

# 中学生でも解ける東大大学院入試問題（108）

2015-02-04 12:40:01

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

日本列島に等圧線が5本かかると強い冬型と呼ぶようですが、今日の天気図では北海道の東端に1本かかっているだけです。そのため風も弱く落ち着いた晴天です。とは言え、気温は7℃と低めで、夕方から雪が降るかもしれないそうです。立春とはいえ、まだまだ厳しい寒さが続きます。受験生の皆さんは暖かくして勉強してください。

さて、今回は平成16年度東大大学院工学系研究科環境海洋工学の入試問題です。

問題は、

「下のマス目に書かれている数字はある法則に従って並んでいる。空いているマス目の数字を求めよ。」

です。

1	3	10	50	
1	2	4	10	23
1	1	2	2	3
0	1	1	0	3
0	1	0	0	3

▲問題の表

東大院試問題では、数列の規則性を見つける問題が多く、このような表の問題は珍しいです。

取り敢えず、縦、横の数列について規則性があるか調べてみましょう。

まず縦ですが、すべての列について、上から下へ減少（傾向）していますが、上下の数が同じである場合も多くあります。

次に横ですが、1、2、3行目は左から右に増加（傾向）していますが、4、5行目は増減しています。

以上から、もし、縦または横の数列に規則性があるにしても単純ではなさそうなので、取り敢えず、この検討はここで終わります。

次に注目するのは、1行4列目にある「50」です。表の右上領域は他に比べて大きな数が多く、そのなかでも「50」は突出しています。

この「50」を周りには、左隣に「10」、左斜め下に「4」、下に「10」があるので、  
 $10 \times 4 + 10 = 50$   
 と「50」を作ることができます。

これを一般化すると、

〔左隣の数〕×〔左斜め下の数〕+〔下の数〕

または、

〔下の数〕×〔左斜め下の数〕+〔左隣の数〕

となります。

そこで、「50」の左隣の「10」に着目して、上の2式を調べると、

〔左隣の数〕×〔左斜め下の数〕+〔下の数〕=  $3 \times 2 + 4 = 10$

でOKですが、

〔下の数〕×〔左斜め下の数〕+〔左隣の数〕=  $4 \times 2 + 3 = 11$

で、こちらはNGです。

と言うことで、〔左隣の数〕×〔左斜め下の数〕+〔下の数〕を他のすべてについて調べると、すべてについて成り立つことが判ります。

したがって、問題の「ある法則」とは、図1に示したように、

$x$ 〔ある数〕=  $a$ 〔左隣の数〕×  $b$ 〔左斜め下の数〕+  $c$ 〔下の数〕

となります。



▲図1. 「ある法則」

最後に、表の右上に適用して、

〔空いているマス目の数〕=  $50 \times 10 + 23 = 523$

となり、これが答えです。

ここまでですと、ほんの1、2分で解けるのですが、他に「ある法則」がないのかとなると、多分、たくさん有りそうです。

例えば、問題の表を図2のように9個の3×3の小表に分けてみます。

1	3	10	3	10	50	10	50	
1	2	4	2	4	10	4	10	23
1	1	2	1	2	2	2	2	3
1	2	4	2	4	10	4	10	23
1	1	2	1	2	2	2	2	3
0	1	1	1	1	0	1	0	3
1	1	2	1	2	2	2	2	3
0	1	1	1	1	0	1	0	3
0	1	0	1	0	0	0	0	3

▲図2．問題の表から3×3の小表を取り出しました

これらの各小表の左下の数に着目すると、右上の小表では、それが「2」であるのに対して、それ以外の8個の小表では、「0」または「1」になっています。

そこで、この性質と先程の「ある法則」を利用すると、

$x$  [ある数] =  $a$  [左隣の数]  $\times b$  [左斜め下の数] +  $c$  [下の数] +  $k$ 、（ただし、ある数のマスから左に2マス、下に2マスにあるマス目の数が0または1の場合、 $k = 0$ 、それ以外の場合、 $k$ は任意）

という「新しい法則」を作ることができます。もし、この法則に従うのならば、空いているマス目の数字は任意となり、解答欄が空欄でなければ正解となります。

このような規則性を見つける問題は、それが見つかると嬉しくなるので楽しいです。興味のある受験生の皆さんは入試が終わったら、いろいろ調べて挑戦してみてください。