

Università degli studi di Trento
E-agle Trento racing team

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Anno accademico 2016-2017



Sistema di sterzo di un'automobile "Formula SAE"

Studente: Francesco Passigato

Matricola: 190164

Sommario

1. Introduzione	3
2. Vincoli da regolamento	4
3. La sterzata di Ackermann	4
3.1 Definizione della funzione obiettivo	5
4. Ricerca dei parametri ottimali per il sistema di sterzo	7
4.1 Definizione della geometria	7
4.2 Procedura di ottimizzazione	9
4.3 Presentazione e commento dei risultati	11
5. Dimensionamento degli ingranaggi per la scatola di sterzo	13
6. Calcolo dello sforzo necessario per sterzare	13
7. Possibili vie di miglioramento	15
8. Bibliografia	15

1. Introduzione

Il presente lavoro ha lo scopo di descrivere la progettazione di un sistema di sterzo per una monoposto da gara del tipo formula, che dovrà correre nell'ambito della competizione "Formula SAE".

Inizialmente si procede delineando i principali vincoli imposti dal regolamento in merito al sistema meccanico in questione.

Successivamente viene spiegato il modo in cui si sono ricavate le dimensioni dei braccetti dello sterzo. Una volta ottenuti tali parametri si procede a valutare lo sforzo richiesto dal pilota per sterzare, data la geometria del sistema di sterzo.

La scatola di sterzo che si è scelto di adottare è del tipo pignone-cremagliera, che risulta più precisa e diretta rispetto ad altri sistemi. A questo proposito, si è proceduto al dimensionamento di pignone e cremagliera per la costruzione della scatola dello sterzo.

Per l'ottimizzazione dei parametri del sistema di sterzo è stato utilizzato il software "Mathematica"; per valutare le forze in gioco invece ci si è serviti del software "Maple".

2. Vincoli da regolamento

Il regolamento dell'anno 2017-2018 impone i seguenti vincoli sul sistema di sterzo:

- **T6.5.1:** Il volante deve essere connesso meccanicamente alle ruote anteriori, ciò significa che un sistema “steer-by-wire” è proibito.
- **T6.5.2:** Il sistema di sterzo deve avere degli “stop” che impediscano il bloccaggio dei braccetti di sterzo (che impediscano cioè di raggiungere la configurazione singolare). Tali stop possono essere posti sui giunti o sulla cremagliera e devono impedire che le ruote tocchino i braccetti delle sospensioni o lo chassis durante la corsa.
- **T6.5.3:** Il massimo gioco ammesso per il volante è di 7° .
- **T6.5.4:** Il volante deve essere connesso al piantone tramite un giunto a sgancio rapido. Il guidatore deve essere in grado di attivare il giunto dalla naturale posizione di guida con i guanti indossati.
- **T6.5.5:** Il retrotreno sterzante, che può essere attuato elettricamente, è permesso ma solo se dei fermi meccanici limitano la rotazione delle ruote ad un massimo di 6° . Questo deve essere dimostrato con il guidatore a bordo ed il team deve avere la possibilità di mostrare tale angolo durante le ispezioni tecniche.

3. La sterzata di Ackermann

Non appena le ruote anteriori vengono sterzate, le caratteristiche del sistema di sterzo determinano se esse rimarranno parallele tra loro o se una delle due sterzerà più dell'altra.

Il sistema di sterzo è stato progettato tenendo come funzione obiettivo quella di Ackermann.

La *Figura 1* mostra i tre diversi casi che si possono osservare quando le ruote di un veicolo vengono sterzate. Si può notare che la sterzata di Ackermann permette alle ruote anteriori di seguire un centro di rotazione comune, individuato nel punto di incontro tra il prolungamento dell'asse posteriore e la retta perpendicolare a ciascuna delle ruote. Questo assicura che tutte le ruote rotolino liberamente senza angoli di slip, ossia che non vengano trascinate mentre si percorre una curva. Si può notare che le due ruote anteriori sono caratterizzate da due raggi di curvatura molto differenti, con la ruota interna alla curva che deve sterzare maggiormente rispetto a quella esterna.

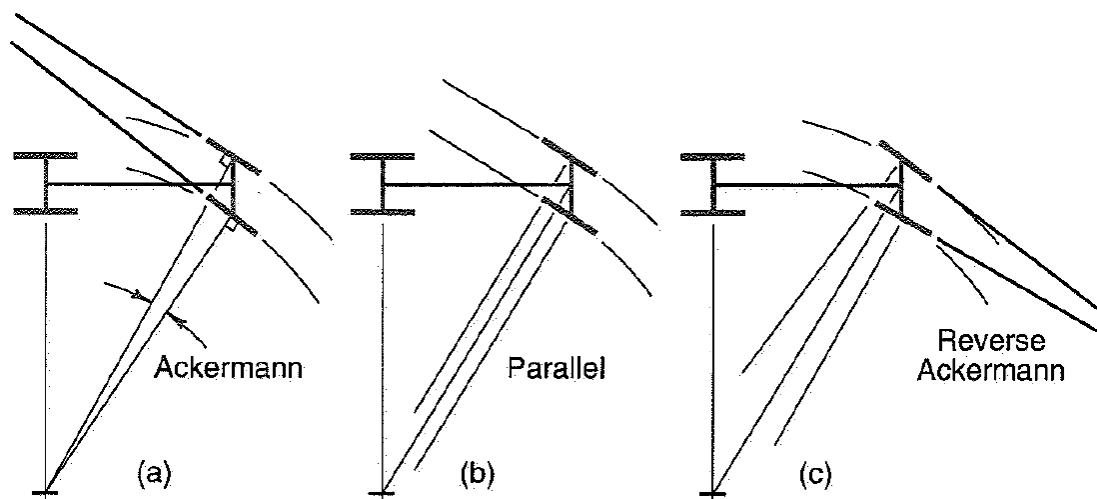


Figura 1

Questo tipo di sterzata viene comunemente adottata in tutte le applicazioni in cui si hanno basse accelerazioni laterali. Questo avviene normalmente per le automobili destinate alla vita quotidiana. Nel caso dei veicoli che devono gareggiare nelle competizioni di “Formula SAE”, i tracciati che vengono predisposti per le prove di skid-pad ed autocross hanno delle caratteristiche tali per cui le

velocità di percorrenza sono in media molto basse, in quanto i circuiti sono caratterizzati da curve con raggi molto ridotti.

