

## 問題 1

図1に示すように、透磁率 $\mu_0$ の真空中に、半径 $A$ の1回巻きの円形コイルがあり、コイルの中心はxyz空間の原点Oにあり、コイルの軸はy方向を向いている。コイルには、電流 $I_0$ が流れている。

- (1) 位置 $(A, 0, 0)$ に微小な長さ $ds$ のコイル要素をとる。このコイル要素によって点P $(0, y_0, 0)$ につくられる微小な磁界 $d\mathbf{H} = (dH_x, dH_y, dH_z)$ を求めよ。
- (2) コイル全体によって点Pにつくられる磁界のy成分を求めよ。

図2に示すように、透磁率 $\mu_0$ の真空中に、半径 $A$ 、長さ $L$ 、巻数 $N(N \gg 1)$ のソレノイドコイルがあり、コイルの中心はxyz空間の原点Oにあり、コイルの軸はy方向を向いている。コイルには電流 $I_1$ が流れている。

- (3) 位置 $(0, y_0, 0)$ における磁界のy成分を求めよ。
- (4) 位置 $(0, y_0, 0)$ に、透磁率 $\mu$ 、体積 $v$ の磁性体を置いた。磁性体はソレノイドコイルに比べて十分に小さいものとする。磁性体に生じる磁気モーメントのy成分を求めよ。

図3に示すように、図2のソレノイドコイルの内部に半径 $C$ の1回巻きの円形コイルがあり、円形コイルの中心も原点Oにある。円形コイルはz軸のまわりに一定の角速度 $\omega$ で図示された向きに回転しており、時刻 $t$ における回転角を $\theta = \omega t$ と表す。時刻 $t = 0$ において、円形コイルの法線ベクトルは+y方向を向くものとする。以下では、ソレノイドコイルが原点Oにつくる磁界のy成分を $H_0$ とおいて解答してよい。円形コイルはソレノイドコイルに比べて十分に小さく、ソレノイドコイルが生じる磁界は、円形コイルの内部で一様であるとみなしてよい。

- (5) 円形コイルの回転角が $\theta_0$ のとき、ソレノイドコイルと円形コイルの相互インダクタンスを求めよ。

以下では、円形コイルに関するインダクタンスは無視できるものとする。円形コイルの抵抗は $R$ である。

- (6) 円形コイルに流れる電流の大きさを、 $t$ の関数として求めよ。
- (7) 円形コイルが一回転する間に、円形コイルにおいて発生するジュール熱を求めよ。

本サンプルは2020年度以前の問題に基づいたものであり、問題形式、分量、出題範囲、難易度において現在のものと異なります。  
This sample is based on the problems before FY2020, which are different from the current ones in their style, volume, range, and level.

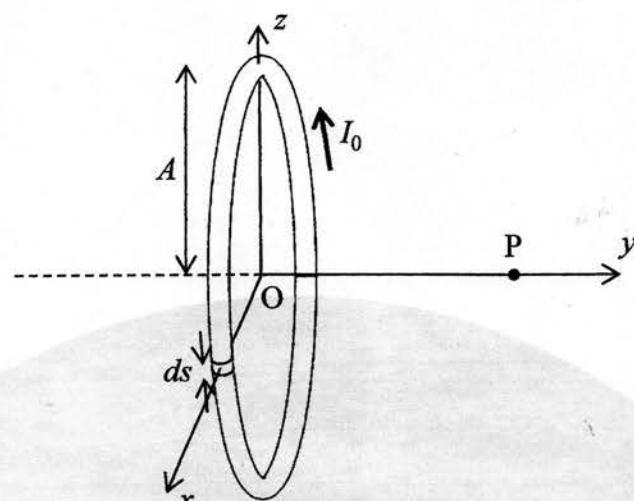


図 1

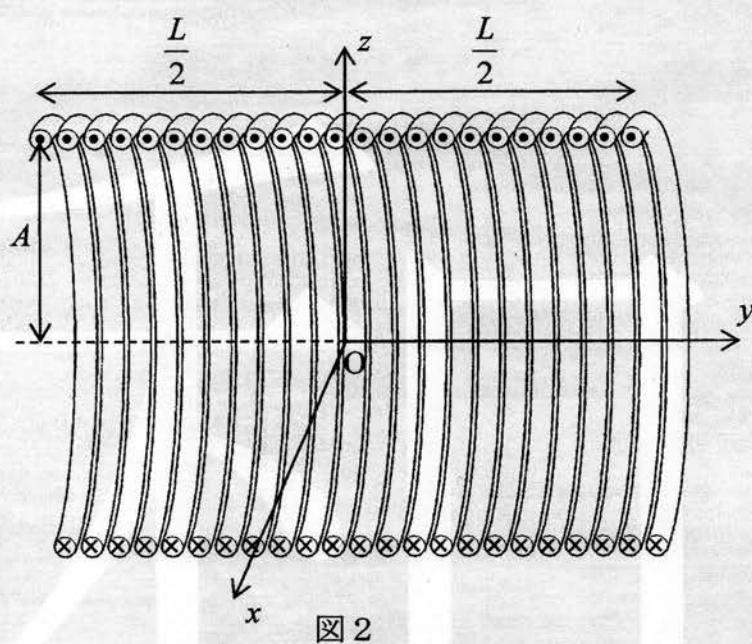


図 2

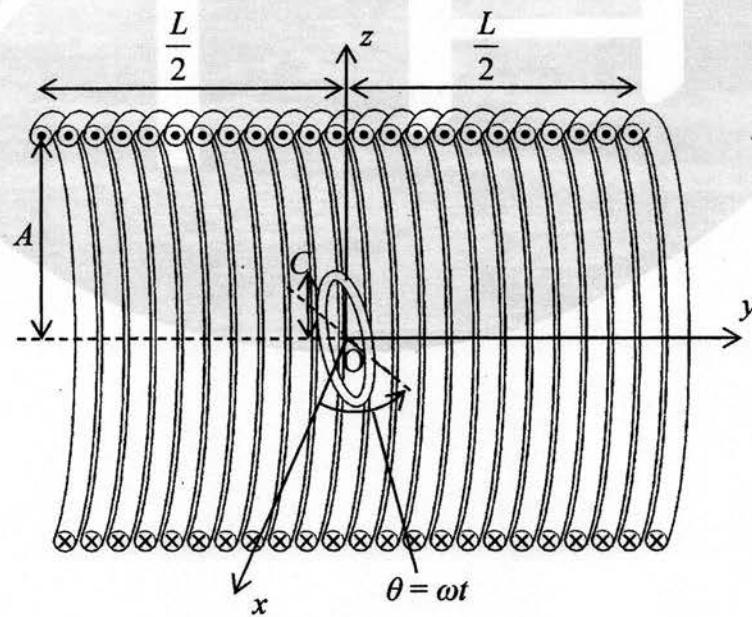


図 3

## Problem 1

As shown in Fig. 1, there is a single-turn circular coil of radius  $A$ , in a vacuum of magnetic permeability  $\mu_0$ . Its center is at the origin O of the xyz-space. The axis of the coil is in the y direction. A current  $I_0$  flows in the coil.

- (1) Consider an infinitesimal coil element of length  $ds$  at  $(A, 0, 0)$ . Find the infinitesimal magnetic field  $d\mathbf{H} = (dH_x, dH_y, dH_z)$  generated by this coil element at a point P  $(0, y_0, 0)$ .
- (2) Find the y component of the magnetic field generated by the entire coil at the point P.

As shown in Fig. 2, there is a solenoid coil of radius  $A$ , length  $L$ , and winding number  $N$  ( $N \gg 1$ ), in a vacuum of magnetic permeability  $\mu_0$ . Its center is at the origin O of the xyz-space. The axis of the coil is in the y direction. A current  $I_1$  flows in the coil.

- (3) Find the y component of the magnetic field at  $(0, y_0, 0)$ .
- (4) A magnetic body of permeability  $\mu$  and volume  $v$  is located at  $(0, y_0, 0)$ . The magnetic body is sufficiently smaller than the solenoid coil. Find the y component of the magnetic moment induced in the magnetic body.

As shown in Fig. 3, there is a single-turn circular coil of radius  $C$  inside the solenoid coil shown in Fig. 2, and the center of the circular coil is at the origin O. The circular coil is rotating around the z-axis, in the direction shown in Fig. 3, with a constant angular velocity  $\omega$ . The angle of rotation at time  $t$  is denoted by  $\theta = \omega t$ . The normal vector of the circular coil is in the +y direction at time  $t = 0$ . In the following problems, the y component of the magnetic field at the origin O generated by the solenoid coil can be expressed as  $H_0$ . The circular coil is sufficiently smaller than the solenoid coil. Assume that the magnetic field generated by the solenoid coil is uniform within the circular coil.

- (5) Find the mutual inductance between the solenoid and circular coils when the rotation angle of the circular coil is  $\theta_0$ .

In the following questions, assume that the inductance of the circular coil can be ignored, and the resistance of the circular coil is  $R$ .

- (6) Express the magnitude of the current flowing in the circular coil as a function of  $t$ .
- (7) Find the amount of Joule heat generated in the circular coil while the circular coil makes one rotation.

本サンプルは2020年度以前の問題に基づいたものであり、問題形式、分量、出題範囲、難易度において現在のものと異なります。  
This sample is based on the problems before FY2020, which are different from the current ones in their style, volume, range, and level.

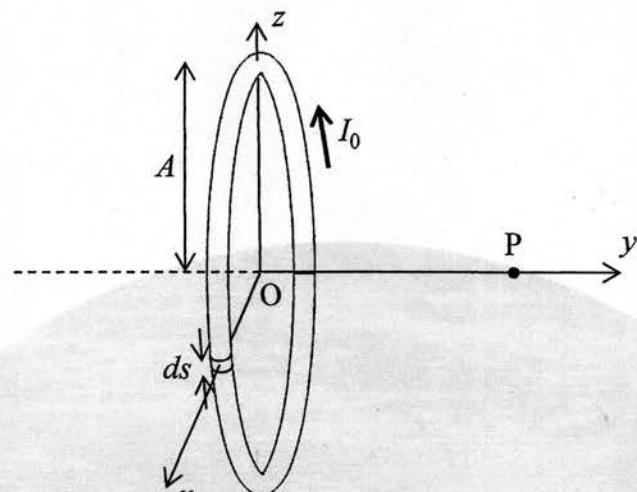


Fig. 1

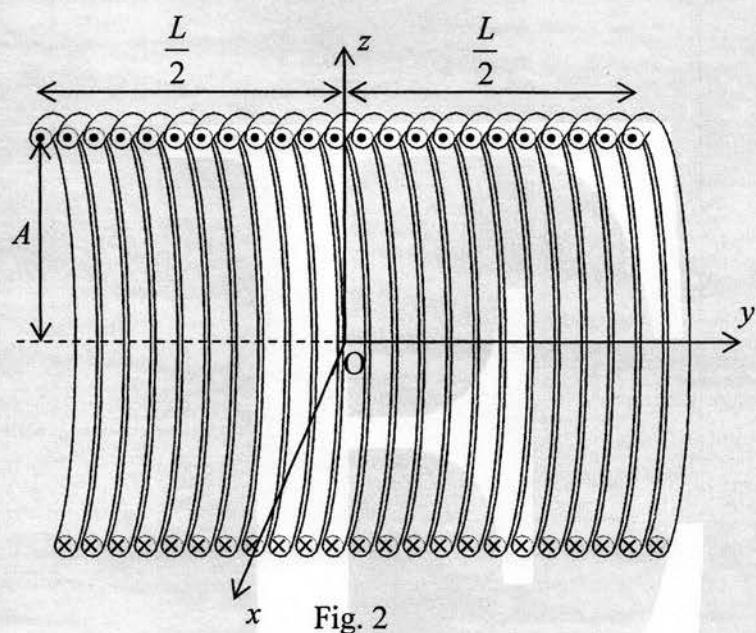


Fig. 2

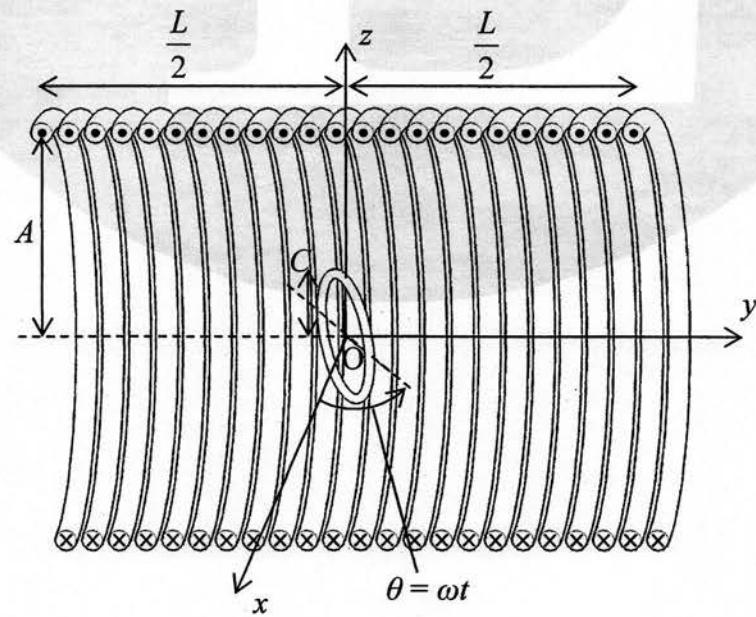


Fig. 3

## 問題 2

以下の間に答えよ。図中の記号は凡例に従う。 $\omega$  は角周波数、 $t$  は時刻を表す。必要であれば図 1 の角度を用いよ。

(1) 図 2 に示す回路について以下の問(1-1)から問(1-5)に答えよ。

(1-1) 電流  $i(t)$  を求めよ。

(1-2) 電圧  $v_R(t)$ ,  $v_L(t)$ ,  $v_C(t)$  を求めよ。

(1-3) 図 3 のフェーザ図に交流電圧源  $v_s(t)$  のフェーザ  $V_s$  が示されている。図 3 を解答用紙に書き写し、 $v_R(t)$ ,  $v_L(t)$ ,  $v_C(t)$  のフェーザを描け。

