

中学生でも解ける東大大学院入試問題（８３つづき）

2015-01-10 11:36:21

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

風があつて昨日より寒くなりました。インフルエンザが流行っているので手洗い、うがいで予防しましょう。特に受験生の皆さんは気をつけてください。

さて、昨日に引き続き、平成２３年度東大大学院新領域創成科学研究科海洋技術環境学の入試問題です。

問題は、

「１から９まで、それぞれ別の数字が書かれた９枚のカードがある。ここから無作為に３枚抜き出すものとする。

- １）抜き出された３つの数字の和が偶数になる確率を求めよ。
 - ２）抜き出された３つの数字の積が偶数になる確率を求めよ。
 - ３）３つの数字が、抜き出した順に大きくなっていく確率を求めよ。
 - ４）抜き出された３つの数字の和が、残りの６つの和よりも大きくなる確率を求めよ。
 - ５）抜き出された３つの数字の積が、残りの６つの積よりも大きくなる確率を求めよ。」
- で、今回は４）と５）を調べていきます。

まず４）です。１から９までの数字の和は４５ですから、３つの数字の和が２３以上であれば、残りの６つの和より大きくなることになります。

そこで和が２３以上になる３つの数字を考えると、それは、９、８、７（和が２４）と９、８、６（和が２３）の２つの場合になります。

ここで前回と同じように、取り出した順番に（１枚目、２枚目、３枚目）と表すと、９、８、７が選ばれるのは、

- （９、８、７）
- （９、７、８）
- （８、９、７）
- （８、７、９）
- （７、９、８）
- （７、８、９）

の６通りになり、これらの起こる確率を求めて足し合わせれば、９、８、７が選ばれる確率になります。

例えば、（９、８、７）の場合、１枚目に９、２枚目に８、３枚目に７が選ばれる確率は、それぞれ、 $1/9$ 、 $1/8$ 、 $1/7$ なので、 $1/9 \cdot 1/8 \cdot 1/7 = 1/504$ となります。

その他の場合も同様なので、結局、９、８、７が選ばれる確率は、 $1/504 \cdot 6 = 1/84$ となります。

次に、９、８、６が選ばれる確率ですが、これも９、８、７が選ばれる確率と同じで、 $1/84$ になります。

したがって、求める確率は、９、８、７が選ばれる確率と９、８、６が選ばれる確率を足し合わせて、 $1/84 + 1/84 = 1/42$ となり、これが答えです。

これを組合せを使って計算してみましょう。

９つの数字から３つ選んで、それらが９、８、７である確率は、
$$\frac{{}^9C_3}{{}^9C_3} = \frac{(3 \cdot 2 \cdot 1)}{(3 \cdot 2 \cdot 1)} \cdot \frac{1}{(9 \cdot 8 \cdot 7)} \cdot \frac{1}{(3 \cdot 2 \cdot 1)}$$

$$= 1/84$$

で、同様に、９、８、６である確率は、
$$\frac{{}^9C_3}{{}^9C_3} = 1/84$$
です。

これらを足し合わせて、求める確率は、 $1/42$ となります。

続いて、５）に進みましょう。

３つの数字の積で最大になるものは、 $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ です。もし、３つの数字に９、８、７が選ばれたとすると、残りの６つの数字の積は、 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ となり、 $9 \cdot 8 \cdot 7 < 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ なので、３つの数字の積が残りの６つの積より大きくなることはないということです。

したがって、求める確率は、０になります。

都立高校入試の確率の問題は樹形図を描いて対応できますが、より短時間で解きたい人は、確率の加法・乗法定理を使

うとよいでしょう。加法定理、乗法定理と難しく聞こえますが、それらは普通の生活体験とずれているものではないので違和感はないと思います。興味のある方は勉強してみてください。

[東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校](http://caitakiyama.jimdo.com/)
<http://caitakiyama.jimdo.com/>
TEL 042-472-5533