Per questo motivo si è pensato che la sterzata di Ackermann ben si adattasse anche a soddisfare le esigenze di un veicolo di “Formula SAE”.

Nelle auto da corsa tipo “Formula 1”, in cui vengono raggiunte forti accelerazioni laterali, la situazione diventa molto differente. Infatti in queste condizioni le ruote sono caratterizzate da angoli di slip significativi; inoltre il carico sulla ruota interna è molto inferiore rispetto a quello che agisce sulla ruota esterna. Osservando la *Figura 2*, che mostra le prestazioni di una gomma a differenti angoli di slip, è possibile notare che a bassi carichi sono richiesti angoli di slip inferiori per raggiungere il picco della massima forza laterale sostenibile dalla ruota. Se in questa condizione il sistema di sterzo avesse la geometria di Ackermann, la ruota interna alla curva sarebbe forzata ad assumere un angolo di slip più alto rispetto a quello necessario per raggiungere la massima forza laterale. Questo provoca un trascinarsi della ruota interna, determinando un aumento della temperatura e un rallentamento dell’auto. Di conseguenza, per le auto da corsa, è spesso utilizzata una sterzata parallela o addirittura anti-Ackermann.

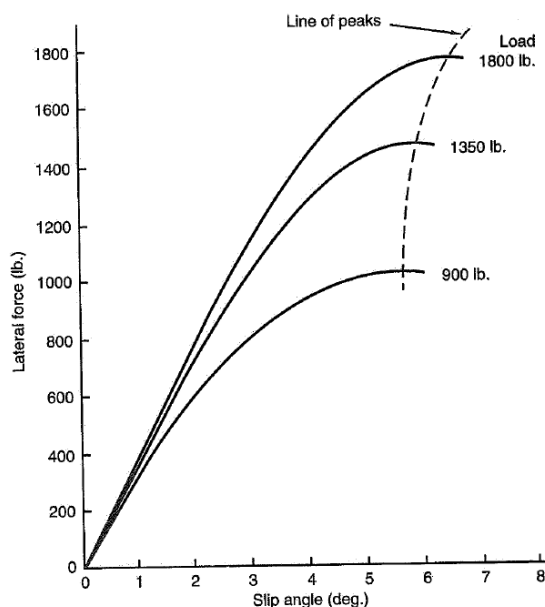


Figura 2

3.1 Definizione della funzione obiettivo

Tenendo presente che l’obiettivo è quello di realizzare un sistema di sterzo che descriva il più fedelmente possibile la sterzata di Ackermann, lo schema riportato in *Figura 3* permette di mettere in relazione i parametri geometrici per la definizione della funzione obiettivo, ossia quella che descrive una sterzata 100% Ackermann. La *Figura 3* considera un sistema di sterzo simmetrico rispetto alla linea longitudinale dell’auto; inoltre la metà considerata viene schematizzata come un quadrilatero: si vedrà in seguito come questo schema viene ricondotto a uno che presenta una scatola di sterzo a pignone/cremagliera invece che una cerniera.

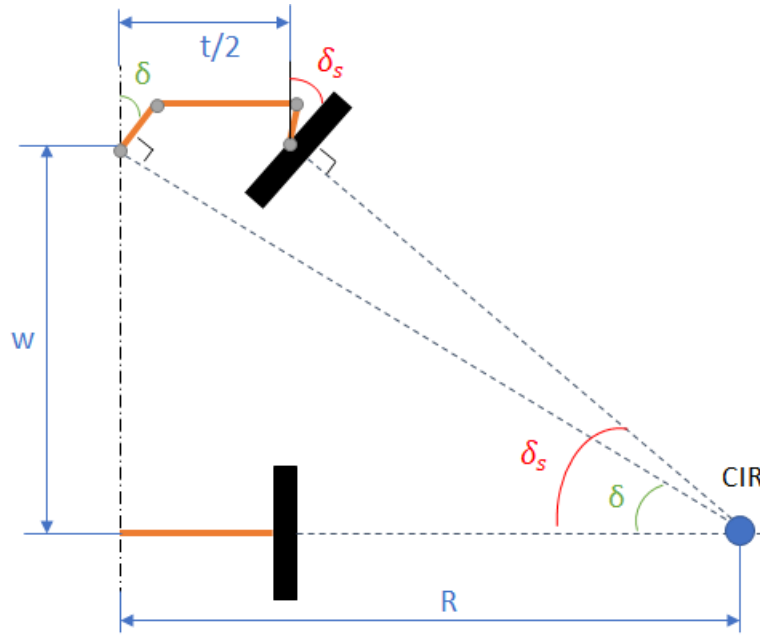


Figura 3

- Il parametro w indica il “wheelbase”, ossia il passo, che nel caso presente vale 1540 mm.
- Il parametro t indica il “track”, cioè la carreggiata, che nel caso in questione è di 1270 mm.
- R rappresenta invece il raggio della curva percorsa dall'automobile.
- L'angolo δ rappresenta l'angolo di sterzo, immaginando che il volante sia collegato direttamente alla cerniera centrale, agendo quindi direttamente sui braccetti di sterzo (anche in questo caso si vedrà in seguito come tener conto della demoltiplicazione introdotta dalla cremagliera).
- δ_s indica l'angolo che descrive la ruota interna rispetto alla direzione longitudinale.
- CIR sta per “centro di istantanea rotazione”; come detto in precedenza, se la sterzata è analoga a quella di Ackermann, tutte le ruote ruoteranno (nel piano) rispetto ad un centro di rotazione comune.