(1-4) 有効電力  $P$ , 無効電力  $Q$ , 皮相電力  $S$ , 力率  $PF$  を求めよ。

(1-5) 図 2 に示す回路の a-b 間に素子を 1 つ挿入すると力率が 1 になった。その素子の種類と値を答えよ。

(2) 図 4 に示す回路において抵抗  $R_L$  が最大電力を消費するとき、 $R_L$  の値と最大電力を有効数字 2 衔で求めよ。なお、図 4 の中の理想変圧器は巻き数比が 4:1 である。

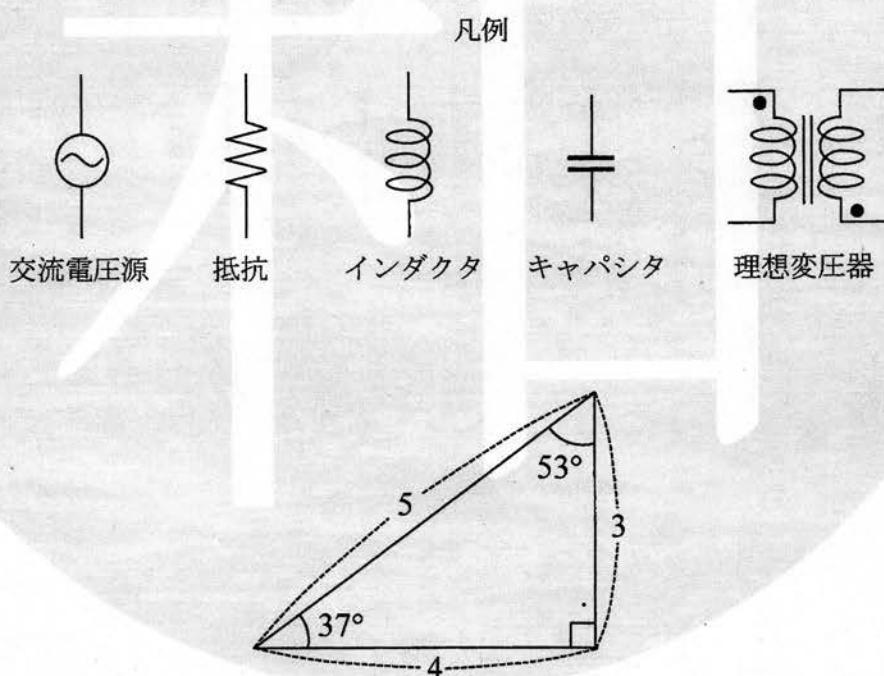


図 1

本サンプルは2020年度以前の問題に基づいたものであり、問題形式、分量、出題範囲、難易度において現在のものと異なります。  
This sample is based on the problems before FY2020, which are different from the current ones in their style, volume, range, and level.

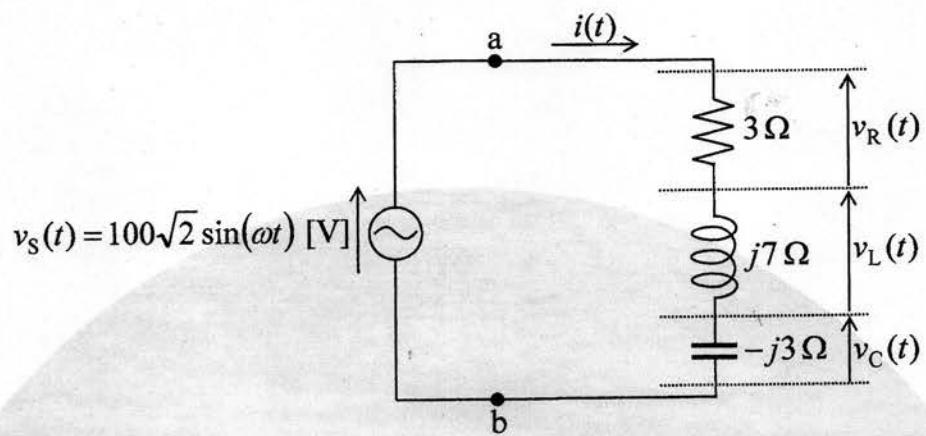


図 2

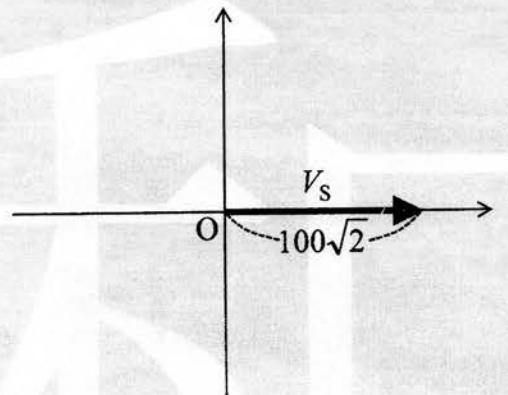


図 3

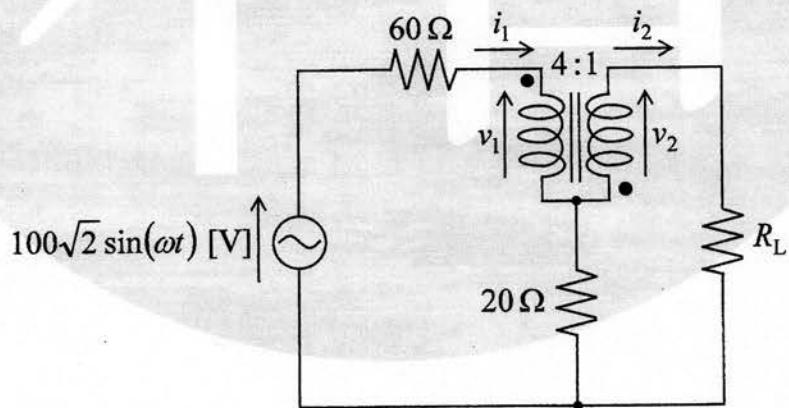


図 4

## Problem 2

Answer the following questions. Symbols in the figures can be found in the legend.  $\omega$  is the angular frequency and  $t$  is the time. If necessary, use the angles in Fig. 1.

(1) Answer the following questions from (1-1) to (1-5) on the circuit shown in Fig. 2.

(1-1) Find the current  $i(t)$ .

(1-2) Find the voltages  $v_R(t)$ ,  $v_L(t)$ , and  $v_C(t)$ .

(1-3) Phasor  $V_S$  of the AC voltage source  $v_S(t)$  is shown in the phasor diagram in Fig. 3.

Copy Fig. 3 to the answer sheet and draw the phasors of  $v_R(t)$ ,  $v_L(t)$ , and  $v_C(t)$ .

(1-4) Find the active power  $P$ , the reactive power  $Q$ , the apparent power  $S$ , and the power factor  $PF$ .

(1-5) When an element is inserted between a and b in the circuit shown in Fig. 2, the power factor of 1 is achieved. Determine the type of the element and its value.

(2) When the resistor  $R_L$  consumes the maximum power in the circuit shown in Fig. 4, determine the value of  $R_L$  and the maximum power with two significant digits. The ideal transformer in Fig. 4 has the turns ratio of 4:1.

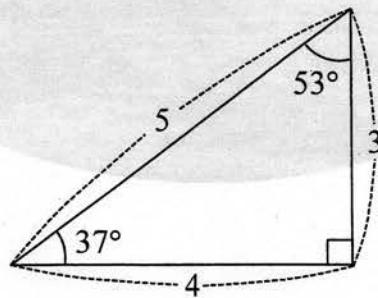
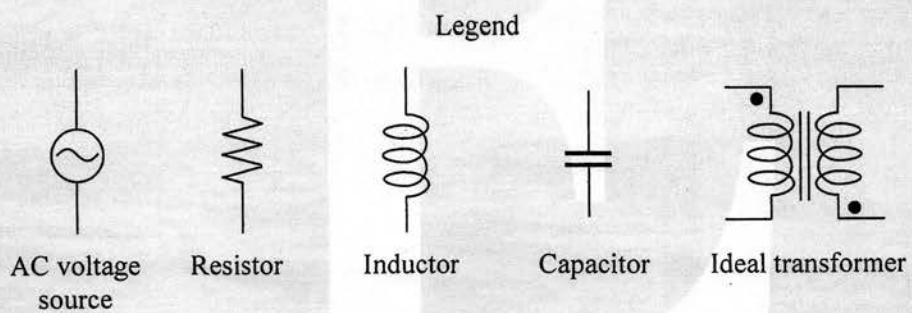


Fig. 1

本サンプルは2020年度以前の問題に基づいたものであり、問題形式、分量、出題範囲、難易度において現在のものと異なります。  
This sample is based on the problems before FY2020, which are different from the current ones in their style, volume, range, and level.

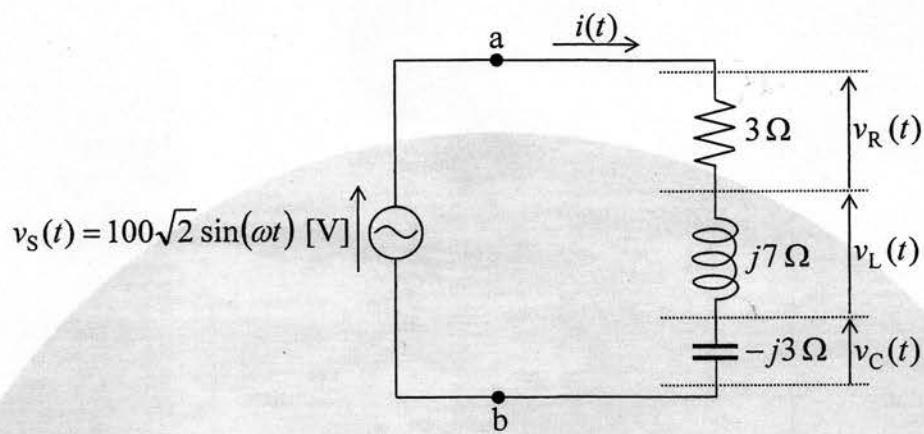


Fig. 2

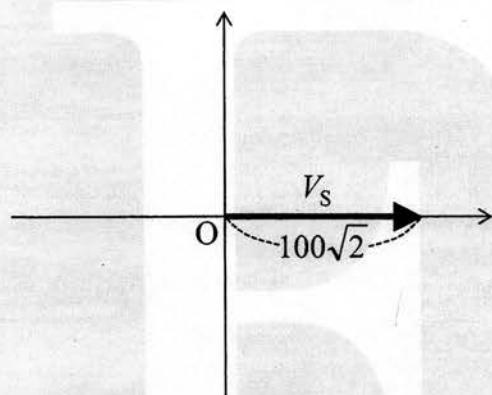


Fig. 3

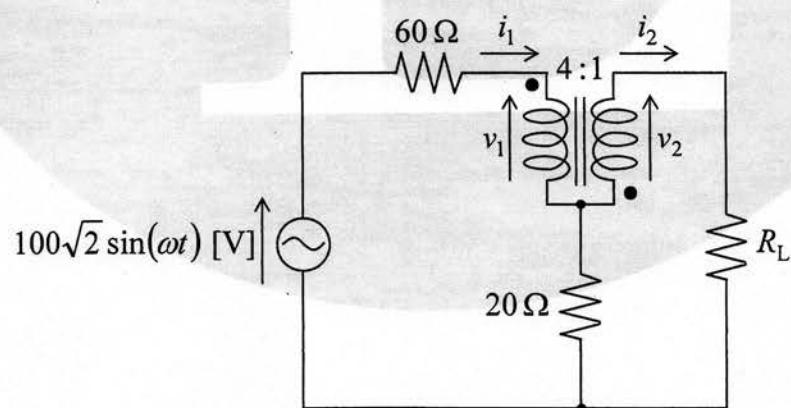


Fig. 4

### 問題 3

A君がコイン投げ実験を複数回行う。試行は互いに独立であるとする。各試行に対して、あなたは表が出るのか裏が出るのか、賭けをする。B君が「A君の投げる動作を見ただけで結果を予測できる。君が賭ける前に僕の予測を教えよう。」と言ってきた。実際にB君が、A君の投げる動作を見ただけで予測したところ、B君の予測精度は下表の通りであった。XはB君の予測、YはA君の実験結果であり、表は結合確率分布  $P(X, Y)$  である。この表を既知として以下の間に答えよ。解答には  $\log_2 3$ ,  $\log_2 5$ ,  $\log_2 7$  の表現を用いてよい。

