

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１１３）

2015-02-09 11:52:01

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

天気図を見ると日本列島に等圧線が１０本もかかり、今シーズン最強クラスの寒気が押し寄せているようで、気温は３℃と寒い日になりました。受験生の皆さんは暖かくして勉強してください。

さて、今回は平成２３年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、

「次のように４桁の整数ＡＤＣＦと５桁の整数ＡＢＣＤＥになる足し算が成り立つ。足し算の答えであるＡＢＣＤＥを求めよ。ただし、各アルファベットは０から９までの異なる整数を表している。」

$$\begin{array}{r} A D C F \\ + G B H D \\ \hline A B C D E \end{array}$$

▲問題の計算式

です。

覆面算です。この問題のポイントは、最後の「各アルファベットは、・・・異なる整数を表している」で、問題を最後まであわてずに読むことが大切です。

覆面算では、まず最上位の位を調べるのが基本です。千の位から万の位に繰り上がっているのが、図１のように、Ａ＝１が決まります。

$$\begin{array}{r} 1 D C F \\ + G B H D \\ \hline 1 B C D E \end{array}$$

▲図１．Ａ＝１です

すると、Ｇは８（百の位から繰り上がる場合）または９になります。

ここで、図２のようにＧ＝８の場合、百の位から繰り上がってＢ＝０になり、百の位に注目すると、Ｄ＝９で、Ｄ≠Ｃなので、十の位から繰り上がらなければなりません。

$$\begin{array}{r} 1 D C F \\ + 8 B H D \\ \hline 1 0 C D E \end{array}$$

▲図２．Ｇ＝８の場合

ところが、十の位に注目すると、一の位から繰り上がらない場合、
 $C + H = 10 + D$

$$= 19$$

で、これを満たすＣ、Ｈはありません。

また、一の位から繰り上がる場合、

$$C + H + 1 = 10 + D$$

$$C + H = 18$$

で、これを満たすＣ、Ｈもありません。（Ｃ＝Ｈ＝９は、Ｃ≠Ｈなどに反します）

したがって、Ｇ≠８となり、続いてＧ＝９の場合を調べましょう。

まず千の位に注目すると、Ａ＋Ｇ＝１０なので、百の位から繰り上がらない場合Ｂ＝０、百の位から繰り上がった場合Ｂ＝１となります。ところが、Ａ＝１なので、図３のようにＢ＝０となります。

$$\begin{array}{r} 1 D C F \\ + 9 0 H D \\ \hline 1 0 C D E \end{array}$$

▲図３．Ｇ＝９の場合

さらに百の位に注目すると、Ｄ≠Ｃなので十の位から繰り上がらなければなりません。

ここで、一の位から繰り上がる場合と繰り上がらない場合で場合分けすると、

【一の位から繰り上がる場合】

$$F + D = 10 + E \quad (1)$$

$$C + H + 1 = 10 + D \quad (2)$$

$$D + 1 = C \quad (3)$$

が成り立ち、（２）（３）からＨ＝８になります。

ここで、残りの数は、〈２，３，４，５，６，７〉なので、（１）（３）を満たすＣ、Ｄ、Ｆの組合せ（Ｃ，Ｄ，Ｆ）は、（７，６，５）（７，６，４）（６，５，７）（５，４，７）（５，４，６）（４，３，７）になります。

これら一つずつ調べていくと、

（７，６，５）の場合、Ｅ＝１でＡ＝１なので不適

（７，６，４）の場合、Ｅ＝０でＢ＝０なので不適

(6, 5, 7) の場合、E = 2 で OK
 (5, 4, 7) の場合、E = 1 で A = 1 なので不適
 (5, 4, 6) の場合、E = 0 で B = 0 なので不適
 (4, 3, 7) の場合、E = 0 で B = 0 なので不適
 となり、(C, D, F) = (6, 5, 7) となります。

[一の位から繰り上がらない場合]

$$F + D = E \quad (4)$$

$$C + H = 10 + D \quad (5)$$

$$D + 1 = C \quad (6)$$

が成り立ち、(5) (6) から H = 9 になり、これは G = 9 ≠ H に反するので不適となります。

以上をまとめると、A から H の組合せ (A, B, C, D, E, F, G, H) は、(1, 0, 6, 5, 2, 7, 9, 8) になり、足し算の答え A B C D E は、1 0 6 5 2 で、これが答えになります。図 4 に完成した計算式を示します。

$$\begin{array}{r} 1\ 5\ 6\ 7 \\ +\ 9\ 0\ 8\ 5 \\ \hline 1\ 0\ 6\ 5\ 2 \end{array}$$

▲ 図 4 . 完成した計算式

この問題で「各アルファベットが異なる整数を表す」という条件を読み飛ばすとやっかいなことになります。試験のときは元より、普段から問題文を最後まで読む習慣を付けましょう。