determinado o gráfico de Markov. A modelação do sistema através de cadeias de Markov consiste em obter um gráfico no qual se define os estados do sistema e onde a transição entre estados é realizada devido à falha ou à reparação. Assim, considera-se dois casos: falhas catastróficas ou não catastróficas. As catastróficas causam diretamente a paragem do sistema, enquanto que as não catastróficas são devidas aos estados de degradação ou desgaste.

Assim, o modelo de Markov avalia a probabilidade de ir de um estado conhecido para outro, através das dependências entre eles, quer sejam falhas ou reparações. Logo, o objetivo passa por estudar o desenvolvimento dos sistemas e, portanto, ser capaz de prever os seus comportamentos usando modelos de Markov, considerando

sistemas com $m+1$ estados, de tal forma que cada estado representa um nível desgaste e onde k é o número máximo de estados de desgaste permitido de forma a que o sistema possa continuar a funcionar. Por conseguinte, cada nível de desgaste é identificado pelo nº de elementos que não funcionam. **Portanto, os estados são os seguintes:**

- **Estado 0:** sistema está a trabalhar normalmente.
- **Estado 1:** um dos elementos está a falhar ou o sistema está no nível 1 de desgaste.
- **Estado 2:** dois elementos estão a falhar ou o sistema está no estado de desgaste 2;
- **Estado (m-1):** (m-1) elementos estão a falhar ou o sistema está no estado (m-1) de desgaste.
- **Estado m:** todos os elementos do sistema estão a falhar ou sistema está completamente desgastado.

Por conseguinte, foi calculada a matriz de transição onde se é definida através de uma equação probabilidade condicional de transição numa cadeia de Markov homogénea em tempo contínuo. Foi obtido a matriz de transição quando $t = \infty$, sendo esta designada para calcular a disponibilidade em sistemas reparáveis. Resolveu-se os sistemas de equação de tempo contínuo de cadeias de Markov para sistemas reparáveis e obteve-se a disponibilidade média dos sistemas.

Assim sendo, através da utilização deste modelo que foi aplicado em diversos sistemas de Distribuição energia elétrica, referidos no artigo, escolheram-se as melhores políticas para cada sistema.

6. Anexos

6.1. Anexo 1 – Probabilidades de Degradação

ANEXO: Tabela de dados

Aluno N° 78957

Probabilidades de transição entre estados de degradação:

| Condição atual (i) | Condição na próxima semana (j) | | | | | |
|--------------------|--------------------------------|-----|------|-----|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0,65 | 0,3 | 0,05 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0,5 | 0,2 | 0,2 | 0,1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0,8 | 0,1 | 0,05 | 0,05 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0,7 | 0,05 | 0,25 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,45 | 0,55 |

