

# Informe de experimentos realizados para la verificación del funcionamiento de Bullet Physics

18 de mayo de 2015

## Resumen

El siguiente reporte informa sobre los experimentos realizados para verificar el funcionamiento del simulador físico Bullet. Se incluye el resultado de dichos experimentos, los problemas encontrados a partir de los resultados de los mismos y alternativas para remediar dichos problemas.

## 1. Introducción

En el siguiente reporte se presentarán los resultados obtenidos a partir de la realización de dos experimentos. En cada uno se comparan los resultados obtenidos a través de la simulación en Bullet Physics, con los valores que se deberían obtener según los modelos matemáticos que representan a cada uno de los fenómenos.

En el primer experimento se simula un cubo con una rapidez constante en el eje horizontal, que gradualmente se detiene por acción de la fricción, hasta llegar al reposo. El segundo experimento, una esfera a una altura determinada sobre el suelo, que tiene una rapidez constante en el eje perpendicular al piso y que eventualmente colisiona contra el mismo. En el primer caso, se busca determinar el modelo utilizado por Bullet para simular las fuerzas resultantes sobre un cuerpo por acción de la fricción. Para el caso de la esfera, se desea comprobar que la colisión entre el cuerpo y el suelo respete el modelo de colisiones elásticas y que la velocidad final de la esfera después del choque sea proporcional al coeficiente de restitución de la misma.

## 2. Detalles de la Simulación

### 2.1. Stepping

Para simular los experimentos se utilizó un stepping de  $\Delta t = \frac{1}{60}$ s, es decir, cada  $\Delta t$  fue considerado como la unidad de tiempo. Por otro lado, se tomó como unidad de tiempo interna de la simulación  $\Delta t_{sim} = \Delta t$ .

### 3. Comprobación del Coeficiente de Fricción

#### 3.1. Ejecución

En este experimento se simuló el movimiento de un cubo con una velocidad inicial constante y que gradualmente queda en reposo debido a la acción de la fricción que existe entre el cuerpo y el suelo. Se compara la posición del centro de masa del cubo obtenida a partir de la simulación, con la indicada por el modelo matemático.

#### 3.2. Modelo Matemático

Para este experimento se utilizó el modelo matemático que representa la posición del cuerpo en el eje horizontal en función del tiempo. Este está representado por la siguiente ecuación:

$$x(t) = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

En este caso, el cuerpo empieza su movimiento en el origen, por lo tanto la posición inicial ( $x_i$ ) es cero. La aceleración es generada por acción de la fricción y la segunda Ley de Newton.

$$F = ma \quad a = \frac{F}{m}$$

Debido a la fricción (representada por un coeficiente de fricción dinámico  $\mu_d$ ) entre el cuerpo y el suelo, se genera una fuerza de rozamiento en la misma dirección que la velocidad del sólido y en sentido contrario. Dicha fuerza es proporcional a la magnitud de la fuerza normal ( $F_N$ ) que actúa sobre la caja por acción de la gravedad ( $g$ ).

$$-F_{\mu_d} = \mu_d F_N \quad F_N = mg$$

Finalmente, se obtiene la aceleración.

$$a = \frac{F_{\mu_d}}{m} = \frac{-\mu_d F_N}{m} = \frac{-\mu_d mg}{m} = -\mu_d g$$

A partir de este desarrollo se puede obtener el modelo matemático que predice el movimiento de la caja:

$$x(t) = v_i t - \frac{1}{2} \mu_d g t^2$$

#### 3.3. Parámetros del Experimento

Se utilizó un sólido con forma de cubo con lado unitario ( $l_{box} = 1\text{m}$ ), el mismo tenía una masa de un kilogramo ( $m_{box} = 1\text{kg}$ ). A la simulación se le dió una gravedad aproximada a la real ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ). El experimento

se llevó a cabo usando tres valores distintos para la velocidad inicial ( $v_i$ ) y para el coeficiente de fricción dinámica ( $\mu_d$ ). A continuación se presentan los resultados para cada combinación de  $v_i$  y  $\mu_d$ .

Los parametros utilizados para este experimento fueron:

- $m_{box} = 1\text{kg}$
- $l_{box} = 1\text{m}$
- $g = 10\frac{m}{s^2}$

### 3.3.1. Experimento 1

A continuación se muestran los resultados del experimentos obtenidos al usar  $v_i = 10\frac{m}{s}$ .

