

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１１１）

2015-02-07 11:25:15

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

予報では暖かくなると言っていたのですが、気温が４℃と寒い日になりました。私立高校や都立高校入学試験が近づいてきたので、受験生の皆さんは風邪など引かぬよう、暖かくして勉強してください。

さて、今回は平成１５年度東大大学院工学系研究科環境海洋工学の入試問題です。

問題は、

「７進法で表した二桁の数字を５進法に変換したところ、一桁目と二桁目の数字が入れ替わった。この数を８進法で表せ。」  
です。

一般に $n$ 進法 $\Leftrightarrow m$ 進法を直接変換する簡単な方法はありませんから、ここは一旦、１０進法に変換するのが良いでしょう。

初めに、７進法および５進法で表した二桁の数字をそれぞれ $a\ b(7)$ 、 $b\ a(5)$ とします。

このとき、

$$1 \leq a \leq 4 \quad (a \text{ は整数}) \quad (1)$$

$$1 \leq b \leq 4 \quad (b \text{ は整数}) \quad (2)$$

です。

次に、それらを１０進法に変換すると、

$$a\ b(7) = 7a + b$$

$$b\ a(5) = 5b + a$$

で、これらが等しいので、

$$7a + b = 5b + a$$

となり、これを整理すると、

$$3a = 2b \quad (3)$$

となります。

（３）から $b$ は３の倍数であることが判り、（２）から

$$b = 3$$

になり、さらに

$$a = 2$$

となります。

したがって、

$$2\ 3(7) = 7 \cdot 2 + 3 = 17$$

なので、元の数字は１０進法で表したとき、１７となります。

最後に１７を８進法に変換しますが、それは、下図のように１７を８で割っていった余りを逆に並べればＯＫで、答えは２１になります。

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 17} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$$

▲図．８進法への変換

$n$ 進法 $\Leftrightarrow 10$ 進法の変換方法を忘れてしまっても、下表に示すように、５進法で２桁までの数字は２５個しかないのので、すべて書き下しても答えを見つけることができます。

5進法	0	1	2	3	4	10	11	12	13	14
7進法	0	1	2	3	4	5	6	10	11	12
5進法	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11
5進法	10	11	12	13	14	15	16	17	20	21
7進法	10	11	12	13	14	15	16	20	21	22
5進法	10	11	12	13	14	15	16	17	20	21
5進法	20	21	22	23	24	25	26	27	30	31
7進法	20	21	22	23	24	25	26	30	31	32
5進法	20	21	22	23	24	25	26	27	30	31
5進法	30	31	32	33	34	35	36	37	40	41
7進法	30	31	32	33	34	35	36	40	41	42
5進法	30	31	32	33	34	35	36	37	40	41

▲表．５、７、８進法の対応表

$n$ 進法は高校で勉強しますが、これを勉強すると１０進法についての理解が深まります。興味のある人は調べてみてください。

東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533