

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１０２）

2015-01-29 12:09:15

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

昨日より強くはありませんが、今日も北風が吹いていて寒い日になりました。積もることはないのですが、明朝は雪が降るかもしれないようです。受験生の皆さんは暖かくして勉強してください。

さて、今回は平成２５年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、

「 $E_1 \sim E_7$ はそれぞれ１桁の偶数、および、 $O_1 \sim O_4$ はそれぞれ１桁の奇数である。以下の掛け算を満たすように、それぞれに具体的な数字を当てはめよ。ただし、同じ数字を何度使ってもよい。」

$$\begin{array}{r} E_1 O_1 \\ \times O_2 E_2 \\ \hline O_3 E_3 \\ E_4 O_4 \\ \hline E_5 E_6 E_7 \end{array}$$

▲問題の掛け算

です。

添字があると書き難いので問題の掛け算を図１のように書き直します。大文字が偶数、小文字が奇数です。

$$\begin{array}{r} A B \\ \times C D \\ \hline E F \\ O G H \\ \hline I J K \end{array}$$

▲図１．問題の掛け算を書き直しました

一目で判るのは、 $F = K$ 、 $G = I$ ですが、これらの関係はあまり役に立ちません。掛け算の部分の「 $A B \times D \rightarrow E F$ 」と「 $A B \times C \rightarrow G H$ 」の桁が繰り上がらないところがポイントです。

「 $A B \times D \rightarrow E F$ 」に着目すると、その積が２桁で、かつ、 A 、 D は偶数なので、これを満たす A 、 D の組合せ（ A 、 D ）は、

（２，２）

（２，４）

（４，２）

のいずれかになります。そこで、これで場合分けして調べていきましょう。

（ A ， D ）＝（２，２）の場合

「 $A B \times D \rightarrow E F$ 」において、 $A（２） \times D（２） = 4$ ですが、 e が奇数なので１の位から奇数繰り上がらなければなりません。ところが、「 $b \times D（＝２）$ 」は最大で１８なので、十の位に１繰り上がることで、

$e = 5$

で、さらに、

$b = 5、7、9$ （１）

のいずれかになります。

次に、「 $A B \times c \rightarrow G H$ 」において、その積は２桁で、 $A = 2$ 、 c は奇数であることから、

$c = 1、3$

となります。

仮に、 $c = 1$ とすると、（１）から $h = b \times c \equiv 5$ になり、 $e + h$ が繰り上がらないことに反するので、

$c \neq 1$

です。

そこで、 $c = 3$ とすると、（１）から $b \times c$ は、１５、２１、２７となり、 h は、それぞれ５、１、７になりますが、先程と同じく、 $e + h$ が繰り上がらないことから

$h = 5$

$b = 7$

になります。

これで、掛け算をする２数が、２７と３２に決まったので、実際に計算すると、

$$27 \times 32 = 54 + 810$$

$$= 864$$

で、（ A ， b ， c ， D ， e ， F ， G ， h ， I ， J ， K ）は、

（２，７，３，２，５，４，８，１，８，６，４）

になり、それらの偶奇性もＯＫです。

次に、（ A ， D ）＝（２，４）の場合です。

「 $A B \times D \rightarrow E F$ 」において、 $A（２） \times D（４） = 8$ で e が奇数なので１の位から１だけ繰り上がらなければなりませ

ん。したがって、
 $e = 9$
になります。

ところが、 $e = 9$ であると、 $h \geq 1$ なので、 $e + h \geq 10$ となり、繰り上がらないことに反してしまいます。

したがって、 $(A, D) \neq (2, 4)$ です。

続いて、 $(A, D) = (4, 2)$ の場合ですが、これも $(A, D) = (4, 2)$ の場合と同様で、「 $A \times b \times D \rightarrow e \times F$ 」において、 $A(4) \times D(2) = 8$ で e が奇数なので1の位から1だけ繰り上がらなくてはなりません。したがって、
 $e = 9$
になります。

ところが、 $e = 9$ であると、 $h \geq 1$ なので、 $e + h \geq 10$ となり、繰り上がらないことに反してしまいます。

したがって、 $(A, D) \neq (4, 2)$ です。

以上から、 $(A, b, c, D, e, F, G, h, I, J, K)$ は、
(2, 7, 3, 2, 5, 4, 8, 1, 8, 6, 4)
となり、念のため、図2に計算式を示します。

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 32 \\ \hline 54 \\ 81 \\ \hline 864 \end{array}$$

▲図2．答えの計算式

掛け算で桁が上がらないことは厳しい制限になるので、それを利用すると絞り込みができます。覆面算を解く機会はありませんが、頭にいれておくのと役に立つこともあるかも知れません。

[東久留米の学習塾 学研CAIスクール 東久留米滝山校](http://caitakiyama.jimdo.com/)
<http://caitakiyama.jimdo.com/>
TEL 042-472-5533