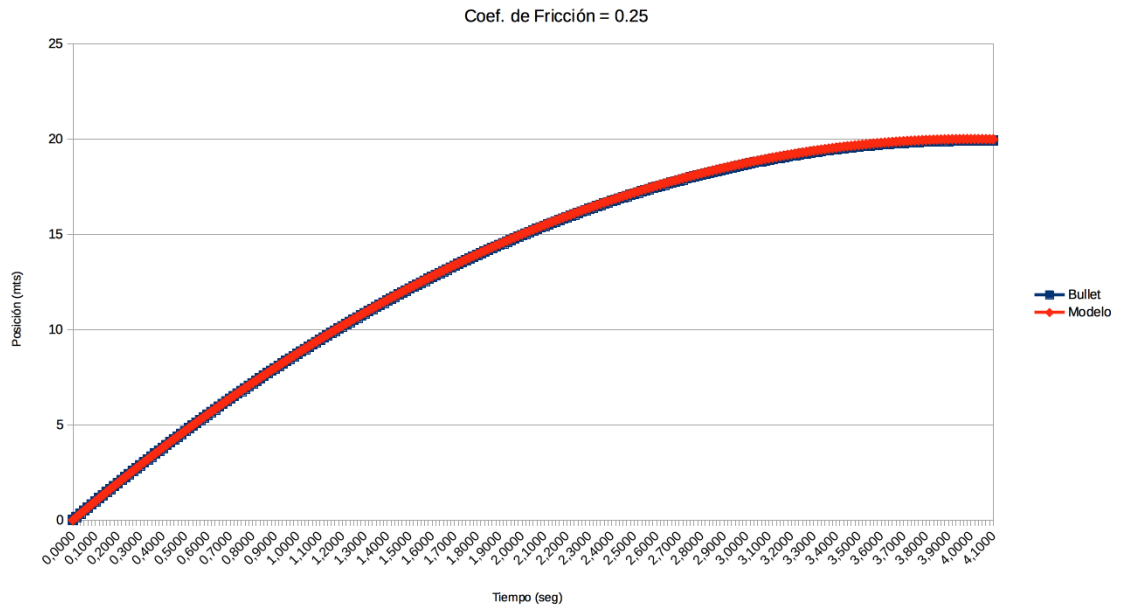


Figura 1: Resultados del experimento usando una velocidad inicial de 10 y coeficiente de fricción de 0.25.

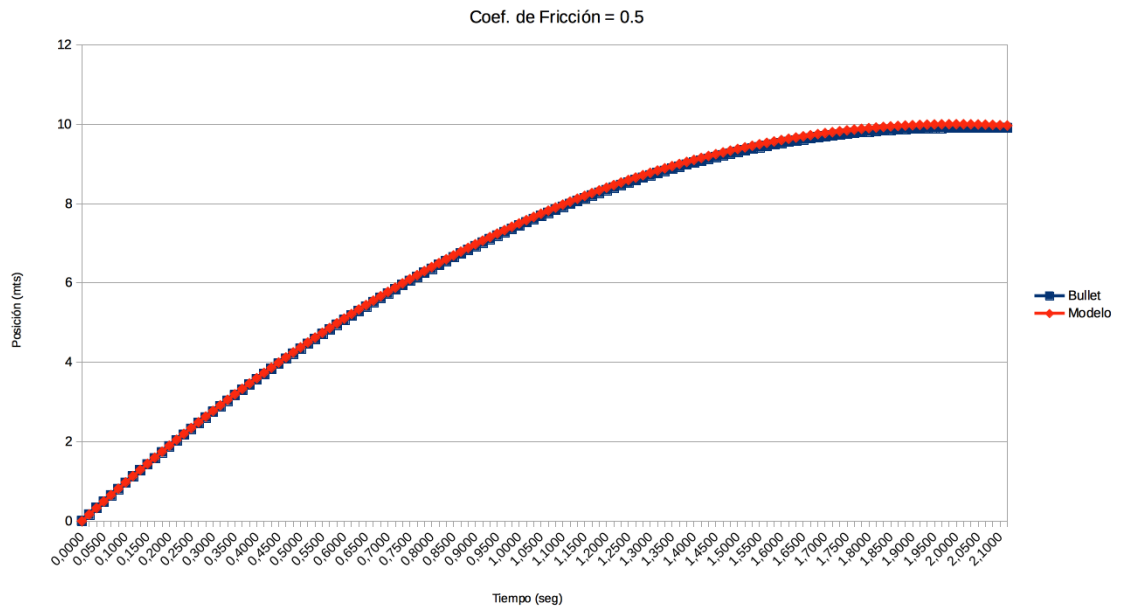


Figura 2: Resultados del experimento usando una velocidad inicial de 10 y coeficiente de fricción de 0.50.

