中学生でも解ける東大大学院入試問題 (65)

2014-12-19 11:57:33

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

穏やかな天気になり少し寒さも和らぎました。明日は雨模様ですが気温は上がるようです。受験生の皆さんは体調に気を付けて頑張ってください。

さて、今回は平成17年度東大大学院工学系研究科システム量子工学の入試問題です。

問題は

「A、B、C、Dの 4 人がゲームを始める前に順位を予想したところ、下の表のようになった。ゲーム終了後、予想と実際の結果を比べると、<math>A、Bの予想は 2 つ当たり、C と Dの予想は 1 つしか当たらなかった。実際の順位を解答せよ。」

▼問題の表 | A07種 D07種 D07種 D07種 | | 1位 B D C B A C | | 3位 A A D D D | | 4位 D C B A

です。

表1に4人の順位のすべての場合を示します。

▼表1.4人の順位のすべての場合



まず、1のA-B-C-D(左から1、2、3、4位)と問題の表を照会します。

Aを1位と予想した人はいません→ (0, 0, 0, 0) ← (左からA、B、C、Dの当てた数)

Bを2位と予想したのはBです→ 《0, 1, 0, 0》

Cを3位と予想した人はいません→《0,1,0,0》

Dを 4 位と予想したのはAです→ 《1, 1, 0, 0》

となり、《2,2,1,1》にならないので、1のA-B-C-Dは不適です。

この操作をすべての場合について行うと、23のD-C-B-Aでは、

Dを1位と予想した人はBです→ 《0,1,0,0》

Cを2位と予想した人はA、Dです→ 《1, 1, 0, 1》

Aを3位と予想した人はA、Bです→《2, 2, 0, 1》

Bを4位と予想した人はCです→《2,2,1,1》

となり、1位: D、2位C、3位A、4位Bが正解と判ります。

この解法がシンプルで良いと思うのですが、24通りを調べるのが嫌な場合、次のような解法もあります。

まず、Aが1位とすると、AとBの予想では1、3位がはずれているので、2、4位が当たっていなければなりません。しかし、Aの予想した2、4位とBの予想した2、4位は異なっているので、A、Bの両者が2、4位を当てていることはありえません。すなわち、Aは1ではありません。

次に、Bが1位とすると、Bの予想では1、2位がはずれているので、3、4位が当たっていなければなりません。つまり、3位: A、4位C \Rightarrow B-D-A-C ということです。この順位とC の予想を照会すると、C はすべてはずれになるので不適となります。つまり、Bは1位ではありません。

さらに、Cが1位とすると、Aの予想では1、2位がはずれているので、3、4位が当たっていなければなりません。つまり、3位: A、4位D⇒C-B-A-Dということです。

最後に、Dが 1 位とすると、Aの予想では 1 、 4 位がはずれているので、 2 、 3 位が当たっていなければなりません。つまり、 2 位: C 、 3 位 $A \Rightarrow D$ -C-A-B ということです。

この順位とB、C、Dの予想を照会すると、Bは1、3位、Cは4位、Dは2位が当たっています。つまり、各人の予想で当てた数は、A: 2、B: 2、C: 1、D: 1となり、1位: D、2位C、3位A, 4位Bが正解になります。

他にもいろいろな解き方を考えてみたのですが、同じようなものばかりでした。スマートな解法を知っていたら教えてください。

http://caitakiyama.jimdo.com/ TEL 042-472-5533