

1

2

## **PROYECTO FINAL**

3

**INGENIERÍA INFORMÁTICA - ITBA**

4

5

# ***SIMULACIÓN Y ANIMACIÓN BIOMECÁNICA DE UN HUMANOIDE***

6

7

**Alumnos:**

8

**Enzo Altamiranda Graterol**

9

[ealtamir@itba.edu.ar](mailto:ealtamir@itba.edu.ar)

10

**Teresa Fontanella De Santis**

11

[tfontane@itba.edu.ar](mailto:tfontane@itba.edu.ar)

12

**Tomás Mehdi**

13

[tmehd@itba.edu.ar](mailto:tmehd@itba.edu.ar)

14

**Tutor:**

15

**Dr. Daniel Ricardo Parisi**

16

**Instituto Tecnológico de Buenos Aires - ITBA**

17

**Departamento de Ingeniería Informática**

18

**Marzo 2016**

# Índice

19

20	<b>Resumen</b>	4
21	<b>1 Introducción</b>	4
22	<b>2 Herramientas</b>	5
23	2.1 Motor Físico . . . . .	5
24	2.1.1 Funcionamiento . . . . .	5
25	2.1.2 Modelo de fricción y su verificación . . . . .	5
26	2.1.2.1 Verificación del coeficiente de fricción . . . . .	6
27	2.1.2.2 Verificación del coeficiente de restitución . . . . .	10
28	2.1.3 Ventajas . . . . .	11
29	2.1.4 Desventajas . . . . .	11
30	2.2 Librería de Algoritmos Genéticos . . . . .	12
31	2.3 Código Fuente . . . . .	12
32	<b>3 Modelo Utilizado</b>	12
33	3.1 Composición Física del Humanoide . . . . .	13
34	3.2 Articulaciones . . . . .	13
35	<b>4 Actuadores</b>	14
36	4.1 Genérico . . . . .	14
37	4.2 Fourier de orden 2 . . . . .	14
38	4.3 Fourier de orden 9 . . . . .	15
39	4.4 Doble seno . . . . .	15
40	<b>5 Condiciones iniciales y de contorno</b>	15
41	5.1 Función Partida . . . . .	15
42	5.2 Fase sincronizada . . . . .	16
43	<b>6 Algoritmo Genético</b>	16
44	6.1 Individuo . . . . .	16
45	6.1.1 Parámetros . . . . .	16
46	6.1.2 Valores . . . . .	16
47	6.1.3 Implementación de individuos . . . . .	17
48	6.1.4 Constitución del cromosoma . . . . .	17
49	6.2 Fitness . . . . .	18
50	6.2.1 Altura . . . . .	18
51	6.2.2 Velocidad . . . . .	19
52	6.2.3 Dirección . . . . .	19
53	6.2.4 Simetría . . . . .	19
54	6.2.5 Pies abajo . . . . .	20
55	6.3 Parámetros del Algoritmo . . . . .	20
56	6.3.1 Métodos de selección . . . . .	20
57	6.3.2 Métodos de cruce . . . . .	20
58	6.3.3 Mutación . . . . .	20

59	<b>7 Resultados Obtenidos</b>	<b>21</b>
60	7.1 Evolución del <i>fitness</i> según tipo de individuo . . . . .	21
61	7.2 Velocidad según tipo de individuo . . . . .	21
62	7.3 Altura según tipo de individuo . . . . .	22
63	7.4 Comparación de tipos de individuo . . . . .	22
64	7.5 Video . . . . .	23
65	<b>8 Conclusiones</b>	<b>23</b>
66	<b>Referencias</b>	<b>23</b>

67

## Resumen

68

69 Este proyecto tiene como objetivo crear una simulación y animación de un humano  
70 virtual, con las siguientes propiedades:

71

- 72 – Biomecánica: que tanto su estructura (peso, altura y posición de cada una de sus  
73 partes) como su interacción con el entorno, respondan a comportamientos físicos  
reales y exactos.
- 74 – Inteligencia Artificial: que aprenda a caminar por sí mismo, utilizando para ello  
75 métodos de *soft computing* como Algoritmos Genéticos.

76

## 1. Introducción

77

78 Siempre ha sido de interés la simulación biomecánica de seres vivos, especialmente en las  
ciencias naturales (zoológía, medicina, etc.).

79

80 Ahora bien, últimamente se ha incrementado el interés en otras áreas de aplicación, como los  
videojuegos (creación de personajes con reacciones más reales), y la ingeniería (verbigracia: diseño  
81 de espacios cerrados, con mayores medidas de seguridad).

82

83 Una característica muy importante de este trabajo es que el humanoide no es fruto de una  
animación, sino un objeto compuesto de segmentos físicos, que interactúan entre sí y con el  
84 entorno, por medio de las leyes físicas; agregando así realismo a la situación simulada. La otra  
85 propiedad es que el bípedo aprenda por sí solo a caminar en línea recta, sin tener en su trayectoria  
86 ningún obstáculo.

87

88 Este problema se puede abordar de diversas maneras, involucrando: redes neuronales<sup>1</sup>, sistemas  
de control<sup>2</sup> (*passive walkers*<sup>3</sup>), algoritmos genéticos, entre otras. Pero varios de ellos implican  
89 modelos teóricos complejos de humanoide (considerando músculos con distintos materiales, etc.).

90

91 En este proyecto se buscó aplicar algoritmos genéticos, y lograr la caminata usando un modelo de  
humanoide basado en cuerpos rígidos, unidos por articulaciones, y cuyo desplazamiento depende  
92 de torques aplicados a dichos cuerpos.

93

94 El presente informe, describe y analiza pormenorizadamente: en la sección 2, las herramientas  
aplicadas; en la 3, el modelo del humanoide utilizado; en la 4 y 5, los diferentes tipos de actuadores  
95 y funciones de partida y contorno; en la 6, el algoritmo genético; y en la 7 y 8, los resultados  
96 obtenidos con sus respectivas conclusiones.

---

<sup>1</sup>Una red neuronal es un paradigma de aprendizaje automático. Se trata de un sistema de interconexión de neuronas que colaboran entre sí, para producir un estímulo de salida. Dada una entrada del sistema, se produce una salida, originada por varias transformaciones intermedias.

<sup>2</sup>definir sistema de control

<sup>3</sup>Un *passive walker* utiliza el movimiento natural (*swinging*) de las piernas para ahorrar energía usada por motores. Para caminar, calcula la posición de ciertos puntos (las articulaciones, mayormente).

## <sup>97</sup> 2. Herramientas

### <sup>98</sup> 2.1. Motor Físico

<sup>99</sup> Se le llama motor físico o *physics engine* a un “*software* capaz de realizar simulaciones de  
<sup>100</sup> ciertos sistemas físicos, como la dinámica del cuerpo rígido, el movimiento de un fluido y la  
<sup>101</sup> elasticidad”[1].

<sup>102</sup> Actualmente, existen muchos motores físicos: ya sea de código propietario (PhysX, Havok), como  
<sup>103</sup> *open-source* (*Bullet Physics*, *Box2D*, Newton, OGRE). Considerando análisis relacionados [2][3],  
<sup>104</sup> y la necesidad de que el espacio simulado fuese en 3D, se decidió que *Bullet Physics*[4] es el más  
<sup>105</sup> idóneo. Está implementado en C++ y ha sido utilizado en varios juegos (*Grand Theft Auto IV* y  
<sup>106</sup> V, etc.); en los efectos especiales de películas (Hancock, Bolt, etc.); y proyectos científicos, como  
<sup>107</sup> la herramienta *open-source Tensegrity Robotics Toolkit* de la NASA<sup>4</sup>; entre otros.

