

【補足】中学生でも解ける東大大学院入試問題（３４）

2015-06-01 14:22:08

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

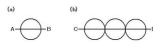
結局昨日は雨が降らず暑い一日でしたが、今日も晴天で暑くなりそうです。明後日からは曇りや雨の日が続くようで、そろそろ梅雨入りといったところでしょうか。

今回は、以前に取り上げた「中学生でも解ける東大大学院入試問題（３４）」の判り難かったところの補足説明です。

問題は、

「（１）下の（a）の図形を、点Aを始点、点Bを終点として一筆書きする方法は何通りあるか。

（２）下の（b）の図形を、点Cを始点、点Dを終点として一筆書きする方法は何通りあるか。」

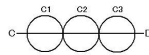


▲問題図

です。

判り難かったところは、（２）についての、

『図２のように、○の中に１本の線がある図形をセルと呼び、始点Cから順にセル１、２、３とします。



▲図２．（２）の説明図

次に一つのセル１にある３つの経路のどれかを一番初めに通ることをx１、２回目に通ることをx２、３回目（最後）に通ることをx３とします。セル２、３についても同様に、y１、y２、y３、とz１、z２、z３とします。

すると、x１、y１、z１はそれぞれ３通り、x２、y２、z２は２通り、x３、y３、z３は１通りの経路があり、一方、３つのセルからなる図形を一筆書きするということは、上手く（一筆書きができるように）x１、x２、・・・、y１、y２・・・z２、z３のすべてを一つずつ並べることで、その場合の数は、並べ方にかかわらず、 $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 216$ 通りになります。』

です。

判り難い説明で、すみませんでした。

説明では、セル１（C１）を最初に通ることをx１、２回目に通ることをx２、３回目に通ることをx３としました。同様にセル２、３（C２、C３）についてもy１、y２、y３およびz１、z２、z３とします。

ここで、一筆書きができるというのは、x１、x２、x３、y１、y２、y３、z１、z２、z３のすべてを隣り合う左側の終点が右側の始点になるように並べるということで、その文字列の先頭はx１、最後尾はz３になります。このように並べることを『』のなかで「上手く（一筆書きができるように）x１、x２、・・・、y１、y２・・・z２、z３のすべてを一つずつ並べることで、」と書きました。（このあたりが不親切でした）

例えば、

x１→x２→x３→y１→y２→y３→z１→z２→z３

や

x１→y１→z１→z２→y２→x２→x３→y３→z３

などは「上手く（一筆書きができるように）」並べた一例です。

これらの例のように、「上手く」並べた場合、その経路の場合の数は、（x１の場合の数）×（y１の場合の数）×（z１の場合の数）×（x２の場合の数）×（y２の場合の数）×（z２の場合の数）×（x３の場合の数）×（y３の場合の数）×（z３の場合の数）になります。

ここで、x１、y１、z１の場合の数はいずれも３通りになります。なぜならば、セルには３つの経路があり、x１、y１、z１のときには、まだどの経路も通られていないからです。

同様に、x２、y２、z２の場合の数は、すべて２通りになります。先程と同じように、セルには３つの経路があるのですが、そのなかの１つはすでにx１、y１、z１で通ってしまったからです。

さらに、x３、y３、z３の場合の数は、すべて１通りになります。

つまり、x１、x２、x３、y１、y２、y３、z１、z２、z３を「上手く」並べた場合、それに対応する経路の場合の数は、 $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 216$ 通りになります。

(もし、 $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, z_1, z_2, z_3$ を「上手く」並べられなかった場合、経路の場合の数は216通りにならず、例えば、 $x_1 \rightarrow y_1 \rightarrow z_1 \rightarrow z_2 \rightarrow y_2 \rightarrow y_3 \rightarrow z_3$ の場合(セル1の2つの経路を通っていない)、これに対応する経路の場合の数は、 $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 108$ 通りになります。)

あとは、「上手く」並ぶ場合の数を調べ、それを216通りに乗ずれば答えを求めることができ、「中学生でも解ける東大大学院入試問題(34)の後半を参考にしてください。

[東久留米の学習塾](http://caitakiyama.jimdo.com/) 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533