

中学生でも解ける東大大学院入試問題（３）

2014-09-16 12:30:04

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

昼過ぎに大きな地震があり驚きました。物が落下するなどの被害もなく良かったです。

これまで何回か取り上げましたが、東大大学院入試には論理的思考を試すということで、規則性、魔方陣、推理算、暗号などパズルが出題されます。それらの問題は、中学生でも解ける、結構面白いもので、今回は平成19年度工学系研究科システム量子工学の問題を取り上げます。

問題は、

「以下の（Ａ）に入る数字は何か？

$6\ 4 \rightarrow 2\ 8 \rightarrow 6\ 8 \rightarrow 7\ 6 \rightarrow 5\ 0 \rightarrow (A) \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1\ 6 \rightarrow 3\ 8 \rightarrow 7\ 0$ 」

というものです。

これは数列の規則性を見つける問題です。なかなか難しく、解くの約15分掛かりました。（但し、正解を知らないの合っているかわかりませんが）今回は、この問題にどのようにアプローチしたかを説明しながら進めて行きたいと思います。

まず、与えられた数列全体を見渡すと、項間の増減は、減→増→増→減→? →? →増→増→増→増と増減を不規則に繰り返しているの、高校で勉強する等差、等比、階差数列で表すのは難しそうです。

また、増加と減少を繰り返すためには、減算（引き算）か除算（割り算）の関与が予想できますが、除算では割り切れない場合があるので減算のほうが簡単そうです。（結局、これは関係なかったのですが）

次に、与えられた数列の細部に目をやると特徴的なのが、（Ａ）の右側の $2 \rightarrow 4 \rightarrow 1\ 6$ で、4と16は、2の2乗、4の2乗で表せます。

さらに、16の次項が38で16の2乗の256とは大きくずれてしまうのですが、38に近い平方数36を思い浮かべると（ここがポイントです）、それは16の一の位の6の2乗です。そこで十の位の1を使って、その2倍を36に加えて38を作ります。

つまり、ある項を $(10a + b)$ とすると次の項が $(b^2 + 2a)$ （ b^2 はbの2乗を表します）と予想する訳です。

この規則を数列の端から適用してみると、

$6\ 4 \rightarrow 4^2 + 2 \times 6 = 2\ 8$

となつて、これは解けたかもしれないと、脳にドーパミンが出始める次第です。

さらに検証を重ねると、

$2\ 8 \rightarrow 8^2 + 2 \times 2 = 6\ 8$

$6\ 8 \rightarrow 8^2 + 2 \times 6 = 7\ 6 \leftarrow$ ここで確信します

$7\ 6 \rightarrow 6^2 + 2 \times 7 = 5\ 0$

$5\ 0 \rightarrow 0^2 + 2 \times 5 = 1\ 0 \leftarrow$ これが（Ａ）

$1\ 0 \rightarrow 0^2 + 2 \times 1 = 2$

$2 \rightarrow 2^2 + 2 \times 0 = 4$

$4 \rightarrow 4^2 + 2 \times 0 = 1\ 6$

$1\ 6 \rightarrow 6^2 + 2 \times 6 = 3\ 8$

$3\ 8 \rightarrow 8^2 + 2 \times 3 = 7\ 0$

と予想が正しいことがわかりました。

もし、ある項を $(10a + b)$ とし、次の項が $(b^2 + 7a)$ 、つまり、（Ａ）の右側の項が、 $2 \rightarrow 4 \rightarrow 1\ 6 \rightarrow 4\ 3$ となると、また一段と難しくなりそうです。

明日は下記の数列の問題を説明します。興味があれば挑戦してみてください。

明日の問題（平成20年度工学系研究科環境海洋工学入試問題）

「以下の数字はある規則に従って並んでいる。（Ａ）に入る値は何か

$\pi/4$ 、 $4\ 9\pi/3\ 6$ 、 $1\ 7\pi/3\ 6$ 、 $1\ 9\pi/1\ 2$ 、 $2\ 5\pi/3\ 6$ 、（Ａ）」

学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533