

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１２３）

2015-02-20 11:55:43

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

昨日に続いて暖かい日になりました。明日も同じような天気ですが、明後日は崩れるようです。来週は都立高校入試が実施されますが、学年末試験もあるので中１、２年生の皆さんもしっかり勉強しましょう。

さて、今回は平成１５年度東大大学院工学系研究科環境海洋工学の入試問題です。

問題は、

「「１」の数字が書かれた２枚のカードと「２」、「３」の数字が書かれたカードが１枚ずつあり、Ａ、Ｂ、Ｃの３人はこのことを知っている。各自１枚のカードを取り、自分のカードを見ずに、残りの２人に見せた。Ａは、「Ｂのカードの数字とＣのカードの数字は隣り合った数字になっている」と言った。それを聞いて、Ｂは、「自分のカードの数字はわからない」と言った。ＡとＣのカードの数字は何か。」

Ｂの「自分のカードの数字はわからない」という発言の意味は、問題に与えられた条件でＢのカードの数字が１つに決まらない（複数の可能性がある）ということで、これが判れば簡単な問題です。

まず、「Ｂのカードの数字とＣのカードの数字は隣り合った数字になっている」ことから、Ｃのカードの数字が「１」または「３」のとき、Ｂのカードの数字は「２」に決まってしまうので、Ｃのカードの数字は「２」になります。

このとき、Ａのカードの数字が「３」の場合、Ｂのカードの数字は「１」に決まってしまうので、Ａのカードの数字は「１」になります。

以上より、ＡとＣのカードの数字は、それぞれ、「１」と「２」となり、これが答えです。

次に、着実に場合分けする方法を調べてみましょう。すべての場合の数は、 $12通り(4!/(2! \cdot 1! \cdot 1!))$ なので、それらのすべてを調べても大したことはありませんが、ここではＢの視点に立って、ＡとＣのカードの数字の組合せて場合分けしてみます。

ＡとＣのカードの数字のを（Ａ，Ｃ）とすると、その組合せは、（１，１）（１，２）（２，１）（１，３）（３，１）（２，３）（３，２）の７通りになります。

これらの各組合せについて、取り得るＢのカードの数字は、

- （１，１）→２，３
- （１，２）→１，３
- （２，１）→１，３
- （１，３）→１，２
- （３，１）→１，２
- （２，３）→１
- （３，２）→１

です。

そこで、これらの５通りの場合について、

- ・「Ｂのカードの数字とＣのカードの数字は隣り合った数字になっている」
 - ・Ｂの「自分のカードの数字はわからない」
- という２つの条件に対する整合性を調べていきます。

（１，１）→２，３の場合

「Ｂのカードの数字とＣのカードの数字は隣り合った数字になっている」ことから、Ｂのカードの数字は「２」に決まってしまう、不適ということになります。

（１，２）→１，３の場合

Ｂのカードの数字「１」「３」はどちらもＣのカードの数字「２」と隣り合うので、Ｂのカードの数字は決まりません。（１，２）はＯＫとなります。

（２，１）→１，３の場合

Ｂのカードの数字「１」「３」はＣのカードの数字「１」と隣り合わないので不適です。

（１，３）→１，２の場合

「Ｂのカードの数字とＣのカードの数字は隣り合った数字になっている」ことから、Ｂのカードの数字は「２」に決まってしまう、不適ということになります。

（３，１）→１，２の場合

「Ｂのカードの数字とＣのカードの数字は隣り合った数字になっている」ことから、Ｂのカードの数字は「２」に決まってしまう、不適ということになります。

（２，３）→１、（３，２）→１の場合

Bのカードの数字は「1」と決まってしまうので不適です。

以上より、AとCのカードの数字は、それぞれ、「1」と「2」となり、最初の答えと一致しました。

機転が利いた方法は手っ取り早く答えに辿り着ける反面、応用性に乏しいこともあるので、着実な方法を使えるようにしておくことが肝要です。例えば確率の問題などでは、きちんと樹形図を描けるように練習しておきましょう。

[東久留米の学習塾](http://caitakiyama.jimdo.com/) 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533