

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１３８）

2015-03-13 13:00:10

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

風が少し冷たく感じますが、日向は暖かく過ごしやすい陽気になりました。来週半ば以降、気温が 20°C 近くまで上がるようで、いよいよ春到来です。

さて、今回は平成23年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、

「ある病気Vにかかっているかどうかの検査がある。検査結果には陽性と陰性があり、陽性の場合にはVにかかっていることが強く疑われるが、稀にVにかかっていなくても検査結果が陽性になることがある。逆に、稀にVにかかっている場合にも検査結果が陰性になる場合もある。ここで、Vにかかっている場合に検査結果が陽性となる確率を 0.9 、Vにかかっていない場合に検査結果が陰性となる確率を 0.8 、そして、実際にVにかかっている人は5人に1人の割合でいるものとする。今ある人が検査を受けて、結果が陽性になった。この人がVにかかっている確率を求めよ。」

です。

昨日と同じく「ベイズの定理（ベイズの定理）」の問題です。

ある人がVにかかっている確率 = Vにかかっている検査結果が陽性 / (Vにかかっている検査結果が要請 + Vにかかっている検査結果が陰性)
となります。

そこでまず、Vにかかっている検査結果が陽性となる確率を求めると、
 $1/5 \times 0.9 = 9/50$
です。

次に、Vにかかっている検査結果が陰性となる確率を求めると、
 $4/5 \times (1 - 0.8) = 8/50$
です。

したがって、
ある人がVにかかっている確率 = $(9/50) / (9/50 + 8/50)$
 $= 9/17$

となり、これが答えになります。

これをもう少し判りやすい例で調べてみましょう。

例えば、この検査を受けた人が100人いるとすると、
Vにかかっている人は、 $100 \times 1/5 = 20$ 人、
Vにかかっている検査結果が陽性となる人は、 $20 \times 0.9 = 18$ 人、
Vにかかっている検査結果が陰性となる人は、 $20 \times 0.1 = 2$ 人、
Vにかかっていない人は、 $100 \times 4/5 = 80$ 人、
Vにかかっていない検査結果が陽性となる人は、 $80 \times 0.2 = 16$ 人、
Vにかかっていない検査結果が陰性となる人は、 $80 \times 0.8 = 64$ 人、
になります。

そして、Vにかかっている20人のうち、
検査で陽性になるのは、 $20 \times 0.9 = 18$ 人、
検査で陰性になるのは、 $20 \times 0.1 = 2$ 人です。

一方、Vにかかっている検査結果が陰性となる80人のうち、
検査で陽性になるのは、 $80 \times 0.2 = 16$ 人、
検査で陰性になるのは、 $80 \times 0.8 = 64$ 人、
です。

つまり、検査で陽性になるのは、Vにかかっている18人とVにかかっている検査結果が陰性となる16人ですから、
Vにかかっている検査結果が陽性となる確率は、 $18 / (18 + 16) = 9/17$
になるということです。

確率の問題が続きますが、もうしばらく付き合ってください。

東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校
<http://caitakiyama.jimdo.com/>
TEL 042-472-5533