6.2. Anexo 2 – Programa de Resolução do Problema

| N | k | P (n,k) | | | | | | R (n,k) | | | | | | Q (n,k) | P (n,k) * F (n-1) | V (n,k) | F (n) | D (n) |
|---|-------------------|---------|------|------|------|------|------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|-------------------|---------|----------------------------|--------|
| 0 | X | x | | | | | | x | | | | | | x | x | x | 0 0 0 0 0 0 | x |
| 1 | Manutenção Tipo 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,5840 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,5840 | 0 | 0,5840 | 0 | |
| | | 0,4 | 0,6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,6385 | 0,7284 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,6925 | 0 | 0,6925 | 0 | |
| | | 0 | 0,4 | 0,6 | 0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,8766 | 1,1209 | 0 | 0 | 0 | 1,0232 | 0 | 1,0232 | 0 | |
| | | 0 | 0 | 0,4 | 0,6 | 0,0 | 0,0 | 0 | 0 | 1,5237 | 2,1878 | 0 | 0 | 1,9222 | 0 | 1,9222 | 0 | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 1,8321 | 0 | |
| | Manutenção Tipo 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,0747 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,0747 | 0 | 1,0747 | 0,2804 | 0,2804 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,1232 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,1232 | 0 | 1,1232 | 0,5544 | 0,5544 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,2030 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,2030 | 0 | 1,2030 | 1,0232 | 1,0232 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,3348 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,3348 | 0 | 1,3348 | 1,3348 | 1,3348 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 1,8321 | 1,8321 | 1,8321 |
| | Não Reparar | 0,65 | 0,30 | 0,05 | 0 | 0 | 0 | 0,0566 | 0,0934 | 0,1539 | 0 | 0 | 0 | 0,0725 | 0 | 0,0725 | 0 | |
| | | 0 | 0,50 | 0,20 | 0,20 | 0,10 | 0 | 0 | 0,1539 | 0,2538 | 0,4184 | 0,6899 | 0 | 0,2804 | 0 | 0,2804 | 0 | |
| | | 0 | 0 | 0,80 | 0,10 | 0,05 | 0,05 | 0 | 0 | 0,4184 | 0,6899 | 1,1375 | 1,8754 | 0,5544 | 0 | 0,5544 | 0 | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0,70 | 0,05 | 0,25 | 0 | 0 | 0 | 1,1375 | 1,8754 | 3,0919 | 1,6630 | 0 | 1,6630 | 0 | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,45 | 0,55 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3,0919 | 5,0977 | 4,1951 | 0 | 4,1951 | 0 | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 1,8321 | 0 | |
| 2 | Manutenção Tipo 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,5840 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,5840 | 0 | 0,5840 | 0 | |
| | | 0,4 | 0,6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,6385 | 0,7284 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,6925 | 0,1682 | 0,8607 | 0 | |
| | | 0 | 0,4 | 0,6 | 0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,8766 | 1,1209 | 0 | 0 | 0 | 1,0232 | 0,4448 | 1,4680 | 0 | |
| | | 0 | 0 | 0,4 | 0,6 | 0,0 | 0,0 | 0 | 0 | 1,5237 | 2,1878 | 0 | 0 | 1,9222 | 0,8357 | 2,7578 | 0 | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 1,8321 | 0 | |
| | Manutenção Tipo 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,0747 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,074695 | 0 | 1,0747 | 0,5840 | 0,3036 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,1232 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,123151 | 0 | 1,1232 | 0,8607 | 0,3063 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,2030 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,203042 | 0 | 1,2030 | 1,2030 | 0,1799 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,3348 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,334759 | 0 | 1,3348 | 1,3348 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,832080 | 0 | 1,8321 | 1,8321 | 0 |
| | Não Reparar | 0,65 | 0,30 | 0,05 | 0 | 0 | 0 | 0,0566 | 0,0934 | 0,1539 | 0 | 0 | 0 | 0,0725 | 0,1118 | 0,1844 | 0 | |
| | | 0 | 0,50 | 0,20 | 0,20 | 0,10 | 0 | 0 | 0,1539 | 0,2538 | 0,4184 | 0,6899 | 0 | 0,2804 | 0,5892 | 0,8696 | 0 | |
| | | 0 | 0 | 0,80 | 0,10 | 0,05 | 0,05 | 0 | 0 | 0,4184 | 0,6899 | 1,1375 | 1,8754 | 0,5544 | 0,7042 | 1,2586 | 0 | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0,70 | 0,05 | 0,25 | 0 | 0 | 0 | 1,1375 | 1,8754 | 3,0919 | 1,6630 | 1,2410 | 2,9040 | 0 | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,45 | 0,55 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3,0919 | 5,0977 | 4,1951 | 1,6083 | 5,8034 | 0 | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 1,8321 | 0 | |