A questo punto si può scrivere:

$$\tan \delta = \frac{w}{R} \quad 3.1$$

$$\tan \delta_s = \frac{w}{R - \frac{t}{2}} = \frac{w/R}{1 - \frac{t}{2R}} = \frac{\tan \delta}{1 - \frac{t}{2R}} \quad 3.2$$

$$\delta_s = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \delta}{1 - \frac{t}{2w} \tan \delta} \right) \quad 3.3$$

La 3.3 permette di calcolare l'angolo che deve assumere la ruota in funzione dell'angolo di sterzo, affinché la sterzata di Ackermann sia rispettata. Tale angolo è quindi la funzione obiettivo, che si deve cercare di ottenere selezionando opportunamente la lunghezza dei braccetti di sterzo.

Si può quindi definire la funzione desiderata $yd(\delta)$ come:

$$yd(\delta) = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \delta}{1 - \frac{t}{2w} \tan \delta} \right) \quad 3.4$$

4. Ricerca dei parametri ottimali per il sistema di sterzo

Per trovare i parametri dello sterzo che permettono di ottenere una sterzata il più vicino possibile a quella di Ackermann, è necessario anzitutto creare una procedura in grado di definire la geometria del sistema di sterzo.

È opportuno specificare già dall'inizio che l'intero meccanismo di sterzo viene studiato come se giacesse completamente sul piano; per questo motivo il cinematismo delle ruote sarà appunto descritto solamente nel piano. In realtà questa è un'approssimazione, poiché le ruote, anche considerando solamente la sterzata, sono caratterizzate da un movimento in 3D.

Tuttavia questo movimento può essere approssimato correttamente sul piano sotto alcune condizioni. In particolare è necessario che i due angoli di caster e kingpin siano piuttosto ridotti. La *Figura 4* mostra il significato di questi due angoli:

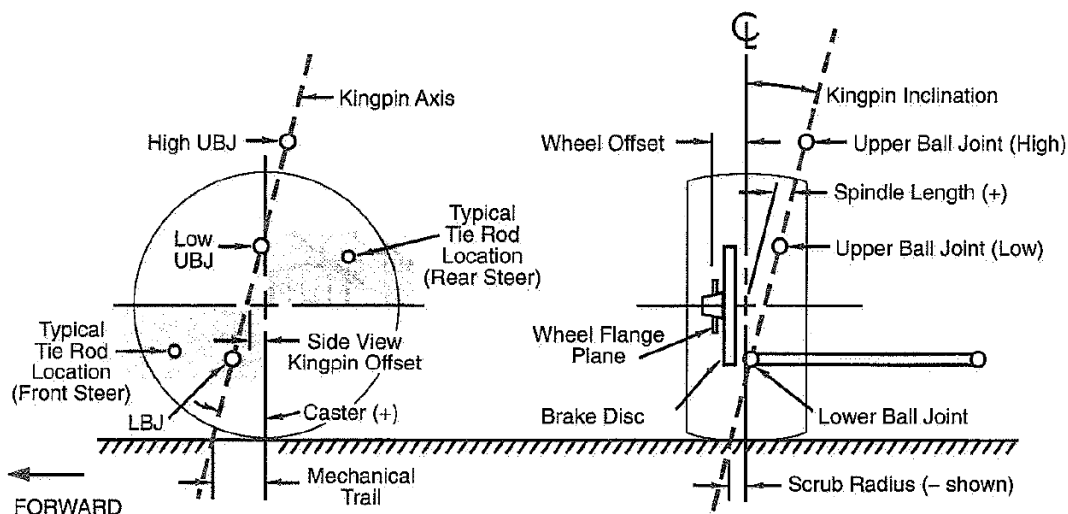


Figura 4

La retta tratteggiata rappresenta l'asse attorno a cui ruota lo pneumatico durante la sterzata. Tale asse si trova tracciando la retta che passa per i due giunti sferici che collegano i braccetti delle sospensioni al portamozzo. Di conseguenza, se si considera il sistema di sterzo come posto ad una certa quota, lo pneumatico ruoterà (sempre riferendosi alla rotazione sul piano orizzontale, parallelo al suolo) attorno ad un punto dato dall'intersezione dell'asse di rotazione della ruota con il piano sul quale giace il sistema di sterzo stesso. Questo punto, come si vedrà a breve, viene considerato nella modellazione aggiungendo due offset nelle direzioni trasversale e longitudinale.

È evidente che, se i due angoli di kingpin e caster sono sufficientemente piccoli, il movimento della ruota durante la sterzata può essere approssimato correttamente in due dimensioni. In particolare i valori finali ottenuti in seguito alla progettazione dei braccetti di sterzo risultano rispettivamente di 9° e 6° , quindi piuttosto contenuti. È chiaro, tuttavia, che una simulazione in 3D dello sterzo permette di avere una maggiore precisione.

4.1 Definizione della geometria

Nelle considerazioni successive verrà rappresentato solo il movimento della ruota anteriore destra, dal momento che quanto avviene sulla ruota sinistra è simmetrico. Il sistema di sterzo viene dunque schematizzato tramite un quadrilatero, con la differenza che la cerniera centrale presente in *Figura 3* viene sostituita con un giunto prismatico, che permette solo la traslazione lungo la direzione trasversale.