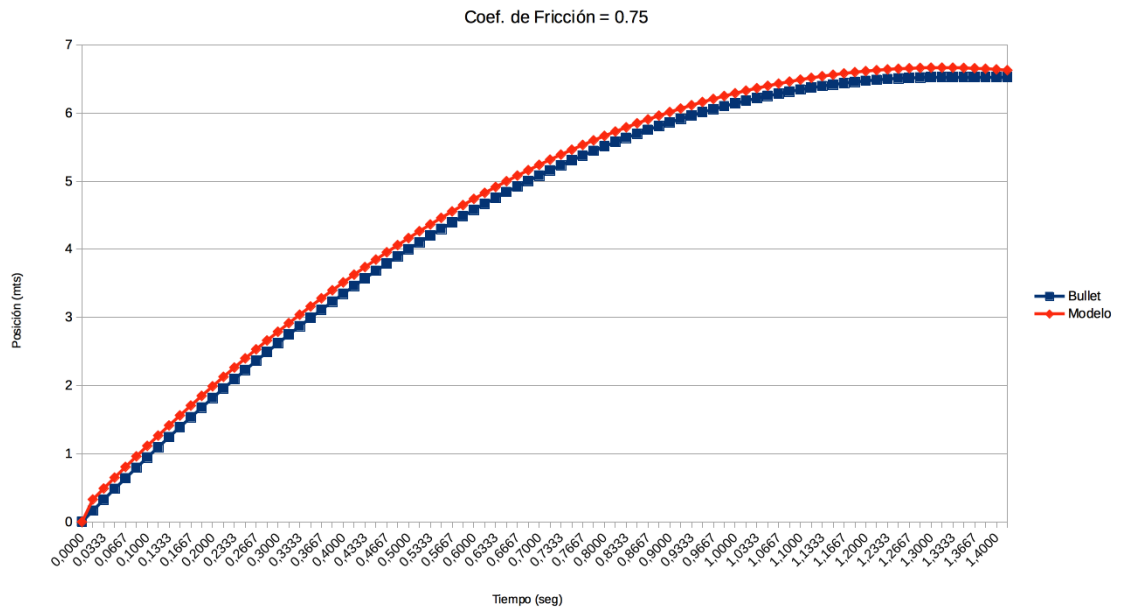


Figura 3: Resultados del experimento usando una velocidad inicial de 10 y coeficiente de fricción de 0.75.

### 3.3.2. Experimento 2

A continuación se muestran los resultados del experimentos obtenidos al usar  $v_i = 3 \frac{m}{s}$ :

