

计算物理 hw18

PB18020616 李明达

December 2020

摘要

这是计算物理第 18 次作业，作业题目是进行单中心 DLA 模型的模拟 (可以用圆形边界，也可以用正方形边界)，并用两种方法计算模拟得到的 DLA 图形的分形维数，求分形维数时需要作出双对数图。

1 算法和程序

1.1 DLA 模拟

DLA 图形一般是先在中心置放一个粒子。再在远处置放一个粒子，经过布朗运动随机行走后，与中心的粒子粘合；然后在远处置放下一个粒子，当随机行走多步碰到下一个粒子后粘合。持续下去，最后不断有粒子在远处生成，并碰到 DLA 图形后与其粘合，就等效于在 DLA 图形周围生长。

我的程序是 DLA()，功能是做 DLA 模拟，生成“point.txt”文件，其行就是 x 轴，列就是 y 轴。这个程序包含四个部分：1. 定义 DLA 的格子为 601*601，取奇数是为了找中心点方便，此时中心点是 DLA_lattice[300][300]，对于初始值：中心点是 1，其余点都是 0；2. 随机产生初值部分，这部分用 Schrage 随机数产生器在四个边上产生初值，从而让随机游走分布更均匀；3. 随机游走部分，这部分通过让粒子随机游走，如果其 4 个近邻有一个是占据的，则吸附，此点从 0 变为 1；4. 写入文件部分，此时把所得到的二维画布存储到文件“point.txt”里，其行为 x，列为 y，由此可以把图画出来。

1.2 盒计数法

为了减少误差，我们将大的含粒子网格每一边等分成 $1/v=2,4,6,10,15,20,40,100,200$ 份来划分大网格，来统计有粒子的网格个数 N 。分形维数 $D = \ln(N)/\ln(1/v)$ 。

对应的函数是 `BoxCounting()`，其内部是一对 `for` 循环，用于求出所有有像素的盒子数，并且 `printf` 出来。

1.3 Sandbox 法

这个算法是在图的中心建立很多边长为 r 的盒子，我们取 $r=20,40,60,80,100,120,140,160,180,200$ ，计算盒子中的像素数，从而得到分形维数 $D = \ln(N)/\ln(r)$

对应的函数是 `Sandbox()`，它通过计算边长 20, 40, ..., 200 的矩形内的点的个数，进而得出分形维数。

2 实验结果

3 DLA 模拟结果

实验采用 Schrage 随机数产生器，种子值是 261715390，随机行走的初始值从 x, y 分别为 50, 550 的四个边上等概率选取，DLA 图如图 1 所示。

3.1 盒计数法结果

盒计数法的结果如表 1 所示，可以看到，随着分的盒子数增加，分形维数在 1.5 左右，通过进一步的图像拟合（舍去第一个点，因为没啥意义），可以得到分形维数是 1.518（见图 2）。这基本是对的，但与理论值有小偏差。我猜测的原因如下：由于所研究的范围内是 $[0,600]$ ，但 DLA 图像出现的点在 $[50,500]$ 之间，两个区间并不是那么匹配，所以导致有一些盒子被“浪费”掉了，所以结果偏小。初步估算，优化后，结果基本在 1.6 左右，这时与理论符合的比较好！

3.2 Sandbox 法结果

盒计数法的结果如表 1 所示，通过双对数图（见图 3）可以计算出来，分形维数在 1.663 左右，这与讲义所提到的理论范围 $[1.6,1.7]$ 符合的非常好！实验很成功！

