

中学生でも解ける東大大学院入試問題（190）

2015-08-01 10:05:18

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

今日は東久留米市の地域振興券の発売日で、大勢の人が行列を作っていました。並ぼうかなと思ったのですが、確実に購入できるという目印の看板の後ろにも長い行列ができていたので諦めました。警備員の方のアナウンスによると、確実に購入できる人、つまり30人の人が朝8時に並んでいたそうです。明日、明後日も販売するので、購入したい人は早くから並んだほうが良さそうです。

さて、本ブログにコメントして下さる方から、昨年の夏に実施された平成27年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題が公開されていることを教えて頂いたので、久しぶりにそれを調べていきたいと思います。

今回取り上げるのは大好きな暗号問題です。

問題は、

「L- O- N- D- O- N が「MMZ- MAZ- MMA- ZMM- MAZ- MMA」、
B- E- R- L- I- N が「ZZA- ZMA- AZZ- MMZ- MZZ- MMA」とそれぞれ表現される暗号を使って、
P- A- R- I- S を表現せよ。」
です。

一見して目につくのは、暗号に使われている文字が、A、M、Zの3文字しかないことで、これから3進法が思い浮かびます。また、3進法の3桁の数字で表すことができるのは、 $3^3 = 27$ 通りなので、これでアルファベット26文字をカバーすることができます。

そこで、下表のようなアルファベットのAを1、Bを2、・・・、Zを26とした表を作ります。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
21	22	23	24	25	26				
U	V	W	X	Y	Z				

▲表. アルファベット表

次に、問題に与えられた文字と暗号の関係を整理します。

LONDON の L、O、N、D および BERLIN の B、E、R、I とアルファベット表の数と暗号の対応関係は、

L→12→MMZ

O→15→MAZ

N→14→MMA

D→4→ZMM

B→2→ZZA

E→5→ZMA

R→18→AZZ

I→9→MZZ

となります。

一方、ここでは3進法を仮定しているので、A、M、Zは0、1、2のいずれかの数に対応することになります。

ここで上記のL（12）とN（14）に注目すると、それらの数の差は2で、かつ、それらの暗号はそれぞれMMZとMMAというように、上から2桁が同じで一番下の桁がZ、Aであることから、A=2、Z=0と予想できます。（小さい数（2、4、5）に対応する暗号の一番上の桁がZ、大きい数に対応する暗号の一番上の桁がAであることから、Z=0、A=2を予想してもいいかもしれません）

そして、A=2、Z=0とすると、M=1となるので、これらを使って暗号（3進法）を10進法に変換してみると、

MMZ→110→ $1 \times 3^2 + 1 \times 3 + 0 = 12 \rightarrow L$

MAZ→120→ $1 \times 3^2 + 2 \times 3 + 0 = 15 \rightarrow O$

MMA→112→ $1 \times 3^2 + 1 \times 3 + 2 = 14 \rightarrow N$

ZMM→011→ $0 \times 3^2 + 1 \times 3 + 1 = 4 \rightarrow D$

ZZA→002→ $0 \times 3^2 + 0 \times 3 + 2 = 2 \rightarrow B$

ZMA→012→ $0 \times 3^2 + 1 \times 3 + 2 = 5 \rightarrow E$

AZZ→200→ $2 \times 3^2 + 0 \times 3 + 0 = 18 \rightarrow R$

MZZ→100→ $1 \times 3^2 + 0 \times 3 + 0 = 9 \rightarrow I$

と上手く復号できました。

あとは上述の規則を使ってPARISを暗号化すればお仕舞いですが、RとIはそれぞれAZZとMZZなので、残りのP、A、Sについて調べると、P→16、A→1、S→19です。

そこでこれらの数を3進法に変換すると、Pは、

$16 \div 3 = 5 \cdots 1$

$$5 \div 3 = 1 \dots 2$$

から、1 2 1 で、それは M A M になります。

A と S については、それぞれ

$$1 \div 3 = 0 \dots 1$$

から、0 0 1 で、Z Z M、

$$19 \div 3 = 6 \dots 1$$

$$6 \div 3 = 2 \dots 0$$

から、2 0 1 で、A Z M

なります。

以上から、

P- A- R- I- S の暗号表現は、「M A M- Z Z M- A Z Z- M Z Z- A Z M」 となり、これが答えです。

暗号に使われている文字が 3 種類であることから 3 進法を思いつくかがポイントです。

[東久留米の学習塾](http://caitakiyama.jimdo.com/) 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533