

2015-05-05 11:22:04

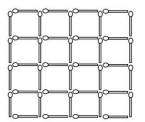
こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

昨夜の強い風が今朝も残っていましたが、昼前になって風も治まり、晴れの良い天気になりました。連休も残り2日間ですが、天気恵まれたGWでした。

さて、今回は平成25年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

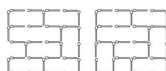
問題は、

「40本の同じ長さのマッチ棒で作られた下（原文：右）の図形がある。この図形には、1本のマッチ棒を一边とする正方形が16個、2本のマッチ棒を一边とする正方形が9個、3本のマッチ棒を一边とする正方形が4個、4本のマッチ棒を一边とする正方形が1個含まれている。この図形から9本のマッチ棒を取り去り、どこにも正方形が存在しないようにしたときの図形を描け。ただし、残ったマッチ棒は動かしてはならない。



です。

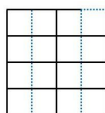
答えを図1に示します。



▲図1．答え

問題図に、1本のマッチ棒を一边とする正方形が16個ありますが、これらの正方形はすべて非正方形化しなければなりません。さらに、4本のマッチ棒を一边とする正方形が1個あるので、問題図の外周のいずれかのマッチ棒を取り去る必要があります。

以上を実現する9本のマッチ棒の取り去りかたの簡単な例を図2に示します。



▲図2．9本のマッチ棒を取り去り、1×1と4×4の正方形を非正方形化した例

図2で、取り去った外周のマッチ棒を無視すると、1×2の長方形のピースで、正方形を作らずに、4×4の正方形を敷き詰めることができるかという問題に還元できます。

そこで、他にどのようなピースが有り得るかを知らるために、外周から取り去る1本のマッチ棒を除いた8本のマッチ棒の取り去りかたを調べます。その結果、図3に示した3通りであることが判ります。



▲図3．外周から取り去る1本のマッチ棒を除いた8本のマッチ棒の取り去りかた

以上から、図3に示した（A）、（B）、（C）を構成するピースで、正方形を作らずに、4×4の正方形を敷き詰めることができるかを調べればよいことが判ります。

また、各ピースで4×4の正方形を敷き詰めるときの規則を調べておきます。

（規則1）1×1の正方形ピースがある場合、それは最外周に置かれなければならない、かつ、最外周のマッチ棒が取り去られる

（規則2）正方形を作らずに、2×2の正方形を1×2の長方形ピース2個で敷き詰めることはできない

（規則3）正方形を作らずに、2×3の長方形を1×2の長方形ピース3個で敷き詰めることはできない

（規則4）正方形を作らずに、2×4の長方形を1×2の長方形ピース4個で敷き詰めることはできない

（規則5）正方形を作らずに、3×4の長方形を1×2の長方形ピース6個で敷き詰めることはできない

それでは、（A）、（B）、（C）について順番に調べていきましょう。

初めに（A）ですが、これは1×2の長方形ピース7個と1×2の長方形でそのなかの1本のマッチ棒が取り去られた

ピース1個から成ります。ここで、後者のピースを $4 \times 4$ の正方形のどこに置いて、 $2 \times 2$ 、 $2 \times 3$ 、 $2 \times 4$ 、または、 $3 \times 4$ の正方形または長方形のいずれかができてしまうので、(規則2)から(規則5)のいずれかにより、(A)のピースで、正方形を作らずに、 $4 \times 4$ の正方形を敷き詰めることはできません。

次に(B)は、 $1 \times 1$ の正方形ピースが1個、 $1 \times 2$ の長方形ピースが6個、 $1 \times 3$ の長方形ピースが1個から成ります。

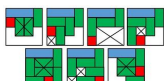
ここで、 $1 \times 3$ の長方形ピースと $1 \times 1$ の正方形ピースが1列に並ぶ場合、それを $4 \times 4$ の正方形のどこに置いて、 $2 \times 4$ 、または $3 \times 4$ の長方形ができるので、正方形を作らずに、 $4 \times 4$ の正方形を敷き詰めることはできません。

そこで、図4に示すような、 $1 \times 3$ と $1 \times 2$ の長方形ピースがL字型になる置きかたを調べます。



▲図4. (B)での $1 \times 3$ と $1 \times 2$ の長方形ピースがL字型になる置きかた

図4の左では、 $1 \times 1$ の正方形ピースを最外周に置いた場合を調べていくと、図5に示ように、正方形を作らずに、 $4 \times 4$ の正方形を敷き詰めることはできません。(代表的な例を示したのでこれらの派生については示してありません)



▲図5. 図4の左のとき、 $1 \times 1$ の正方形ピースを最外周に置いた場合

同様に、図4の中央では、 $1 \times 1$ の正方形ピースを最外周に置いた場合を調べていくと、図6に示ように、正方形を作らずに、 $4 \times 4$ の正方形を敷き詰めることができる2種類の置きかたが見つかります。



▲図6. 図4の中央のとき、 $1 \times 1$ の正方形ピースを最外周に置いた場合

最後の図4の右では、左下にできた $1 \times 3$ の長方形を埋めるために、 $1 \times 1$ の正方形ピースを使う必要がありますが、そのとき、反対側に $2 \times 4$ の長方形ができるので、(規則4)から、正方形を作らずに、 $4 \times 4$ の正方形を敷き詰めることはできません。

以上から、(B)のとき、正方形を作らずに、 $4 \times 4$ の正方形を敷き詰めることができる置きかたが2種類あります。

残りは(C)の場合なのですが、用事ができてしまったので、次回にさせていただきます。