<sup>108</sup> Si bien (como se verá más adelante) *Bullet* tiene problemas asociados con el coeficiente de restitu-  
<sup>109</sup> ción, posee una muy buena *performance* en la detección de colisiones, la dinámica y la resolución  
<sup>110</sup> de *constraints*. Esto se debe, en parte, a diferentes algoritmos iterativos de orden lineal (donde  
<sup>111</sup> el más importante es *Sequential Impulse*), de *caching* y también a la utilización de un modelo  
<sup>112</sup> de fricción de Coulomb aproximado [5]. Además, el motor físico brinda la posibilidad de regular  
<sup>113</sup> la precisión requerida en estos cálculos (sin olvidar que, con iguales recursos, a mayor precisión,  
<sup>114</sup> mayor capacidad de cómputo requerida y, ergo, mayor tiempo). Dado que la construcción del hu-  
<sup>115</sup> manoide implica definir características y restricciones de movimiento de cada una de sus partes,  
<sup>116</sup> lo antes mencionado fue crucial para la elección de *Bullet Physics* en este proyecto.

#### <sup>117</sup> 2.1.1. Funcionamiento

<sup>118</sup> El motor físico se encarga de la simulación de cuerpos rígidos y la interacción entre los mismos.  
<sup>119</sup> En particular debe: calcular el resultado de colisiones, arreglar el solapamiento de los cuerpos  
<sup>120</sup> en el espacio de simulación, estimar las fuerzas producidas debido a la fricción, y mantener el  
<sup>121</sup> cumplimiento de restricciones que puedan existir entre los cuerpos (por ejemplo, un vínculo para  
<sup>122</sup> formar una articulación). Para lograrlo, *Bullet* modela, a partir de un conjunto de ecuaciones,  
<sup>123</sup> las distintas restricciones que deben ser respetadas.

<sup>124</sup> Estos modelos reciben como dato la velocidad lineal y angular de cada objeto, y las fuerzas  
<sup>125</sup> que actúan sobre los mismos. Dada esta información, se resuelve el sistema de ecuaciones, cuya  
<sup>126</sup> solución representa las magnitudes de las fuerzas a accionar sobre el mismo, a fin de satisfacer  
<sup>127</sup> todas las restricciones. Para encontrar esta solución, entran en juego los distintos métodos de  
<sup>128</sup> complejidad lineal mencionados en la subsección anterior.

<sup>129</sup> Este procedimiento, se lleva a cabo en cada *timestep* de la simulación; donde un *timestep* es el  
<sup>130</sup> intervalo de tiempo que transcurre entre un cálculo de magnitudes y otro. Mientras menor sea  
<sup>131</sup> el *timestep*, el simulador será más preciso pero también consumirá más tiempo de cómputo.

#### <sup>132</sup> 2.1.2. Modelo de fricción y su verificación

<sup>133</sup> Hay reglas físicas relacionadas con el entorno y que son muy importantes para la caminata:  
<sup>134</sup> el modelo de fricción, con sus respectivos coeficientes de fricción y restitución.

<sup>135</sup>  
<sup>136</sup>  
<sup>4</sup><http://bulletphysics.org/Bullet/phpBB3/viewtopic.php?f=17&t=9978>

137 En base a los modelos físico-matemáticos que representan a cada uno de los dos fenómenos  
 138 en cuestión (y que se explicarán a continuación), y pensando en posibles futuras simulaciones  
 139 de varios humanoides chocando e interactuando entre sí; se llevaron a cabo dos ensayos para  
 140 verificar el funcionamiento del simulador físico *Bullet*.

141 **2.1.2.1. Verificación del coeficiente de fricción**

142 Para determinar el modelo utilizado por *Bullet* para simular las fuerzas resultantes sobre un  
 143 cuerpo por acción de la fricción, se simuló un cubo, de  $m_{cube} = 1\text{kg}$  y  $l_{cube} = 1\text{m}$ , que tiene una  
 144 velocidad inicial constante ( $v_i$ ) en el eje horizontal, que gradualmente se detiene por acción de  
 145 la fricción, hasta llegar al reposo (Fig. 1).

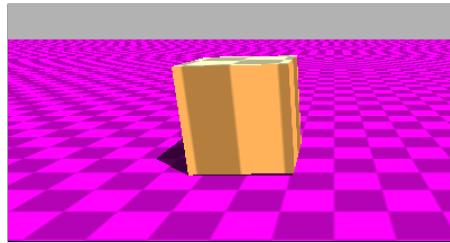


Figura 1: Visualización del sistema del cubo

146 Para este experimento se utilizó el modelo matemático que representa la posición del cuerpo  
 147 en el eje horizontal en función del tiempo  $t$ , representado por la siguiente ecuación:

$$x(t) = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

148  
 149 En este caso, el cuerpo empieza su movimiento en el origen, por lo tanto la posición inicial ( $x_i$ )  
 150 es cero.  $v_i$  es la velocidad inicial, y  $a$ , la aceleración. Debido a la fricción entre el cuerpo y el  
 151 suelo, se genera una fuerza de rozamiento  $\mathbf{F}_{\mu_d}$ <sup>5</sup> (ec. (2)) en la misma dirección que la velocidad  
 152 del sólido y en sentido contrario.

153

$$-\mathbf{F}_{\mu_d} = \mu_d \mathbf{F}_N \quad (2)$$

154 donde  $\mathbf{F}_N = mg$  es la fuerza normal que actúa sobre la caja de masa  $m$  por acción de la gravedad  
 155  $g$ , y  $\mu_d$  es el coeficiente de fricción dinámico.

156  
 157 Finalmente, se obtiene la aceleración:

$$a = \frac{\mathbf{F}_{\mu_d}}{m} = \frac{-\mu_d \mathbf{F}_N}{m} = \frac{-\mu_d mg}{m} = -\mu_d mg \quad (3)$$

158 Considerando las ec. (1) y (3), se puede obtener el modelo matemático que predice el movimiento  
 159 de la caja:

$$x(t) = x_i + v_i t - \frac{1}{2} \mu_d g t^2 \quad (4)$$

160

161

---

<sup>5</sup>En las ecuaciones, los vectores se escriben en negrita. Y las fuerzas son vectores.



Figura 2: Resultados logrados de simular el sistema descripto en Fig. 1, usando  $v_i = 10 \frac{m}{s}$  y:  
 (a)  $\mu_d = 0.25$ , (b)  $\mu_d = 0.50$ , y (c)  $\mu_d = 0.75$



Figura 3: Resultados logrados de simular el sistema descripto en Fig. 1, usando  $v_i = 3 \frac{m}{s}$  y:  
 (a)  $\mu_d = 0.25$ , (b)  $\mu_d = 0.50$ , y (c)  $\mu_d = 0.75$

