

中学生でも解ける東大大学院入試問題（８８）

2015-01-15 12:01:29

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

予報通り雨になり、気温が6℃とここ数日で一番低く、寒い日になりました。週末のセンター試験を皮切りに入試シーズンに突入します。受験生の皆さんは、くれぐれも体調に気をつけて、この季節を乗り切ってください。

さて、今回は平成26年度東大大学院工学系研究科システム創成学の入試問題です。

問題は、

「次式のように、9桁の自然数Aを8桁の自然数Bで割ると89となる。各□は0から9までの整数を表している。AとBを求めよ。ただし、□には同じ整数を何度用いてもよい。」

$$\frac{A}{B} = \frac{\square\square\square34567\square\square}{\square\square\square12\square\square\square} = 89$$

▲問題の式

です。

覆面算の問題です。手掛かりは、Aの7～3桁目の“34567”とBの5、4桁目の“12”です。商の89は判っているのですから、これらの情報を何とか活かしたいところですが、AもBも高い桁、低い桁の数字が判っていないので、そこを何とかしなければなりません。

そこで、覆面算解法のポイントの一つ最上位の桁の繰り上がりに着目しましょう。

Bは8桁の自然数で、それに89を乗ずると9桁の自然数Aになるのですから、Bの最上位の桁は1になります。（2以上だとAが10桁になってしまいます）

すると、Aの最上位の桁とその下の桁の数は89以上99以下となります。

これでAの最上位から3桁目までの数字が繋がり、Aの候補は、

8934567**
9034567**
9134567**
9234567**
9334567**
9434567**
9534567**
9634567**
9734567**
9834567**
9934567**

の11個に絞ることができました。

あとは、これらのAの候補を89で割って、その商の5、4桁目が“12”があるかを調べてAを決定します。このとき、A候補の“**”は商の5、4桁目に影響しないので、*=0として計算してOKです。

実際の計算は電卓を使えば簡単ですが、使えない場合は、例えば、9434567**の場合、

$$943456700 = 8900000000 + 5 \times 100000000 + 3456700$$

として、

$$\begin{aligned} 943456700 \div 89 &= 10000000 \\ &+ 5 \times 10000000 \div 89 \\ &+ 3456700 \div 89 \end{aligned}$$

から、 $10000000 \div 89 \approx 112359$ 、 $3456700 \div 89 \approx 38839$ を計算しておいて、これらを組み合わせると少しは簡単になるかも知れません。

ここでは、電卓を使います。その結果は、

893456700÷89≒10038839
903456700÷89≒10151198
913456700÷89≒10263558
923456700÷89≒10375917
933456700÷89≒10488277
943456700÷89≒10600637
953456700÷89≒10712996
963456700÷89≒10825356
973456700÷89≒10937715
983456700÷89≒11050075
993456700÷89≒11162434

となり、5、4桁目が“12”となっているのは、953456700だけで、

$$A = 9534567**$$

となります。

ここまでくると後はいろいろな方法がありますが、下記の方法が簡単だと思います。

$A = 9534567**$ なので、不等式を使って A を表すと、
 $953456700 \leq A \leq 953456799$
になります。

この両辺を 89 で割ると、
 $10712996.6 \leq A/89 \leq 10712997.7$
で、 $A/89 = B$ 、 B は自然数なので、
 $B = 10712997$
と判ります。

A は $B \times 89$ なので、
 $A = 10712997 \times 89$
 $= 953456733$
となります。

以上をまとめると、 $A = 953456733$ 、 $B = 10712997$ が答えになります。

覆面算では未知の数字を変数として方程式を作って解くこともできますが、問題の見通しが悪くなることが多々あります。いろいろな解法パターンを用意しておくとい良いでしょう。

[東久留米の学習塾](http://caitakiyama.jimdo.com/) 学研CAIスクール 東久留米滝山校
<http://caitakiyama.jimdo.com/>
TEL 042-472-5533