Considerando che si utilizza una scatola di sterzo di tipo pignone/cremagliera, la geometria generale dello sterzo è presentata in *Figura 5*:

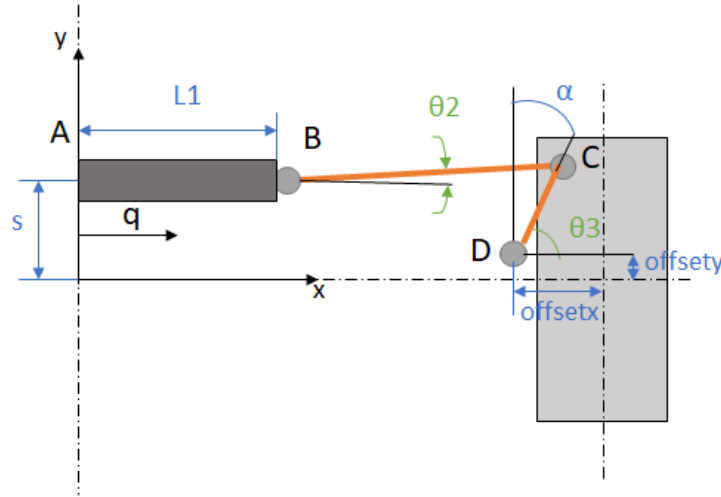


Figura 5

È opportuno sottolineare che il segmento CD non rappresenta un braccetto fisico che andrà a far parte del sistema di sterzo, ma una linea ideale che collega il punto di attacco del braccetto BC al portamozzo con il centro reale di rotazione della ruota (punto D, che rimane fisso durante il movimento della ruota); in altre parole ha semplicemente la funzione di completare “graficamente” il quadrilatero con il quale può essere descritto qualsiasi sistema di sterzo.

I parametri di ottimizzazione saranno: la lunghezza BC (che chiameremo L2), la lunghezza CD (che chiameremo L3) e l'angolo α , ossia l'angolo tra la direzione longitudinale della ruota e il segmento CD: tale angolo rimane costante durante la rotazione della ruota.

Per definire la geometria del meccanismo in modo analogo a quello mostrato in *Figura 5*, si è utilizzata la seguente procedura, scritta in Mathematica:

```
Quadrilatero[q, xA_, yA_, L1_, L2_, L3_, modo_, xD_, yD_] := Module[
  {xB, yB, L5, theta5, c, beta, theta2, xC, yC, theta3},
  xB = L1 + q;
  yB = yA;
  L5 = Sqrt[(xD - xB)^2 + (yD - yB)^2];
  theta5 = ArcTan[xD - xB, yD - yB];
  c = (L5^2 + L2^2 - L3^2) / (2 L5 L2);
  If[modo > 0, beta = ArcCos[c], beta = -ArcCos[c]];
  theta2 = theta5 + beta;
  xC = xB + L2 Cos[theta2];
  yC = yB + L2 Sin[theta2];
  theta3 = ArcTan[xC - xD, yC - yD];
  {theta3, theta2, {{xA, yA}, {xB, yB}, {xC, yC}, {xD, yD}}}]
```

Tutti i nomi dei parametri coincidono con quelli mostrati in *Figura 5*; un piccolo chiarimento meritano il parametro “c” e l'angolo “ β ”. La *Figura 6* mostra un triangolo ottenuto all'interno del quadrilatero. Applicando il teorema del coseno a tale triangolo è possibile trovare:

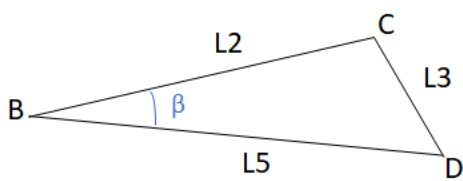


Figura 6

$$\cos \beta = \frac{L_2^2 + L_5^2 - L_3^2}{2 L_2 L_5}$$

Da cui si può ricavare l'angolo β come mostrato nella procedura.

Infine il parametro “modo” permette di selezionare il modo di assemblaggio del meccanismo.

4.2 Procedura di ottimizzazione

A questo punto si può procedere con l'ottimizzazione vera e propria per trovare i parametri elencati poco sopra. È stata utilizzata la seguente procedura:

```
Do[
  y[ $\beta$ _, L2_, L3_,  $\alpha$ _] := Module[{ $\theta$ },
     $\theta$  = (First@Quadrilatero[ $\beta$ , 0, s[[i]], L1, L2, L3, 1, t/2+offsetx, offsety] -  $\pi/2 - \alpha$ );
    If[Im[ $\theta$ ] == 0 &&  $\theta$  < - $\pi$ ,  $\theta$  =  $\theta$  + 2 $\pi$ ];  $\theta$ ;
     $\delta$  = ArcTan[q/s[[i]]];
    q1 = Steer[ $\gamma$ 1];
    q2 = Steer[ $\gamma$ 2];
    yd[ $\delta$ _] := -ArcTan[Tan[ $\delta$ ] / (1 - (t + 2*offsetx)*Tan[ $\delta$ ] / (2*(w+offsety)))] ;

  f[ L2_ , L3_ ,  $\alpha$ _ ] := Module[{n = 101,  $\delta\delta$ , ss,  $\epsilon\epsilon$ },
     $\delta\delta$  = Table[q1 + (q2 - q1) (j - 1) / (n - 1), {j, 1, n}];
    ss = ArcTan[ $\delta\delta$ /s[[i]]];
     $\epsilon\epsilon$  = y[ $\delta\delta$ , L2, L3,  $\alpha$ ] - yd[ss];
    RootMeanSquare[Abs[ $\epsilon\epsilon$ ]]
  ];

  yforce[ $\xi$ _, L2_, L3_,  $\alpha$ _] := Module[{sol, z},
    sol = Quadrilatero[ $\xi$ , 0, s[[i]], L1, L2, L3, 1, t/2+offsetx, offsety];
    z = Cos[sol[[1]]] - sol[[2]]
  ];

  fforce[L2_ , L3_ ,  $\alpha$ _] := Module[{n = 101,  $\delta\delta$ ,  $\epsilon\epsilon$ },
     $\delta\delta$  = Table[q1 + (q2 - q1) (j - 1) / (n - 1), {j, 1, n}];
     $\epsilon\epsilon$  = yforce[ $\delta\delta$ , L2, L3,  $\alpha$ ];
    Max[Abs[ $\epsilon\epsilon$ ]]
  ];

  opt = NMinimize[{f[L2, L3,  $\alpha$ ] + 0.04187*fforce[L2, L3,  $\alpha$ ], 20 < L2 < 150, 4 < L3 < 15}, {L2, L3,  $\alpha$ };
  res[[i, 1]] = First@opt;
  res[[i, 2]] = opt[[2]][[1]][[2]];
  res[[i, 3]] = opt[[2]][[2]][[2]];
  res[[i, 4]] = opt[[2]][[3]][[2]];
  , {i, Length[s]}]
```

La prima cosa da chiarire è che la funzione “Steer” permette di trasformare la rotazione del volante (espressa dagli angoli $\gamma_1, \gamma_2 = -115, 115$) nello spostamento lineare “q” della cremagliera. Per fare ciò è stato impostato un c-factor (ossia mm di scorrimento della cremagliera per rivoluzione del pignone) pari a: $c_{factor} = 108 \text{ mm}$. È stato scelto di limitare il range di rotazione del volante tra -115° e $+115^\circ$ poiché il pilota, seduto all'interno dello stretto abitacolo della monoposto, avrebbe difficoltà a ruotare il volante ad angoli superiori.

