

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１５７）

2015-04-01 12:24:23

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

曇っていますが、教室の掃除をしていると汗が出るくらいの暖かさです。午後からは雨が降るようですが、明日は晴れるようです。

さて、今回は平成２５年度東大大学院新領域創成科学研究科海洋技術環境学の入試問題です。

問題は、

「８個の重さの異なる石Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄ、Ｅ、Ｆ、Ｇ、Ｈがある。すでに重さの大小関係が、 $B < A$ 、 $G < H$ 、 $E < F$ 、 $C < F$ 、 $D < A$ 、 $F < D$ であることが分かっているとする。

- （１）一番重い石がＡであるための必要十分条件を示せ。
 - （２）一番重い石がＡであった場合、二番目に重い可能性のある石を全てあげよ。
 - （３）一番重い石がＡであった場合、二番目か三番目に重い可能性のある石を全てあげよ。」
- です。

早速、（１）に取り掛かりましょう。

まず初めに、問題にある不等式

$B < A$ 、 $G < H$ 、 $E < F$ 、 $C < F$ 、 $D < A$ 、 $F < D$

を整理すると、（不等号の向きを変えました）

$A > B$

$A > D > F > C$ 、 E

$H > G$

となります。

上の２つの不等式 $A > B$ と $A > D > F > C$ 、 E から、 A は B 、 D 、 F 、 C 、 E より重いことが判ります。さらに、「一番重い石がＡ」であるためには、 A は H および G より重くなければなりません。

ところが、３番目の不等式から H は G より重いことが判るので、 A が H より重ければ G より重いことになります。

つまり、 $A > H$ が「一番重い石がＡ」である必要十分条件になり、 $A > H$ が答えになります。

次に（２）です。

「一番重い石がＡ」の場合、上記の不等式は、

$A > B$

$A > D > F > C$ 、 E

$A > H > G$

となります。

これらの３つの不等式から、 A の次に重い石は、上から順に、 B 、 D 、 H です。ところが、これらの B 、 D 、 H をお互いに比較する関係式はないので、二番目に重い可能性のある石は、 B 、 D 、 H となり、これが答えです。

最後に（３）です。

二番目に重い可能性のある石は、（２）にあるように B 、 D 、 H で、それらのそれぞれについて、次に重い石は、 F と G です。（ここで、 B の次に重い石は不明です）ところが、 F 、 G をお互いに比較する関係式はないので、三番目に重い可能性のある石は、 F と G になります。

したがって、二番目か三番目に重い可能性のある石は、 B 、 D 、 H 、 F 、 G となり、これが答えです。

（１）に出てきた必要十分条件については、ネットで検索すると判りやすい例をたくさん見つけることができます。興味のある人は調べてみてください。