

## 中学生でも解ける東大大学院入試問題（152）

2015-03-27 09:20:20

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

昨日まで吹いていた北風も治まり、春らしい陽気になりました。明日も良い天気が続きますが、明後日は少し雨模様になるようです。

さて、今回は平成19年度東大大学院工学系研究科システム量子工学の入試問題です。

問題は、

「A、B、C、D、Eの5人のうち、常に本当の事を言う正直者は2名だけである。残りの3名は嘘つきであり、その言葉には嘘と本当が混ざっている。誰が嘘つきかという問いに対する5名の以下の返答をもとに、どの2名が正直者であるかを判断し、推論の過程を示せ。

A：「CとDは嘘をつかない」

B：「Cは嘘つきだ」

C：「Dは嘘つきだ」

D：「Eは嘘つきだ」

E：「BとCは嘘つきだ」

です。

前回の問題に続いて、「嘘つき問題」です。前回の問題では、嘘つきが常に嘘を言うのに対して、今回の問題では、嘘つきが言うことに嘘と本当が混ざっているところが、大きな違いです。

一見、前回より複雑になっているように思えますが、実はそうではなく、嘘つきの返答を無視すればよいので、調べることが少なくなり簡単になります。

それでは始めましょう。

まず、可能性のあるすべての場合を考えます。ここは誰と誰が正直者かということで場合分けするのが良いでしょう。

（1）AとBが正直者の場合

この場合、AとBの返答だけを調べればOKです。

Aの「CとDは嘘をつかない」という返答から、正直者はCとDになり、これはAとBが正直者という前提に反するので不適当になります。

（2）AとCが正直者の場合、AとDが正直者の場合、AとEが正直者の場合

これらの3通りの場合も、Aの返答からCとDが正直者になりますが、これはAが正直者という前提に反するので不適当になります。

（3）BとCが正直者の場合

Bの返答からCは嘘つきになり、これはCが正直者の前提に反するので不適当です。

（4）BとDが正直者の場合

Bの返答からCが嘘つきになり、Dの返答からEが嘘つきになります。これはBとDが正直者という前提に反しないのでOKです。

（5）BとEが正直者の場合

Eの返答からBとCが嘘つきになるので、BとEが正直者という前提に反するので不適当になります。

（6）CとDが正直者の場合

Cの返答からDが嘘つきになり、CとDが正直者という前提に反するので不適当です。

（7）CとEが正直者の場合

Eの返答からBとCが嘘つきになるので、CとEが正直者という前提に反するので不適当です。

（8）DとEが正直者の場合

Dの返答からEが嘘つきになるので、DとEが正直者という前提に反するので不適当です。

以上で可能性のあるすべての場合を調べ終わりました。このなかで不適当ではない組合せは（4）のBとDが正直者の場合だけです。

つまり、正直者はBとDとなり、これが答えです。

続いて、別の方法を調べてみましょう。

5人のなかの2人の正直者の組合せは、（A，B）（A，C）（A，D）（A，E）（B，C）（B，D）（B，E）（C，D）（C，E）（D，E）の10通りになります。

もし、Aが正直者であるとする、Aの返答「CとDは嘘をつかない」からCとDも正直者になり、合わせて3人の正直者がいることになります。つまり、Aは正直者ではないということです。

すると、先程の10通りの組合せからAが入っているものが除外され、可能性のあるのは、(B, C) (B, D) (B, E) (C, D) (C, E) (D, E)の6通りとなります。

さらに、Bの返答「Cは嘘つきだ」から(B, C)、Cの返答「Dは嘘つきだ」から(C, D)、Dの返答「Eは嘘つきだ」から(D, E)、Eの返答「BとCは嘘つきだ」から(B, E) (C, E)が除外されます。

すると、残るのが(B, D)となります。

そこでBとDを正直者として5人の返答をチェックしてみると、Aの返答は半分本当で半分嘘、Bの返答は本当、Cの返答は嘘、Dの返答は本当、Eの返答は半分本当で半分嘘、となり、5人の返答に整合性があることが判ります。

したがって、正直者はBとDになります。

「嘘つき問題」では、嘘つきが嘘しか言わない場合と嘘と本当のどちらも言う場合があつて、後者の場合は嘘つきの言ったことは無視することができることを頭にいれておくとい良いでしょう。