Per collegare l'angolo di sterzo δ definito inizialmente (ossia quello che si avrebbe se il volante fosse direttamente collegato alla cerniera centrale di *Figura 3*) con lo scorrimento della cremagliera q, si consideri lo schema riportato in *Figura 7*:

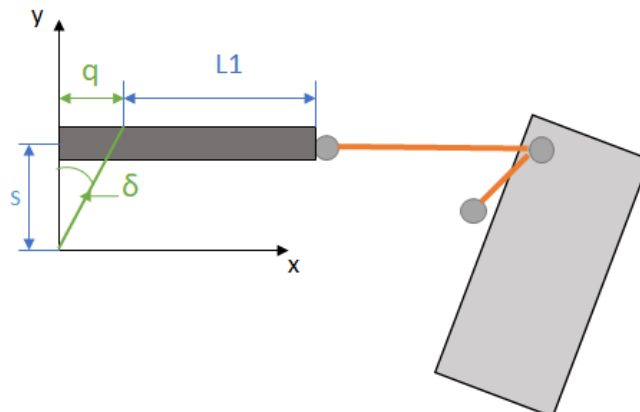


Figura 7

La lunghezza $L1$ corrisponde alla dimensione della cremagliera quando le ruote sono dritte; in particolare si è scelto $L1=225$ mm.

Si può notare dunque che l'angolo δ può essere calcolato come:

$$\delta = \tan^{-1} \frac{q}{s} \quad 4.1$$

È opportuno specificare che l'ottimizzazione è stata fatta su un set di valori di "s": i valori presi in considerazione sono: 30,40,50,60,70,80 mm. Come si vedrà la versione finale prevede $s=70$ mm.

I due parametri "offsetx" e "offsety" permettono di indicare il punto effettivo attorno a cui ruota lo pneumatico, tenendo conto dell'influenza degli angoli di caster e kingpin. In particolare si ha: offsetx = -77.67 mm, offsety = 16.78 mm. Il centro di rotazione dello pneumatico si trova dunque spostato verso il centro e verso il muso dell'auto rispetto al centro "fisico" della ruota.

Si descrive ora lo scopo delle varie funzioni che fanno parte della procedura di ottimizzazione:

- La funzione "y" calcola il primo output della procedura "Quadrilatero", ossia l'angolo θ_3 , a cui viene sottratto l'angolo $90^\circ + \alpha$. In accordo con la *Figura 5*, si può quindi affermare che la funzione "y" calcola l'angolo effettivo con cui ruota lo pneumatico destro (rappresenta quindi l'output del sistema di sterzo).
- La funzione "yd", come detto in precedenza, è la funzione desiderata, ossia l'output ideale che dovrebbe avere il sistema di sterzo se rispettasse perfettamente la geometria di Ackermann.
- La funzione "f" calcola una serie di valori dello spostamento lineare della cremagliera tra il valore massimo ($q1$) e quello minimo ($q2$). Dopodiché calcola l'errore che si ha per ciascuno di questi valori, ossia il valore assoluto della differenza tra l'angolo di sterzo reale (dato dalla funzione y) e l'angolo di sterzo ideale (dato dalla funzione yd). Da notare che, grazie al valore assoluto, durante l'ottimizzazione verranno automaticamente escluse le configurazioni singolari, che, essendo dei numeri complessi, danno un contributo maggiore al modulo.
- La funzione "yforce" calcola il coseno della differenza tra l'angolo θ_3 e l'angolo θ_2 , ottenendo così il coseno dell'angolo compreso tra i braccetti BC e CD.
- La funzione "fforce", al pari della funzione "f", calcola una serie di valori compresi tra $q1$ e $q2$, dopodiché determina il massimo del modulo della funzione "yforce" valutata in ciascuno di questi punti.
- Infine "NMinimize" permette di effettuare l'ottimizzazione vera e propria, utilizzando come parametri di ottimizzazione quelli già elencati precedentemente (che vengono evidenziati in blu). Minimizzando sia la funzione "f" che "fforce" si hanno due effetti: da un lato si minimizza l'errore calcolato nella prima funzione, dall'altro si minimizza il massimo del coseno dell'angolo compreso tra i due braccetti BC e CD; questo significa che, in seguito all'ottimizzazione, tale angolo tenderà ad essere il più vicino possibile a 90° (dove il coseno è minimo). Ciò è stato fatto perché, mantenendo tale angolo vicino a 90° si massimizza il trasferimento di forze tra braccetto e ruota, riducendo quindi lo sforzo necessario per sterzare. Si può notare che la funzione "fforce" viene moltiplicata per un numero: esso permette di aumentare o diminuire l'importanza di tale funzione all'interno dell'ottimizzazione; questo viene fatto per evitare che, per minimizzare la funzione fforce, si giunga ad un errore troppo elevato.

