

## 中学生でも解ける東大大学院入試問題（150）

2015-03-25 11:47:16

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

昨日と同じように、北風が吹いて少し寒い日になりました。明日もこの陽気が続くようですが、明後日には暖くなるようです。

さて、今回は平成25年度東大大学院新領域創成科学研究科海洋技術環境学の入試問題です。

問題は、

「A、B、Cの3人がグループ旅行の計画をしている。旅行先候補として東京、ソウル、上海の三か所があるが、どこか一か所に決めなければならない。Aの第一希望は東京、第二希望はソウル、第三希望は上海である。AにはBとCの選好順序（希望順位）は分からないが、Bの第一希望が上海ではなく、Cの第三希望がソウルであることは分かった。東京に行きたいAは、まず、（1）と（2）を比較し、そこで選ばれた都市と（3）を比較して行き先を決めようと提案した。ただし、2つの候補地の比較では各人が選好順序の高いものを必ず選択し、多数決で決まるものとする。

（1）（2）（3）に当てはまる都市名を述べ、Aの提案に従うと行き先が必ず東京に決まることを証明せよ。」

直に判るのが、1回目の選考が東京と上海の場合、東京が落選する可能性があるということと、東京とソウルの場合、東京が残りますが、2回目の選考で東京が落選する可能性があるということです。

つまり、もし東京に必ず決まる方法があるのなら、1回目の選考はソウルと上海で、（1）（2）はソウル、上海、（3）は東京になります。答えだけ書くならばこれでOKですが、問題には「Aの提案に従うと行き先が必ず東京に決まることを証明せよ」とあるので、もう少し詳しく調べなければなりません。

そこで、B、Cの取り得る選好順位を調べます。

Bの選好順位についての情報は、「第一希望が上海でない」ということなので、次の4通りの選好順位が考えられます。

- （B1）（東京、ソウル、上海）
- （B2）（東京、上海、ソウル）
- （B3）（ソウル、東京、上海）
- （B4）（ソウル、上海、東京）

一方、Cの選好順位についての情報は、「第三希望がソウル」ということなので、次の2通りの選好順位が考えられます。

- （C1）（東京、上海、ソウル）
- （C2）（上海、東京、ソウル）

そこでまず、1回目の選考が東京と上海の場合を調べてみましょう。

Aの選好順位は（東京、ソウル、上海）なので、Aは東京に投票します。

Bは、選好順位が（B1）（B2）（B3）の場合、東京に投票し、（B4）の場合、上海に投票します。

Cは、選好順位が（C1）の場合、東京に投票し、（C2）の場合、上海に投票します。

つまり、BとCの選好順位がそれぞれ、（B4）と（C2）の場合、上海が選ばれることになり、東京と上海を1回目の選考にすることは不適当です。

次に、1回目の選考が東京とソウルの場合を調べます。

Aは東京に投票します。

Cの選好順位ではソウルが第三希望なので、Cは東京に投票します。

つまり、Bの投票結果にかかわらず、1回目の選考では東京が残ります。

すると、2回目の選考は東京と上海となるのですが、これは先程と同じで、BとCの選好順位がそれぞれ、（B4）と（C2）の場合、上海が選ばれることになり、東京とソウルを1回目の選考にすることは不適当になります。

続いて、1回目の選考がソウルと上海の場合を調べましょう。

Aはソウルに投票します。

Bは、（B1）（B3）（B4）の場合、ソウルに投票し、（B2）の場合、上海に投票します。

Cは、上海に投票します。

つまり、1回目の選考でソウルが残るのは、（B1）（B3）（B4）の場合で、上海が残るのは、（B2）の場合で

す。

そこで、1 回目の選考でソウルが残った場合、つまり、2 回目の選考が東京とソウルの場合を調べます。

A は、東京に投票します。

C は、東京に投票します。

つまり、B の投票結果にかかわらず、2 回目の選考では東京が残り、行き先は東京に決定します。

一方、1 回目の選考で上海が残った場合、つまり、2 回目の選考が東京と上海の場合を調べます。

A は東京に投票します。

B の選考順位は（B 2）なので、B は東京に投票します。

つまり、C の投票結果にかかわらず、2 回目の選考で東京が残り、行き先は東京に決定します。

以上のように、1 回目の選考をソウルと上海、2 回目の選考を東京と 1 回目の選考で残った都市とすると、行き先が必ず東京に決まります。

したがって、（1）（2）はソウル、上海、（3）は東京で、これが答えになります。証明は、上記の内容を簡潔に記せば OK だと思います。

このような推理パズルでは、考えられる可能性を列挙してシミュレーションすることで解けるようです。次回以降も調べていきたいと思います。