

中学生でも解ける東大大学院入試問題（１４３）

2015-03-18 12:06:42

こんにちは。東久留米市の学習塾塾長です。

昨日と同じように暖かい日になりました。夜には雨が降り始めて明日は雨模様ですが、暖かさは続くようです。

さて、今回は平成１８年度東大大学院新領域科学研究科情報生命科学の入試問題です。

問題は、

「見分けのつかない箱ＡとＢがあり、Ａには赤球７個と白球３個、Ｂには赤球３個と白球３個が入っている。箱をどちらかに決めて等確率で球を取り出すとし、取り出した球は戻さない。

- （１）箱から取り出した球が赤である確率を求めよ。  
 （２）箱から取り出した球が赤という条件で、箱がＡである確率を求めよ。  
 （３）箱から取り出した球が赤という条件で、もう１個取り出した球が白である確率を求めよ。  
 （４）箱から赤、白の順に１球ずつ続けて取り出した条件で、３球目を取り出して赤である確率を求めよ。」  
 です。

昨日の類題です。

まず、（１）は、箱がＡまたはＢで、どちらを選ぶかの確率は  $1/2$  なので、箱から取り出した球が赤である確率  $P$

$$\begin{aligned} P(1) &= 1/2 \cdot 7/10 + 1/2 \cdot 3/6 \\ &= 3/5 \end{aligned}$$

で、これが答えです。

次に（２）です。

Ａから球を取り出す事象をＡ、Ｂから球を取り出す事象をＢ、赤球が取り出された事象をＥとすると、

$$\begin{aligned} P(A) &= 1/2 \\ P(B) &= 1/2 \\ P(E|A) &= 7/10 \\ P(E|B) &= 3/6 = 1/2 \end{aligned}$$

で、「ベイズの定理」から、

$$\begin{aligned} P(A|E) &= P(A) P(E|A) / (P(A) P(E|A) + P(B) P(E|B)) \\ &= (1/2 \cdot 7/10) / (1/2 \cdot 7/10 + 1/2 \cdot 1/2) \\ &= 7/12 \end{aligned}$$

で、これが箱から取り出した球が赤という条件で、箱がＡである確率になります。

続いて（３）です。

（２）から箱から取り出した球で赤という条件で、その箱がＡである確率は  $7/12$  で、Ｂである確率は  $5/12$  になります。

箱がＡのとき、Ａのなかに残っている球は、赤球６個と白球３個で、箱がＢのとき、Ｂのなかに残っている球は、赤球２個と白球３個になります。

したがって、箱から取り出した球が赤という条件で、もう１個取り出した球が白である確率  $P(3)$  は、

$$\begin{aligned} P(3) &= 7/12 \cdot 3/9 + 5/12 \cdot 3/5 \\ &= 4/9 \end{aligned}$$

で、これが答えになります。

最後の（４）では、箱から赤、白の順に１球ずつ続けて取り出された事象をＥ'とすると、

$$\begin{aligned} P(E'|A) &= 7/10 \cdot 3/9 \\ &= 7/30 \\ P(E'|B) &= 3/6 \cdot 3/5 \\ &= 3/10 \end{aligned}$$

で、「ベイズの定理」から、

$$\begin{aligned} P(A|E') &= P(A) P(E'|A) / (P(A) P(E'|A) + P(B) P(E'|B)) \\ &= (1/2 \cdot 7/30) / (1/2 \cdot 7/30 + 1/2 \cdot 3/10) \\ &= 7/16 \end{aligned}$$

で、箱がＡである確率が  $7/16$ 、Ｂである確率が  $9/16$  と判ります。

箱がＡのとき、Ａのなかに残っている球は、赤球６個と白球２個で、箱がＢのとき、Ｂのなかに残っている球は、赤球２個と白球２個になります。

したがって、箱から赤、白の順に１球ずつ続けて取り出した条件で、３球目を取り出して赤である確率  $P(4)$  は、

$$\begin{aligned} P(4) &= 7/16 \cdot 6/8 + 9/16 \cdot 2/4 \\ &= 39/64 \end{aligned}$$

で、これが答えです。

昨日と同じような問題を取り上げましたが、原因の確率を求める「ベイズの定理」のパワーを感じることができたと思います。しっかり身に付けて使えるようにすると良いでしょう。

---

[東久留米の学習塾](http://caitakiyama.jimdo.com/) 学研CAIスクール 東久留米滝山校

<http://caitakiyama.jimdo.com/>

TEL 042-472-5533