$P(X, Y)$		X: Bの予測	
		表	裏
Y:	表	0.45	0.25
	裏	0.15	0.15

- (1) B君の予測を参考せずに賭ける。各試行において、実験結果を知ることにより得られる情報量の期待値（即ち、エントロピー  $H(Y)$ ）は幾らか？計算手順も示せ。
- (2) 賭ける前にB君の予測を参考する。B君の予測を参考した後に、実験結果を知ることにより得られる情報量の期待値（即ち、条件付きエントロピー  $H(Y|X)$ ）は幾らか？計算手順も示せ。
- (3) B君の予測を参考することで得られる情報量（即ち、相互情報量  $I(Y; X)$ ）は幾らか？計算手順も示せ。
- (4) あなたは 10 回賭けをする。B君の予測を参考した後で賭ける。賭けに勝つと、毎回、賞金 100 円をもらえる。以下の間に答えよ。
  - (4-1) 賞金総額の期待値を最大にしたい。常にB君の予測通りに賭けることは有益か？理由を付して答えよ。
  - (4-2) 各試行に対して、B君の予測を参考した後に表・裏・パスのいずれかを選択できることとなった。パスとは、賭けを行わず、次のコイン投げ実験に移ることを意味する。そして賭けを 10 回行ったら実験を終了する。この時、B君の予測を参考することは有益か？理由を付して答えよ。

コイン投げ実験は、2 種類のシンボル  $\{z_1, z_2\}$  を値として持つ確率変数  $Z$  としてモデル化できる。シンボル数を  $N (> 2)$  に増やした場合の  $Z$  を考える。 $Z$  の値を知ることにより得られる情報量に関する、以下の間に答えよ。

- (5) 情報量の期待値（即ち、エントロピー  $H(Z)$ ）が最大となる確率分布  $P(Z)$  を答えよ。解答には数学的証明を含めること。
- (6) 事象  $i$  の自己情報量（自己エントロピー） $-\log_2 p_i$  は、それが生起したことに対する「驚きの度合い（degree of surprise）」と解釈される。但し  $p_i$  は事象  $i$  の生起確率である。今、英単語が提示されることを期待している観測者を考える。この観測者に情報理論的に最大の驚きを与える語、即ち、最も英単語とは思えない語を提示したい。ここでは、小文字を 5 個繋げて構成される語のみを考える（英単語の平均文字数は 5 であり、また  $N = 26$  となる）。C君が「問(5)の  $P(Z)$  に従って文字を 5 つ生成し、それ

本サンプルは2020年度以前の問題に基づいたものであり、問題形式、分量、出題範囲、難易度において現在のものと異なります。  
This sample is based on the problems before FY2020, which are different from the current ones in their style, volume, range, and level.

らを繋げて語を作るべきだ。」と主張した。彼の主張が妥当か否かを、理由を付して論ぜよ。主張が妥当な場合、 $N$  が 26 より大きいと、同じ方法を用いた時の驚きの度合いがより大きくなるか否かを、理由を付して論ぜよ。主張が妥当でない場合、情報理論的に最大の驚きを与える語の生成方法を論ぜよ。



### Problem 3

Mr. A conducts a series of coin tossing experiments, which are assumed to be independent of one another. In each experiment, you make a bet on the result, namely, heads or tails. Mr. B said "I can predict the result only by observing A's motion of tossing and I'll tell you my prediction before you make a bet." It was examined how correctly B can predict the result only by observing A's motion of tossing. B's performance of prediction is shown in the table below as joint probability  $P(X, Y)$  of X for B's predictions and Y for the results of A's experiments. Answer the following questions, where you can use this table as prior knowledge. Your answer can include the expressions of  $\log_2 3$ ,  $\log_2 5$ , and  $\log_2 7$ .

$P(X, Y)$		X: B's prediction	
		heads	tails
Y:	heads	0.45	0.25
	tails	0.15	0.15

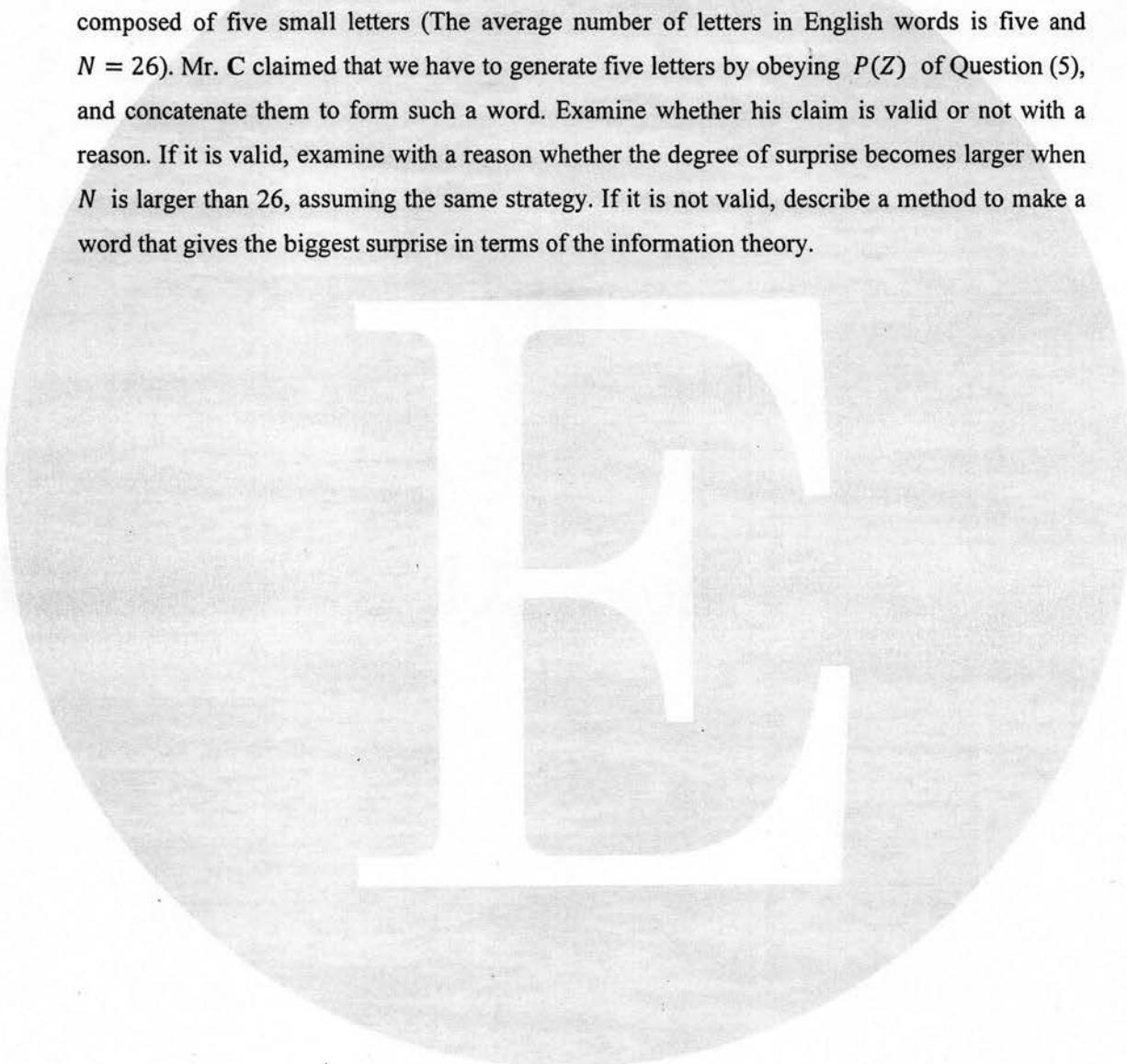
- (1) You make a bet without referring to B's prediction. Answer the expected quantity of information that you can obtain in each experiment by knowing the result of the experiment, namely, entropy  $H(Y)$ . Show the procedure of calculation.
- (2) You make a bet after referring to B's prediction. Answer the expected quantity of information that you can obtain by knowing the result after you refer to B's prediction, namely, conditional entropy  $H(Y|X)$ . Show the procedure of calculation.
- (3) Answer the quantity of information that you can obtain by referring to B's prediction, namely, mutual information  $I(Y; X)$ . Show the procedure of calculation.
- (4) You make a bet ten times. After you refer to B's prediction, you make a bet. Each time you win, you receive a reward of 100 yen. Answer the following questions.
  - (4-1) You want to maximize the expected value of the total amount of reward. Is it beneficial for you to make a bet by always following B's prediction? Answer with a reason.
  - (4-2) In each experiment, you can select heads, tails or pass after you refer to B's prediction. Here, pass means that you do not make a bet and proceed to the next experiment. When you make a bet ten times eventually, the tossing experiments end. In this condition, is it beneficial for you to refer to B's predictions? Answer with a reason.

The coin tossing experiment can be modeled as random variable  $Z$  that takes one of the two symbols  $\{z_1, z_2\}$  as its value. Here, we consider a general case where the number of symbols is  $N$  ( $N > 2$ ) for  $Z$ . Answer the following questions related to the quantity of information that you can obtain by knowing the value of  $Z$ .

- (5) Answer the probability distribution of  $P(Z)$  that maximizes the expected quantity of

information, namely, entropy  $H(Z)$ . Your answer has to be with a mathematical proof.

- (6) The quantity of self-information (self-entropy) of event  $i$ ,  $-\log_2 p_i$ , is interpreted as “degree of surprise” when that event happens. Here,  $p_i$  is the probability that event  $i$  happens. Now, we assume an observer who is expecting an English word to be presented. We would like to present a word to the observer that gives the biggest surprise in terms of the information theory, namely, a word that looks least probable as an English word. Here, we consider only the words that are composed of five small letters (The average number of letters in English words is five and  $N = 26$ ). Mr. C claimed that we have to generate five letters by obeying  $P(Z)$  of Question (5), and concatenate them to form such a word. Examine whether his claim is valid or not with a reason. If it is valid, examine with a reason whether the degree of surprise becomes larger when  $N$  is larger than 26, assuming the same strategy. If it is not valid, describe a method to make a word that gives the biggest surprise in terms of the information theory.



## 問題 4

ナップサック問題を解く以下の C プログラムについて間に答えよ。ナップサック問題とは、自然数  $N$  と実数  $W, (c_i)_{i=0..N-1}, (w_i)_{i=0..N-1}$  が与えられたときに、 $\sum_{i=0}^{N-1} p_i \cdot w_i \leq W$  の制約下、 $\sum_{i=0}^{N-1} p_i \cdot c_i$  を最大化する  $(p_i)_{i=0..N-1}$  ( $p_i = 0$  又は  $1$ ) を求める問題である。直感的には  $W$  はナップサックに詰められる重さの限界、 $(c_i)_{i=0..N-1}$  は各品物の価値、 $(w_i)_{i=0..N-1}$  は各品物の重さを表し、問題はナップサックに詰める品物の価値の総和を最大化することである。以下、簡単のため  $c_i > 0$  ( $0 \leq i < N$ )、 $w_i > 0$  ( $0 \leq i < N$ )、 $\frac{c_i}{w_i} \geq \frac{c_j}{w_j}$  ( $0 \leq i < j < N$ ) を仮定する。

```
1: double max = -1.0, c[N], w[N];
2: int tmp[N], p[N];
3: void knapsack(int i, double sum, double weight)
4: {
5:     double z, relaxedks();
6:     if (i == N) {
7:         if (sum > max) {
8:             max = sum;
9:             for (int j = 0; j < N; j++) p[j] = tmp[j];
10:        }
11:    } else {
12:        if (w[i] <= weight) {
13:            tmp[i] = 1;
14:            knapsack(i+1, sum+c[i], weight-w[i]);
15:        }
16:        z = relaxedks(i+1, weight);
17:        if (z+sum > max) {
18:            tmp[i] = 0;
19:            knapsack(i+1, sum, weight);
20:        }
21:    }
22: }
23: double relaxedks(int i, double weight)
24: {
25:     int j;
26:     double r = 0.0;
27:     for (j = i; j < N; j++) {
28:         if (w[j] < weight) {
29:             r += c[j]; weight -= w[j];
30:         } else return r + weight * c[j]/w[j];
31:     }
32:     return r;
33: }
34: void main()
35: {
36:     knapsack(0, 0.0, W);
37: }
```

