中学生でも解ける東大大学院入試問題 (81)

2015-01-06 12:28:13

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

朝は曇っていたのですが昼過ぎから晴れてきました。おまけに南風で暖かくなっています。しかし、後ほど雨になって 寒冷前線が通過した後は、北風に変わり寒くなります。教科書通りの天気の変化です。

さて、今回は平成24年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、

「次に示す計算は六進法の加算である。O、N、E、T、W は $1\sim5$ の数字であり、異なる文字には異なる数字が対応する。各文字に対応する数字を求めよ。」

+ O N E

▲問題の計算式

です。

昨日は面白味のない覆面算でしたが、今回は六進法が絡んでいる、少し変わった覆面算です。とは言っても、5つの文字に1~5を割り当てるだけですから、難しい問題ではなく、六進法を気にするかどうかがポイントかも知れません。

もし六進法を嫌うのであれば、十進法に変換して解けばOKですが、ここでは六進法のまま解きましょう。そのために、図1のような六進法の加算表を作っておくと便利です。

 +
 0
 1
 2
 3
 4
 5

 0
 0
 1
 2
 3
 4
 5

 1
 1
 2
 3
 4
 5
 10

 2
 2
 3
 4
 5
 10
 11
 12

 3
 3
 4
 5
 10
 11
 12
 13

 4
 4
 5
 10
 11
 12
 13
 14

 5
 5
 10
 11
 12
 13
 14

▲図1. 六進法の加算表

まず、覆面算の攻略ポイントの一つである、最上位の桁の繰り上がりを調べます。計算式の最上位の桁のO+Oに着目すると、繰り上がりしていないことが判ります。

ここで、図1の加算表を調べると、同じ数を加算したときに繰り上がらないのは、1と2であることが判ります。つまり、O=1または2と言うことです。

次に最下位の桁に注目します。E + E、つまり同じ数の加算で 1 桁目が、1 または 2 になるものを図 1 の加算表で調べると、和の 1 桁目が 1 になるものはありません。 2 になるものは、1 + 1 = 2 と 4 + 4 = 1 2 だけです。つまり、O = 2、E = 1 または 4 となるわけです。図 2 にOに 2 を入れた計算式を示します。

2 N E + 2 N E T W 2

▲図2. 計算途中式 (O=2)

これまでで、Eは1または4であることが判っているので、場合分けしていきましょう。

初めに、E = 1 の場合を調べましょう。このとき、E + E は 2 で 2 桁目に繰り上がりしません。また、残りの数は、3 、4 、5 であることに注意しましょう。

まず、N+Nの1桁目がWになるのですが、同じ数(3、4または5)の和で1桁目になる数字は図1の加算表から、0、2、4です。0は使えない数で、2はすでにO=2ですから、N=5となります。

すると、N+N=5+5=14で上の位に繰り上がりするので、O+O+1=2+2+1=5=Tより、N=TとなってしまいNGです。つまり、E≠1ということです。

次に、E = 4 の場合を調べます。このとき、E + E = 1 2 で 2 桁目に繰り上がりします。また、残りの数は、1 、3 、5 になります。

ここでも、 2 桁目のN + Nに着目しますが、図 1 の加算表を使って、N = 1 、 3 、 5 のときを調べ上げていきましょう。

N = 1 のとき、N + N = 2、W = 2 + 1 = 3、T = 4 となり、E = T となって、これはNGです。

N = 3 のとき、N + N = 1 0、W = 0 + 1 = 1、T = 2 + 2 + 1 = 5 となって、これはOKです。

以上から、答えは、O=2、N=3、E=4、T=5、W=1 となり、念のため図 3 に正解の計算式を示します。

234 +234 512

▲図3. 正解の計算式

この問題では、'ONE'という同じ数同士を加算('ONE'+'ONE') しているので、当然、'ONE'×2を計算しても解くことができます。その場合には乗算表が役に立ちます。次回は、乗算での解法と十進法に変換して解く方法を調べたいと思います。興味がある方は調べてみてください。図4に乗算表(×2)を載せておきます。

× 0 1 2 3 4 5 2 0 2 4 10 12 14 ▲図4. 乗算表

東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校

http://caitakiyama.jimdo.com/

TEL 042-472-5533