

中学生でも解ける東大大学院入試問題（129）

2015-03-03 11:10:38

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

天気が悪く寒い日になりました。昨日は都立高校の合格発表日でしたが、合格した受験生も残念な結果に終わった受験生も春から進学する高校で元気に楽しく過ごしてください。

さて、今回は平成15年度東大大学院工学系研究科環境海洋工学の入試問題です。

問題は、

「3人がジャンケンをする。3人ともグー、チョキ、パーを同一の確率でだすものとする。

(1) 1回のジャンケンにおいて、引き分け、2人が勝つ、1人のみが勝つという3つの場合のそれぞれの確率を求めよ。

(2) 1人のみが勝つまで、ジャンケンを続けるものとしたとき、2回目で決着がつく確率を求めよ。ただし、負けたものは、次の回以降は参加できないものとする。」

です。

まず(1)ですが、3人で1回ジャンケンするとき、各人はグー、チョキ、パーの3通りだすことができるので、すべての場合の数は、

$$3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ 通り}$$

になります。

27通りくらいならば樹形図を描いても大したことはないので悪くない解法です。(実際、樹形図を描いてみるとあつと言う間にできます)

しかし、ここでは別の方法でやってみましょう。

まず、引き分けについて調べてみます。

引き分けになるのは、

(A) 全員が、グー、チョキ、パーの同じものをだすとき

(B) 各人がそれぞれ別なものをだすとき

です。

(A) は、全員がだしたものが、グー、チョキまたはパーの3通りなので、場合の数は3通りになります。

(B) は、3人のうち1人が、グー、チョキ、パーのいずれかをだすことができるので3通り、別の人は残りの2つからだすことができるので2通り、残りの1人は別の2人がだしたものの以外の1つからだすので1通りとなるので、場合の数は $3 \times 2 \times 1 = 6$ 通りになります。

したがって、引き分けになる場合の数は、 $3 + 6 = 9$ 通りで、すべての場合の数は27通りなので、引き分けになる確率は、

$$9/27 = 1/3$$

になります。

次に2人が勝つ場合について調べます。

2人が勝つということは、その2人がグーをだしたとき、残りの1人がチョキをだすということで、その他に、2人がパーをだしたときとチョキをだしたときがあるので、合わせると3通りになります。

次に3人のうち誰が勝つかを考えると、3人のなかから2人を選ぶ場合の数は3通りになります。

したがって、2人が勝つ場合の数は $3 \times 3 = 9$ 通りで、その確率は、

$$9/27 = 1/3$$

になります。

最後に1人が勝つ場合ですが、2人が勝つ場合と同様に計算してもOKですし、全体の確率1から、引き分けと2人が勝つ確率を引いても求めることができます。

全体の確率から、引き分けと2人が勝つ確率を引くと、

$$1 - 1/3 - 1/3 = 1/3$$

になります。

続いて(2)です。

2回目で決着がつくということは、

(C) 1回目に引き分け、2回目に1人が勝つ

(D) 1回目に2人が勝つて、2回目に勝ち残った2人のうちどちらかが勝つのいずれかの場合です。

(C) の確率は、(1) から 1 回のジャンケンで引き分けになる確率と 1 人が勝つ確率はそれぞれ $1/3$ なので、 $1/3 \times 1/3 = 1/9$ になります。

(D) の確率は、(1) から 1 回のジャンケンで 2 人が勝つ確率は $1/3$ で、それに 2 人でジャンケンしてどちらかが勝つ確率を掛ければ OK です。

2 人がジャンケンしてどちらかが勝つ確率を求めます。

すべての場合の数が $3 \times 3 = 9$ 通りです。

次に、勝った 2 人がだしたものが、グー、チョキ、パーのいずれかなので 3 通り、2 人のうちから勝つ人を選ぶ場合の数が 2 通りなので、2 人でジャンケンしてどちらかが勝つ場合の数は、 $3 \times 2 = 6$ 通りになります。

したがって、その確率は、

$$6/9 = 2/3$$

です。

つまり、(D) の確率は、

$$1/3 \times 2/3 = 2/9$$

になり、2 回目で決着がつく確率は、(C) + (D) なので、

$$1/9 + 2/9 = 1/3$$

になります。

(1) については、樹形図を使うほうが判りやすいかもしれませんが、(2) の樹形図を描くのは大変そうです。都立高校入試の場合、枝分かれの多い樹形図になる問題は出題されないので、樹形図をしっかり描けるように演習しておきましょう。また、興味のある人は樹形図を使わない解法を勉強しておくといいでしょう。

[東久留米の学習塾](http://caitakiyama.jimdo.com/) 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533