- (1)  $N=5$ ,  $W=8.0$ ,  $(c_i)_{i=0..4} = (3.0, 4.0, 7.0, 5.0, 7.0)$ ,  $(w_i)_{i=0..4} = (1.0, 2.0, 4.0, 3.0, 5.0)$  であるとき、解となる $(p_i)_{i=0..4}$ をひとつ与えよ。
- (2) プログラムの  $N, W, c[], w[]$  を問(1) のように設定して関数 `main` を実行したとき、終了するまでの関数 `knapsack` の呼び出しを、順番に、引数とともに列挙せよ。
- (3)  $(p_i)_{i=0..N-1}$  として実数  $0 \leq p_i \leq 1$  を取れるように条件を緩和する。このときに、 $\sum_{i=0}^{N-1} p_i \cdot w_i \leq W$  の制約下、 $\sum_{i=0}^{N-1} p_i \cdot c_i$  を最大化する  $(p_i)_{i=0..N-1}$  を求めよ。関数 `relaxedks` を参照せよ。
- (4) プログラム 17-20 行目の条件文は、条件 `(z+sum > max)` が真であるときに限り、関数 `knapsack` がさらに呼び出される可能性のあることを示している。これで解が求められる理由を説明せよ。
- (5) プログラムが、解のうち少なくとも 1 つを実際に検査し、結果としてナップサック問題の解の 1 つを与えることを説明せよ。
- (6) `max` の初期値を `0.0` とすると、プログラム中、解を `p[]` に代入する部分にあたる 9 行目が 1 度も実行されない場合がある。そのような場合を特定し、理由とともに述べよ。

## Problem 4

Answer the questions on the following C program that solves the knapsack problem. The knapsack problem is specified as: given a natural number  $N$  and real numbers  $W$ ,  $(c_i)_{i=0..N-1}$  and  $(w_i)_{i=0..N-1}$ , find  $(p_i)_{i=0..N-1}$  ( $p_i = 0$  or  $1$ ) that maximizes  $\sum_{i=0}^{N-1} p_i \cdot c_i$  under the condition  $\sum_{i=0}^{N-1} p_i \cdot w_i \leq W$ . Informally,  $W$ ,  $(c_i)_{i=0..N-1}$  and  $(w_i)_{i=0..N-1}$  represent the weight capacity of a given knapsack, the value and weight of each item, respectively, and the problem is to pack items so that the sum of their values shows its maximum. We assume that  $c_i > 0$  ( $0 \leq i < N$ ),

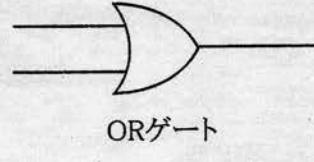
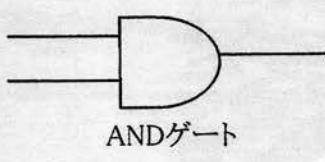
$w_i > 0$  ( $0 \leq i < N$ ),  $\frac{c_i}{w_i} \geq \frac{c_j}{w_j}$  ( $0 \leq i < j < N$ ) for simplicity.

```
1: double max = -1.0, c[N], w[N];
2: int tmp[N], p[N];
3: void knapsack(int i, double sum, double weight)
4: {
5:     double z, relaxedks();
6:     if (i == N) {
7:         if (sum > max) {
8:             max = sum;
9:             for (int j = 0; j < N; j++) p[j] = tmp[j];
10:        }
11:    } else {
12:        if (w[i] <= weight) {
13:            tmp[i] = 1;
14:            knapsack(i+1, sum+c[i], weight-w[i]);
15:        }
16:        z = relaxedks(i+1, weight);
17:        if (z+sum > max) {
18:            tmp[i] = 0;
19:            knapsack(i+1, sum, weight);
20:        }
21:    }
22: }
23:double relaxedks(int i, double weight)
24:{
25:     int j;
26:     double r = 0.0;
27:     for (j = i; j < N; j++) {
28:         if (w[j] < weight) {
29:             r += c[j]; weight -= w[j];
30:         } else return r + weight * c[j]/w[j];
31:     }
32:     return r;
33: }
34:void main()
35:{
36:     knapsack(0,0.0, W);
37: }
```

- (1) Let  $N=5$ ,  $W=8.0$ ,  $(c_i)_{i=0..4} = (3.0, 4.0, 7.0, 5.0, 7.0)$ , and  $(w_i)_{i=0..4} = (1.0, 2.0, 4.0, 3.0, 5.0)$ .  
Find a solution  $(p_i)_{i=0..4}$ .
- (2) When we execute the function `main` by setting the values shown in Question (1) to `N`, `W`, `c []` and `w []`, enumerate the calls of the function `knapsack` with its arguments in the order of calls until termination.
- (3) Consider the relaxed condition: a real number  $0 \leq p_i \leq 1$  can be taken for  $(p_i)_{i=0..N-1}$ . Under this condition together with  $\sum_{i=0}^{N-1} p_i \cdot w_i \leq W$ , find  $(p_i)_{i=0..N-1}$  that maximizes  $\sum_{i=0}^{N-1} p_i \cdot c_i$ . Refer to the function `relaxedks`.
- (4) In the if-statement of lines 17–20, the function `knapsack` may be further called only when the condition  $(z+sum > max)$  is true. Explain why this is allowed in finding a solution.
- (5) Explain why the given program actually tests at least one of the solutions, and consequently, gives a solution to the knapsack problem.
- (6) If 0.0 is set as the initial value of `max`, there are some cases where the program never executes line 9, which corresponds to assigning a solution to `p []`. Specify such a case and give its reason.

## 問題A

ここでは組合せ回路のみを考える。チップに対し、できるだけ少ない入力値の集合を与えて出力値を観察することにより、チップで実現している論理関数やチップ内の部分回路で実現している論理関数を同定したい。ここで論理関数の同定とは、実現している論理関数をユニークに決定することを指す。以下の間に答えよ。なお論理式内では、変数は英字1字または英字1字と数字で表す。否定は $\sim$ で、論理和は $+$ で表し、論理積の演算子は省略する。また、 $n$ は自然数とし、AND ゲートと OR ゲートの記号は下記を用いる。



- (1)  $n$  入力 1 出力の論理関数は全部でいくつあるか求め、理由を説明せよ。
- (2) チップ内部が図 1 (a)又は(b)のいずれかになっていることが分かっている場合、どのような入力値の集合を与えれば、チップで実現している論理関数を同定できるか、例を 1 つ示し、それを説明せよ。
- (3) チップの内部構造に関し、内部構造が不明な部分回路と AND ゲートが図 2 に示すように接続されていることが分かっている場合、どのような入力値の集合を与えれば、チップで実現している論理関数を同定できるか、例を 1 つ示し、それを説明せよ。
- (4) チップの内部構造に関し、2 入力の未知の論理関数  $f$  を実現している部分回路と AND ゲート、OR ゲートが図 3 に示すように接続されていることが分かっている場合、以下の間に答えよ。
  - (a)  $t1 = 1$ かつ $t2 = 0$  は決して実現できないことを示せ。
  - (b)  $t1 = 1$ かつ $t2 = 1$  の場合には、 $f$  の出力値はチップの出力値に影響を及ぼさないことを説明せよ。
  - (c) チップの出力で、 $a + \sim b$  を実現する全ての論理関数  $f$  を真理値表の形で列挙せよ。実現できない場合は、それを証明せよ。
  - (d) 入力  $a$  と  $b$  の排他的論理和、 $\sim ab + a\sim b$  をチップの出力で実現する全ての論理関数  $f$  を真理値表の形で列挙せよ。実現できない場合は、それを証明せよ。
- (5) チップの内部構造に関し、内部構造が不明な 2 入力の部分回路 2 つ（それぞれが実現する未知の論理関数を  $g$  と  $h$  とする）と AND ゲート、OR ゲートが図 4 に示すように接続されていることが分かっているとする。以下の間に答えよ。
  - (a) 入力値が  $a = b = c = d = 0$  の時のチップの出力値が  $o1 = 1, o2 = 1$  であった場合、その他にどのような入力値の集合を与えれば、論理関数  $g$  と  $h$  を同定できるか、例を 1 つ示し、それを説明せよ。同定できない場合にはその理由を説明せよ。
  - (b) 入力値が  $a = b = c = d = 0$  の時のチップの出力値が  $o1 = 0, o2 = 0$  であった場合、その他にどのような入力値の集合を与えれば、論理関数  $g$  と  $h$  を同定できるか、例を 1 つ示し、それを説明せよ。同定できない場合にはその理由を説明せよ。

- (c) 入力値が  $a = b = c = d = 0$  の時のチップの出力値が  $o1 = 0, o2 = 1$  であった場合、その他のにどのような入力値の集合を与えれば、論理関数  $g$  と  $h$  を同定できるか、例を 1 つ示し、それを説明せよ。同定できない場合にはその理由を説明せよ。
- (6) チップは、 $(n+1)$ 入力 1 出力とする ( $n > 2$ )。以下の条件を満たす回路を、 $n$  入力 1 出力の部分回路 2 つと、3 入力 1 出力の部分回路 1 つを用いて作成せよ。また条件を満たしている理由も説明せよ。
- 条件：チップの $(n+1)$ 入力のすべての入力値に対する出力値を観察しなければチップの出力が実現している論理関数を同定できない。

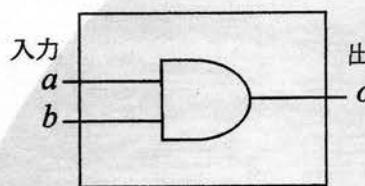


図1  
(a)

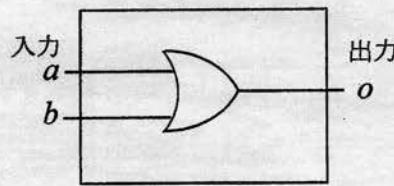


図1  
(b)

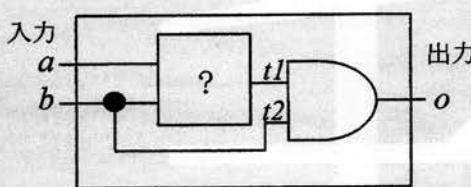


図2

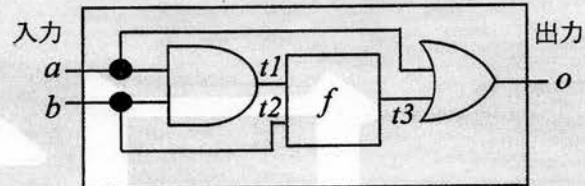


図3

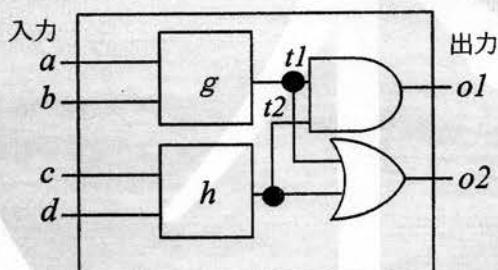
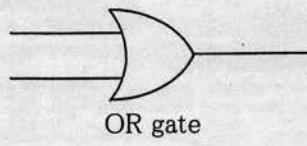
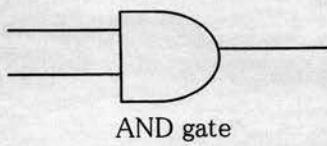


図4

## Problem A

Here we consider only combinational circuits. We would like to identify the logic functions realized by the chips or sub-circuits inside the chips by supplying the minimum sets of input patterns to the chips and observing the corresponding output values from the chips. Here, identification of logic functions is to uniquely determine the realized logic function. Answer the following questions. In logic expressions, a variable is represented with an alphabet or an alphabet with a number. Logical negation is represented by “~”, logical OR is represented by “+”, and logical AND is omitted. Also,  $n$  represents a natural number, and the following symbols are used for an AND gate and an OR gate.



- (1) How many possible logic functions are there for  $n$  inputs and 1 output? Explain the reason.
- (2) If we know that the internal structure of the chip is either (a) or (b) in Fig. 1, show and explain a set of input patterns which can identify the logic function realized by the chip.
- (3) If we know that the internal structure of the chip is the one shown in Fig. 2, consisting of an unknown sub-circuit and an AND gate, show and explain a set of input patterns which can identify the logic function realized by the chip.
- (4) Assuming that we know that the internal structure of the chip is the one shown in Fig. 3, consisting of an unknown 2-input sub-circuit which realizes the logic function  $f$ , an AND gate, and an OR gate, answer the following questions.
  - (a) Show that the case where  $t1 = 1$  and  $t2 = 0$  can never be realized.
  - (b) Show that the output of  $f$  never influences the output of the chip when  $t1 = 1$  and  $t2 = 1$ .
  - (c) Show all logic functions for  $f$  in truth tables which realize  $a + \sim b$  at the output of the chip. If that cannot be realized, show the proof.
  - (d) Show all logic functions for  $f$  in truth tables which realize exclusive OR of  $a$  and  $b$ ,  $\sim ab + a\sim b$ , at the output of the chip. If that cannot be realized, show the proof.
- (5) Assuming that we know that the internal structure of the chip is the one shown in Fig. 4, consisting of two unknown 2-input sub-circuits which realize the unknown logic functions,  $g$  and  $h$ , an AND gate, and an OR gate, answer the following questions.
  - (a) If the outputs of the chip are  $o1 = 1$ , and  $o2 = 1$  when the inputs are  $a = b = c = d = 0$ , show an additional set of input patterns which can identify the logic functions realized by  $g$  and  $h$ , and explain why. If identification is not possible, explain why.
  - (b) If the outputs of the chip are  $o1 = 0$ , and  $o2 = 0$  when the inputs are  $a = b = c = d = 0$ , show an additional set of input patterns which can identify the logic functions realized by  $g$  and  $h$ , and explain why. If identification is not possible, explain why.