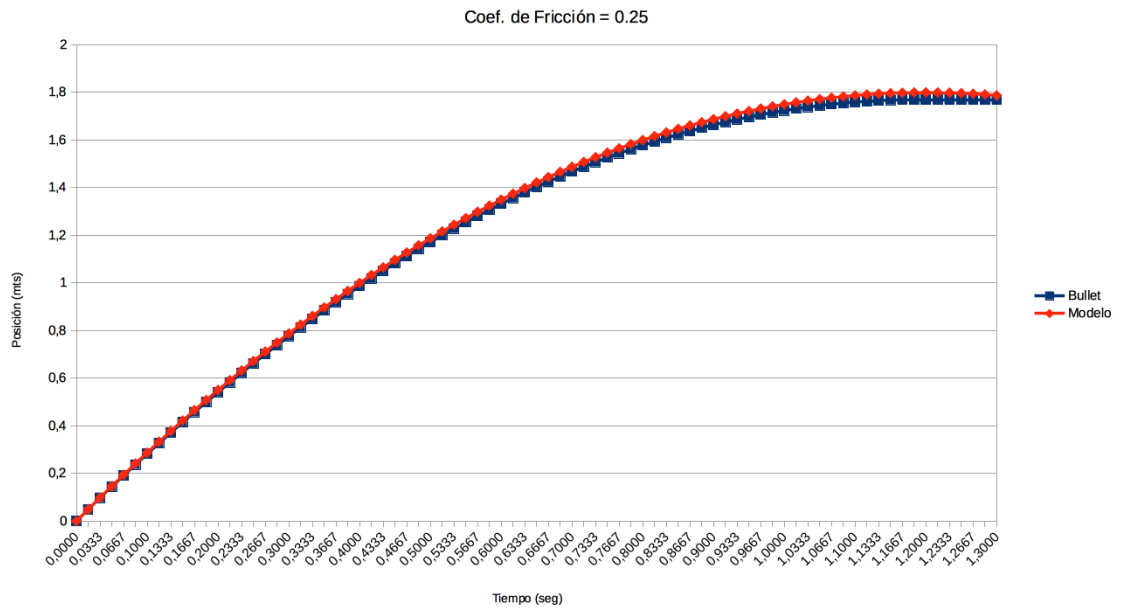


Figura 4: Resultados del experimento usando una velocidad inicial de 3 y coeficiente de fricción de 0.25.

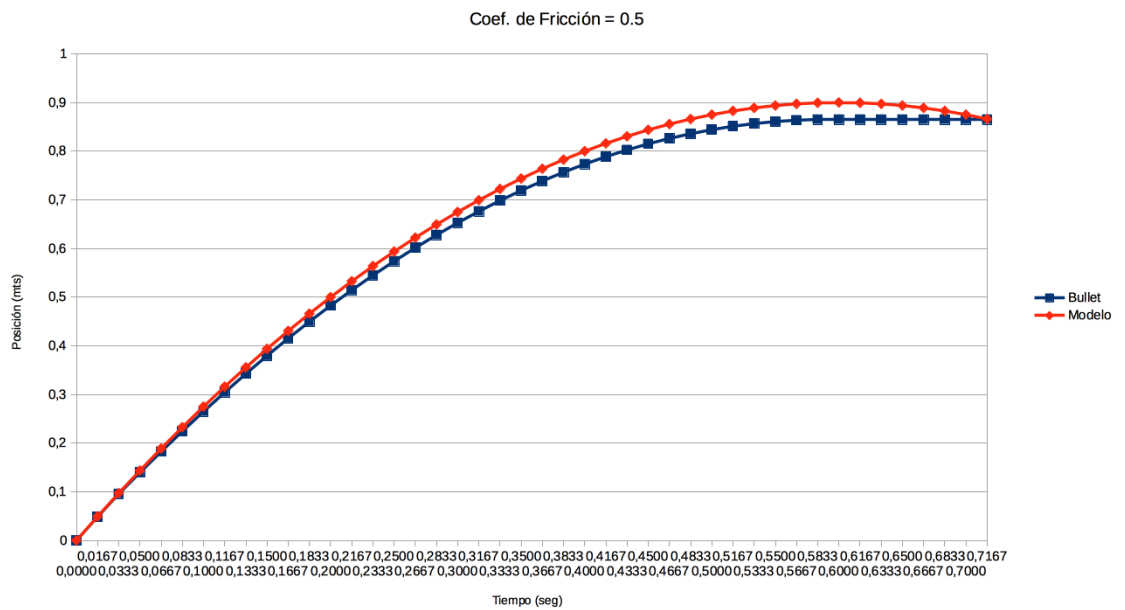


Figura 5: Resultados del experimento usando una velocidad inicial de 3 y coeficiente de fricción de 0.50.

