

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１９５）

2015-08-06 09:42:44

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

普段はＡＦＮにラジオのダイヤルを合わせているのですが、今日から甲子園なのでＮＨＫに変更です。甲子園が始まると夏も中盤に入ったという感じです。

さて、今回は平成２７年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、

「右のポケットに１円玉３枚と１０円玉４枚、左のポケットに１円玉２枚と５０円玉１枚が入っている。左右のポケットを無作為に選び、選んだポケットから無作為に硬貨を１枚取り出す。その硬貨が１円玉であるとき、それが右のポケットから取り出された確率を求めよ。」

です。

定番の条件付確率の問題で、活躍するのが「ベイズの定理」です。それは、「互いに排反する事象 A_1, A_2, \dots, A_n のどれかから、これを原因として事象 E が起こったとき、 E が起こった原因が A_i である確率は、

$$P(A_i | E) = P(A_i)P(E | A_i) / (P(A_1)P(E | A_1) + P(A_2)P(E | A_2) + \dots + P(A_n)P(E | A_n))$$

(１)

となる」

というものです。

ここで

- ・右のポケットに手を入れるという事象を A
- ・左のポケットに手を入れるという事象を B
- ・取り出した硬貨が１円玉であるという事象を E

とすると、(１)は、

$$P(A | E) = P(A)P(E | A) / (P(A)P(E | A) + P(B)P(E | B)) \quad (2)$$

となり、取り出された１円玉が右のポケットから取り出された確率 $P(A | E)$ を求めることができます。

そこで、上記の事象の起こる確率を求めると、

$$P(A) = P(B) = 1/2$$

$$P(E | A) = 3/7$$

$$P(E | B) = 2/3$$

となり、これらを(２)に代入して、

$$P(E | A) = (1/2 \cdot 3/7) / (1/2 \cdot 3/7 + 1/2 \cdot 2/3)$$

$$= (3/14) / (3/14 + 1/3)$$

$$= (3/14) / (23/42)$$

$$= 9/23$$

で、これが答えになります。

中学校で勉強する確率は全体に対する部分の比ですが、条件付確率は部分に対する部分の比になります。興味のある人は調べてみてください。

[東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校](http://caitakiyama.jimdo.com/)

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533