

中学生でも解ける東大大学院入試問題（158）

2015-04-02 09:28:41

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

近所の桜も満開で、空の青色に薄桃色が映えて一層綺麗です。ところが、明日から天気の下り坂のようで、残念ながら週末は雨模様ようです。

さて、今回は平成18年度東大大学院工学系研究科システム量子工学の入試問題です。

問題は、

「

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots}}}}$$

の値を求めよ。」

です。

根号が連続して複雑そうに見えますが、大したことはありません。

まず、式の値を x とし、

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots}}}} \quad (1)$$

という等式を作ります。

ここで、(1)を2乗すると、

$$x^2 = 2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots}}} \quad (2)$$

となりますが、よく見ると、嬉しいことに(2)の右辺の第2項が x になっているので、

$$x^2 = 2 + x \quad (3)$$

という2次方程式を得ることができます。したがって、(3)を解けばお仕舞いです。

(3)から、

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1) = 0$$

なので、 $x = -1$ または 2 です。

ところが、 $x > 0$ なので、 $x = 2$ となり、これが答えです。

連続する根号や連分数の値は、今回のような単純な式であれば2次方程式の解になります。このことを頭に入れて置くと、このような問題に出会ったとき、びつくりしないで済むでしょう。(2次方程式にできないものもありますが)

[東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校](http://caitakiyama.jimdo.com/)

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533