

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１３７つづき）

2015-03-12 10:36:06

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

今日は午後から東久留米の商工会に確定申告の種類の提出に行く予定ですが、暖かい日になって良かったです。

さて、今回は平成２４年度東大大学院新領域創成科学研究科海洋技術環境学の入試問題の続きで、昨日（１）（２）が終わりましたので、今日は（３）からです。

問題は、

「（３）X社にはAとBの二つの工場があり、TVを製造している。A工場では１０％が、B工場では５％が欠陥品である。A工場は年間１０００台、B工場は年間５００台を生産している。

（３-１）X社のTVを無作為に購入したときに、欠陥品を買ってしまう確率を求めよ。

（３-２）買ったそのTVが欠陥品であったときに、A工場製である確率を求めよ。」

まず（３-１）ですが、これは簡単です。

１年間に生産されるX社のTVは、A工場製１０００台、B工場製５００台なので、合計６００台になります。

一方、欠陥品の台数は、A工場製１０００×０．１＝１００台、B工場製５００×０．０５＝２５台なので、合計１２５台になります。

したがって、欠陥品を買ってしまう確率は、

$$125/600 = 5/24$$

になり、これが答えです。

別解として、X社製のTVを買ったとき、A工場製である確率は１０００/６００＝５/３、B工場製である確率は５００/６００＝５/６で、A工場製で欠陥品である確率は１/１０、B工場製で欠陥品である確率は１/２０なので、X社製のTVを買ったとき欠陥品である確率は、

$$5/3 \times 1/10 + 5/6 \times 1/20 = 1/6$$

と求めることもできます。

続いて（３-２）です。これは「原因の確率」といって、ある事象が起きた結果から、その結果の原因がどの事象によるものかを表す確率です。

この「原因の確率」を計算するために、「ベイズの定理」というものがあります。これは、互いに排反する事象A₁、A₂、・・・、A_nのどれから、これを原因として事象Eが起こったとき、Eが起こった原因がA_iである確率は、

$$P(A_i|E) = P(A_i)P(E|A_i) / (P(A_1)P(E|A_1) + P(A_2)P(E|A_2) + \dots + P(A_n)P(E|A_n))$$

（１）

となるということです。

そこで、この「ベイズの定理」を使って計算してみましょう。

A工場の製品を買ったという事象をA、B工場の製品を買ったという事象をB、欠陥品を買ったという事象をEとすると、（１）は、

$$P(A|E) = P(A)P(E|A) / (P(A)P(E|A) + P(B)P(E|B)) \quad (2)$$

となります。

この式の意味は、A工場製の欠陥品を買う確率＝欠陥品を買う確率×欠陥品がA工場製である確率 を変形して、欠陥品がA工場製である確率＝欠陥品を買う確率/欠陥品を買う確率 ということです。

そこで、P(A)＝１/６、P(B)＝５/６、P(E|A)＝１/１０、P(E|B)＝１/２０を（２）に代入して、

$$P(A|E) = (1/6 \cdot 1/10) / (1/6 \cdot 1/10 + 5/6 \cdot 1/20)$$

$$= (1/60) / (7/120)$$

$$= 2/7$$

となり、これが答えになります。

ちょうど中２数学では確率を勉強しているところで、昨日も塾生がいろいろな問題に挑戦していました。皆さんももしかり勉強して、是非、得意な単元にしてください。

東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533