

中学生でも解ける東大大学院入試問題（５）

2014-09-18 13:14:49

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

北風が吹いて秋らしい涼しい日になりました。明日も同じような天気ですが、土曜日から雨模様です。

昨日提示した平成１９年度工学系研究科システム量子工学の入試問題を見ていきます。問題は、「暗号文「９７０」は「○□△☆×」、「２２２０」は「△□△☆×」、「２９３０」は「☆△□○×」で表される。このとき、「７８１」はどのように表されるか」というものです。

暗号文というと第二次世界大戦当時のドイツの「エニグマ」とか、素数を利用した暗号システムＲＳＡとか想像してしまいがちですが、それらは普通の試験問題とはいささか縁が薄いようで、入試に出題されるものは簡単な数学規則で数値を数値に変換するようなものでしょう。

実際、この問題も易しくて、直ぐに１０進法から５進法への変換かなと予想できました。その理由は、

- （１）３桁の９７０と４桁の２２２０が同じ数の記号で表されている
 - （２）記号の種類が５種類
- ということです。

（１）については、○と△の桁数が違えば理由にならないのですが、細かいことは気にせず、取りあえず挙げられた数を５進法に変換してみるのが手取り早いです。図１に９７０、２２２０、２９３０を１０進法から５進法に変換した結果を示します。

$970_{10} = 12340_5$	$2220_{10} = 32340_5$	$2930_{10} = 43210_5$
$970_{10} \div 5 = 194 \dots 0$	$2220_{10} \div 5 = 444 \dots 0$	$2930_{10} \div 5 = 586 \dots 0$
$194 \div 5 = 38 \dots 4$	$444 \div 5 = 88 \dots 4$	$586 \div 5 = 117 \dots 1$
$38 \div 5 = 7 \dots 3$	$88 \div 5 = 17 \dots 3$	$117 \div 5 = 23 \dots 2$
$7 \div 5 = 1 \dots 2$	$17 \div 5 = 3 \dots 2$	$23 \div 5 = 4 \dots 3$
$1 \div 5 = 0 \dots 1$	$3 \div 5 = 0 \dots 3$	$4 \div 5 = 0 \dots 4$

▲図１．１０進法→５進法

案の定、（（ ）１０は、１０進法表記、（（ ）５は５進法表記を表します）

- （９７０）₁₀→（１２３４０）₅
- （２２２０）₁₀→（３２３４０）₅
- （２９３０）₁₀→（４３２１０）₅

となり、

- ＝１
- ＝２
- △＝３
- ☆＝４
- ×＝０

と解読できました。

次に、（７８１）₁₀を５進法に変換し、各桁の数を記号に置き直せば終わりです。図２に（７８１）₁₀を５進法に変換する計算を示します。

$781_{10} \div 5 = 156 \dots 1$
$156 \div 5 = 31 \dots 1$
$31 \div 5 = 6 \dots 1$
$6 \div 5 = 1 \dots 1$
$1 \div 5 = 0 \dots 1$

$$(781)_{10} = (11111)_5$$

▲図２．（７８１）₁₀の５進法表記

つまり、（７８１）₁₀＝（１１１１１）₅なので、これを記号で表した、○○○○○が正解となります。

もし、１０進法→ｐ進法と予想したならば、

- $970 = \circ \cdot p^4 + \square \cdot p^3 + \triangle \cdot p^2 + \star \cdot p + \times \quad (1)$
- $2220 = \triangle \cdot p^4 + \square \cdot p^3 + \triangle \cdot p^2 + \star \cdot p + \times \quad (2)$
- $2930 = \star \cdot p^4 + \triangle \cdot p^3 + \square \cdot p^2 + \circ \cdot p + \times \quad (3)$

と立式し、（２）－（１）から

$$2220 - 970 = 1250$$

$$= 2 \cdot 5^4$$

$$= (\triangle - \circ) \cdot p^4$$

から $p = 5$ を導き出して進める方法もありそうです。

明日は、平成１７年度工学系研究科システム量子工学の「図の数字はある規則で並んでいる。Ａに入る数字を答えよ」

160	144	162	687
16	18	30	
A	12		
10			

問題図

を取り上げます。気が向いたら挑戦してみてください。

学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533