

# 中学生でも解ける東大大学院入試問題 (201)

2017-03-17 14:01:04

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

昼前は少し風がありましたが、それも治まり、陽射しの強い暖かい日になりました。明日からも同じような陽気が続くようで、行楽日和の3連休です。

さて、今回は平成29年度東大大学院新領域創成科学研究科環境学研究系海洋技術環境学の入試問題です。

問題は、

「A、B、C、Dの4人は全員10歳以上50歳未満である。下の4人の発言より、考えられる年齢の組合せを全て答えなさい。ただし素数に1は含まれない。

A: 私の年齢は素数である。また、A、B、C、D 4人の年齢を足し合わせても素数となる。

B: 私の年齢は3つの異なる素数の積で表される。

C: 私は4人の中で一番年上である。また、私とDとの年齢の差は、私とBとの年齢の差の2倍である。

D: 私は4人の中で一番年下である。私とAの年齢の和は素数の2乗となる。」  
です。

A、B、C、Dの年齢をそれぞれA、B、C、Dとして、与えられた条件を立式しましょう。

- (1)  $10 \leq A, B, C, D < 50$
- (2)  $A = 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47$
- (3)  $A + B + C + D = p$  ( $p$ は素数)
- (4)  $B = 30, 42$  ( $30 = 2 \times 3 \times 5, 42 = 2 \times 3 \times 7$ )
- (5)  $C > A, B, D$
- (6)  $C - D = 2(C - B)$
- (7)  $D < A, B, C$
- (8)  $A + D = p^2$  ( $p$ 'は素数)

(1) から、 $20 \leq A + D < 100$ なので、(8)を満たす素数 $p$ 'は、5または7で、 $A + D = 25$  または  $49$ です。

ここから、 $A + D = 25$  と  $49$ で場合分けして調べましょう。

## ● $A + D = 25$ の場合

(1)、(2)、(7) から、A、B、C、Dの組合せ(A, B, C, D)は、  
(13, \*, \*, 12)

で、さらに(4)から、

(13, 30, \*, 12)、(13, 42, \*, 12)  
になります。

この2つの場合について(6)からCを計算すると、それぞれ、Cは、48と72で、(1)から、Cは48です。

したがって、

(13, 30, 48, 12)

で、この組合せのA、B、C、Dの和は103で、これは素数なので(3)を満たします。さらに、この組合せは、(5)、(7)も満たしています。

## ● $A + D = 49$ の場合

(1)、(2)、(7) から、  
(29, \*, \*, 20)、(31, \*, \*, 18)、(37, \*, \*, 12)

で、さらに(4)から、

(29, 30, \*, 20)、(29, 42, \*, 20)、(31, 30, \*, 18)、  
(31, 42, \*, 18)、(37, 30, \*, 12)、(37, 42, \*, 12)

になります。

これらの6つの場合について、(6)からCを計算すると、それぞれ、Cは、40、64、42、66、48、72で、(1)からCは、40、42、48です。

したがって、

(29, 30, 40, 20)、(31, 30, 42, 18)、(37, 30, 48, 12)

で、これら組合せのA、B、C、Dの和は、それぞれ119、121、127で、このなかで127が素数なので、  
(37, 30, 48, 12)

が(3)を満たします。さらに、この組合せは、(5)、(7)も満たしています。

以上から、与えられた条件を満たすA、B、C、Dの年齢の組合せは、

(13, 30, 48, 12)、(37, 30, 48, 12)  
で、これが答えです。

119 ( $= 7 \times 17$ ) で素数ではなく、103、127は素数であることを知っていれば簡単な問題です。

---

[東久留米の学習塾](http://caitakiyama.jimdo.com/) 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533