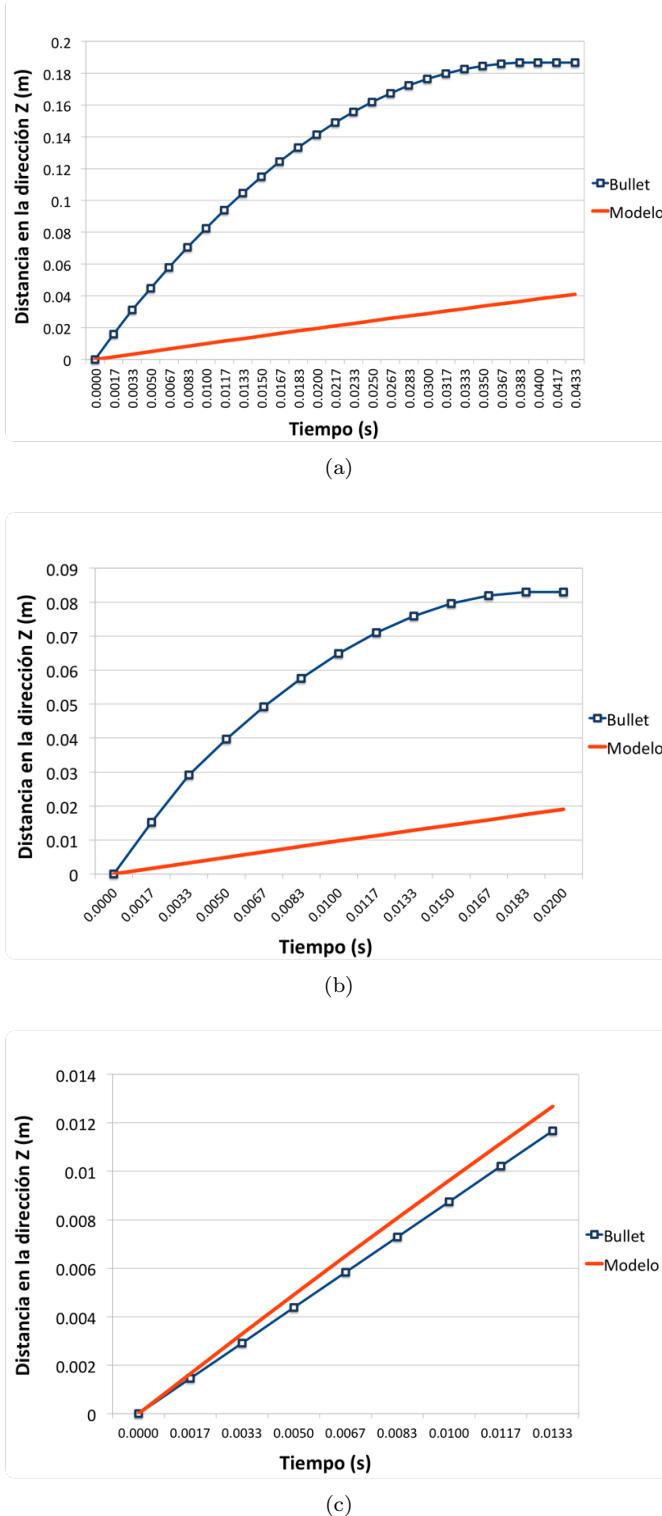


Figura 4: Resultados logrados de simular el sistema descripto en Fig. 1, usando  $v_i = 1 \frac{m}{s}$  y:

(a)  $\mu_d = 0.25$ , (b)  $\mu_d = 0.50$ , y (c)  $\mu_d = 0.75$

162 Los gráficos (Fig. 2, 3 y 4) demuestran que los resultados de las pruebas fueron favorables.  
 163 Los valores obtenidos a partir de la simulación se corresponden con los alcanzados a partir del  
 164 modelo matemático. Esto es un indicador de que *Bullet* debe estar usando dichos modelos para  
 165 ejecutar las simulaciones.

166 No obstante, cabe destacar que, los gráficos que corresponden a la Fig. 4, presentan una discre-  
 167 parancia mayor entre la simulación y el modelo. Este hecho puede deberse a que cuanto menor sea  
 168 la cantidad de puntos tomados, menor será la resolución de la simulación, y mayor será el error  
 169 cometido.

170 **2.1.2.2. Verificación del coeficiente de restitución**

171 El segundo ensayo simula una esfera a una altura determinada sobre el suelo, que tiene una  
 172 velocidad  $v_i$  en el eje perpendicular al piso y que eventualmente colisiona contra el mismo. Se  
 173 desea comprobar que la colisión entre el cuerpo y el suelo respete que la velocidad final  $v_f$  de  
 174 la esfera después del choque sea proporcional a su coeficiente de restitución  $e$  dado por la ecuación:

175

$$e = \frac{v_f}{v_i} \quad (5)$$

176

177 Para efectuar la colisión con el suelo, se empleó una esfera sólida ubicada a 4 metros del suelo,  
 178 cuya masa y radio son  $m_{sphere} = 1 \text{ kg}$  y  $r_{sphere} = 1 \text{ m}$ , respectivamente (ver Fig. 5). A la esfera  
 179 se le asigna, además, un coeficiente de restitución determinado.

180 Se eligió un ambiente sin gravedad ( $g = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ). De esta forma, se podrá tener en cuenta sólo la  
 181 velocidad inicial ( $v_i$ ) y la velocidad final ( $v_f$ ) para el cálculo del coeficiente de restitución ( $e$ )  
 182 (ver ec. (5)).

183 El intervalo de tiempo físico (o *timestep*) utilizado es  $\Delta t = 0.001 \text{ s}$ . El *timestep* de animación (es  
 184 decir, cada cuánto tiempo se guardan en un archivo los datos logrados) es  $\Delta t' = 0.1$  y el tiempo  
 185 de simulación es de  $s = 100\Delta t$ . El coeficiente de fricción es  $\mu = 0.75$ .

186

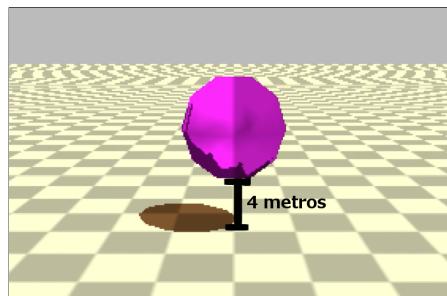


Figura 5: Visualización del sistema de la esfera

187 El ensayo tiene como parámetros de entrada:  $v_i$  (velocidad inicial) y  $e_{sim}$  (coeficiente de res-  
 188 titución esperado). Por otro lado, se obtiene  $v_f$  (velocidad de la esfera al finalizar la simulación);  
 189 y se calculan  $e_{medida}$  (coeficiente de restitución obtenido a partir de la ec. (5)) y  $\epsilon_{rel}$ , que es el  
 190 error relativo entre los coeficientes  $e_{sim}$  y  $e_{medida}$ , calculado de la siguiente manera:

191

$$\epsilon_{rel} = \frac{e_{sim} - e_{medida}}{e_{sim}} \quad (6)$$

192 Se muestran los experimentos numéricos realizados. En ellos,  $v_i = \{-0.5, -3.5, -4, -5 \text{ y } -10\} \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 193 y  $e_{sim} = \{0.2, 0.5 \text{ y } 0.8\}$ .

$v_i$	$e_{sim}$	$v_f$	$e_{medida}$	$\epsilon_{rel}$
$-0.5 \frac{m}{s}$	<b>0.2</b>	$0.000249 \frac{m}{s}$	0.000498	0.997
	<b>0.5</b>	$0.000219 \frac{m}{s}$	0.000438	0.999
	<b>0.8</b>	$0.001037 \frac{m}{s}$	0.002074	0.997
$-3.5 \frac{m}{s}$	<b>0.2</b>	$0.000057 \frac{m}{s}$	0	1
	<b>0.5</b>	$0.000018 \frac{m}{s}$	0	1
	<b>0.8</b>	$0.3 \frac{m}{s}$	0.0857	0.893
$-4 \frac{m}{s}$	<b>0.2</b>	$0.000473 \frac{m}{s}$	0.00012	1
	<b>0.5</b>	$0.000424 \frac{m}{s}$	0.00011	1
	<b>0.8</b>	$1.23 \frac{m}{s}$	0.3	0.625
$-5 \frac{m}{s}$	<b>0.2</b>	$1 \frac{m}{s}$	0.2	0
	<b>0.5</b>	$2.5 \frac{m}{s}$	0.5	0
	<b>0.8</b>	$4 \frac{m}{s}$	0.8	0
$-10 \frac{m}{s}$	<b>0.2</b>	$2 \frac{m}{s}$	0.2	0
	<b>0.5</b>	$5 \frac{m}{s}$	0.5	0
	<b>0.8</b>	$8 \frac{m}{s}$	0.8	0

Tabla 1: Coeficientes de restitución obtenidos de simular el sistema descrito en Fig. 5

194 Los resultados exponen una limitación del motor físico: no representa correctamente las colisiones elásticas entre esferas y cuerpos rígidos, que ocurren a velocidades bajas. Esto queda en evidencia en la Tabla 1. En cada una de ellas el error fue de casi 1. La razón por la que ocurre este hecho se debe a que *Bullet* utiliza un algoritmo de colisión que frena la velocidad de un objeto que está a punto de colisionar. Haciendo esto puede evitar que los sólidos se traspasen y de esta forma se pueden realizar cálculos de fuerza más precisos.