4.3 Presentazione e commento dei risultati

Il risultato dell'ottimizzazione viene mostrato in *Tabella 1*:

s [mm]	Errore [deg]	L2 [mm]	L3 [mm]	α [deg]
30	23.79	214.4	136.9	72.37
40	16.89	224.4	133.6	64.53
50	3.46	348.1	59.3	-13.33
60	2.83	352.7	69.3	-15.55
70	2.44	334.7	74.4	0.043
80	2.04	329.6	83.7	3.46

Tabella 1

Si può notare che per i primi valori di “s” l’errore è assai elevato, quindi tali soluzioni non sono realizzabili. Alla fine è stato scelto di utilizzare la configurazione con s=70 mm: non è quella che consente di avere l’errore minore, ma è quella che rappresenta il miglior compromesso per evitare il rischio che i braccetti di sterzo vadano a toccare la parete interna del cerchio mentre si sterza.

Il risultato finale, utilizzando i parametri relativi a s=70 mm, è mostrato in *Figura 8*:

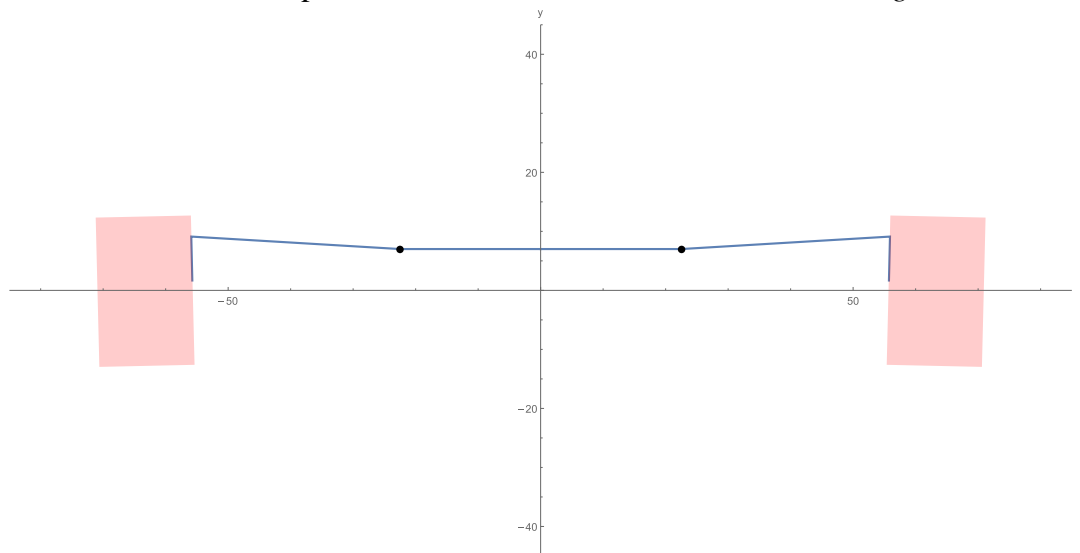


Figura 8

Questa configurazione, come mostrato in *Tabella 1*, presenta un errore medio di circa 2.44°. La *Figura 9* mostra però l’effettivo scostamento tra la funzione ideale e quella realizzata dalla ruota destra del sistema di sterzo per angoli di rotazione del volante compresi tra -115° e 115°.

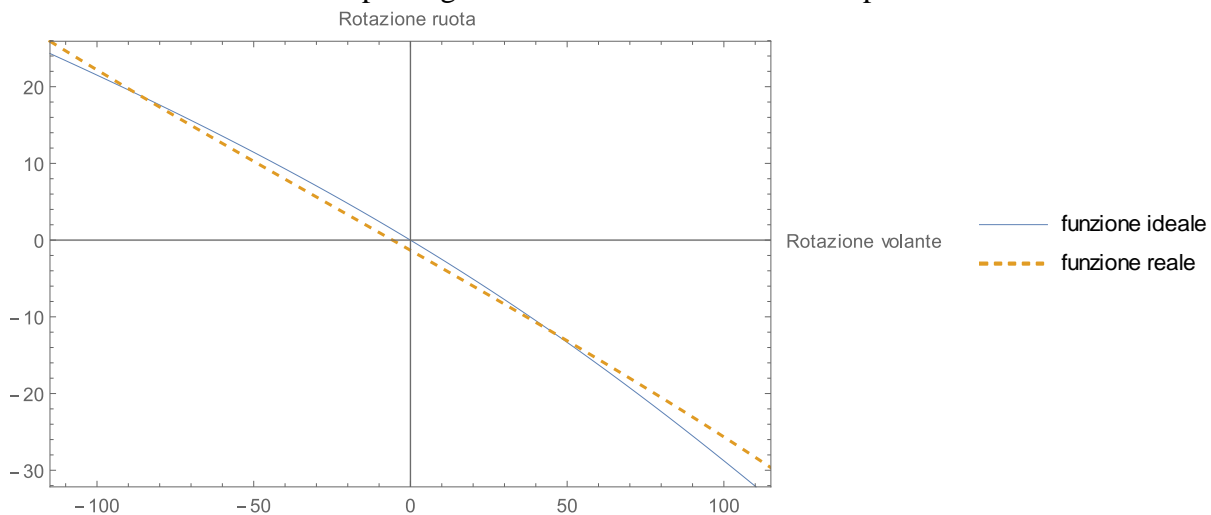


Figura 9

Nel grafico precedente è stata considerata come negativa una rotazione in senso orario, ossia quando la ruota destra risulta interna alla curva.

Si può notare che l'errore cresce allontanandosi dalla configurazione a ruote dritte; tuttavia nel range in cui ci si troverà ad operare più spesso l'errore è piuttosto contenuto.

Va detto che, riducendo l'influenza della funzione “fforce” (quindi diminuendo il moltiplicatore che lo precede) sarebbe stato possibile ottenere anche un errore inferiore. Tuttavia in questo modo il punto C sarebbe risultato più spostato verso destra, e questo non sarebbe accettabile dal momento che tale punto (in cui si ha un giunto sferico) sarebbe andato a sbattere contro i dischi dei freni.

Il sistema di sterzo è stato costruito cercando di far sì che l'auto sia in grado di percorrere una curva (piuttosto stretta) di 3 m di raggio, considerando che le competizioni si svolgono su tracciati caratterizzati da molte curve strette. Utilizzando la 3.1 è possibile calcolare l'angolo δ che sarebbe necessario per compiere tale curva (si ricordi che l'angolo δ rappresenta l'angolo di sterzo come se lo sterzo agisse direttamente sui braccetti). $\delta = \tan^{-1} \frac{w}{R} = \tan^{-1} \frac{1540}{3000} = 27.17^\circ$.