- (c) If the outputs of the chip are  $o1 = 0$ , and  $o2 = 1$  when the inputs are  $a = b = c = d = 0$ , show an additional set of input patterns which can identify the logic functions realized by  $g$  and  $h$ , and explain why. If identification is not possible, explain why.
- (6) Consider a chip with  $(n+1)$  inputs and 1 output ( $n > 2$ ). Construct a circuit which satisfies the following condition using two sub-circuits with  $n$  inputs and 1 output, and a sub-circuit with 3 inputs and 1 output. Explain why the circuit satisfies the condition.  
 Condition: the logic function realized by the chip cannot be identified unless all possible values for  $(n+1)$  inputs of the chip are supplied.

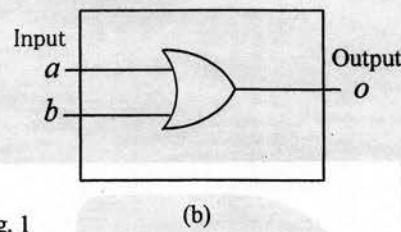
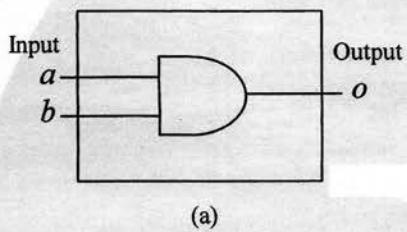


Fig. 1

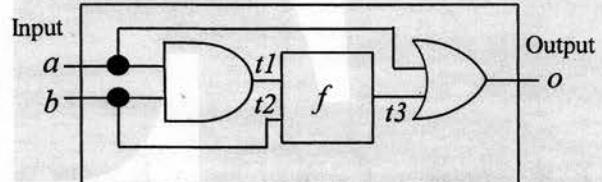
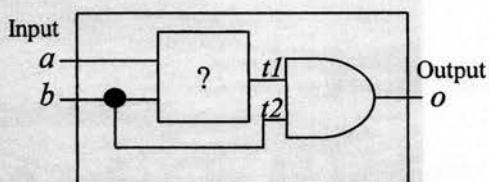


Fig. 3

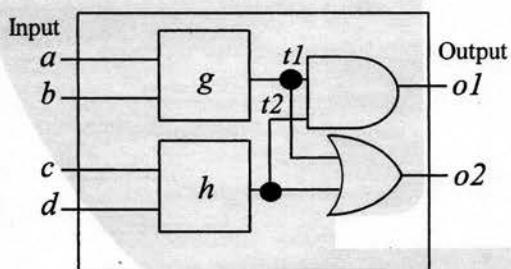


Fig. 4

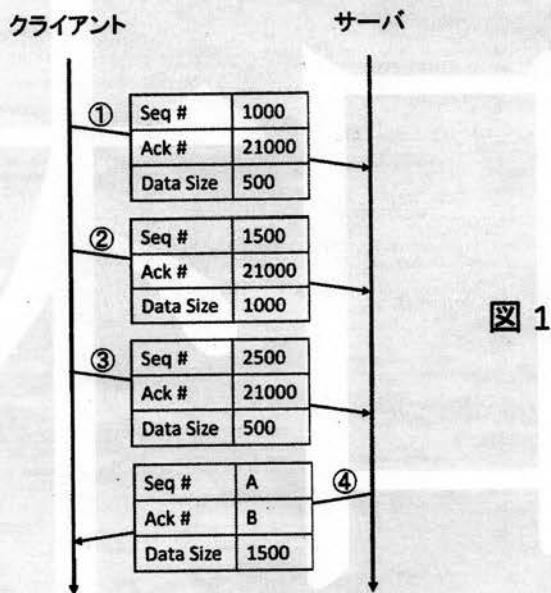
## 問題B

IP (Internet Protocol) 通信を行う場合、UDP (User Datagram Protocol) と TCP (Transmission Control Protocol) が広く使われている。以下の間に答えよ。

(1) UDP と TCP のうち、IP マルチキャストに通常用いられるのはいずれか。理由と共に 3 行程度で述べよ。

(2) 図 1 はコネクション成立後の TCP による通信の様子を示している。ここで斜めの矢印はクライアントとサーバの間のセグメントの送受を示している。図中の A, B の値はいくつか。理由と共に示せ。但し、この図に示した以外に A, B の値に影響するセグメントはないものとする。図中の各表記は以下のとおりである。

- Seq # : シーケンス番号 (Sequence number)
- Ack # : 確認応答番号 (Acknowledgment number)
- Data Size : セグメントのペイロードデータサイズ (Payload data size of the segment)



(3) 図 1において、②のセグメントが伝送の途中で失われサーバに届かなかった場合の A, B の値はいくつか。また、このとき④のセグメントが受け渡された後、どのような振る舞いが起きるか。クライアント側が③に引き続き多数のセグメントを送信しようとしているものとして、理由と共に示せ。但し 3 回の重複 ACK の受信により高速再送が行われるものとし、SACK (Selective Acknowledgment: 選択確認応答) は用いないものとする。

(4) 図 1において、③のセグメントが伝送の途中で失われサーバに届かなかった場合の A, B の値はいくつか。また、このとき④のセグメントが受け渡された後、クライアント、サーバ共にそれ以上送るデータがない場合に、この後どのような振る舞いが起きるか。理由と共に示せ。

(5) TCP を用いた通信において、以下の条件での最大実効通信帯域（ペイロードデータ転送帯域）を求め bps (bit per second) で答えよ。計算過程を含めて示すこと。

- MSS (Maximum Segment Size) と ウィンドウサイズはいずれも 1000 Bytes で固定。
- ネットワークの往復伝送遅延時間 (RTT: Round Trip Time) は 10 ms, 帯域は 8 Mbps。
- 1 つのセグメントを送るのに、実際に送る TCP ペイロードの传送に要する時間に加えて 52 Bytes の传送分の時間がかかる。
- ACK セグメントのペイロードデータサイズは 26 Bytes。
- セグメントの損失はないものとする。
- 送信側、受信側でのパケット処理にかかる時間は無視でき、送信側でのデータ供給、受信側でのデータ消費速度は十分に速く、ACK はセグメント受領後遅延なく直ちに返される。

インターネットにおいては、トラヒックの集中等によりネットワークの輻輳が発生し、パケットが失われる可能性がある。例えば図 2 のようにネットワークスイッチの 2 つの入力が 1 つの出力に送られる場合、入力トラヒックの帯域の合計が出力ポートの帯域を超えると全パケットを転送することはできない。このような状態を輻輳が発生していると呼ぶ。転送できないパケットは一時的にパケットバッファに格納されるが、パケットバッファが一杯になればその後受信したパケットは失われる。

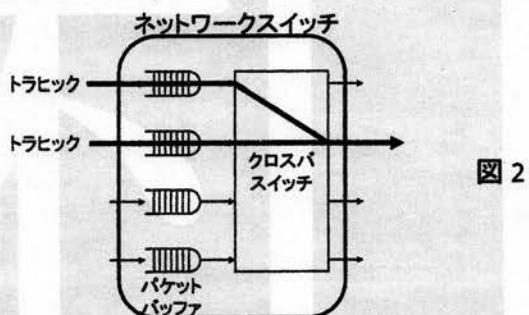


図 2

TCP では、輻輳により連続してパケットが失われるのを防ぐため、輻輳発生時に送信レートを押さえる制御が行われる。これにはネットワークで輻輳が発生していることを検出する必要がある。この輻輳の検出には、大きく分けてパケットの損失をもって輻輳と判断するパケット損失ベース方式と、パケットの传送遅延を観測するパケット遅延ベース方式がある。

(6) パケットの传送遅延の観測により輻輳を検出できる理由を 5 行程度で述べよ。

(7) データを送受する利用者（なるべく多くのデータを送りたい）と、ネットワーク運用者（なるべく輻輳を防ぎたい）の両者の観点から、パケット遅延ベース方式とパケット損失ベース方式の利点と欠点を、理由と共に 10 行程度で述べよ。

## Problem B

In IP (Internet Protocol) communications, UDP (User Datagram Protocol) and TCP (Transmission Control Protocol) are widely used. Answer the following questions.

- (1) Which of UDP and TCP is commonly used for IP multicast? Answer with the reason in about 3 lines.
- (2) Figure 1 shows a TCP communication sequence after a connection is established. Each slanting arrow shows a delivery of a segment between the client and the server. Derive the values of A and B in the figure with the reason. There are no segments which will affect the values of A and B other than the ones shown in the figure. The notations in the figure are:
  - Seq # : Sequence number
  - Ack # : Acknowledgment number
  - Data Size : Payload data size of the segment

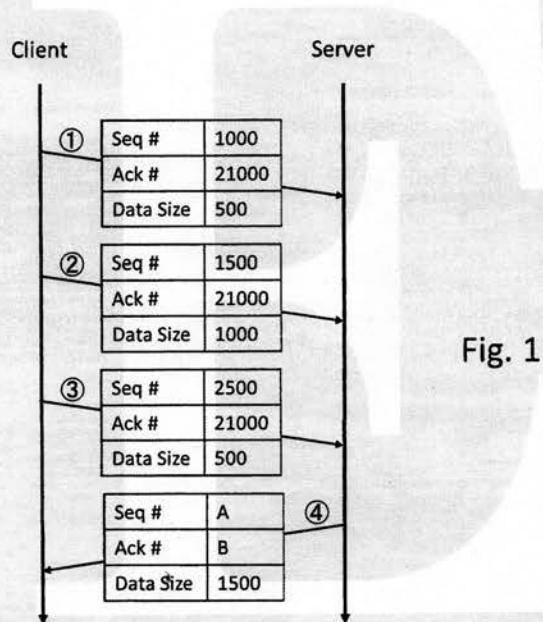


Fig. 1

- (3) In Fig. 1, derive the values of A and B when the segment ② is lost and not delivered to the server. In this case, what will happen after the segment ④ is delivered, in the case when the client is going to send many segments immediately after ③? Explain with the reason. Assume that a fast retransmission is risen when three duplicate ACKs are received, and that SACK (Selective Acknowledgment) is not used.
- (4) In Fig. 1, derive the values of A and B when the segment ③ is lost and not delivered to the server. In this case, what will happen after the segment ④ is delivered, in the case when neither the client nor the server has any more data to be sent? Explain with the reason.

(5) For TCP communication with the following conditions, derive the effective maximum communication bandwidth (transfer bandwidth of payload data) in bps (bit per second). Show also the calculation process.

- The MSS (Maximum Segment Size) and the window size are both 1000 Bytes and fixed.
- The RTT (Round Trip Time) of the network is 10 ms. The bandwidth of the network is 8 Mbps.
- To send one segment, the time to send 52 Bytes is required in addition to the time to send the TCP payload.
- The payload data size of an ACK segment is 26 Bytes.
- There is no segment loss.
- The packet processing time at the sender and the receiver is negligible, and the data production and consumption rates at the sender and the receiver are fast enough so that the time required for them can be ignored. An ACK is returned immediately after a segment is received without any delay.

In the Internet, concentration of traffic may cause congestion, and packets may be lost. For example, if traffic coming into two input ports of a network switch is directed to one output port as shown in Fig. 2, it is not possible to deliver all packets if the sum of the input traffic bandwidth is larger than the output port bandwidth. Such a situation is called congestion. Those packets that cannot be delivered will be temporarily stored in the packet buffers. However, if the buffer is full, further incoming packets will be lost.

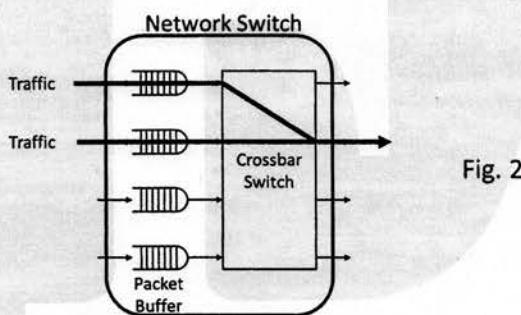


Fig. 2

In TCP, to avoid consecutive loss of packets due to congestion, the transmission rate is lowered when congestion occurs. For such control, network congestion has to be detected. There are mainly two schemes to detect congestion: the packet loss-based scheme which uses observed packet loss as an indication of congestion, and the packet delay-based scheme which observes end-to-end packet propagation delay.

(6) Explain why congestion can be detected by observing packet propagation delay, in about 5 lines.

(7) Explain the advantages and the disadvantages of the packet loss-based scheme and the packet delay-based scheme, from the perspectives of both a user (who wants to send as much data as possible) and a network operator (who wants to avoid congestion as much as possible), with the reason in about 10 lines.

