

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１１６）

2015-02-12 12:07:52

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

晴れて良い天気になりました。今の気温は7℃ですが昼過ぎには10℃を超すようです。これから暖かくなったり寒くなったりを繰り返すので、特に受験生の皆さんは体調に気を付けて過ごしてください。

さて、今回は平成16年度東大大学院工学系研究科環境海洋工学の入試問題です。

問題は、
「整数0、1、2、・・・9999の中で、少なくとも1つの桁が数字2である数はいくつあるか。」
です。

いずれかの桁が2である数の個数を数え上げていく方法と、どの桁にも2がない数の個数を全体（この場合10000）から差し引く方法があります。後者のほうが簡単で、初めにこちらから調べてみましょう。

まず、0から9999までの数を“ABCD”とし、例えば、“0000”は、0を表すことにします。

ここで、どの桁にも2がない数は、A、B、C、Dのいずれも2ではない、つまり、0、1、3～9の9通りの数字のいずれかになるということなので、その個数は、
 $9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6561$ 個
になります。

すると、この排反事象が「少なくとも1つの桁が数字2である数」になるので、全体の10000個から6561個を引いて、
 $10000 - 6561 = 3439$ 個
となり、これが答えです。

続いて、いずれかの桁が2である数の個数を数え上げていく方法を調べてみましょう。

4桁の数で2があるのが、それぞれ、（ア）1つの桁、（イ）2つの桁、（ウ）3つの桁、（エ）4つの桁、である数の個数を調べます。

（ア）2になる桁の場合の数は4通りで、その他の3つの桁は2以外の数字になるので、
 $4 \times 9 \times 9 \times 9 = 2916$ 個
です。

（イ）2になる桁の場合の数は6通りで、その他の2つの桁は2以外の数字になるので、
 $6 \times 9 \times 9 = 486$ 個
です。

（ウ）2になる桁の場合の数は4通りで、その他の1つの桁は2以外の数字になるので、
 $4 \times 9 = 36$ 個
です。

（エ）2になる桁の場合の数は1通りで、2以外になる桁はないので、
1 個
です。

（ア）から（エ）の和は、
 $2916 + 486 + 36 + 1 = 3439$ 個
となり、前の答えと一致しました。

後者もそれほど手間が掛かるわけではありませんが、場合の数・確率を計算するとき、排反事象を考えると簡単になることがあります。頭に入れておくとういでしょう。

東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校
<http://caitakiyama.jimdo.com/>
TEL 042-472-5533