

本节内容

算法

效率的度量

王道考研/CSKAOYAN.COM

1

知识总览



The diagram illustrates the components of algorithm efficiency measurement. A central blue box labeled '算法效率的度量' (Measurement of Algorithm Efficiency) is connected to two sub-topics: '时间复杂度' (Time Complexity) and '空间复杂度' (Space Complexity). '时间复杂度' is linked to a callout box stating '时间开销与问题规模 n 之间的关系' (Relationship between time cost and problem size n). '空间复杂度' is linked to a callout box stating '空间开销（内存开销）与问题规模 n 之间的关系' (Relationship between space cost (memory cost) and problem size n). Above the diagram is a horizontal bar with five colored segments: blue, orange, grey, yellow, and green.

时间开销与问题规模 n 之间的关系

时间复杂度

空间复杂度

空间开销（内存开销）与问题规模 n 之间的关系

算法效率的度量

王道考研/CSKAOYAN.COM

2

程序运行时的内存需求

```
//算法1— 逐步递增型爱你
void loveYou(int n) { //n 为问题规模
    int i=1; //爱你的程度
    while(i<=n){
        i++; //每次+1
        printf("I Love You %d\n", i);
    }
    printf("I Love You More Than %d\n", n);
}
```

装入

内存

程序代码

大小固定，与问题规模无关

数据

局部变量 i, 参数 n ...

无论问题规模怎么变，算法运行所需的内存空间都是固定的常量，算法空间复杂度为

$$S(n) = O(1)$$

注：S 表示 “Space”

算法原地工作——算法所需内存空间为常量

王道考研/CSKAOYAN.COM

3

空间复杂度

```
void test(int n) {
    int flag[n]; //声明一个长度为n的数组
    int i;
    //.....此处省略很多代码
}
```

装入

内存

程序代码

大小固定，与问题规模无关

数据

局部变量 i, 参数 n ...
数组 flag[n]

假设一个 int 变量占 4B...
则所需内存空间 = 4 + 4n + 4 = 4n + 8

$$S(n) = O(n)$$

只需关注存储空间大小与问题规模相关的变量

王道考研/CSKAOYAN.COM

4

空间复杂度

```
void test(int n) {
    int flag[n][n]; //声明 n*n 的二维数组
    int i;
    //.....此处省略很多代码
}
```

装入

内存

程序
代码大小固定，与
问题规模无关

数据

局部变量 i，
参数 n ...
数组 flag[n][n]

$$S(n) = O(n^2)$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

5

空间复杂度

```
void test(int n) {
    int flag[n][n]; //声明 n*n 的二维数组
    int other[n];   //声明一个长度为n的数组
    int i;
    //.....此处省略很多代码
}
```

装入

内存

程序
代码大小固定，与
问题规模无关

数据

局部变量 i，
参数 n ...
数组 flag[n][n]
数组 other[n]

$$S(n) = O(n^2) + O(n) + O(1) = O(n^2)$$

a) 加法规则

$$T(n) = T_1(n) + T_2(n) = O(f(n)) + O(g(n)) = O(\max(f(n), g(n)))$$

$$O(1) < O(\log_2 n) < O(n) < O(n \log_2 n) < O(n^2) < O(n^3) < O(2^n) < O(n!) < O(n^n)$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

6

函数递归调用带来的内存开销

```
//算法5— 递归型爱你
void loveYou(int n) { //n 为问题规模
    int a,b,c; //声明一系列局部变量
    //...省略代码
    if (n > 1) {
        loveYou(n-1);
    }
    printf("I Love You %d\n", n);
}
```

```
int main(){
    loveYou(5);
}
```

```
I Love You 1
I Love You 2
I Love You 3
I Love You 4
I Love You 5
```

装入

内存

程序代码

5

4

3

2

1

大小固定，与问题规模无关

存储函数的参数n，局部变量abc...



王道考研/CSKAOYAN.COM

7

函数递归调用带来的内存开销

```
//算法5— 递归型爱你
void loveYou(int n) { //n 为问题规模
    int a,b,c; //声明一系列局部变量
    //...省略代码
    if (n > 1) {
        loveYou(n-1);
    }
    printf("I Love You %d\n", n);
}
```

```
int main(){
    loveYou(5);
}
```

```
I Love You 1
I Love You 2
I Love You 3
I Love You 4
I Love You 5
```

装入

内存

程序代码

5

4

3

2

1

大小固定，与问题规模无关

存储函数的参数n，局部变量abc...

 $S(n) = O(n)$

空间复杂度 = 递归调用的深度



王道考研/CSKAOYAN.COM

8

函数递归调用带来的内存开销

```
//算法5— 递归型爱你
void loveYou(int n) { //n 为问题规模
    int flag[n]; //声明一个数组
    //...省略数组初始化代码
    if (n > 1) {
        loveYou(n-1);
    }
    printf("I Love You %d\n", n);
}

int main(){
    loveYou(5);
}
```

I Love You 1
I Love You 2
I Love You 3
I Love You 4
I Love You 5

装入



$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(1+n)}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

$$S(n) = O(n^2)$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

9

知识回顾与重要考点

空间复杂度

如何计算

普通程序

- ① 找到所占空间大小与问题规模相关的变量
- ② 分析所占空间 x 与问题规模 n 的关系 $x=f(n)$
- ③ x 的数量级 $O(x)$ 就是算法空间复杂度 $S(n)$

递归程序

- ① 找到递归调用的深度 x 与问题规模 n 的关系 $x=f(n)$
 - ② x 的数量级 $O(x)$ 就是算法空间复杂度 $S(n)$
- 注：有的算法各层函数所需存储空间不同，分析方法略有区别

常用技巧

加法规则： $O(f(n)) + O(g(n)) = O(\max(f(n), g(n)))$

乘法规则： $O(f(n)) \times O(g(n)) = O(f(n) \times g(n))$

“常对幂指阶”

$O(1) < O(\log_2 n) < O(n) < O(n \log_2 n) < O(n^2) < O(n^3) < O(2^n) < O(n!) < O(n^n)$

王道考研/CSKAOYAN.COM

10



@王道论坛



@王道计算机考研备考
@王道咸鱼老师-计算机考研
@王道楼楼老师-计算机考研



@王道计算机考研



等撩



等撩



@王道计算机考研



@王道计算机考研



@王道在线