

中学生でも解ける東大大学院入試問題（４７）

2014-11-27 12:44:21

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

予報通り晴天で昨日よりは暖かくなりましたが、気温は16℃と寒く感じます。ここ数日、同じような天気が続くようです。

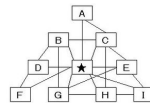
さて、今回は平成20年度東大大学院工学系研究科環境海洋工学の入試問題です。

問題は、

「ある航空会社は★で示された都市に拠点をもち、ここから9つの都市（A～I）をつなぐ以下の線で示されたような航空路線を持っている。このとき、★からスタートして、この航空会社のみを利用して各都市を一度だけ訪れるような順路をすべて示せ。

但し、方向は意味を持つものとする。例えば、A→BとB→Aは意味が異なる。

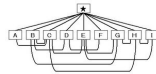
解答は ★→A→B→C→D→E→F→G→H→I→★ のように記せばよい。」



▲問題図

すべて頂点を一度だけ通る閉路を「ハミルトン閉路」と言いますが、この「ハミルトン閉路」の存在を扱うのは難しい問題ですが、この問題は難しくありません。

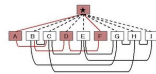
まず、問題図が見難いので、図1のように描き直しました。



▲図1．問題図の描き直し

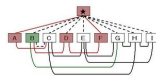
図1のAとFに注目すると、始点であり終点である★と繋がっている路線以外に1本の路線しかないので、★-Aと★-Fの路線は確定します。

さらに、★-Aが確定するとA-Cの路線が確定し、★-Fが確定するとF-D-Bの路線が確定します。図2に確定した路線と都市を赤色、乗らない路線を破線で表した途中図を示します。



▲図2．途中図（１）

次にBに注目すると、B-CとB-Gの2つの路線がありますが、B-Cの路線に乗った場合、A-Cの路線に乗らなくてはならないので、Cを2回訪れることになり、B-Cの路線には乗れません。つまり、B-Gの路線が確定します。図3に新たに確定した路線と都市を緑色、乗らない路線を破線で表した途中図を示します。



▲図3．途中図（２）

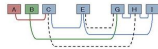
大分シンプルになりましたが、ここで不要な都市と路線を取り去って、より簡単な図に描き直しましょう。（図4）



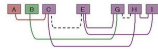
▲図4．途中図（３）

図4から判ることは、Cから順不同にE、H、Iを訪れてGまで行く路線経路（または、その逆）を見つければOKということです。

そこでCから路線を調べてみると、C-Eの路線とC-Iの路線がありますが、前者の場合、図5に示すように、C-E-I-H-G、後者の場合、図6に示すように、C-H-I-E-Gが条件を満足する路線経路になります。

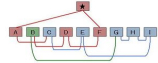


▲図 5 . C - E - I - H - G の路線経路

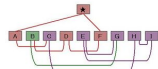


▲図 6 . C - H - I - E - G の路線経路

図 3 と図 5、図 6 をまとめて乗らない路線を削除すると図 7、図 8 になり、これが答えの路線経路になります。



▲図 7 . 答えの路線経路 (1)



▲図 8 . 答えの路線経路 (2)

したがって、解答は、

- (1) ★→A→C→E→I→H→G→B→D→F→★
 - (2) ★→F→D→B→G→H→I→E→C→A→★ ← (1) の逆廻り
 - (3) ★→A→C→H→I→E→G→B→D→F→★
 - (4) ★→F→D→B→G→E→I→H→C→A→★ ← (3) の逆廻り
- の 4 通りになります。

一見複雑な問題図でしたが、見易く描き直すことで考えやすくなりました。数学では図を描くことが考えやすくするポイントなので、面倒がらずに図を描く習慣を身につけましょう。