## 問題C

イオン結合性半導体 GaAs の結晶構造と電子物性に関する以下の間に答えよ。  
ただし真空中の光の速度  $c$  を  $3.00 \times 10^8$  [m/s], プランク定数  $h$  を  $6.63 \times 10^{-34}$  [J·s], 素電荷  $q$  を  $1.60 \times 10^{-19}$  [C] とする。計算は有効数字 3 桁で行うこと。必要で有れば  $\sqrt{2} = 1.41$ ,  $\sqrt{3} = 1.73$  を用いてよい。

- (1) GaAs の結晶構造を答えよ。
- (2) GaAs は、共有結合性半導体 Ge と格子定数がほぼ一致する。GaAs と Ge のバンドギャップエネルギー  $E_g$  の大小関係を示し、その理由を化学結合の観点から説明せよ。
- (3) GaAs は直接遷移型半導体であるが、バンドギャップエネルギー  $E_g$  [eV] と発光波長  $\lambda$  [\mu m] の関係を示す式を導出し、 $E_g$  に 1.43 [eV] を代入して  $\lambda$  を求めよ。
- (4) 図 1 を解答用紙に写して、GaAs 結晶のミラー指数(110)の面を斜線で描け。

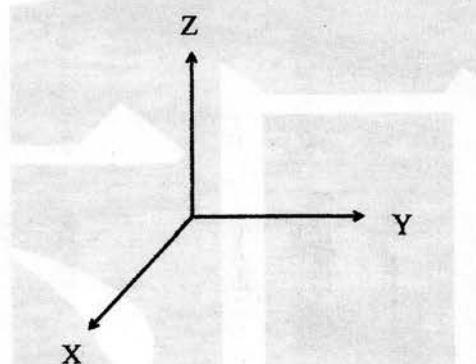


図 1

- (5) GaAs の格子定数  $a$  は 0.565 [nm] である。(110)面の面間隔  $d$  [nm] を計算で求め、GaAs が発光する光の波長では GaAs (110)面のプラッグ回折は起きない事を説明せよ。
- (6) GaAs の(110)面の Ga 原子と As 原子の面密度 [ $/\text{cm}^2$ ] を求めよ。
- (7) 図 2 は GaAs の価電子帯上端と伝導帯下端とともに、Ga  $sp^3$ 混成軌道と As  $sp^3$ 混成軌道のエネルギー準位を模式的に描いている。図 2 を解答用紙に写して、GaAs の(110)表面に現れる Ga ダングリングボンドを起源とする表面準位と As ダングリングボンドを起源とする表面準位を図に破線で書き込み、その理由を説明せよ。ただし、GaAs の(110)表面の全ての原子の位置が変位しないと仮定する。
- (8) 問(7)において、それぞれの表面準位に何個電子が詰まっているか答えよ。

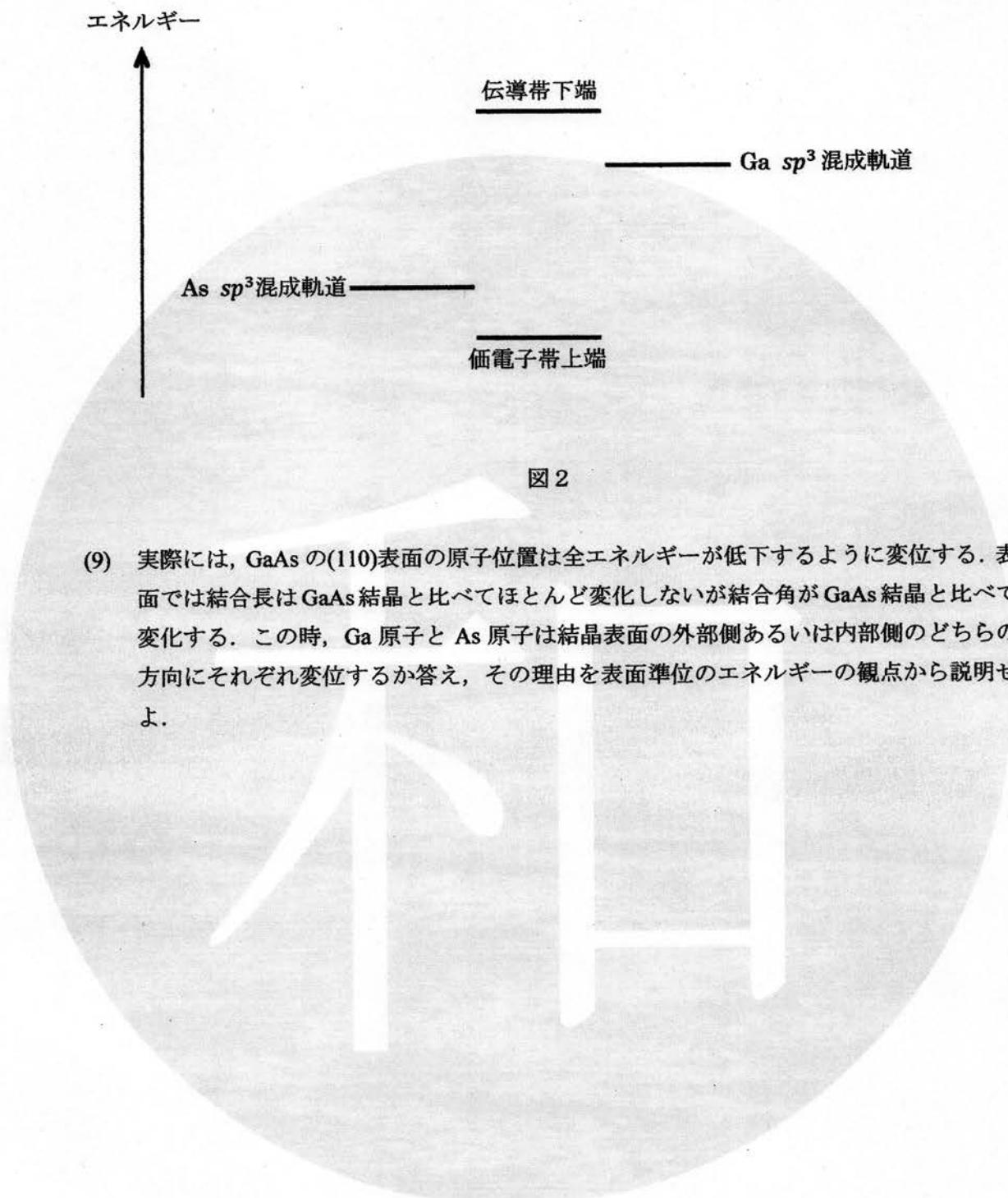


図 2

- (9) 実際には、GaAs の(110)表面の原子位置は全エネルギーが低下するように変位する。表面では結合長は GaAs 結晶と比べてほとんど変化しないが結合角が GaAs 結晶と比べて変化する。この時、Ga 原子と As 原子は結晶表面の外部側あるいは内部側のどちらの方向にそれぞれ変位するか答え、その理由を表面準位のエネルギーの観点から説明せよ。

## Problem C

Answer the following questions concerning the crystal structure and electronic properties of ionic semiconductor GaAs. Here, let  $c$ ,  $h$ , and  $q$  be the velocity of light in a vacuum of  $3.00 \times 10^8$  [m/s], Planck's constant of  $6.63 \times 10^{-34}$  [J·s], and the elementary charge of  $1.60 \times 10^{-19}$  [C], respectively. Calculations should be done with three significant digits. Use  $\sqrt{2} = 1.41$  and  $\sqrt{3} = 1.73$  if necessary.

- (1) What is the crystal structure of GaAs?
- (2) GaAs has almost the same lattice constant as covalent semiconductor Ge. Which has the larger band gap energy  $E_g$ , GaAs or Ge? Explain the reason from the viewpoint of the chemical bond.
- (3) GaAs is a direct band gap semiconductor. Describe an equation for expressing the relation between the band gap energy  $E_g$  [eV] and the light emission wavelength  $\lambda$  [ $\mu\text{m}$ ]. Then obtain the value of  $\lambda$  by substituting 1.43 [eV] for  $E_g$ .
- (4) Copy Fig. 1 on the answer sheet, and draw the plane of the Miller indices (110) by a shaded plane.

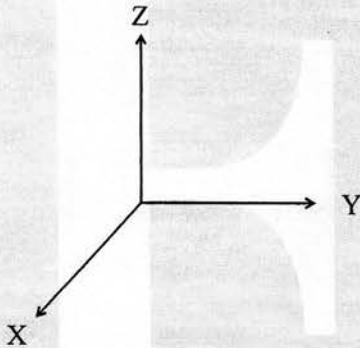


Fig. 1

- (5) The lattice constant  $a$  of GaAs is 0.565 [nm]. Calculate the interplanar distance  $d$  [nm] of the (110) plane. Then explain the reason why Bragg diffraction by the light emission wavelength of GaAs does not occur on the GaAs (110) plane.
- (6) Calculate the atomic densities [ $/\text{cm}^2$ ] of the Ga atoms and the As atoms on the GaAs (110) plane.
- (7) Figure 2 schematically shows the energy levels of Ga  $sp^3$  hybrid orbital and the As  $sp^3$  hybrid orbital as well as the conduction band minimum and the valence band maximum of GaAs. Suppose that there is no displacement of any atom on the GaAs (110) surface. Copy Fig. 2 on the answer sheet. Indicate the energy level for the surface states originating from the Ga dangling bond and the energy level for the surface states from the As dangling bond as dotted lines in the figure. Then explain the reason.
- (8) In Question (7), how many electrons are occupying each of these surface states?

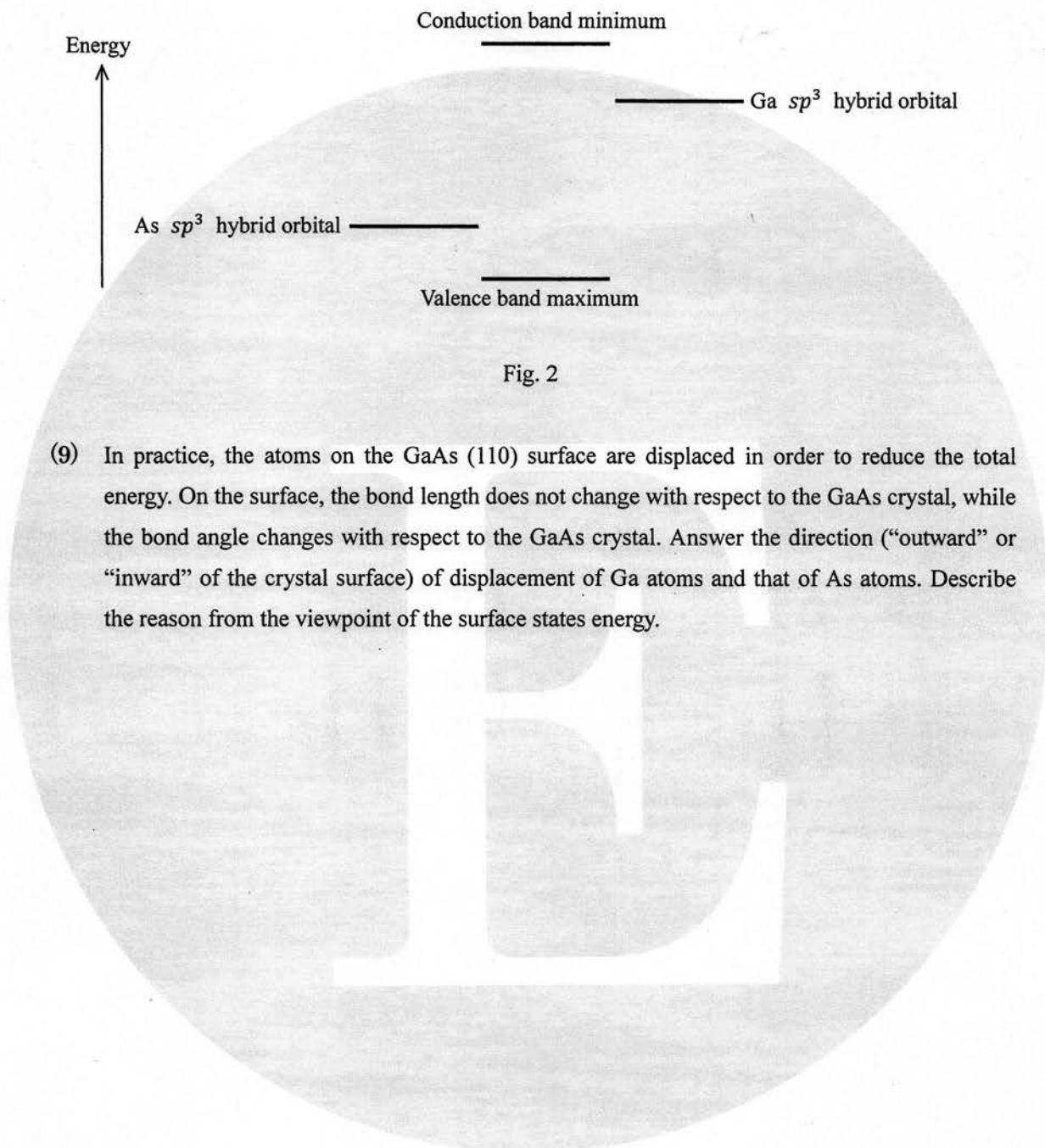


Fig. 2

- (9) In practice, the atoms on the GaAs (110) surface are displaced in order to reduce the total energy. On the surface, the bond length does not change with respect to the GaAs crystal, while the bond angle changes with respect to the GaAs crystal. Answer the direction ("outward" or "inward" of the crystal surface) of displacement of Ga atoms and that of As atoms. Describe the reason from the viewpoint of the surface states energy.

