

中学生でも解ける東大大学院入試問題（71）

2014-12-27 09:47:46

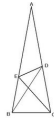
こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

冬期講習で塾生が朝10時に来るので大急ぎで教室の掃除をします。そのため身体が温まるのか、あまり寒さを感じませんが、外気温は5℃で日中も7℃にしかならないようです。寒い日になりそうですが、暖かくして勉強してください。

さて、今回は平成26年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、

「三角形ABCは二等辺三角形である。 $\angle BAC = 20^\circ$ 、 $\angle DBC = 60^\circ$ 、 $\angle ECB = 50^\circ$ であるとき、 $\angle EDB$ を求めよ。」
です。



▲問題図

ラングレーの問題です。あまりにも有名な問題なので、直ぐに30°と答えを書いた受験生もいたのではないかと思います。

この問題の解法は多数ありますが、今回は標準的な（私が覚えている）ものを紹介します。

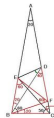
まず、辺AC上にFを取り、 $\angle FBC = 20^\circ$ になるようにします。すると、 $\triangle BCF$ が頂角 20° 、底角 80° の二等辺三角形になり、 $BC = BF$ となります。

（ここで、ちょっと解法の方針を説明しておく、 $BF = DF = EF$ を示して、B、D、EがFを中心とする円の周上にあることを使って、最後は中心角、円周角でフィニッシュに持ち込みます）

次に、 $\triangle BCE$ に着目すると、 $\angle CBE = 80^\circ$ 、 $\angle BCE = 50^\circ$ なので、 $\angle BEC = 50^\circ$ になり、 $\triangle BCE$ も二等辺三角形になります。したがって、 $BC = BE$ で、上記の結果と合わせて、 $BC = BE = BF$ です。

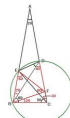
すると、 $BE = BF$ より、 $\triangle BEF$ は二等辺三角形で、かつ、頂角 $\angle EBF = 60^\circ$ なので、 $\triangle BEF$ は正三角形になり、 $BF = EF$ です。

さらに、 $\triangle FBD$ に着目すると、 $\angle BFD = 100^\circ$ 、 $\angle FBD = 40^\circ$ なので、 $\angle FDB = 40^\circ$ になり、 $\triangle FBD$ は二等辺三角形になります。したがって、 $BF = DF$ です。



▲図1．途中図

このように作戦通りに、 $BF = DF = EF$ を示すことができ、図2のように、B、D、EはFを中心とする円の周上にあります。



▲図2．最終図

最後に、中心角 $\angle BFE$ の1/2は円周角 $\angle EDB$ で、 $\angle BFE = 60^\circ$ ですから、 $\angle EDB = 30^\circ$ になり、これが正解となります。

この他にもいろいろな解法があるので興味のある人は考えてみてください。

[東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校](http://caitakiyama.jimdo.com/)

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533