Passando tale angolo in ingresso alla funzione “yd” si ottiene $yd = -32.17^\circ$ (si ricordi che il segno meno indica una rotazione in senso orario). Idealmente, quindi, per ottenere un raggio di sterzata minimo di 3m è necessario che la ruota interna alla curva ruoti di tale quantità.

Con un c-factor di 108 mm come quello utilizzato, quando si sterza del massimo, ossia 115° , la cremagliera scorre di 34.62 mm; utilizzando la 4.1 si ottiene $\delta = 26.32^\circ$ a cui corrisponde:

$yd = -31.01^\circ$. Il c-factor scelto consente quindi di avvicinarsi molto all'angolo di sterzo ideale che sarebbe necessario per effettuare una curva con raggio pari a 3m; si è deciso di non aumentare ulteriormente il c-factor per evitare che lo sterzo fosse troppo diretto, risultando quindi difficile da controllare e ancora più pesante da manovrare.

Alla fine l'angolo di rotazione reale massimo che descrive la ruota interna alla curva è di circa -29.66° . È possibile calcolare che questo valore fa sì che l'auto sia in grado di percorrere una curva di al massimo 3.256 m di raggio. Questo valore si discosta un po' da quello che era stato prescelto come obiettivo, tuttavia risulta comunque accettabile.

4.4 Caratteristiche finali del sistema di sterzo

In *Tabella 2* si raggruppano tutte le dimensioni caratteristiche del sistema di sterzo ottimizzato:

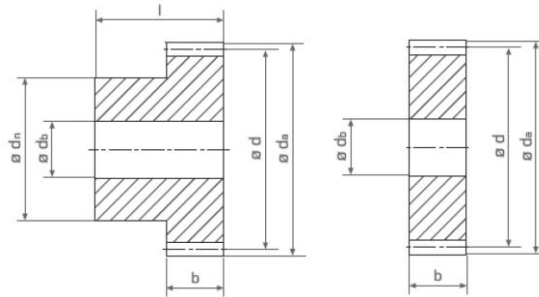
L1 [mm]	L2 [mm]	L3 [mm]	s [mm]	α [deg]	xD [mm]	yD [mm]
225	334.7	74.4	70	0.043	557.3	16.8

Tabella 2

5. Dimensionamento degli ingranaggi per la scatola di sterzo

L'ingranaggio per la scatola dello sterzo è stato acquistato da "WMH Zahnräder", perciò, per la selezione dell'ingranaggio, si è fatto riferimento al catalogo di questa azienda.

Le esigenze di ingombro all'interno della scatola dello sterzo hanno imposto di scegliere un ingranaggio con le caratteristiche riportate in *Tabella 3*:



m (modulo)	Z (n° denti)	b [mm]	d _a	d	p (passo) [mm]	Angolo di pressione [deg]
1.5	23	17	37.5	34.5	$p = \frac{2\pi r}{z} = 4.71$	20°

Tabella 3

Il c-factor può essere calcolato come: $Z * p = 108 \text{ mm}$.

6. Calcolo dello sforzo necessario per sterzare

Per effettuare tale calcolo è stato utilizzato il programma di calcolo "Maple", in particolare un suo pacchetto chiamato "MBSymba", che offre una serie di comandi già predisposti che si dimostrano assai comodi nella modellazione di un meccanismo.

Il meccanismo è stato sviluppato utilizzando i parametri appena trovati con l'ottimizzazione. Per creare nuovamente l'assemblaggio è stato definito un sistema di riferimento per ogni corpo che compone il meccanismo di sterzo, come mostrato in *Figura 10*:

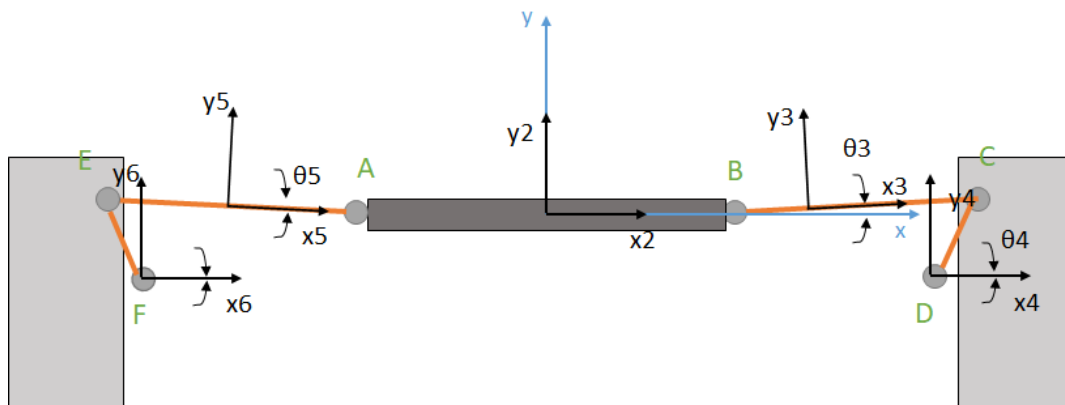


Figura 10

- È opportuno specificare che il sistema di riferimento "1", non rappresentato, è solidale al volante e la sua rotazione è legata alla traslazione del sistema di riferimento "2", che è solidale alla cremagliera, dunque può solo traslare in direzione x.
- Il sistema di riferimento "1" ha l'origine coincidente con quello del sistema di riferimento fisso (evidenziato in azzurro), e la sua rotazione rappresenta la variabile indipendente, ossia il movente del sistema.

- I sistemi di riferimento “4” e “6” sono solidali alle due ruote, quindi gli angoli θ_4 e θ_6 rappresentano la rotazione di queste ultime. Inoltre questi due sistemi di riferimento non possono traslare, dunque il loro origine è vincolato ai punti D e F, che coincidono con l’intersezione tra il piano su cui giace il meccanismo di sterzo e l’asse di sterzo di ciascuna ruota.

