

中学生でも解ける東大大学院入試問題（６６）

2014-12-20 11:05:52

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

雨がぼつりときたり晴れ間が見えたりどっちつかずの天気ですが、これから弱い雨になるようです。

さて、今回は平成２５年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、

「与えられた４つの数のそれぞれを１回ずつと、四則演算（ $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div ）、かっこを用いて、答が１０となる計算式を考える。たとえば、与えられた４つの数字の組が（２，３，６，７）であれば $(7-2)\times6\div3$ 、（９，９，９，９）であれば $(9\times9+9)\div9$ である。

（１）４つの数字の組（１，１，９，９）に対して、答が１０となる計算式を１つ見つけよ。

（２）４つの数字の組（１，１，５，８）に対して、答が１０となる計算式を１つ見つけよ。」
です。

テンパズルとかメイク１０と呼ばれる算数パズルの問題です。小さい頃、電車の中で切符に印刷してある４桁の数字を使って１から順番に数字を作って遊んでいたのが、このような算数パズルは大好きです。

昨年末には、本問の（２）と同じ（１，１，５，８）を使って１０を作るＴＶコマーシャルが放映されていて、それを床屋で解いたのを覚えています。

テンパズルでは、４つの数字と３つの演算子（ $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div ）といくつかの（最大２組？）のかっこを並べるとすべての計算式を作ることができるので、それらを片っ端に計算すれば答えが見つかる訳で、これはコンピュータを使えばあっという間にできてしまいます。

しかし、コンピュータを使わないで系統的に解く方法はないようで（私が知らないだけかも知れませんが）、与えられた数字をいろいろ組み合わせて調べていきましょう。

まず、この問題には小問が２つあるので、それらは異なる計算式の構造をしていて、（１）は「簡単」で（２）は「難しい」、と予想します。（結局、この予想ははずれるのですが）

ここで「簡単」、「難しい」という区別は大した意味があるわけではなく、「難しい」というのは、

$(A\pm(B\div C))=(A\pm C\pm B)/C$
という計算式を含むもの、つまり通分して新しい数字を作る方法です。

例えば、（２）の（１，１，５，８）の場合は、

$$\begin{aligned}8\div(1-1\div5)&=8\div4/5\\&=8\times5/4\\&=10\end{aligned}$$

と（ ）のなかから４を作り出しています。

と言うことで、（１）については、上記のような計算式を含まない単純なものから調べ始めましょう。

まず、１では大きな数字を作れないので（足し算して１増、掛け算では変わりません）、９を軸にして調べるのですが、同じ数字が２つずつなので組合せが少なく、直ぐに降参です。

ところが、単純な計算式をいじっていると、 $1+1/9$ を通分して１０が出てくるのが判ってしまい、それを基に、 $9\times(1+1\div9)$ で解決してしまいます。予想に反して、（１）から「難しい」ものだった訳です。

（２）については、昨年末に解いていたので、 $(A\pm(B\div C))$ の計算式を含むことは知っていて、直ぐに解決です。（上記したように答えは、 $8\div(1-1\div5)$ ）

改めて本問を見直してみると、（１）は通分するとダイレクトに１０が現れ、単純に９と９で約分して１０を作る手順（つまり、通分→（単純な）約分）に対し、（２）は通分して現れた４と８を約分し、さらに積を作って１０を作る（つまり、通分→約分→積）という手順なので、（１）より（２）のほうが難しい（複雑、ひねってある）ということに自分なりに納得した次第です。

テンパズル攻略のために、 $(A\pm(B\div C))$ の計算式を頭にいれておくのと役に立つこともあるかもしれません。（都立高校入試には出題されないと思いますが）