200 En el caso de los ensayos, las esferas poseen una velocidad muy baja, cuando están a punto de colisionar *Bullet* reduce aún más esta velocidad y eventualmente quedan con una velocidad tan baja que al chocar contra el suelo se aplica el efecto restitutivo a esta velocidad casi nula y se resuelve que la esfera debe quedar en reposo, cuando en realidad debería poseer una velocidad baja, pero no despreciable.

### 205 2.1.3. Ventajas

206 Las ventajas del motor físico son:

- 207 – Código abierto: mayor conocimiento sobre las fórmulas y métodos implementados en el motor.
- 208 – Soporte de la comunidad científica.
- 209 – Licencia libre.

### 210 2.1.4. Desventajas

211 Como toda herramienta, *Bullet* tiene aspectos negativos, entre los que se encuentran:

- 212 – Documentación poco clara y desordenada.
- 213 – Debido a que la física se aproxima usando métodos numéricos que contienen error, las simulaciones son no determinísticas.

- 215 – Utilizar una librería gráfica (como *OpenGL*) acoplada a una simulación de *Bullet* puede  
216 producir resultados distintos, que si se usa un programa de visualización externo (como  
217 OVITO).

218 **2.2. Librería de Algoritmos Genéticos**

219 Se utilizó la conocida librería de Algoritmos Genéticos para C++ GaLib, desarrollada por  
220 Matthew Wall del MIT [6].

221 Ofrece funcionalidades como: programación paralela, diversos métodos de selección (*elite*, *rou-*  
222 *lette*), estrategias de reemplazo (de padres, aleatorio, del peor), entre otras.

223 **2.3. Código Fuente**

224 Al estar *Bullet* implementado en C++, el código fuente también está desarrollado en ese  
225 lenguaje. En *Bullet*, se define un *World* (o mundo físico) en donde se puede insertar, entre otras  
226 cosas, cuerpos rígidos. En este caso en particular, el mundo consta de un plano (el suelo) y el  
227 humanoide encima (compuesto por cuerpos rígidos y otros elementos físicos).

228 El *software* creado incluye: creación del humanoide, siendo éste capaz de desplazarse por medio  
229 de actuadores (que se verán en la Sección 4); el desarrollo del algoritmo genético (la definición de  
230 los individuos, la función de *fitness*, métodos de selección, etc.); visualización gráfica del mejor  
231 humanoide logrado por el algoritmo genético; y la posibilidad de realizar gráficos referidos a la  
232 evolución del algoritmo genético (*fitness* por cada generación, etc.).

233 Se acompañan a esta presentación: el código fuente y el manual de instalación y uso.

234 **3. Modelo Utilizado**

235 Dentro de los diversos modelos existentes ([7][8]); en este proyecto se procuró utilizar uno que  
236 fuera sencillo pero representativo a la vez.

237 Se modela al cuerpo humano, con el motor *Bullet Physics*, como un conjunto de segmentos unidos  
238 por articulaciones (Fig. 6). A cada uno de ellos se les aplica una fuerza en el centro de masa de  
239 cada segmento (denominada Actuador). Que la caminata se produzca o no, depende del tipo de  
240 actuador utilizado (la función utilizada para la fuerza), y de sus parámetros. El objetivo, entonces,  
241 se reduce a encontrar dichos parámetros. Para eso se usan los algoritmos genéticos, un método  
242 de Inteligencia Artificial. De este modo, se obtiene, de forma análoga a la selección natural, los  
243 individuos que mejor se adapten a la caminata. Tanto los actuadores como el algoritmo genético  
244 se explicarán más adelante.

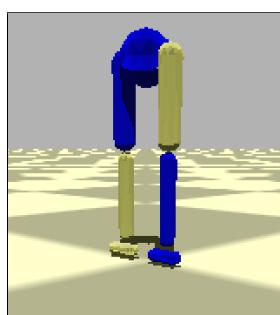


Figura 6: Humanoide diseñado

### 245 3.1. Composición Física del Humanoide

246 Como ya se expresó, el humanoide fue modelado en *Bullet* como un conjunto de segmentos  
 247 (cuerpos rígidos), unidos por articulaciones.

248 Se dividió al cuerpo humano en: cabeza, tronco, miembro superior, pelvis y miembro inferior  
 249 (muslo, pierna y pie). Considerar la mitad superior del cuerpo implicaba mayor complejidad  
 250 (manejo de equilibrio, humanoide más pesado y con mayor volumen, etc.). Ergo, solo se tomó la  
 251 pelvis y el miembro inferior (ver Fig. 7).

252 A continuación se presenta la composición de cada segmento (de acuerdo a la biomecánica [9]).

253

Parte	Cantidad	Forma	Largo (en m)	Peso (en kg)	Uniones
Pelvis	1	esférico	0.08655	9.9718	Cadera
Muslo	2	esfero-cilindro	0.4015	10.3368	Cadera y Rodilla
Pierna	2	esfero-cilindro	0.4015	3.1609	Rodilla y Tobillo
Pie	2	esfero-cilindro	-	1.0001	Tobillo

Tabla 2: Segmentos del humanoide

### 254 3.2. Articulaciones

255 Para unir los distintos segmentos entre sí, se utilizaron articulaciones bisagra con 1 grado de  
 256 libertad: en el eje Z, donde ocurre la caminata; y en el eje Y, perpendicular al piso (ver Fig. 7).  
 257 Asimismo, para cada caso en particular, se definieron cotas para los ángulos que pueden existir  
 258 entre los segmentos. Esto es muy importante, no sólo porque se adecúa a datos biológicos, sino  
 259 porque, de otro modo la caminata no podría lograrse: si los ángulos son demasiado altos, la ca-  
 260 minata se produce girando las piernas por encima de la pelvis; si por el contrario, son demasiado  
 261 bajos, las piernas van a estar muy rígidas, originando pocos pasos y muy cortos.