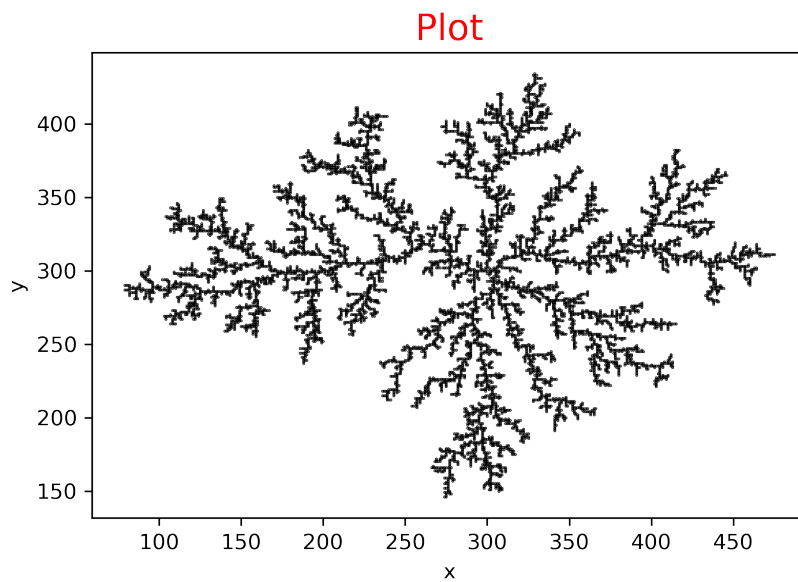


图 1: DLA 图, 很漂亮

表 1: 盒计数法的结果

| This is BoxCounting method | | |
|----------------------------|--------|----------|
| 分的个数 | 有值的盒子数 | 分形维数 |
| 2 | 4 | 2 |
| 4 | 9 | 1.584963 |
| 6 | 14 | 1.472886 |
| 10 | 26 | 1.414973 |
| 15 | 54 | 1.47301 |
| 20 | 83 | 1.475045 |
| 40 | 264 | 1.511556 |
| 100 | 1088 | 1.518314 |
| 200 | 2861 | 1.502161 |

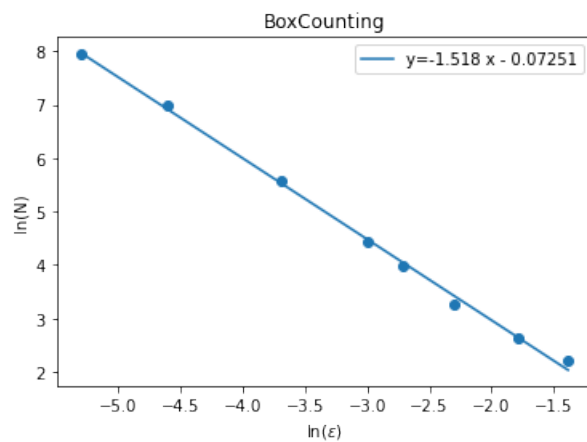


图 2: 盒计数法, 此时斜率是-1.518, 可知分形维数约为 1.518

表 2: SandBox 法结果

| This is Sandbox method | | |
|------------------------|------|----------|
| 边长 | 像素点数 | 分形维数 |
| 20 | 130 | 1.624823 |
| 40 | 430 | 1.643801 |
| 60 | 900 | 1.661412 |
| 80 | 1385 | 1.65071 |
| 100 | 1964 | 1.646571 |
| 120 | 2626 | 1.644539 |
| 140 | 3455 | 1.648759 |
| 160 | 4341 | 1.650359 |
| 180 | 5188 | 1.647251 |
| 200 | 6017 | 1.642473 |

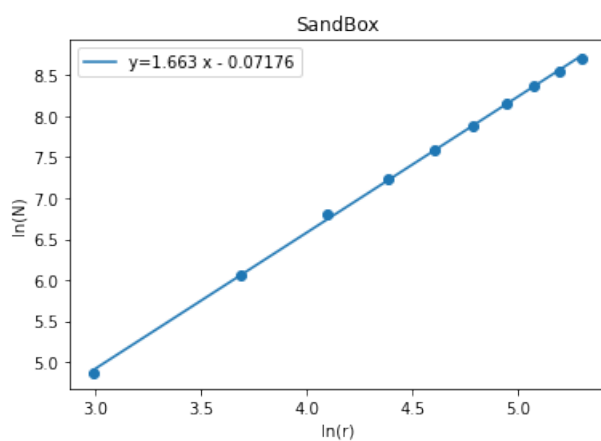


图 3: SandBox 法的双对数图, 斜率为 1.663, 所以计算出的分形维数为 1.663

4 总结

本次实验我首先进行单中心 DLA 模型的模拟 (使用正方形边界), 并用两种方法 (分别是盒计数法和 Sandbox 法) 计算模拟得到的 DLA 图形的分形维数, 在求分形维数时我作出了两个双对数图, 盒计数法给出的分形维数为 1.518, Sandbox 方法给出的分形维数为 1.663, 前者略小于理论值, 是因为“浪费”了一些格子; 而后者与理论值 $[1.6, 1.7]$ 复合的非常好。综上, 本次实验完美结束!