

中学生でも解ける東大大学院入試問題（179）

2015-04-25 10:56:22

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

今朝、教室に来る途中、近所の商店街で街頭販売（多分野菜だと思います）をやっていたのですが、結構な人数の行列ができていました。天気がいいので人出も多く活気があります。

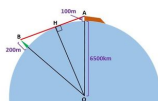
さて、今回は平成27年度東大大学院新領域創成科学研究科環境学研究系海洋技術環境学の入試問題です。

問題は、

「海岸に面した丘の上に立ち、海面から100mの高さから水平線を見たところ、水平線の向こうに立つ海面からの高さ200mのタワーの先端部のみが見えた。丘からタワーまでの距離を求めよ。地球の半径を6500kmとする。答は有効数字2桁まで求めよ。」

です。

まず、図を描きましょう。（問題を解くときの基本です）



▲図. 問題を図に直しました

多分、丘からタワーまでの直線距離を求めれば良いので、この図のABの長さを、三平方の定理で計算しましょう。

△OAHは、∠OHA = 90°の直角三角形なので、三平方の定理から、

$$\begin{aligned} AH^2 &= (6500 + 0.1)^2 - 6500^2 \\ &= 13000.1 \times 0.1 \quad \leftarrow (\text{乗法公式を使いました}) \\ &= 1300.01 \quad \leftarrow (\text{電卓を使いました}) \end{aligned}$$

$$AH \approx 36.1 \text{ (km)}$$

です。

同様に、

$$\begin{aligned} BH^2 &= (6500 + 0.2)^2 - 6500^2 \\ &= 13000.2 \times 0.2 \\ &= 2600.04 \end{aligned}$$

$$BH \approx 51.0 \text{ (km)}$$

です。

したがって、丘からタワーまでの距離（AB）は、 $36.1 + 51.0 = 87.1 \text{ (km)}$ です。ここでは有効数字2桁まで求めるので、 87 (km) が答えになります。

もし、地表上の距離を求める場合は、高校で勉強する三角関数を使って、2つの扇形の中心角を求めます。

図の右側の扇形の中心角をθ1、左側の扇形の中心角をθ2とすると、

$$\arctan(\theta_1) = 36.1 / 6500$$

$$\arctan(\theta_2) = 51.0 / 6500$$

から、

$$\theta_1 = 0.318 \text{ (°)}$$

$$\theta_2 = 0.449 \text{ (°)}$$

となります。

したがって、2つの扇形の弧の長さの和Lは、

$$\begin{aligned} L &= 2 \times 6500 \times \pi \times (0.318 + 0.449) / 360 \\ &\approx 87.0 \text{ (km)} \end{aligned}$$

で、有効数字2桁なので、 87 (km) と同じになります。（有効数字を4桁にすると、直線距離は、 87.05 (km) 、地表上の距離は、 87.03 (km) になって、 20 (m) の差が生じます）

試験中に計算機（電卓）が使えれば、平方根や三角関数の値を簡単に求めることができますが、計算機が使えないとなるとちょっと大変です。平方根は開平法で求めるとしても、逆三角関数値は無理でしょう。そのときは、 $x \rightarrow 0$ （xが小さい）とき、 $\tan x = x$ を使って計算するのでしょうかね。計算機が使えるのか訊いてみます。

東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533