## 問題D

npn形バイポーラトランジスタの電流-電圧特性は、図1に示したように4つの動作領域に分類される。ここに、 $I_C$ はコレクタ電流、 $V_{CE}$ はコレクタ・エミッタ電圧であり、ベース電流 $I_B$ を $I_{B1}$ から $I_{B5}$ まで増加させたときの特性をそれぞれ示している。以下の間に答えよ。

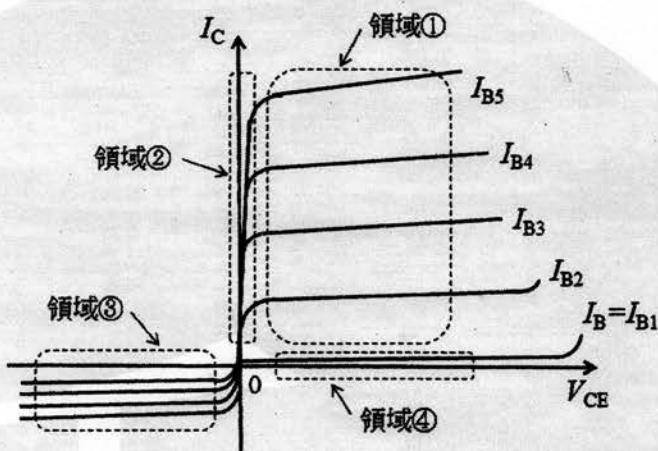


図1

- (1) 領域①～④の動作状態を、それぞれ何と呼ぶか。
- (2) 領域①及び③はともに増幅特性を示しているが、電流増幅率 $\beta = I_C/I_B$ に大きな差があるのはなぜか説明せよ。
- (3) 領域①において、コレクタ・エミッタ電圧 $V_{CE}$ を増加させるとコレクタ電流 $I_C$ が徐々に増加していくのはなぜか説明せよ。またこの効果を何と呼ぶか。
- (4) ベース層幅 $W$ は電子の拡散長 $L_n$ に比べて十分小さいとする ( $W \ll L_n$ )。以下の(a)および(b)について、p形ベース層中の少数キャリア(電子)密度 $n_B$ の分布を、エミッタ・ベース接合端からの距離 $x$  ( $0 \leq x \leq W$ ) の関数として描け。ただし、両軸とも線形スケールとせよ。またベース層中の熱平衡時の電子密度 $n_{B0}$ も図中に示せ。
  - (a) 領域①。
  - (b) 領域②。なお(a)との違いを明確に示せ。
- (5)  $W \ll L_n$ が成り立つとき、p形ベース層に注入された電子はベース層を拡散していく。電子の拡散係数を $D_n$ とおくと、拡散速度 $v_n(x)$ は次式で近似できる。

$$v_n(x) \approx \frac{D_n}{W-x}. \quad (i)$$

式(i)を用いて、電子のベース走行時間 $t_B$ の式を求めよ。

また $W = 3 \times 10^{-6} [\text{m}]$ ,  $D_n = 6 \times 10^{-3} [\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$ のとき、 $t_B$ を計算せよ。

- (6) npn 形バイポーラトランジスタを用いた図 2 に示すエミッタ接地回路において、時刻  $t=0$  のときスイッチをオンにしてベース電流  $I_B = I_{B4}$  を流すと、トランジスタの動作点は、図 3 に示したように  $I_B$  の増大とともに負荷直線に沿って S 点へ移る。ここに、 $V_{CC}$  はコレクタバイアス電圧、 $R_L$  はコレクタに接続された負荷抵抗である。このとき、ベース層中の電子電荷密度を  $Q_B$ 、ベース層における電子の寿命時間を  $\tau_{nB}$  として、ベース電流  $I_B$  は式(ii)で表せる。これより  $Q_B$  の時間応答の式を導出せよ。

$$I_B = \frac{Q_B}{\tau_{nB}} + \frac{dQ_B}{dt}. \quad (\text{ii})$$

さらに図 4 を解答用紙に書き写し、電子電荷密度  $Q_B$  及びコレクタ電流  $I_C$  の時間変化を描け。ただし、スイッチは  $t=0$  のときオンにし、 $I_C = I_{C4}$  が流れて十分な時間が経過した  $t=t_1$  のときオフにする。また領域①から領域②へ移行する直前の（また逆過程において領域②から領域①へ移行直後の）電子電荷密度を  $Q_{BS}$  とする。

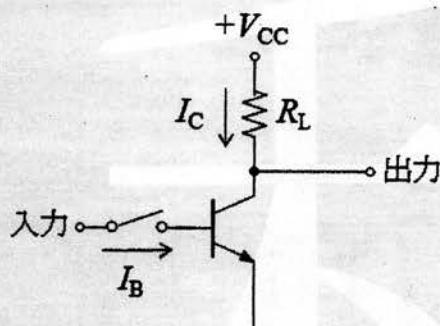


図 2

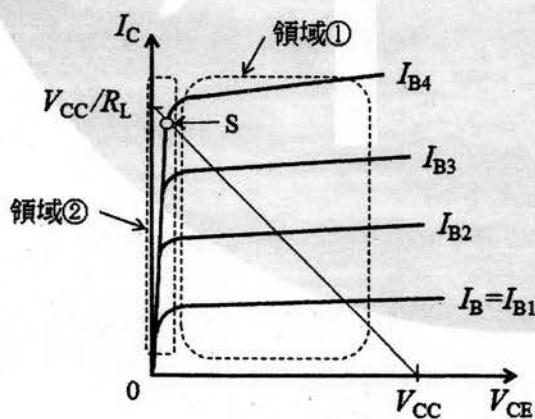


図 3

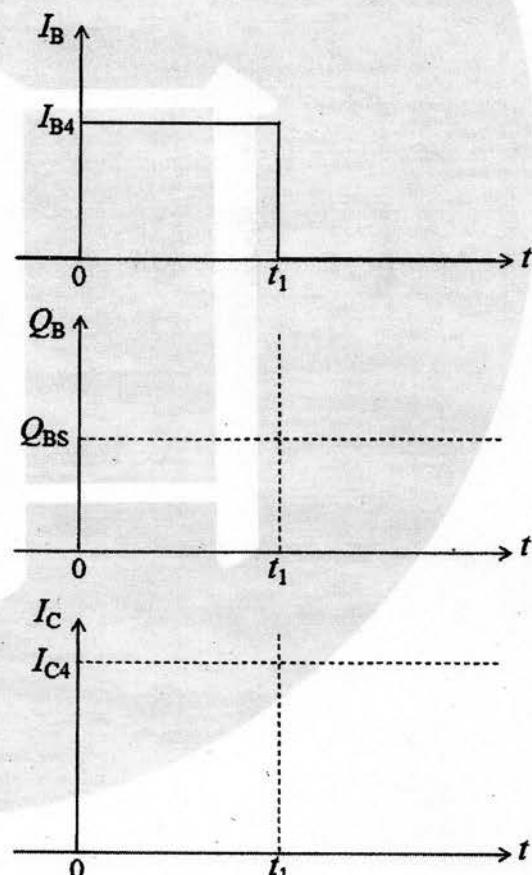


図 4

## Problem D

The current-voltage characteristics of an npn bipolar transistor can be categorized into 4 regions as shown in Fig. 1. Here  $I_C$  is the collector current and  $V_{CE}$  is the collector-emitter voltage. The characteristics with base current  $I_B$  increasing from  $I_{B1}$  to  $I_{B5}$  are plotted. Answer the following questions.

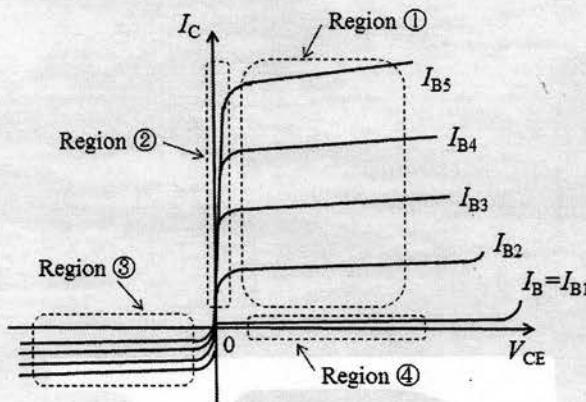


Fig. 1

- (1) What is the name of each operation mode of the transistor in Region ① through ④?
- (2) Amplifier characteristics are observed in both Region ① and ③, but there is a large difference in the current amplification factor  $\beta = I_C / I_B$ . Explain the reason.
- (3) Describe the reason why the collector current  $I_C$  gradually increases with increasing collector-emitter voltage  $V_{CE}$  in Region ①. What is this effect called?
- (4) Assume that the base layer width  $W$  is sufficiently shorter than the electron diffusion length  $L_n$  ( $W \ll L_n$ ). Plot a graph of the minority carrier (electron) density in the p-type base region  $n_B$  as a function of distance  $x$  from the edge of emitter-base junction ( $0 \leq x \leq W$ ) for each of the following cases (a) and (b). Use a linear scale in both axes. Also, indicate the electron density in the base region at thermal equilibrium  $n_{B0}$  in the same graph.
  - (a) Region ①.
  - (b) Region ②. Show clearly the differences from (a).
- (5) If  $W \ll L_n$  is satisfied, the injected electrons in the p-type base region diffuse across the base. With a diffusion coefficient  $D_n$ , an approximate diffusion velocity  $v_n(x)$  can be written as,

$$v_n(x) \approx \frac{D_n}{W-x}. \quad (i)$$

Determine the base transit time  $t_B$  by using Eq. (i).

Calculate  $t_B$ , given  $W = 3 \times 10^{-6}$  [m] and  $D_n = 6 \times 10^{-3}$  [ $m^2 s^{-1}$ ].

- (6) In the common-emitter circuit using an npn bipolar transistor as shown in Fig. 2, when the switch is turned on at time  $t=0$  and the base current of  $I_B = I_{B4}$  flows, the operating point of the transistor moves along the load line to point S with increasing  $I_B$  as shown in Fig. 3. Here  $V_{CC}$  is the collector bias voltage and  $R_L$  is the load resistor connected to the collector. Given the electron charge density in the base as  $Q_B$  and the electron lifetime in the base as  $\tau_{nB}$ , the base current  $I_B$  is expressed by Eq. (ii). From this, derive the equation for the transient response of  $Q_B$ .

$$I_B = \frac{Q_B}{\tau_{nB}} + \frac{dQ_B}{dt} \quad (\text{ii})$$

Further, copy Fig. 4 on the answer sheet and draw the time responses of electron charge density  $Q_B$  and the collector current  $I_C$ . Assume that the switch is turned on at  $t=0$ , and turned off at  $t=t_1$  when  $I_C = I_{C4}$  flows for a sufficient time. The electron charge density just before the transition from Region ① to Region ② (or just after the transition from Region ② to Region ①) is given as  $Q_{BS}$ .

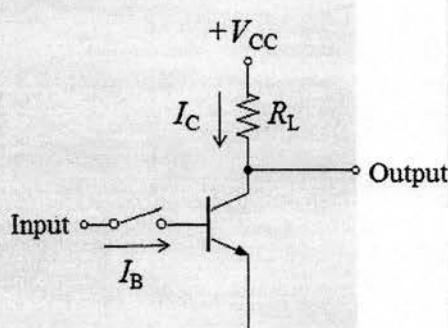


Fig. 2

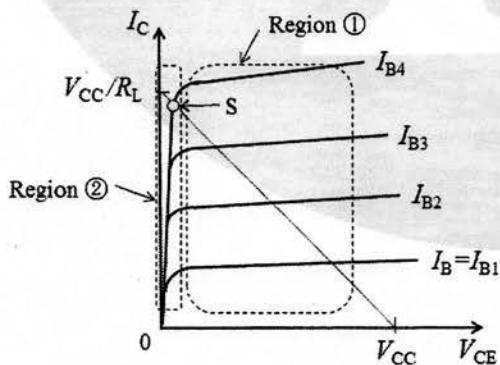


Fig. 3

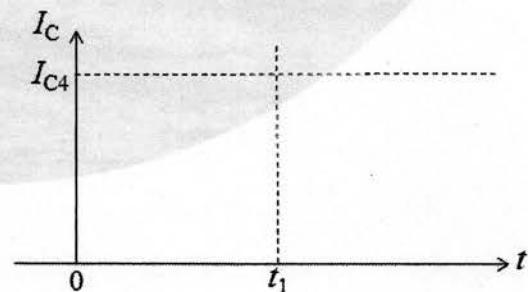
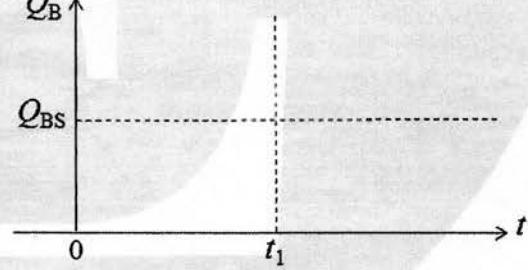
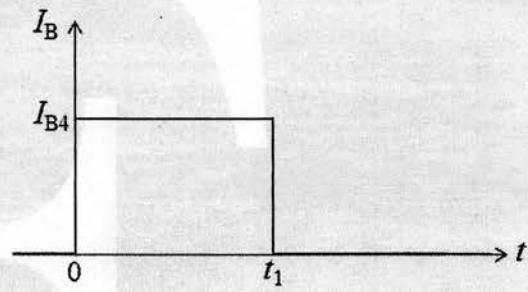


