

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１９６）

2015-08-07 11:20:15

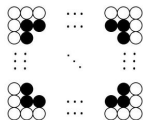
こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

天気予報によると今日が暑さのピークのように、明日は少し気温が下がるようです。とは言っても  $30^{\circ}\text{C}$  超の日が続きます。熱中症に気をつけて暑い夏を乗り切りましょう。

さて、今回は平成 27 年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、

「下図のように黒色の碁石を長形状に並べ、白石をその黒石の周りを囲むように並べたところ、ちょうど白石の数は黒石の数の 2 倍になった。それぞれの碁石の個数を求めよ。」

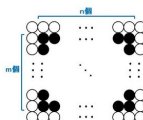


▲問題図

です。

定番の不定方程式の問題です。

まず図 1 のように、黒石が縦に  $m$  個、横に  $n$  個並んでいる場合を調べます。このとき  $m, n$  は対等なので、 $m \geq n \geq 1$  ( $m, n$  は整数) (1)  
としても構いません。



▲図 1．黒石が縦に  $m$  個、横に  $n$  個並んでいることにします

すると、黒石の個数  $B$  は、

$$B = m n \quad (2)$$

です。

一方、白石の個数  $W$  は、

$$\begin{aligned} W &= 2(m+1) + 2(n+1) \\ &= 2m + 2n + 4 \end{aligned} \quad (3)$$

です。

ここで、白石の数は黒石の数の 2 倍なので、

$$W = 2B$$

が成り立ち、これに (2) (3) を代入して、

$$2m + 2n + 4 = 2mn \quad (4)$$

となります。

そして (4) を整理して、

$$mn - m - n - 2 = 0$$

から

$$(m-1)(n-1) = 3 \quad (5)$$

となります。

最後に (1) (5) から、

$$m-1 = 3 \rightarrow m = 4$$

$$n-1 = 1 \rightarrow n = 2$$

と  $m, n$  を求めることができました。

以上より、黒石の数は  $4 \times 2 = 8$  個、白石の数は  $8 \times 2 = 16$  個で、これが答えです。

本問の不定方程式は因数分解を利用するものでしたが、他にもいくつかの形式があるので、興味のある人は調べて整理しておくとういでしょう。

TEL 042-472-5533