262 Por otra parte, a la pelvis se le restringe todo tipo de rotación.

263

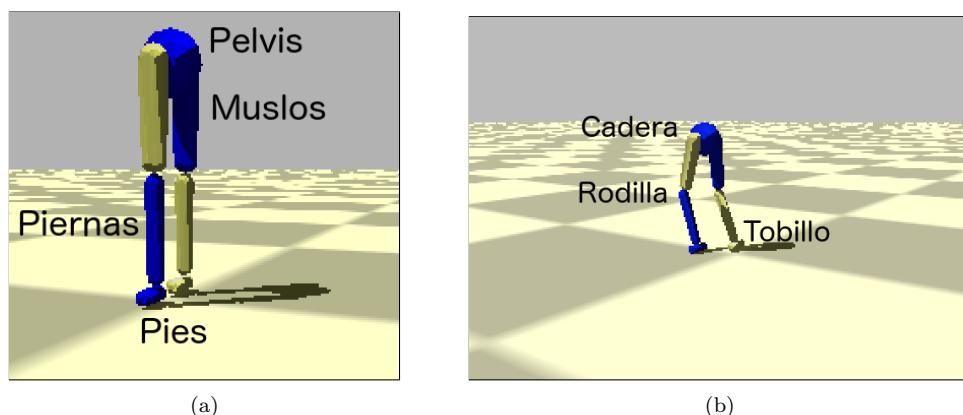


Figura 7: Humanoide diseñado: (a) segmentos, y (b) articulaciones

## 264 4. Actuadores

265 A cada uno de los segmentos correspondientes al muslo y la pierna del bípedo, se le aplica  
 266 un torque (o actuador) en el eje X (perpendicular a la trayectoria), como se ve en Fig 8. Así,  
 267 pueden moverse para arriba o para abajo (con respecto a la articulación a la que pertenecen).  
 268 A fin de simplificar el modelo, el humanoide tiene el mismo tipo de actuador utilizado en todos  
 269 los segmentos.

270 Es necesario aclarar que la caminata producida por el humanoide es plana (en 2D y no en 3D,  
 271 como debería ser en una caminata real). Esto se debe a que la trayectoria pensada para el bípedo  
 272 es una línea recta, y logrando que los segmentos se muevan en un solo eje es suficiente para  
 273 cumplir con dicha trayectoria. También contribuye el hecho de que el torque se aplique en una  
 274 sola dimensión. Por otra parte, los actuadores definidos a continuación son periódicos, y por eso  
 275 no se pueden aplicar en el eje Z de los segmentos (se necesitarían actuadores reactivos, para  
 276 poder detectar cuando el humanoide se está cayendo, etc.).

277 Para indicar el módulo de dicho torque, se diseñaron diferentes funciones (todas ellas periódicas),  
 278 mencionadas en las subsecciones que siguen.

279

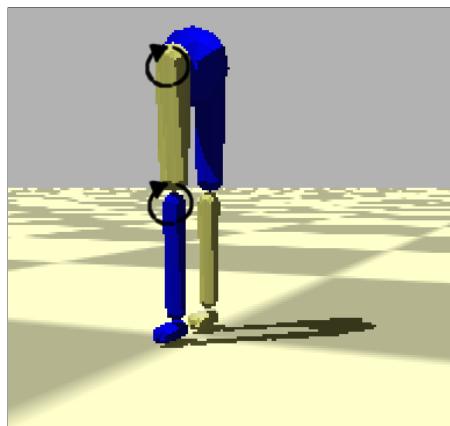


Figura 8: Aplicación de los actuadores en los segmentos del bípedo

### 280 4.1. Genérico

281 Es el actuador más sencillo, tanto matemática como computacionalmente.

$$f(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \phi) + A_2 \cos(\omega_2 t + \phi) + C \quad (7)$$

282 donde  $f(t)$  es la función del actuador evaluada en el instante de tiempo  $t$ ,  $A_1$  y  $A_2$  son amplitudes,  
 283  $\omega_1$  y  $\omega_2$  son frecuencias (en  $\frac{1}{s}$ ),  $\phi$  es la fase (en radianes), y  $C$  es un término independiente.

284 La fase  $\phi$  es la misma en el seno y en el coseno, para evitar que se formen otro tipo de funciones  
 285 no cíclicas.

### 286 4.2. Fourier de orden 2

287 Este actuador utiliza una serie de Fourier de dos términos.

$$f(t) = A_1 \sin(\omega t + \phi) + B_1 \cos(\omega t + \phi) + A_2 \sin(2\omega t + \phi) + B_2 \cos(2\omega t + \phi) + C \quad (8)$$

288 donde  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  y  $B_2$  son amplitudes y  $\omega$  es frecuencia (en  $\frac{1}{s}$ ).

### 289 4.3. Fourier de orden 9

290 Es una extensión del actuador anterior, pero con 9 términos. Por ser de mayor grado, brinda  
 291 una mayor precisión. Sin embargo, es más difícil de manejar computacionalmente; y, además,  
 292 que sea más preciso no garantiza que con él se pueda lograr una buena caminata.

$$293 \quad f(t) = A_1 \sin(\omega t + \phi) + B_1 \cos(\omega t + \phi) + A_2 \sin(2\omega t + \phi) + B_2 \cos(2\omega t + \phi) \\ + A_3 \sin(3\omega t + \phi) + B_3 \cos(3\omega t + \phi) + A_4 \sin(4\omega t + \phi) + B_4 \cos(4\omega t + \phi) \\ + A_5 \sin(5\omega t + \phi) + B_5 \cos(5\omega t + \phi) + A_6 \sin(6\omega t + \phi) + B_6 \cos(6\omega t + \phi) \quad (9) \\ + A_7 \sin(7\omega t + \phi) + B_7 \cos(7\omega t + \phi) + A_8 \sin(8\omega t + \phi) + B_8 \cos(8\omega t + \phi) \\ + A_9 \sin(9\omega t + \phi) + B_9 \cos(9\omega t + \phi) + C$$

294 donde  $A_i$  y  $B_i$  con  $1 \leq i \leq 9$  son amplitudes.

### 295 4.4. Doble coseno

296 Esta función periódica utiliza medio ciclo de una función sinusoidal, y medio ciclo de otra  
 297 (ambas pueden tener frecuencias distintas). De esta manera, se consigue una caminata más  
 298 natural, y que no ocurre con los actuadores de Fourier, que producen una doble flexión de las  
 299 rodillas en cada ciclo.

300 La idea es lograr una función periódica a partir de una que no lo es (ya que  $t$  es lineal). Para  
 301 eso, se utiliza  $\psi(t)$  (ec. (10)) que aplica una transformación a los números reales, para que se  
 302 encuentren dentro del rango del ciclo completo (con las dos frecuencias).  $\omega$  es la frecuencia de  
 303  $f(t)$  (ec. (12)), que utiliza medio ciclo con frecuencia  $\omega_1$  y medio ciclo con frecuencia  $\omega_2$ .

$$304 \quad \psi(t) = t + \phi - \left\lfloor \frac{t + \phi}{\pi/\omega_1 + \pi/\omega_2} \right\rfloor (\pi/\omega_1 + \pi/\omega_2) \quad \psi : \mathbb{R} \rightarrow \left[ 0, \frac{2\pi}{\omega} \right] \quad (10)$$

$$305 \quad \omega = \frac{2\omega_1\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad (11)$$

$$306 \quad 307 \quad f(t) = \begin{cases} A \cos(\omega_1 \psi(t)) + C & \text{si } \omega_1 \psi(t) < \pi \\ A \cos(\omega_2(\psi(t) - (\pi/\omega_1) + (\pi/\omega_2))) + C & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (12)$$

## 308 5. Condiciones iniciales y de contorno

309 Como las funciones periódicas señaladas en los actuadores, no son suficientes para lograr la  
 310 caminata, se le adosaron las funciones que se detallan seguidamente.

### 311 5.1. Función Partida

312 El andar del humanoide es cíclico. Sin embargo, por la posición inicial del individuo, se requiere  
 313 para el tiempo del primer paso, una función distinta a la del resto de la caminata. El tipo de  
 314 función puede ser cualquiera de los actuadores vistos anteriormente (pero no necesariamente con  
 315 los mismos valores de amplitud, frecuencia y fase asignados a las piernas). Empero, se utilizó la  
 316 función vista en el actuador genérico.

<sup>317</sup> Por otra parte, para simplificar el modelo, se decidió que el tiempo considerado para el primer  
<sup>318</sup> paso sea fijo, y de 0.7 segundos. Dicho valor fue extraído de forma experimental.

