

中学生でも解ける東大大学院入試問題（189つづき）

2015-05-06 12:31:24

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

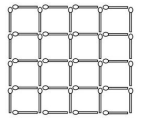
今日も晴れて、お天気に恵まれた今年のGWでした。中学生の皆さんは、直ぐに1学期の中間考査なので、しっかり勉強しましょう。

さて、去年の秋口に息子から東大院試の過去問を貰って以来、189の問題を取り上げてきました。しかし、手元に中学生でも解けそうな問題が無くなってしまい、しばらくお休みになります。新しい問題が手に入ったら、また取り上げたいと思います。

それでは、前回の続きの平成25年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題に取り掛かりましょう。

問題は、

「40本の同じ長さのマッチ棒で作られた下（原文：右）の図形がある。この図形には、1本のマッチ棒を一边とする正方形が16個、2本のマッチ棒を一边とする正方形が9個、3本のマッチ棒を一边とする正方形が4個、4本のマッチ棒を一边とする正方形が1個含まれている。この図形から9本のマッチ棒を取り去り、どこにも正方形が存在しないようにしたときの図形を描け。ただし、残ったマッチ棒は動かしてはならない。



というものでした。

方針は、1本のマッチ棒を一边とする16個の正方形を非正方形化するために8本のマッチ棒を取り去ったときにできる図形を調べて、それらを正方形を作らずに、4x4の正方形に敷き詰めることができるかを調べていくというものです。

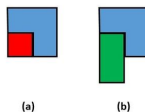
16個の正方形を非正方形化するときに見える図形は、4本のマッチ棒を一边とする正方形を非正方形化するために最外周から1本のマッチ棒を取り去ることを含めて、

- (A) 1x2の長方形ピース7個、1x2の長方形から1本のマッチ棒を取り去ったピース1個
 - (B) 1x1の正方形から1本のマッチ棒を取り去ったピース1個、1x2の長方形ピース6個、1x3の長方形ピース1個
 - (C) 1x1の正方形から1本のマッチ棒を取り去ったピース1個、1x2の長方形ピース6個、面積3のL字型のピース1個
- です。

前回は、(A)の場合は、正方形を作らずに、4x4の正方形を敷き詰めることは不可能で、(B)のときは、2種類の置きかたがあることまで調べました。

今回は、(C)の場合を調べていきます。

まず図1のように、L字型ピースと凹部に、(a) 1x1の正方形から1本のマッチ棒を取り去ったピース1個が置かれる場合と、(b) 1x2の長方形ピースが置かれる場合に分けて調べます。



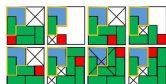
▲図1. (C)のL字型ピースとその他のピースの組合せ

初めに(a)の場合ですが、1x1の正方形から1本のマッチ棒を取り去ったピースは、最外周に置かれなければならないことに注意して調べていくと、図2のような結果になり、正方形を作らずに、4x4の正方形を敷き詰めることはできません。



▲図2. (C)の(a)の結果

次に(b)の場合です。この組み合わせたピースは対称図形ではないので、4x4の正方形に対して、多くの置きかたがあります。それらについて、1x1の正方形から1本のマッチ棒を取り去ったピースを最外周に置いたときについて調べていくと、図3から図8になり、正方形を作らずに、4x4の正方形を敷き詰めることはできないことが判ります。



▲図 3 . (C) の (b) の結果 (1)



▲図 4 . (C) の (b) の結果 (2)



▲図 5 . (C) の (b) の結果 (3)



▲図 6 . (C) の (b) の結果 (4)

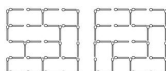


▲図 7 . (C) の (b) の結果 (5)



▲図 8 . (C) の (b) の結果 (6)

以上から、正方形を作らずに、 4×4 の正方形を敷き詰めることができるのは、(B) の場合の 2 種類の置きかたで、答えは図 9 のようになります。



▲図 9 . 答え

とりあえず最後の問題というのに、虱潰しに調べるという方法でお恥ずかしいかぎりです。スマートな解法がありましたら、是非、教えてください。