Dopo aver scritto le equazioni di vincolo del sistema ed effettuato l’analisi cinematica, è possibile applicare il principio dei lavori virtuali. La scelta di utilizzare questo principio implica che gli sforzi vengano determinati con il meccanismo in “steady-state”, ossia quando la macchina è ferma o percorre una curva a velocità costante.

Per simulare la coppia resistente delle ruote si è pensato di applicare un momento ad entrambe le ruote. Per rimanere cautelativi, è stato utilizzato il massimo momento di riallineamento calcolato in base ai dati degli pneumatici: esso è stato stimato attorno a 60 N*m; il momento di riallineamento rappresenta la tendenza delle ruote anteriori a riallinearsi autonomamente una volta che vengono sterzate. Tale valore è stato applicato costante a tutte le possibili configurazioni che il meccanismo può raggiungere nel proprio range di lavoro. In realtà il momento resistente dipende dall’angolo di slip, per cui applicare il valore massimo a tutte le configurazioni è una semplificazione, che comunque permette di rimanere cautelativi. In particolare per configurazioni che corrispondono ad angoli di sterzo modesti, la coppia resistente effettiva sarebbe parecchio inferiore a 60 N*m, quindi lo sforzo al volante calcolato per queste configurazioni sarà più elevato di quello effettivamente richiesto al pilota. Tuttavia la presente analisi ha lo scopo di valutare soprattutto lo sforzo massimo che il pilota dovrà sostenere, ossia quello corrispondente alla configurazione a ruote completamente sterzate, condizione nella quale la coppia resistente è prossima al valore sopra indicato.

La coppia esercitata dal pilota sul volante viene invece simulata con un momento torcente, che sarà l’incognita da calcolare, applicato al sistema di riferimento “1”.

Il principio dei lavori virtuali può quindi essere scritto come nella 6.1:

$$M_r \frac{d\theta_4(t)}{dt} + M_r \frac{d\theta_6(t)}{dt} + M_p \frac{d\theta_1(t)}{dt} = 0 \quad 6.1$$

Dove M_r rappresenta il momento resistente, mentre M_p indica il momento applicato dal pilota.

Poiché l’analisi cinematica (di posizione e velocità) è già stata condotta, è possibile sostituire al posto delle velocità (rappresentate dalle derivate rispetto al tempo) delle variabili dipendenti un’espressione in funzione della velocità del movente, ottenendo quindi la 6.2:

$$M_r[\tau_4] \frac{d\theta_1(t)}{dt} + M_r[\tau_6] \frac{d\theta_1(t)}{dt} + M_p \frac{d\theta_1(t)}{dt} = 0 \quad 6.2$$

Dove $[\tau_4]$ e $[\tau_6]$ rappresentano i rapporti di velocità rispettivamente tra la velocità della variabile θ_4 e quella del movente e tra la velocità della variabile θ_6 e quella del movente. Tali matrici dipendono a loro volta dalle variabili dipendenti, che però, grazie all’analisi cinematica di posizione possono essere nuovamente espresse in funzione del movente.

Dividendo ora tutto per la velocità del movente, si ha che le uniche variabili rimaste sono la coppia applicata dal pilota e il movente stesso; in questo modo è possibile ricavare la coppia che il pilota deve applicare per vincere il momento di riallineamento per ogni configurazione possibile nel range di lavoro del meccanismo di sterzo.

Alla fine la coppia massima che il pilota deve applicare (ossia quella corrispondente alle ruote completamente sterzate) è risultata: $M_{pmax} = 31 \text{ N} * m$.

Tale valore è piuttosto elevato ma allineato con i valori tipici per auto di questo tipo. Inoltre bisogna ricordare che l’approccio utilizzato è piuttosto conservativo.

7. Possibili vie di miglioramento

La prima cosa da ricordare è che tutta la modellazione del sistema di sterzo è stata fatta in 2D, quindi si suppone che la ruota si muova solo sul piano; in realtà, a causa dell'inclinazione dell'asse di sterzo mostrata in *Figura 4*, la ruota compie un movimento che è possibile descrivere completamente solo in 3D. Questo comporta che anche l'ottimizzazione dei parametri del meccanismo di sterzo dovrebbe essere condotta in 3D. Una modellazione di questo tipo consentirebbe di tener conto anche dell'inclinazione non nulla che i braccetti dello sterzo devono assumere rispetto al piano, in modo da compensare il cosiddetto “bump-steer”, ossia la tendenza a sterzare che mostrano le ruote sterzanti quando affrontano un dosso o una qualsiasi sconnessione sulla strada.

Infine un altro margine di miglioramento consiste nel considerare tutte le forze che agiscono realmente sullo pneumatico. Esso è infatti sottoposto anche ad una forza longitudinale e ad una trasversale, le quali, a causa del “mechanical trail” e dello “scrub radius” (si veda *Figura 4*), esercitano dei momenti sulle ruote, che si riflettono sul volante. È opportuno specificare che la forza trasversale genera anche il momento di riallineamento utilizzato sopra; il braccio che produce tale momento è dato dalla somma algebrica tra il “mechanical trail” e il “pneumatic trail” (quest'ultimo deriva dalla distribuzione non uniforme di pressione sull'impronta a terra della ruota). Le forze dipendono dall'angolo di slip, che a sua volta è funzione dell'accelerazione laterale e del carico verticale sulla ruota. È chiaro quindi che, per tener conto di tutti gli effetti che si registrano sullo pneumatico, il modello da sviluppare risulterebbe molto più complicato, e dovrebbe tener conto dell'accelerazione laterale del veicolo e dell'angolo di slip che si ha nelle diverse condizioni.

8. Bibliografia

William F. Milliken, Douglas L. Milliken, “Race car vehicle dynamics”

Listino “Sitnräder” della ditta “WMH Zahnräder” di Blozano