## <sup>319</sup> 5.2. Fase sincronizada

<sup>320</sup> En una caminata, las piernas deben guardar simetría: mientras una va hacia adelante, la otra  
<sup>321</sup> va hacia atrás (y viceversa). Esto, de acuerdo con los actuadores definidos en la sección anterior,  
<sup>322</sup> implica que las funciones de movimiento de cada pierna estén desfasadas en medio ciclo ( $\frac{\pi}{2}$ ):

$$f_i(t) = f(t) \quad (13)$$

$$f_d(t) = f(t + \frac{\pi}{2}) \quad (14)$$

<sup>324</sup> siendo  $f(t)$  la función de movimiento (o actuador) en el momento  $t$ , y  $f_i$  y  $f_d$  las funciones de la  
<sup>325</sup> pierna izquierda y derecha, respectivamente.

## <sup>326</sup> 6. Algoritmo Genético

### <sup>327</sup> 6.1. Individuo

<sup>328</sup> La información genética de cada individuo, está compuesta por dos partes: función partida  
<sup>329</sup> (optativa) y los parámetros asociados a los actuadores (obligatorios).

#### <sup>330</sup> 6.1.1. Parámetros

<sup>331</sup> Tanto la función partida, como los actuadores, tienen como parámetros: amplitud ( $A$  o  $B$ );  
<sup>332</sup> fase ( $\phi$ ), que indica dónde comienza el paso y se mide en radianes; frecuencia ( $\omega$ ); y término  
<sup>333</sup> independiente ( $C$ ).

#### <sup>334</sup> 6.1.2. Valores

<sup>335</sup> Cada uno de los segmentos tiene propiedades físicas distintas (masa, largo, etc.), razón por  
<sup>336</sup> la cual no necesariamente sus genes deban tener los mismos rangos de valores, tal como puede  
<sup>337</sup> apreciarse en las Tablas 3 y 4.

<sup>338</sup>

Segmento	Tipo de gen	Mínimo	Máximo
Muslo	Amplitud	-30	30
Pierna	Amplitud	-60	60
Muslo y Pierna	Frecuencia	0.01	10
Muslo y Pierna	Fase	$-\pi$	$\pi$
Muslo y Pierna	Término independiente	-10	10

Tabla 3: Rango de valores que puede tomar cada gen, para la función partida

Actuador	Segmento	Tipo de gen	Mínimo	Máximo
Genérico	Muslo	Amplitud	-30	30
	Pierna	Amplitud	-60	60
	Muslo y Pierna	Frecuencia	0.01	10
	Muslo y Pierna	Fase	$-\pi$	$\pi$
	Muslo y Pierna	Término independiente	-10	10
Fourier de orden 2	Muslo	Amplitud	-60	60
	Pierna	Amplitud	-30	30
	Muslo y Pierna	Frecuencia	0.01	10
	Muslo y Pierna	Fase	$-\pi$	$\pi$
	Muslo y Pierna	Término independiente	-10	10
Fourier de orden 9	Muslo y Pierna	Amplitud	-60	60
	Muslo y Pierna	Frecuencia	0.1	2
	Muslo y Pierna	Fase	$-\pi$	$\pi$
	Muslo y Pierna	Término independiente	-10	10
Doble Coseno	Muslo	Amplitud	-50	50
	Pierna	Amplitud	-30	30
	Muslo y Pierna	Frecuencia	0.01	5
	Muslo y Pierna	Fase	$-\pi$	$\pi$
	Muslo y Pierna	Término independiente	-30	30

Tabla 4: Rango de valores que puede tomar cada gen, según el tipo de actuador

#### <sup>339</sup> 6.1.3. Implementación de individuos

<sup>340</sup> Para favorecer el análisis de las distintas características arriba indicadas, se implementaron  
<sup>341</sup> varios individuos, cada uno de ellos con propiedades distintas (Tabla 5).

Individuos	Actuador	Función Partida	Fase Sincronizada
<b>Tipo 1</b>	Genérico	No	Sí
<b>Tipo 2</b>	Genérico	Sí	Sí
<b>Tipo 3</b>	Fourier de orden 2	Sí	Sí
<b>Tipo 4</b>	Fourier de orden 9	Sí	Sí
<b>Tipo 5</b>	Doble coseno	Sí	Sí

Tabla 5: Tipo de individuos

#### <sup>342</sup> 6.1.4. Constitución del cromosoma

<sup>343</sup> La longitud del cromosoma de un individuo depende de los actuadores y la función partida  
<sup>344</sup> usados. Cada uno de ellos, a su vez, tienen los parámetros presentados en la sección 6.1.1. Sus  
<sup>345</sup> respectivas cantidades pueden verse en la Tabla ??.

<sup>346</sup> En la Tabla 7 se muestra la composición del cromosoma de cada individuo. En ella se puede  
<sup>347</sup> observar cómo según el tipo de individuo, varía la cantidad de genes, es decir, el tamaño del  
<sup>348</sup> cromosoma. Vale aclarar que la función partida se especifica para cada segmento (las dos piernas  
<sup>349</sup> y los dos muslos); en cambio, para los actuadores, sólo se definen dos (uno para las piernas y  
<sup>350</sup> otro para los muslos).

Actuadores	Parámetros			
	Amplitud	Frecuencia	Fase	Término independiente
Genérico	2	2	1	1
Fourier de orden 2	4	1	1	1
Fourier de orden 9	18	1	1	1
Doble coseno	1	2	1	1
Función partida	2	2	1	1

Tabla 6: Cantidad de parámetros según tipo de actuador o función partida

Parámetros		Individuos				
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5
Amplitud		12	12	16	44	8
Frecuencia		2	6	6	6	8
Fase		2	6	6	6	6
Término independiente		2	6	6	6	6
<b>Totales</b>		18	30	34	62	28

Tabla 7: Cantidad de parámetros según tipo de individuos

## 351 6.2. Fitness

352 El papel de la función de *fitness*  $F$  en un algoritmo genético es evaluar qué tan bueno es un  
 353 individuo. En este caso, está definida como un producto de cinco módulos o propiedades: altura  
 354 ( $H$ ), velocidad ( $V$ ), dirección ( $D$ ), simetría ( $S$ ) y pies abajo ( $PA$ ):

$$F = H * V * D * S * PA \quad (15)$$

355 Los cuatro tienen la misma importancia y, por eso, como se verá a continuación, están definidos  
 356 de forma similar (con una función exponencial y pueden valer entre 0 y 1). Con todo esto, dado  
 357 que el *fitness* está pensado como un producto, basta con que uno de los módulos sea muy chico  
 358 para “anular” al individuo (es decir, otorgarle un valor que tiende a cero). Sin embargo, los  
 359 diferentes módulos no son completamente independientes entre sí: por ejemplo, si la altura es  
 360 demasiado baja, posiblemente la velocidad y la dirección no sean adecuadas.

361

### 362 6.2.1. Altura

363 Es un factor relacionado con la altura del individuo en toda la simulación, y se expresa:

$$H = \frac{\sum_{n=0}^T e^{-C(h_{t_n} - h_{t_0})^2}}{N} \quad (16)$$

365

366 donde  $t_0$  es el tiempo inicial,  $t_T$  el tiempo final,  $h_{t_n}$  es la altura de la pelvis en el instante de  
 367 tiempo  $t_n$ ,  $N$  la cantidad pasos de simulación y  $C$  una constante  $C = 5$ .

