

# Tentamen SSY080

## Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

20 december 2017 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808  
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.  
Resultat: Rapporteras in i Ladok  
Granskning: Onsdag 17 januari kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311 på plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.  
Bedömning: Del A: Rätt svar ger 1p.  
Del B: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

### Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skriven' text.

Krav för godkänt.

Del A	5 p	av tot 10 p
Del B	7 p	av tot 15 p

Betygsgränser.

Poäng	12-15	16-20	21-25
Betyg	3	4	5

9 poäng

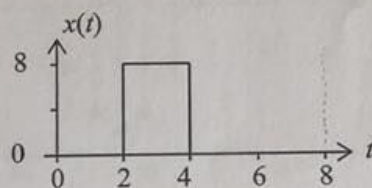
Lycka till!

**Del A.** En poäng (1p) per A-uppgift. Ange endast svar. Inga uträkningar eller motsvarande kommer att beaktas.

- A1. Ett kontinuerligt system med impulssvar  $h(t) = [0.75e^{-2t} + 0.25e^{-3t}]u(t)$  drivs med insignalen  $x(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1)$ ,  $\forall t$ <sup>1</sup>. Utsignalen blir då  $y(t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \theta_2)$ ,  $\forall t$ . Ange vilket/vilka av följande tre påståenden som säkert gäller:

- (i)  ~~$A_1 = A_2$~~
- (ii)  ~~$\omega_1 = \omega_2$~~
- (iii)  ~~$\theta_1 = \theta_2$~~

- A2. I figur 1 visas en period av en kontinuerlig och periodisk signal  $x(t)$  med fundamentala perioden  $T = 8$ . Beräkna värdet på koefficienten  $c_0$  i signalens komplexa Fourierserie.



Figur 1: Del av periodisk signal

- A3. Är signalen  $x(t) = \pi \cos\left(\frac{3\pi}{11}t\right) + 4e^{j\left(\frac{4}{11}\right)t}$ ,  $\forall t$ , periodisk? Beräkna i så fall den fundamentala perioden (minsta värdet på  $T$ ) så att villkoret  $x(t) = x(t + T)$ ,  $\forall t$ , gäller.
- A4. En kontinuerlig sinusformat signal  $x(t)$  på 312 Hz samplas med 512 Hz och analyseras med en 64-punkters DFT (Diskret Fourier Transform,  $X[k]$ ). För vilket/vilka värden på  $k$  antar  $|X[k]|$  störst värde?
- A5. Ett diskret LTI-system har impulssvaret  $h[n] = (0.8)^n u[n]$  och insignalen  $x[n] = u[n - 1] - u[n - 3]$ . Beräkna utsignalvärdet  $y[n]$  för  $n = 3$ .

<sup>1</sup>Notationen  $\forall t$  betyder 'för alla  $t$ '

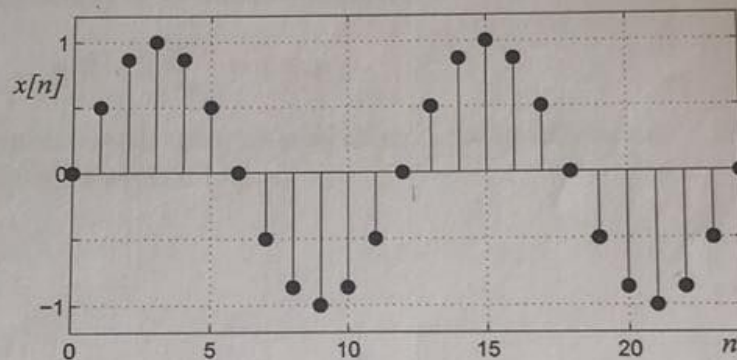
- A6. Ett diskret system med insignal  $x[n]$  och utsignal  $y[n]$  beskrivs med sambandet

$$y[n] = x[n] + 1$$

Är systemet linjärt?

Är systemet tidsinvariant? *ja, beror på n.*

- A7. En kontinuerlig signal  $x(t) = \sin(6\pi t)$  samplas med sampelintervallet  $T_s$  s och skapar en diskret signal  $x[n]$  enligt figur 2. Vilket värde har sampelintervallet  $T_s$ ?



