

中学生でも解ける東大大学院入試問題（194）

2015-08-05 09:39:52

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

東京は今日も猛暑日で、これで6日間連続だそうです。天気予報を見ると土曜日まで35℃超となっているので、どうやら8日間連続の猛暑日になりそうです。熱中症に気をつけて過ごしましょう。

さて、今回は平成27年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、

「高さが無限大の三角柱がある。その三角柱の3本の稜線は、それぞれ $(0, 0, 0)$ 、 $(3, 0, 0)$ 、 $(2, 1, 0)$ を通り、 z 軸に平行な直線とする。この三角柱の側面と2つの平面 $z = 2x + 3y + 6$ と $z = 2x + 7y + 8$ で囲まれる空間の体積を求めよ。」

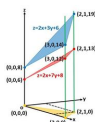
です。

まず、三角柱の稜線と2つの平面が交わる点を調べます。

平面 $z = 2x + 3y + 6$ の場合は、 $z = 2x + 3y + 6$ に $(x, y) = (0, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(2, 1)$ を代入すると、それぞれ $z = 6$ 、 12 、 13 になり、 $(0, 0, 6)$ 、 $(0, 0, 12)$ 、 $(0, 0, 13)$ が交点になることが判ります。

同様に、平面 $z = 2x + 7y + 8$ の場合は、 $(0, 0, 8)$ 、 $(3, 0, 14)$ 、 $(2, 1, 19)$ が交点になります。

これらを図1に示します。



▲図1．三角柱と2平面の交点

ここで求める体積は、図1の赤色と青色で示した平面ではさまれた三角柱の部分の体積になります。

そこで初めに、三角柱の底面積 S （図1の黄色い面）を求めるとは、

$$S = 3 \times 1 \times 1 / 2$$

$$= 3 / 2$$

です。

したがって、求める体積 V は、

$$V = 3 / 2 \times ((8 - 6) + (14 - 12) + (19 - 13)) / 3$$

$$= 3 / 2 \times 10 / 3$$

$$= 5$$

となり、これが答えです。

体積を求めるところで、切断三角柱（断頭三角柱）の公式（切断三角柱の体積＝底面積×3つの稜線の長さの平均値）を使いましたが、この説明はいずれまたということで。興味のある方は調べてみてください。

東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533