

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１１７）

2015-02-13 12:20:51

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

昨日と同じように晴れて暖かくなりました。しばらく良い天気が続くようです。都立高校を受験される皆さんは最後のひと踏ん張りです。頑張ってください。

さて、今回は平成１５年度東大大学院工学系研究科環境海洋工学の入試問題です。

問題は、

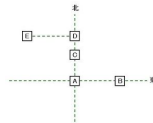
「Ｃ君とＤ君の家は３００ｍ離れている。Ｆ君の家は、Ａ君、Ｂ君、Ｃ君の家から同じ距離だけ離れている。Ｅ君の家は、Ａ君、Ｃ君の家から６００ｍ離れていて、Ｄ君の家から西の方角に位置している。Ｂ君とＤ君の家は５００ｍ離れている。Ａ君の家から、Ｃ君およびＤ君の家が北の方角に見え、Ｂ君の家が東の方角に見える。

（１）Ａ君とＢ君の家の距離はいくらか。

（２）Ｅ君とＦ君の家の距離はいくらか。」
です。

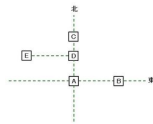
問題文を読んで、Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄ、Ｅ、Ｆ君の家の地図を作れば簡単に解けそうです。地図を書く情報として、ある家からある家までの距離と方角がありますが、まず、方角を決めるのが良いでしょう。

最後に、「Ａ君の家から、Ｃ君およびＤ君の家が北の方角に見え、Ｂ君の家が東の方角に見える」とあるので、Ａ君の家を基準にしましょう。（以降、＊君の家を＊とします）すると、図１のような地図を書くことができます。



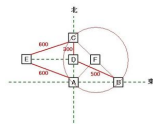
▲図１．Ａ君の家を基準にしました

次に距離の情報を加えていくのですが、「Ｅ君の家は、Ａ君、Ｃ君の家から６００ｍ離れていて、Ｄ君の家から西の方角に位置している」からＤはＡとＣの家の間にあることが判ります。そこで、図１を図２のように修正します。



▲図２．Ｃ君の家とＤ君の家を入れ替えました

図２に距離の情報を加えて図３を書きます。このとき、「Ｆ君の家は、Ａ君、Ｂ君、Ｃ君の家から同じ距離だけ離れている」から、ＦがＢとＣを繋いだ線分を直径とする円の中心にあることに注意します。



▲図３．距離の情報を書き入れました

これで地図が完成したので、（１）に進みます。

△ＡＣＥは正三角形でＥＤはＡＣの垂直二等分線なので、ＡＤの距離は３００ｍです。

一方、ＢＤの距離は５００ｍなので、△ＡＢＤに三平方の定理を使い、

$$AB^2 = 500^2 - 300^2$$

$$= 160000$$

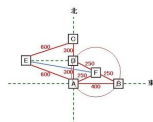
$$= 400^2$$

（ＡＢ^２はＡＢの２乗を表します）

から、ＡＢの距離は４００ｍになります。これが（１）の答えです。

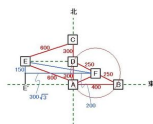
続いて（２）ですが、△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの直角二等辺三角形であるのに対して、ＡＢ＝４００ｍ、ＡＣ＝６００ｍとＡＢ≠ＡＣとなっています。これは、問題が間違えているということで、多分、「Ｆ君の家は、Ａ君、Ｂ君、Ｃ君の家から同じ距離だけ離れている」の「Ｃ君の家」が正しくは「Ｄ君の家」なのでしょう。

そこで、勝手に「Ｆ君の家は、Ａ君、Ｂ君、Ｄ君の家から同じ距離だけ離れている」として解くことにします。図３を修正した図４を示します。



▲図４．F君の家をA、B、D君の家から等距離に変更しました

ここで、図５のように、Fから東西、南北の軸に垂線を下ろすと、その距離はそれぞれ、150m、200mになります。



▲図５．E君とF君の家の距離

また、DEの距離は、 $300\sqrt{3}$ mなので、EFの東西方向の距離は、 $300\sqrt{3} + 200$ mです。

すると、三平方の定理により、
 $EF^2 = (300\sqrt{3} + 200)^2 + 150^2$

から、
 $EF = 50\sqrt{(133 + 48\sqrt{3})}$ mになります。

このような位置や距離関係が込められている地図を書く場合、方角を先に決めると簡単になることが多いので覚えておいてください。