Figur 2: Samplad signal  $x[n]$

- A8. Den diskreta och högersidiga<sup>2</sup> signalen  $x[n]$  har z-transformen

$$X(z) = \frac{1}{3-z}, \quad \text{ROC: } |z| > 3$$

Ta fram signalen  $x[n]$  genom att inverstransformera  $X(z)$ .

<sup>2</sup>högersidig - här gäller att  $x[n] = 0$  för  $n < 0$



A9. Ett stabilt och kausalt kontinuerligt system har överföringsfunktionen  $H(s)$ . I vårt fall består  $H(s)$  av en kvot mellan polynom i  $s$ . Vårt  $H(s)$  har flera poler och nollställen. Vad gäller då för polernas placering i det komplexa talplanet?

- i) Polernas realdel  $> 0$
- ii) Polernas realdel  $< 0$
- iii) Polernas belopp  $> 1$
- iv) Polernas belopp  $< 1$

A10. Ett kontinuerligt LTI-system med insignal  $x(t)$  och utsignal  $y(t)$  beskrivs med differentialekvationen

$$y(t) + 2 \frac{dy(t)}{dt} = 2x(t)$$

Bestäm amplituden på utsignalen, i stationärtillstånd<sup>3</sup>, då insignalen är  $x(t) = 6 \cos(\sqrt{2} t)$ .

---

**Del B.** Fem poäng (5p) per B-uppgift. Fullständiga lösningar skall redovisas.

B11. Impulssvaret till ett kontinuerligt LTI-system är

$$h(t) = (8e^{-20t} - 2e^{-10t})u(t) .$$

Beräkna systemets stegsvar. Alltså, beräkna systemets utsignal  $y(t)$  när insignalen är ett enhetssteg,  $x(t) = u(t)$ . (5p)

---

<sup>3</sup>stationärtillstånd - alla eventuella insvängningsförlopp har klingat av

B12. Ett diskret LTI-system beskrivs med differensekvationen

$$y[n] - 0.1y[n-1] - 0.06y[n-2] = 4x[n] + 4.8x[n-1] .$$

Beräkna systemets impulssvar.

(5p)

B13. En triangelformad, periodisk signal har Fourierserieutvecklingen

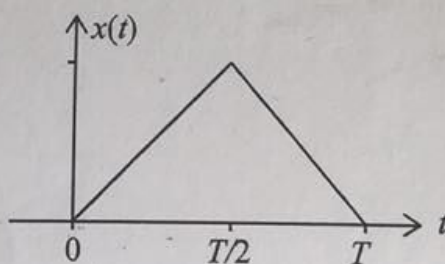
$$x(t) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t\right)$$

En period av signalen visas i figur 3.

Signalen  $x(t)$  utgör insignal till ett system  $H$  med impulssvaret

$$h(t) = \frac{\sin(\omega_c t)}{\pi t}, \quad \forall t.$$

Bestäm de värden på  $\omega_c$  för vilka utsignalen  $y(t)$  ifrån systemet  $H$  innehåller två sinusformade signaler (grundtonen plus första övertonen) utöver ett konstant värde som motsvarar medelvärdet. (5p)



Figur 3: En period av  $x(t)$

## SSY080 Tentamen 2017-12-20 Svar

- A1 (ii)  $\omega_1 = \omega_2$
- A2  $c_0 = 2$  (medelvärde av  $x(t)$  över en period)
- A3 Icke periodisk
- A4  $k = 25, 39$
- A5  $y[3] = 1.44$
- A6 Tidsinvariant? Ja!  
Linjärt? Nej!
- A7  $T = 1/36 \text{ s}$
- A8  $x[n] = -3^{(n-1)} u[n-1]$
- A9 (ii) Polernas realdel  $< 0$
- A10 Utsignalens amplitud = 4
- B11  $y(t) = 0.2 (1 - 2e^{-20t} + e^{-10t}) u(t)$
- B12  $h[n] = [12 (0.3)^n - 8 (-0.2)^n] u[n]$
- B13  $6\pi/T < \omega_c < 10\pi/T$