368 Se calcula a partir de la diferencia entre la altura en cada instante de la simulación, con su altura  
 369 inicial (la altura está definida como la posición de la pelvis en el eje Z). Cuanto mayor sea esa  
 370 diferencia, más rápido el individuo cae, y por eso este módulo tiende a cero. Por el contrario,

371 valdrá uno si la diferencia es ínfima (lo que significa que el humanoide mantiene su misma altura  
 372 durante la caminata).

373

### 374 6.2.2. Velocidad

375 Indica qué tan cercana es la velocidad del individuo con respecto a una velocidad objetivo  
 376 (en este caso, es de 1.2 m/h), y se expresa de la siguiente forma:

377

$$V = \frac{\sum_{n=0}^T e^{-C(v_{t_n} - V_O)^2}}{N} \quad (17)$$

378

379 donde  $t_0$  es el tiempo inicial,  $t_T$  el tiempo final,  $v_{t_n}$  es la velocidad y  $V_O$  la velocidad objetivo en  
 380 el eje Z (el eje de la caminata).

381 Sigue una lógica y cálculo similares al factor de altura: a mayor discrepancia de la velocidad  
 382 real del humanoide con  $V_O$ , menor (y más cercano a cero) es el valor arrojado por el módulo de  
 383 velocidad.

### 384 6.2.3. Dirección

385 Señala qué tan similares son la dirección objetivo (un vector unitario, que en este caso se  
 386 encuentra en el eje Z) y la dirección con la que camine el humanoide. Se calcula como sigue:

387

$$D = \frac{\sum_{n=0}^T e^{-C(\mathbf{v}_{t_n} \cdot \mathbf{V}_O - 1)^2}}{N} \quad (18)$$

388

389 donde  $t_0$  es el tiempo inicial,  $t_T$  el tiempo final,  $\mathbf{v}_{t_n}$  el versor de la dirección del humanoide en  
 390 el momento  $t_n$  y  $\mathbf{V}_O$  el versor de la dirección objetivo.

391 El producto escalar entre los versores responde a la Similitud Coseno:  $\cos \theta = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{AB}$ , donde  $\mathbf{A}$  y  
 392  $\mathbf{B}$  son vectores que no se encuentran normalizados, y  $\theta$  es el ángulo formado entre ellos. Así, si  
 393  $\cos \theta = 1$ , significa que los vectores están paralelos entre sí (que es el efecto buscado en el caso  
 394 de la dirección).

395 Al producto escalar se le resta 1, para que el módulo sea consistente con la función exponencial  
 396 utilizada y que valga 1 cuando  $\theta = 0$ , y 0 cuando  $\theta = \pi$ . Cabe aclarar que se trata al ángulo en  
 397 forma simétrica, ya que, por ejemplo  $\cos(-\pi/6) = \cos(\pi/6)$ .

398

### 399 6.2.4. Simetría

400 Señala qué tan equidistantes se encuentran los pies de la cadera, a lo largo de la caminata.  
 401 Aplicando solamente los módulos antes mencionados, provocaba resultados en donde una pierna  
 402 quedaba más distante de la pelvis que la otra, lo que provocaba que el humanoide se terminara  
 403 arrastrando (y posiblemente afectando a la velocidad).

404 Para mayor simplicidad, la simetría  $S$  se calculó a partir de los pies (y no de las piernas). Se  
 405 tomaron en cuenta sólo los ejes X y Z, porque son los relacionados a la velocidad y a la dirección,  
 406 respectivamente.

$$S = \frac{\sum_{n=0}^T \frac{1}{2}[e^{-C(lf_z + rf_z)^2} + e^{-C(lf_x + rf_x)^2}]}{N} \quad (19)$$

407

408 donde  $lf_X$  y  $lf_Z$  es la distancia desde el pie izquierdo hasta la pelvis en los ejes X y Z, respectivamente; y en donde  $rf_X$  y  $rf_Z$  es lo mismo, pero para el pie derecho.

410

#### 411 6.2.5. Pies abajo

412 Con los módulos sealados anteriormente, se resalta que el humanoide camine con una veloci-  
 413 cidad y dirección determinadas, que no se caiga y que mantenga simetría mientras ejecuta sus  
 414 movimientos. Pero, todo esto daría, en el mejor de los casos, una caminata estilo “estrella”.  
 415 Sin embargo, una característica fundamental en una caminata normal es que las piernas (ergo,  
 416 los pies también) no sobrepasen la cadera. Si bien ésta es una propiedad negativa (expresa lo que  
 417 no debe tener una caminata), y se puede correr el riesgo de restringir demasiado, su ausencia da  
 418 resultados peores.

$$PA = \frac{\sum_{n=0}^T \frac{1}{2}(\alpha[e^{-C(ldf^2)} + e^{-C(rdf^2)}])}{N} \quad (20)$$

419

420 donde  $\alpha = \max(\min(lf, rf) - hip, 0), 1$ ) (es decir, vale 0 si la altura del pie izquierdo o derecho  
 421 supera a la de la cadera, y 1 en otro caso); y  $ldf$  y  $rdf$  es la diferencia entre la posición inicial de  
 422 los pies y la altura en el momento  $t_n$  de los pies izquierdo y derecho, respectivamente.

423

### 424 6.3. Parámetros del Algoritmo

#### 425 6.3.1. Métodos de selección

426 De la vasta cantidad de métodos de selección que existen, se utilizaron: **Elite** (en donde se  
 427 selecciona el individuo con mayor aptitud de la población-; y **Roulette** (método probabilístico,  
 428 que selecciona un individuo de la población total al azar, con una probabilidad proporcional a  
 429 su *fitness*).

#### 430 6.3.2. Métodos de crusa

431 El método de crusa (*o crossover*) utilizado es el siguiente: De dos individuos (los padres), se  
 432 originan dos nuevos individuos (los hijos). Se toma cada uno de los genes de los padres y se elige,  
 433 con una probabilidad uniforme, uno de ellos para un hijo y el otro para el otro hijo.

434 La probabilidad de que este proceso ocurra es de 0.9.

#### 435 6.3.3. Mutación

436 En el caso de la mutación, para cada gen del individuo, se decide con cierta probabilidad si  
 437 se lo muta o no. En caso afirmativo, se cambia ese gen por un valor aleatorio (que esté dentro  
 438 de su rango definido).

439 Dicha probabilidad de mutación es de 0.3.

## 440 7. Resultados Obtenidos

441 Considerando los individuos definidos en el punto xx, se realizaron experimentos, corriendo  
 442 el algoritmo genético, y evaluando el resultado obtenido posteriormente (ya sea numérica o  
 443 gráficamente). A continuación se analizan distintos aspectos relevantes.

### 444 7.1. Evolución del *fitness* según tipo de individuo

445 En el caso del individuo de tipo 2, puede observarse que, aun cuando el *fitness* llega a 0.6 (y  
 446 no a 1, su cota superior), tiene un buen rendimiento, ya que, suponiendo que cada uno de los  
 447 módulos del *fitness* están al 90 %, se tendría que  $0.9^5 = 0.59$ .

