

中学生でも解ける東大大学院入試問題（２８）

2014-11-01 11:57:06

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

予報通り雨になりました。西日本に停滞前線があるのですが、東京は明日から回復するようです。

さて、今回は平成23年度東大大学院工学系研究科システム創成学入試問題で、ディスプレイの壊れた電卓での掛け算を推理するものです。

問題は、

「下図は掛け算の計算式で、数字のある電卓の表示で示したものである。ただし、電卓の表示機能が一部壊れており、数字の縦棒はすべて表示されるが横棒は何も表示されない。計算式を復元せよ。

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

なお、壊れる前の電卓の数字表示は以下のとおりである。

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

です。

初め問題文をよく読まないで、電卓表示機能の壊れ方を縦棒、横棒にかかわらず、ONするべきところはONまたはOFF、OFFするべきところはOFFと勝手に思い込んでしまったので、場合分けが結構複雑になってしまいました。

変だなと思って、問題文を確認したところ、『数字の縦棒はすべて表示されるが横棒は何も表示されない』というのは、縦棒は正常に動作し、横棒はOFFしっぱなしということのようです。日頃から塾生に問題文をきちんと読むように言っているのですがお恥ずかしい限りです。

電卓表示機能の壊れ方を上記のように解釈すると問題は簡単です。図1に問題の掛け算にある7つの数字（図中に左からA、B、C、D、E、F、Gとしました）の取り得る数字を示します。

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|} \hline C & D \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline E & F & F & G \\ \hline \end{array}$$

$\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 8 \\ 7 \end{array}$
 $\begin{array}{c} 2 \\ 0 \\ 7 \end{array}$
 $\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 8 \\ 7 \end{array}$
 $\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \end{array}$

▲図1．各数字の候補

まず、Eに注目すると、Eは最も大きい桁なので0にはなりません。つまり、E = 8 となります。

すると、AB、CDの積が800以上899以下の数になります。これを不等式を使って表すと、

$$800 \leq AB \cdot CD \leq 899$$

$$800/CD \leq AB \leq 899/CD \quad (1)$$

となります。

ここで、CDの取り得る数は21、23、27で、それぞれの場合について、(1)からABの変域を求めると、

$$CD = 21 \text{ のとき、} \\ 38 \leq AB \leq 42 \quad (2)$$

$$CD = 23 \text{ のとき、} \\ 35 \leq AB \leq 39 \quad (3)$$

$$CD = 27 \text{ のとき、} \\ 30 \leq AB \leq 33 \quad (4)$$

となります。

一方、ABの取り得る数は、10、18、30、38、70、78なので、

$$(2) \text{ (} CD = 21 \text{) のとき、} AB = 38$$

$$(3) \text{ (} CD = 23 \text{) のとき、} AB = 38$$

$$(4) \text{ (} CD = 27 \text{) のとき、} AB = 30$$

となります。

大分絞り込むことができました。あとは $AB \times CD$ を実際に計算してF、Gと一致するものがあるか調べてもOKです。Gが4または9ということで、BとDを絞り込んでもOKです。

後者の方法で進めていくと、

$$AB = 38, CD = 21 \text{ のとき、その積の一の位の数は8となり、} G \neq 8 \text{ なので } NG$$

$$AB = 38, CD = 23 \text{ のとき、その積の一の位の数は4となり、可能性あり}$$

$$AB = 30, CD = 27 \text{ のとき、その積の一の位の数は0となり、} G \neq 0 \text{ なので } NG$$

となり、候補は、 $AB = 38$ 、 $CD = 23$ 、 $(G = 4)$ となりました。

あとは、 38×23 を計算して、十の位の数字が F の候補のなかにあるか確かめればお仕舞いです。早速、計算すると、 $38 \times 23 = 874$ で、F は 7 になりますが、これは F の候補のなかにありました。ということで、 $A = 3$ 、 $B = 8$ 、 $C = 2$ 、 $D = 3$ 、 $E = 8$ 、 $F = 7$ 、 $G = 4$ と正解に辿りつきました。

問題文を確認する前は結構面倒な場合分けに陥りましたが、結局簡単なものでした。皆さんもしっかり問題文を読んで解答に取り掛かりましょう。

学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533