| N | k | P (n,k) | | | | | | R (n,k) | | | | | | Q (n,k) | P (n,k) * F (n-1) | V (n,k) | F (n) | D (n) |
|---|----------------------|---------|------|------|------|------|------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|-------------------|---------|--------|--------|
| 3 | Manutenção Tipo 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,5840 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,5840 | 0 | 0,5840 | | |
| | | 0,4 | 0,6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,6385 | 0,7284 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,6925 | 0,3504 | 1,0429 | | |
| | | 0 | 0,4 | 0,6 | 0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,8766 | 1,1209 | 0 | 0 | 0 | 1,0232 | 0,7500 | 1,7732 | | |
| | | 0 | 0 | 0,4 | 0,6 | 0,0 | 0,0 | 0 | 0 | 1,5237 | 2,1878 | 0 | 0 | 1,9222 | 1,0661 | 2,9883 | | |
| | | 1,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 1,8321 | | |
| | Manutenção Tipo 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,0747 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,0747 | 0 | 1,0747 | 0,5840 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,1232 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,1232 | 0 | 1,1232 | 1,0429 | 0,1822 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,2030 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,2030 | 0 | 1,2030 | 1,2030 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,3348 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,3348 | 0 | 1,3348 | 1,3348 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 1,8321 | 1,8321 | 0 |
| | Não Reparar | 0,65 | 0,30 | 0,05 | 0 | 0 | 0 | 0,0566 | 0,0934 | 0,1539 | 0 | 0 | 0 | 0,0725 | 0,2182 | 0,2908 | | |
| | | 0 | 0,50 | 0,20 | 0,20 | 0,10 | 0 | 0 | 0,1539 | 0,2538 | 0,4184 | 0,6899 | 0 | 0,2804 | 0,8382 | 1,1187 | | |
| | | 0 | 0 | 0,80 | 0,10 | 0,05 | 0,05 | 0 | 0 | 0,4184 | 0,6899 | 1,1375 | 1,8754 | 0,5544 | 0,9672 | 1,5216 | | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0,70 | 0,05 | 0,25 | 0 | 0 | 0 | 1,1375 | 1,8754 | 3,0919 | 1,6630 | 1,3669 | 3,0299 | | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,45 | 0,55 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3,0919 | 5,0977 | 4,1951 | 1,6083 | 5,8034 | | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 1,8321 | | |
| 4 | Manutenção Tipo 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,5840 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,5840 | 0 | 0,5840 | | |
| | | 0,4 | 0,6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,6385 | 0,7284 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,6925 | 0,3504 | 1,0429 | | |
| | | 0 | 0,4 | 0,6 | 0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,8766 | 1,1209 | 0 | 0 | 0 | 1,0232 | 0,8593 | 1,8825 | | |
| | | 0 | 0 | 0,4 | 0,6 | 0,0 | 0,0 | 0 | 0 | 1,5237 | 2,1878 | 0 | 0 | 1,9222 | 1,1390 | 3,0612 | | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 1,8321 | | |
| | Manutenção Tipo 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,000000 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,0747 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,074695 | 0 | 1,0747 | 0,5840 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,1232 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,123151 | 0 | 1,1232 | 1,0429 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,2030 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,203042 | 0 | 1,2030 | 1,2030 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,3348 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,334759 | 0 | 1,3348 | 1,3348 | 0 |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,832080 | 0 | 1,8321 | 1,8321 | 0 |
| | Não Reparar | 0,65 | 0,30 | 0,05 | 0 | 0 | 0 | 0,0566 | 0,0934 | 0,1539 | 0 | 0 | 0 | 0,0725 | 0,2274 | 0,2999 | | |
| | | 0 | 0,50 | 0,20 | 0,20 | 0,10 | 0 | 0 | 0,1539 | 0,2538 | 0,4184 | 0,6899 | 0 | 0,2804 | 0,8747 | 1,1551 | | |
| | | 0 | 0 | 0,80 | 0,10 | 0,05 | 0,05 | 0 | 0 | 0,4184 | 0,6899 | 1,1375 | 1,8754 | 0,5544 | 1,1130 | 1,6673 | | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0,70 | 0,05 | 0,25 | 0 | 0 | 0 | 1,1375 | 1,8754 | 3,0919 | 1,6630 | 1,3669 | 3,0299 | | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,45 | 0,55 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3,0919 | 5,0977 | 4,1951 | 1,6083 | 5,8034 | | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1,8321 | 0 | 1,8321 | | |