

中学生でも解ける東大大学院入試問題（137）

2015-03-11 11:01:09

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

予報では強風とのことでしたが、今はさほど強くはなく、晴れの過ごしやすい天気になりました。土曜日まで良い天気が続くようです。

さて、今回は平成24年度東大大学院新領域創成科学研究科海洋技術環境学の入試問題です。

問題は、

「（1）3つの袋の中にはそれぞれ9個の白石と1個の黒石が入っている。それぞれの袋から無作為に石を1個ずつ取り出したときに、黒石が出る確率を求めよ。

（2）3つの袋の中にはそれぞれ0から9までの数字が書かれた10枚の紙片が入っている。それぞれの袋から無作為に紙片を1枚ずつ取り出したときに、同じ数字が2枚以上出る確率を求めよ。

（3）X社にはAとBの二つの工場があり、TVを製造している。A工場では10%が、B工場では5%が欠陥品である。A工場は年間1000台、B工場は年間5000台を生産している。

（3-1）X社のTVを無作為に購入したときに、欠陥品を買ってしまう確率を求めよ。

（3-2）買ったそのTVが欠陥品であったときに、A工場製である確率を求めよ。」

今回も確率の問題です。（1）（2）（3-1）は定番ですが、（3-2）は「原因の確率」と言われるもので、あまり見かけないかもしれません。

早速（1）から片付けましょう。

直接黒石の出る確率を計算してもOKですが、排反事象の「黒石が出ない」確率を計算して1から減じる方法もあります。

初めに直接黒石の出る確率を計算してみましょう。

黒石を●、白石を○とします。ここで例えば、3つの袋から取り出した石がすべて黒石のとき、【●●●】と表すことにします。

すると、

- ・黒石が1個出るのは、【●○○】 【○●○】 【○○●】 の3通り
- ・黒石が2個でるのは、【●●○】 【●○●】 【○●●】 の3通り
- ・黒石が3つ出るのは、【●●●】 の1通り

になります。

したがって、

- ・黒石が1個出る確率は、 $1/10 \cdot 9/10 \cdot 9/10 \cdot 3 = 243/1000$
- ・黒石が2個出る確率は、 $1/10 \cdot 1/10 \cdot 9/10 \cdot 3 = 27/1000$
- ・黒石が3個出る確率は、 $1/10 \cdot 1/10 \cdot 1/10 = 1/1000$

となり、

黒石が出る確率は、 $243/1000 + 27/1000 + 1/1000 = 271/1000$ で、これが答えになります。

排反事象から求めるためには、すべての袋から白石の出る確率を計算します。それは、

$$9/10 \cdot 9/10 \cdot 9/10 = 729/1000$$

で、これを1から引くと、

$$1 - 729/1000 = 271/1000$$

と前の答えと一致しました。

続いて（2）です。

袋から取り出した紙片に書いてある数字をa、a以外の数字を*とすると、

- ・同じ数字が2枚出るのは、【a a *】 【a * a】 【* a a】 の3通り
- ・同じ数字が3枚出るのは、【a a a】 の1通り

です。

一方、aの選び方は0から9まで10通りあるので、

- ・同じ数字が2枚出る確率は、 $1/10 \cdot 1/10 \cdot 9/10 \cdot 3 \cdot 10 = 27/100$
- ・同じ数字が3枚出る確率は、 $1/10 \cdot 1/10 \cdot 1/10 \cdot 10 = 1/100$

となり、

同じ数字が2枚以上出る確率は、

$$27/100 + 1/100 = 7/25$$

で、これが答えです。

これも排反事象から求めてみましょう。

排反事象は、3つの袋から取り出した紙片に同じ数字がないということなので、1つの袋から取り出した紙片に書いてある数字以外を別の袋から、さらにそれらの2つの袋から取り出した紙片に書いてある2つの数字以外を別の袋から取り出す確率を求めればよく、それは、

$$1 \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{18}{25}$$

です。

したがって、同じ数字が2枚以上出る確率は、

$$1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$$

で、前の答えと一致しました。

実は確定申告やいろいろやらなくてはならないことがあるので、(3)は明日取り上げます。興味のある人は考えてみてください。

[東久留米の学習塾](http://caitakiyama.jimdo.com/) 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533