中学生でも解ける東大大学院入試問題（８２）

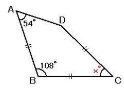
2015-01-08 13:29:13

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

昨日で冬期講習が終わり午前の時間が空いたので、下里の氷川神社に初詣に行きました。風があって寒かったのですが、受験生の合格祈願が成就されれば言うことなしです。

さて、今回は平成２４年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、
「辺ＡＢ、辺ＢＣ、辺ＣＤの長さが等しいとき、∠ＢＣＤの大きさを求めよ。」

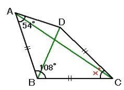


▲問題図

です。

２つの内角が判っていて、３つの辺の長さが等しい四角形の１つの内角を求めるので極めて簡単そうに見える問題です。

共通の点をもつ長さが等しい線分があると反対側の点を結んで、図１のように二等辺三角形を作りたくなります。



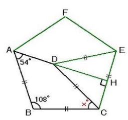
▲図１．二等辺三角形を２つ作る

ところが、この２つの二等辺三角形の底角が等しいということを使ってこねくり回しても上手くいかないようです。

この問題の手掛かりは∠Ｂの１０８°で、これが正五角形の一つの内角と気付くが否かが分かれ道になります。

正五角形が思い浮べば、ＡＢ＝ＢＣなので、辺ＢＣを下にした正立（？）の正五角形がイメージでき、おまけに∠Ａが５４°（１０８°の1/2）なので、ＡＤがＡを頂点とする内角の２等分線であることが判ります。つまり、Ｄは正五角形のＡを通る対称軸上にあり、Ｃの隣の頂点をＥとすると、△ＣＤＥが正三角形になることが判ってしまいます。

実際に問題図に正五角形を描き加えたものを図２に示します。



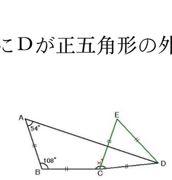
▲図２．正五角形を描き加える

∠ＢＣＥ＝１０８°でＣＥ＝ＢＣになる点をＥとします。

ＡＤを延長した直線とＣＥとの交点をＨとすると、ＡＨは正五角形ＡＢＣＥＦの対称軸になるので、ＤＣ＝ＤＥとなります。

一方、ＤＣ＝ＣＥなので、△ＣＤＥは正三角形になり、∠ＤＣＥ＝６０°から、
∠ＢＣＤ＝∠ＢＣＥ‐∠ＤＣＥ
　　　　＝１０８°‐６０°
　　　　＝４８°
になります。

さらに問題図に与えられた条件では、図３のようにＤが正五角形の外側にある場合も考えられます。このときは、∠ＢＣＤ＝１６８°（＝１０８°＋６０°）になります。



▲図３．Ｄが正五角形の外側にある場合

したがって、正解は、４８°または１６８°となります。（実際の採点では、４８°で正解にしたのかも知れませんが、そ

の場合、∠ＢＣＤは鋭角などと条件を付けておくのが親切ですね）

正五角形の一つの内角が１０８°と知っていれば簡単な問題です。図形問題が好きな方は覚えておくと良いでしょう。

東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校
http://caitakiyama.jimdo.com/
TEL 042-472-5533