Fig. 4

## 問題 E

以下の間に答えよ。なお、図の電気回路において、抵抗の値を  $R[\Omega]$ 、コンデンサの静電容量を  $C[F]$ 、コイルのインダクタンスを  $L[H]$  とする。また、時刻  $t=0$  においてコンデンサの電荷はゼロであり、コイルに流れる電流もゼロとする。

- (1) 図 1 に示す並列回路において、電流  $i(t)[A]$  を入力信号、電圧  $v(t)[V]$  を出力信号とみなしたときのブロック線図を求めよ。
- (2) 図 2 に示す直列回路において、電圧  $v_i(t)[V]$  を入力信号、コンデンサの両端の電圧  $v_o(t)[V]$  を出力信号とするときの伝達関数  $G_2(s) = V_o(s)/V_i(s)$  を求めよ。なお、 $v_i(t)$ 、 $v_o(t)$  をそれぞれラプラス変換したものを  $V_i(s)$ 、 $V_o(s)$  と表わす。
- (3) 図 3 に示す直列回路において、電圧  $v_i(t)[V]$  を入力信号、コンデンサの両端の電圧  $v_o(t)[V]$  を出力信号とするときの伝達関数  $G_3(s) = V_o(s)/V_i(s)$  を求めよ。なお、 $v_i(t)$ 、 $v_o(t)$  をそれぞれラプラス変換したものを  $V_i(s)$ 、 $V_o(s)$  と表わす。
- (4) 問(3)で求めた  $G_3(s)$  において、固有角周波数  $\omega_n$  と減衰率  $\zeta$  を求めよ。
- (5) 問(3)で求めた  $G_3(s)$  において、減衰率  $\zeta=1$  の時の単位ステップ応答を求めよ。また求めた応答を  $t$  の関数として図示せよ。
- (6) 問(3)で求めた  $G_3(s)$  において、減衰率  $0 < \zeta < 1$  の時の単位ステップ応答を  $t$  の関数として図示せよ。
- (7) 問(3)で求めた  $G_3(s)$  において、コイルのインダクタンス  $L$  が大きくなると単位ステップ応答の挙動がどうなるかを 3 行以内で述べよ。ただし、減衰率は  $0 < \zeta < 1$  とする。

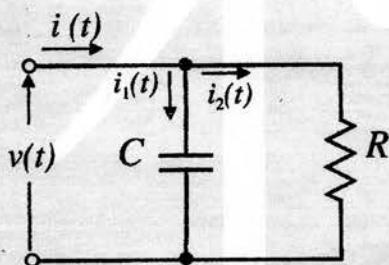


図 1

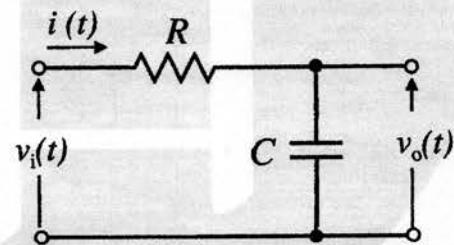


図 2

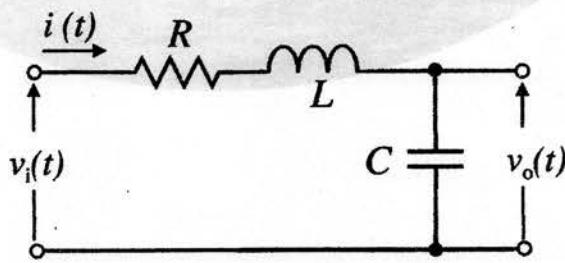


図 3

## Problem E

Answer the following questions. Concerning the electrical circuits in the figures,  $R[\Omega]$ ,  $C[F]$ , and  $L[H]$  denote resistance, capacitance of a capacitor, and inductance of a coil, respectively. Assume that no charge is stored in the capacitors and no current flows through the coil at the time  $t=0$ .

- (1) Concerning the parallel circuit shown in Fig. 1, assume that the current  $i(t)[A]$  is the input signal and the voltage  $v(t)[V]$  is the output signal. Draw a block-diagram representation.
- (2) Concerning the series circuit shown in Fig. 2, assume that the voltage  $v_i(t) [V]$  is the input signal and the voltage  $v_o(t) [V]$  across the capacitor is the output signal. Find the transfer function  $G_2(s)=V_o(s)/V_i(s)$ . Note that  $V_i(s)$  and  $V_o(s)$  denote the Laplace transforms of  $v_i(t)$  and  $v_o(t)$ , respectively.
- (3) Concerning the series circuit shown in Fig. 3, assume that the voltage  $v_i(t) [V]$  is the input signal and the voltage  $v_o(t) [V]$  across the capacitor is the output signal. Find the transfer function  $G_3(s)=V_o(s)/V_i(s)$ . Note that  $V_i(s)$  and  $V_o(s)$  denote the Laplace transforms of  $v_i(t)$  and  $v_o(t)$ , respectively.
- (4) Find the natural angular frequency  $\omega_n$  and the damping ratio  $\zeta$  of  $G_3(s)$  given in Question (3).
- (5) Find the output response to the unit step input, when  $\zeta=1$  in  $G_3(s)$  given in Question (3). Then draw the obtained output response as a function of  $t$ .
- (6) Draw the output response to the unit step input as a function of  $t$ , when  $0 < \zeta < 1$  in  $G_3(s)$  given in Question (3).
- (7) Describe, in 3 lines, how the output response to the unit step input changes, when the inductance  $L$  gets larger. Assume  $0 < \zeta < 1$  in  $G_3(s)$  given in Question (3).

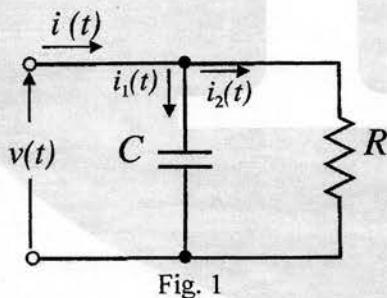


Fig. 1

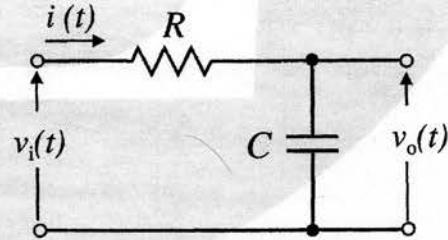


Fig. 2

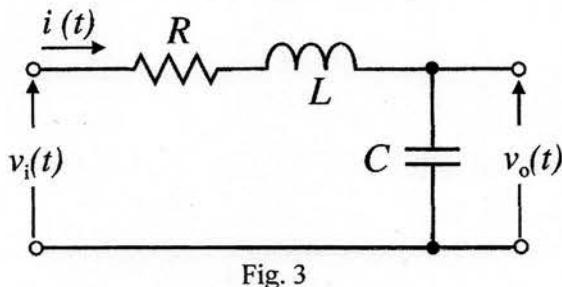


Fig. 3

## 問題 F

図1に示す送電系統では、電圧  $V_s e^{j\theta}$  の無限大母線から送電線を介して、電圧  $V_r e^{-j\delta}$  の並列コンデンサ付き負荷端の負荷に複素電力  $P + jQ$  が供給されている。 $X$  は送電線のリアクタンス、 $Y$  は負荷端につながるコンデンサのセイバタンスである。送電線の抵抗、対地コンダクタンスは無視する。なお、無効電力は遅れを正とし、数値はすべて単位法を用いるものとする。以下の間に答えよ。

- (1) 並列コンデンサが負荷端に供給する無効電力  $Q_c$  を変数  $V_r$ ,  $Y$  を用いて表せ。
- (2) スイッチ SW がオフのとき、負荷で消費する有効電力  $P$ 、無効電力  $Q$  をそれぞれ変数  $V_s$ ,  $V_r$ ,  $\delta$ ,  $X$ ,  $Y$  を用いて表せ。
- (3) 問(2)で求めた  $P$ ,  $Q$  の式から  $\delta$  を消去して  $P$ ,  $Q$  に関する円の方程式を求めよ。

以下の問では、 $X = 0.2$ ,  $Y = 1.0$ ,  $V_s = 1.0$ ,  $Q = 1.0$ ,  $0 \leq \delta \leq \frac{\pi}{2}$  とする。

- (4) スイッチ SW がオフの状態において、 $P = 0$  のときの  $V_r$  の値を求めよ。ただし、送電系統はもともと送電線電流の小さい状態をとるものとする。
- (5) スイッチ SW がオフの状態において、 $P$  を 0 から増加させるとき、その最大値  $P_{max}$  を求めよ。また、 $P = P_{max}$  のときの  $V_r$  の値を求めよ。
- (6)  $0 \leq P \leq P_{max}$  において、スイッチ SW をオンとし、太陽光発電装置が力率 1.0 で発電する場合、 $V_r$  の値はどのように変化するか理由を付して 5 行以内で述べよ。図を用いてもよい。

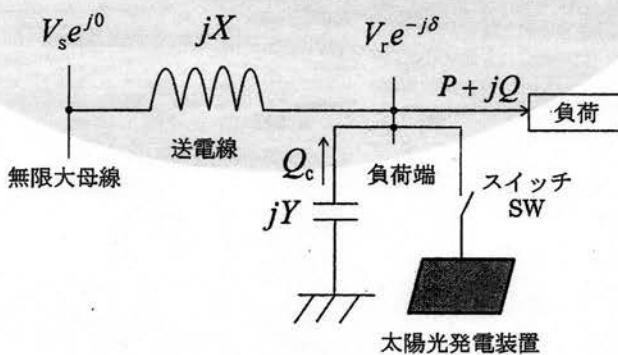


図 1

## Problem F

In the transmission system shown in Fig. 1, complex power  $P + jQ$  is supplied to the load at the load bus with the shunt capacitor from the infinite bus through the transmission line. The infinite bus voltage is  $V_s e^{j0}$  and the load bus voltage is  $V_r e^{-j\delta}$ .  $X$  denotes the reactance of the transmission line and  $Y$  denotes the susceptance of the shunt capacitor at the load bus. The resistance and the conductance to ground of the transmission line can be ignored. Here, lagging reactive power is defined to be positive and a per-unit system is used in the expression of system quantities. Answer the following questions.

- (1) Express the reactive power  $Q_c$  supplied to the load bus by the shunt capacitor by using the variables  $V_r$  and  $Y$ .
- (2) Express the active power  $P$  and the reactive power  $Q$  of the load by using the variables  $V_s$ ,  $V_r$ ,  $\delta$ ,  $X$  and  $Y$  when the switch SW is open.
- (3) Derive an equation of a circle of  $P$  and  $Q$  from the equations of  $P$  and  $Q$  obtained in Question (2) by eliminating  $\delta$ .

In the following questions, assume that  $X = 0.2$ ,  $Y = 1.0$ ,  $V_s = 1.0$ ,  $Q = 1.0$  and  $0 \leq \delta \leq \frac{\pi}{2}$ .

- (4) Calculate the value of  $V_r$  when the switch SW is open and  $P = 0$  assuming the operating condition with the smallest transmission line current.
- (5) Find the maximum value  $P_{\max}$  when the switch SW is open and  $P$  increases from 0. Then find the value of  $V_r$  when  $P = P_{\max}$ .
- (6) When the switch SW is closed and the photovoltaic generation plant produces electric power with a power factor of 1.0 under the condition of  $0 \leq P \leq P_{\max}$ , describe in 5 lines how and why the value of  $V_r$  changes. Figures may be used.

本サンプルは2020年度以前の問題に基づいたものであり、問題形式、分量、出題範囲、難易度において現在のものと異なります。  
This sample is based on the problems before FY2020, which are different from the current ones in their style, volume, range, and level.

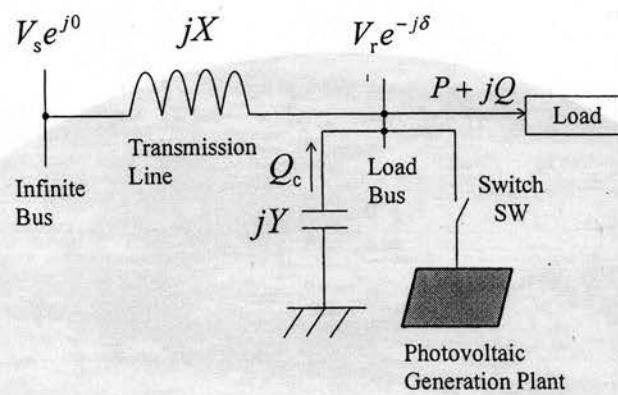


Fig. 1