

## খাতা-কলমে Extended Euclid Method

আগেরদিন Extended Euclidean Algorithm কিভাবে কাজ করে দেখিয়েছিলাম। এবার দেখাবো এটা খাতা-কলমে কিভাবে বের করা যায়। খুব সহজ একটা ম্যাথ প্রবলেম। অ্যালগরিদমটা লেখার আগে এই লেখাটা দেয়া উচিত ছিলো। এজন্য অনেকেই খুব ভালো বুঝতে পারে নাই এবং ডিটেইলস জানতে চেয়েছিলো আমার কাছে। যাইহোক, এখন লিখে ফেলতেছি। আগে উদাহরন হিসেবে দিয়েছিলাম  $a=120$  এবং  $b=23$ .  $GCD(a, b) = 1$ .

তাইলে আমাদের কাজ থাকছে  $ax + by = 120x + 23y = GCD(a,b)$  সমীকরনটি থেকে  $x$  এবং  $y$  এর মান খুজে বের করা using Extended Euclid Method. ইউক্লিড দিয়ে GCD বের করার পদ্ধতিটা আগে দিলাম:

$$120 = 5 * 23 + 5$$

$$23 = 4 * 5 + 3$$

$$5 = 1 * 3 + 2$$

$$3 = 1 * 2 + 1$$

এবং এখানেই পদ্ধতিটা থামবে কারন ভাগশেষ এই ধাপেই ১ পেয়েছি।

এখন উপরের সমীকরনগুলো নিচের মত করে লিখতে পারি না কি??

$$120 - 5 * 23 = 5 \dots\dots (1)$$

$$23 - 4 * 5 = 3 \dots\dots (2)$$

$$5 - 1 * 3 = 2 \dots\dots (3)$$

$$3 - 1 * 2 = 1 \dots\dots (4)$$

এখন (4) নং সমীকরন থেকে পাচ্ছি:

$$1 * 3 - 1 * 2 = 1$$

$$\Rightarrow 1 * 3 - 1 * (5 - 1 * 3) = 1 \quad [(3) \text{ নং থেকে পাই}]$$

$$\Rightarrow 1 * 3 - 1 * 5 + 1 * 3 = 1$$

$$\Rightarrow -1 * 5 + 2 * 3 = 1$$

$$\Rightarrow -1 * 5 + 2 * (1 * 23 - 4 * 5) = 1 \quad [(2) \text{ নং থেকে পাই}]$$

$$\Rightarrow -1 * 5 + 2 * 23 - 8 * 5 = 1$$

$$\Rightarrow 2 * 23 - 9 * 5 = 1$$

$$\Rightarrow 2 * 23 - 9 * (1 * 120 - 5 * 23) = 1 \quad [(1) \text{ নং থেকে পাই}]$$

$$\Rightarrow 2 * 23 - 9 * 120 + 45 * 23 = 1$$

$$\Rightarrow -9 * 120 + 47 * 23 = 1 \dots\dots (5)$$

আমরা (5) নং সমীকরনের সাথে  $120x + 23y = 1$  এর তুলনা করেই পেয়ে যাই  $x$  এবং  $y$  এর মান। অর্থাৎ,  $x = -9$  এবং  $y = 47$ .

এখানে যেহেতু GCD এর মান ১ তাই আমরা modular multiplicative inverse খুব সহজেই বের করতে পারবো। এখানে,  $x$  এর মান হবে ( $a \text{ modulo } b$ ) এর modular multiplicative inverse এবং  $y$  হলো ( $b \text{ modulo } a$ ) এর modular multiplicative inverse.

অর্থাৎ  $(120 \text{ mod } 23) \equiv -9$  এর মানে 120 এর multiplicative inverse modulo 23 হলো -9. Multiplicative Inverse কে

গণিতের ভাষায় এভাবেও লেখা হয়:

$$120^{-1} \equiv -9 \pmod{23}$$

এবং  $(23 \bmod 120) \equiv 47$  একই রকমভাবে এর মানে **23** এর **multiplicative inverse modulo 120** হবে **47**. সুতরাং  $23^{-1} \equiv 47 \pmod{120}$ .

একটু চেষ্টা এবং প্রাকটিসের জন্য একটা সমীকরন দিলাম, সমাধান করে ফেলো ফটাস্ট:

$$701x + 322y = 1$$

উত্তর সম্পর্কে কमेंটবারে কথা হবে।

আর এখন যেহেতু হাতে-কলমে কিভাবে **Extended Euclid Method** এর মাধ্যমে সমাধান করা যায় শিখেই গেছো তাইলে কোড করা এবং অ্যালগরিদম শেখা দরকার। এজন্য এই [লিংকে](#) চলে যাও। Keep coding.



509 total views, 3 views today