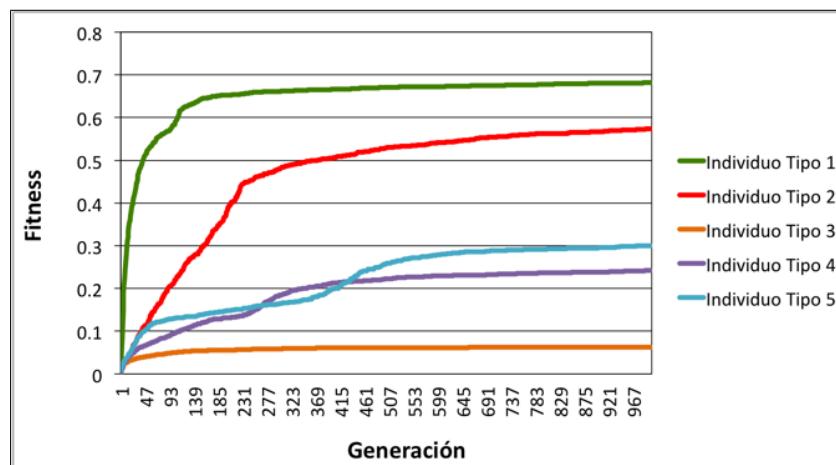


Figura 9: Evolución del *fitness* según tipo de individuo

### 448 7.2. Velocidad según tipo de individuo

449 A continuación, se muestra, para cada individuo, su velocidad instantánea a lo largo del  
 450 tiempo.

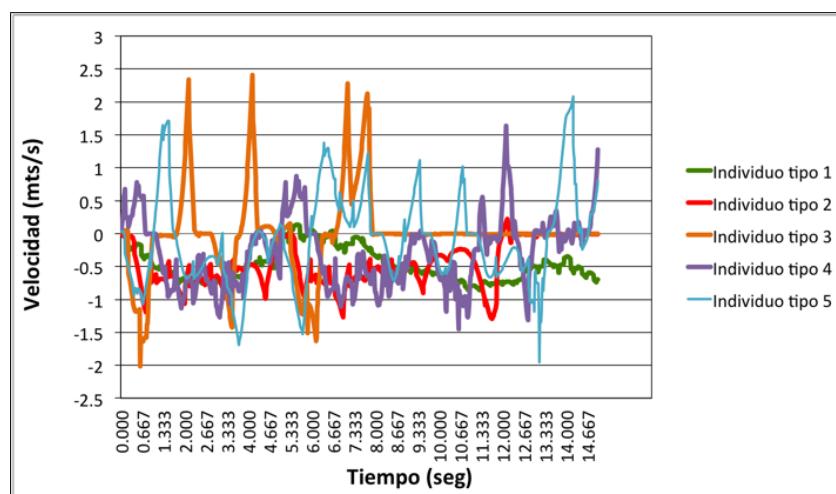


Figura 10: Velocidad según tipo de individuo

451 Como puede observarse en el caso de los individuos 3, 4 y 5 (Fourier de orden 2, Fourier

452 de orden 9 y Doble Coseno, respectivamente), se producen picos altos y pronunciados en la  
 453 velocidad. Eso repercute en que la velocidad media no sea  $1.3 \frac{m}{s}$  (que es la velocidad objetivo),  
 454 y ergo, en el módulo de velocidad del *fitness* (provocando que éste sea más bajo).  
 455 En el caso de los individuos 1 y 2, la velocidad instantánea oscila de forma suave.

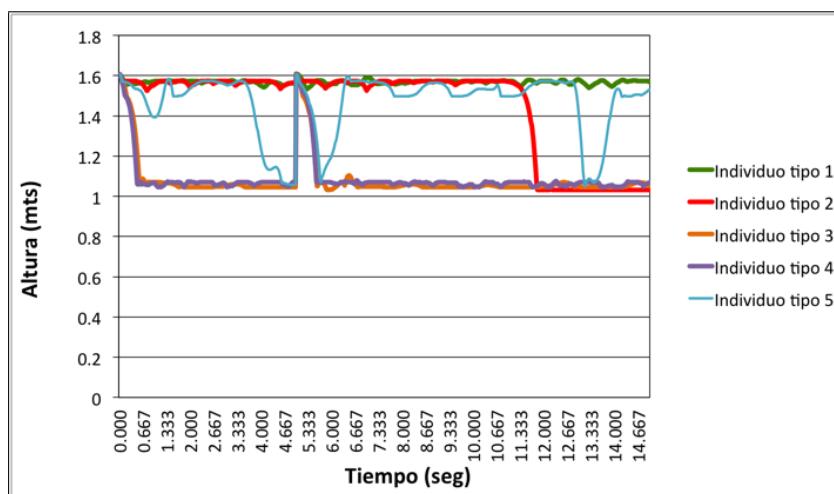
### 456 7.3. Altura según tipo de individuo

457 Como puede identificarse en la figura 11, la altura de los individuos es otra característica para  
 458 diferenciarlos en su rendimiento.

459 En efecto, los individuos de tipo 3 y 4 (que utilizan actuadores de Fourier de orden 2 y 9,  
 460 respectivamente), son los que caen de forma más abrupta, y aunque intentan levantarse, vuelven  
 461 a caer con la misma intensidad.

462 Por su parte, el individuo de tipo 1 es el que mantiene la altura constante, a causa del riel que  
 463 tiene activado (que le hace mantener la altura). El individuo de tipo 2, con actuadores genéricos  
 464 y función partida, logra mantener la altura, hasta que cae. Considerando que no tiene el riel  
 465 activado, y que cuando cae no vuelve a levantarse (ya que en ese movimiento suelen emplearse  
 466 los brazos y manos), tiene un comportamiento similar a una caminata real.

467 En lo que respecta al individuo de tipo 5, que utiliza como actuadores la función de doble coseno,  
 468 se cae y levanta repetidamente, pero de forma más suave que los que utilizan Fourier de orden 2  
 469 y 9.



470 Figura 11: Altura (posición de la pelvis) según tipo de individuo

### 471 7.4. Comparación de tipos de individuo

472 Principalmente el generico y el doble coseno son los que mejor andan, tanto en fitness como  
 en altura.

473 Pero son dos caminatas distintas, una un poco más natural (generico) y la otra más robotica" pero  
 474 estable.

475 Si hay que elegir como mejor a uno de los dos, habria que decidir entre realismo (el humanoide  
 476 se cae, pero es más natural), y estabilidad (no se cae nunca, pero parece un "passive walker").

477 La funcion de fitness que se plantea (con sus módulos) indica propiedades ideales para una  
 478 caminata, pero que no implican realismo en la misma. Y entonces dos individuos con fitness  
 479 parecidos dieron como fruto caminatas muy distintas.

480 Los actuadores fueron importantísimos.

481 **7.5. Video**

482 Acá iría el link del video?

483 **8. Conclusiones**

484 XXXXXXXX

485 **Referencias**

- 486 [1] Wikipedia: [https://es.wikipedia.org/wiki/Physics\\_engine](https://es.wikipedia.org/wiki/Physics_engine)
- 487 [2] Andreas Gerndt y otros, *An Evaluation of Open Source Physics Engines for Use in Virtual*  
488 *Reality Assembly Simulations*. Fecha de publicación: 2012
- 489 [3] Tom Erez y otros, *Simulation Tools for Model-Based Robotics: Comparison of Bullet, Havok,*  
490 *MuJoCo, ODE and PhysX*
- 491 [4] Sitio web de Bullet Physics: <http://www.bulletphysics.org/>
- 492 [5] Erin Catto, *Iterative Dynamic with Temporal Coherence*. Fecha de publicación: 2005
- 493 [6] Sitio web de GaLib: <http://lancet.mit.edu/ga/>
- 494 [7] Thomas Geijtenbeek, Michiel van de Panne y A. Frank van der Stappen, *Flexible Muscle-*  
495 *Based Locomotion for Bipedal Creatures*, 2013
- 496 [8] Marek Wojtyra, *Multibody Simulation Model of Human Walking - Warsaw University of*  
497 *Technology*, 2003
- 498 [9] <http://www.exrx.net/Kinesiology/Segments.html>
- 499 [10] Kevin Kenny, Máximo Videla y Axel Wassington, *Proyecto Final para la obtención del título:*  
500 *Ingeniero en Informática - ITBA*, 2014