

Scrúdú 2

Campa traenála i Stellenbosch 2022

Teorainn ama: $2\frac{1}{2}$ uair an chloig

1. Glacann William agus Beatrice seal ag cur Kings ar chlár fichille $n \times m$. Ní féidir ríthe a chur ar aon cheann de na 8 gcearnóg in aice láimhe de dhathanna Ríthe *difriúil*. Le William ag imirt sa chéad áit chomh bán, agus Beatrice ag imirt sa dara háit le dubh, cé aige a bhfuil an straitéis bhuaiteach?
2. I $\triangle ABC$ lig $\angle C = 90^\circ$, agus lig Γ mar an ciorcal dar trastomhas AC . Sainmhínigh pointí D agus E ar Γ ionas go mbeidh D ar AB agus $DE \parallel AC$. Bíodh P mar a dtrasnaíonn AE agus BC . Cruthaigh sin

$$PC \cdot BC = AC^2.$$

3. Bíodh a_1, a_2, a_3, \dots mar sheicheamh uimhreacha arna sainmhíniú ag

- $a_1 = l$
- $a_2 = m$
- $a_n = \frac{a_{n-1}a_{n-2}}{a_{n-1} + a_{n-2}}$ do gach slánuimhir $n \geq 3$.

Cruthaigh gur iomaí péire slánuimhreacha l agus m gan teorainn sa chaoi is gur slánuimhir dhearfach é a_{2022} .

4. Déan an slonn seo a leanas a mheas do gach slánuimhir dheimhneach n :

$$\binom{2n}{0} - \binom{2n-1}{1} + \binom{2n-2}{2} - \dots + (-1)^n \binom{n}{n}$$

5. Bíodh x, y , agus z ina bhfóruimhreacha dearfacha ionas go mbeidh $xyz = 1$. Cruthaigh sin

$$\frac{x^2 y^2}{y^2(x+1)^2 + x^2 + x^2 y^2} + \frac{y^2 z^2}{z^2(y+1)^2 + y^2 + y^2 z^2} + \frac{z^2 x^2}{x^2(z+1)^2 + z^2 + z^2 x^2} \leq \frac{1}{2}.$$

```

      .--.      .--.
      : (\ " . . . . . " /) :
      ,.      ,.
      /'      '\
      /      {0}      {0} \
      |      /      \      |
      |      /'      '\      |
      \      | . . . . . | /
      , _ \ ' \ _ / ' / _ '
      /  ' ' _ ' ' _ ' ' \

```