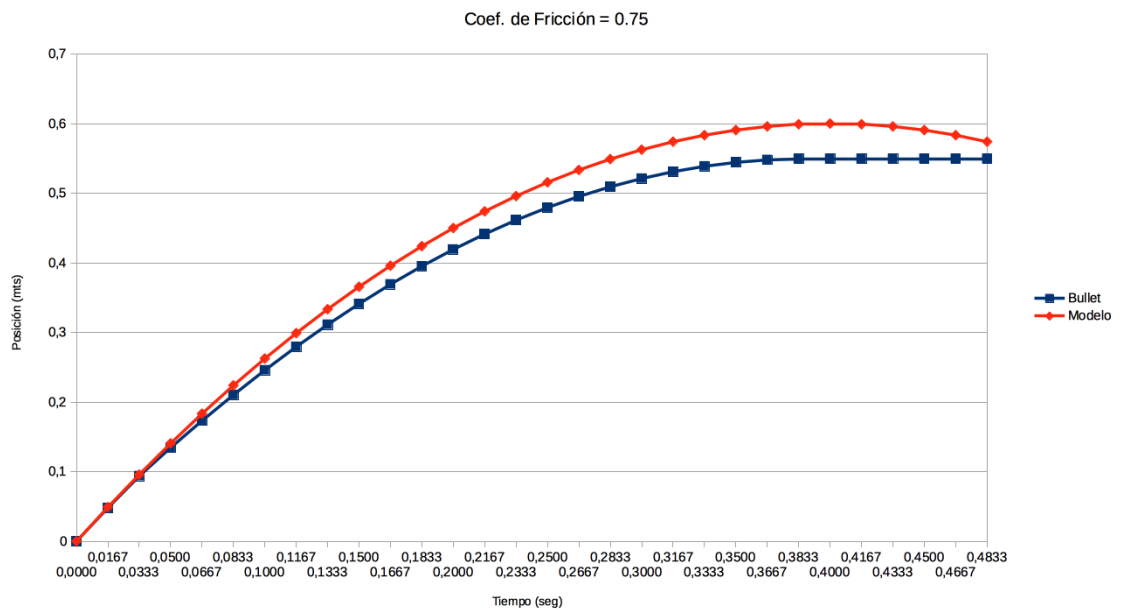


Figura 6: Resultados del experimento usando una velocidad inicial de 3 y coeficiente de fricción de 0.75.

### 3.3.3. Experimento 3

A continuación se muestran los resultados del experimentos obtenidos al usar  $v_i = 1 \frac{m}{s}$ :

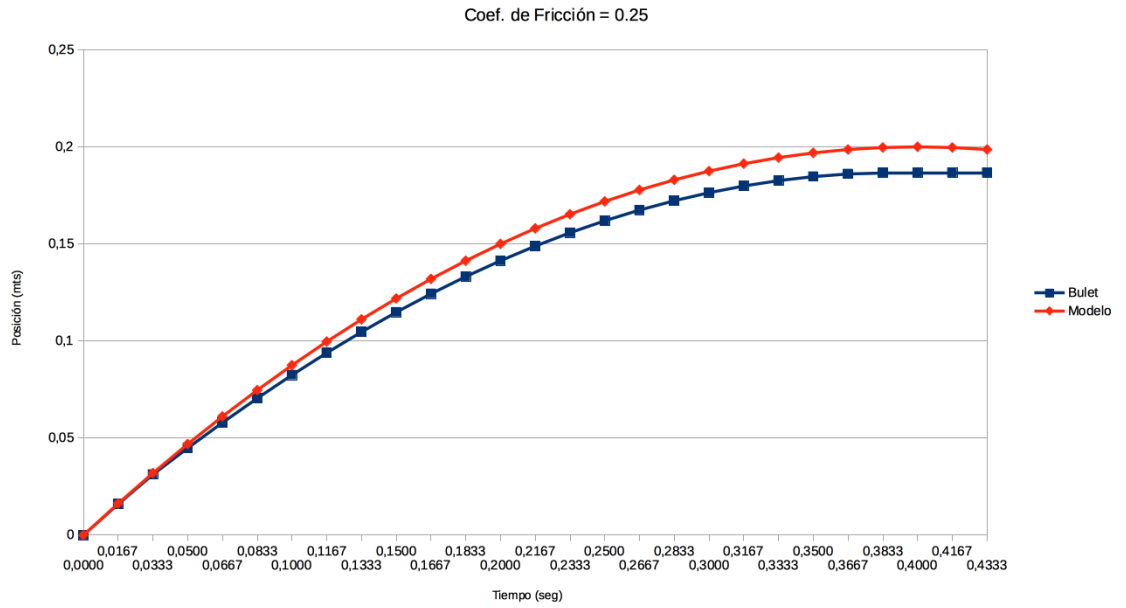


Figura 7: Resultados del experimento usando una velocidad inicial de 1 y coeficiente de fricción de 0.25.

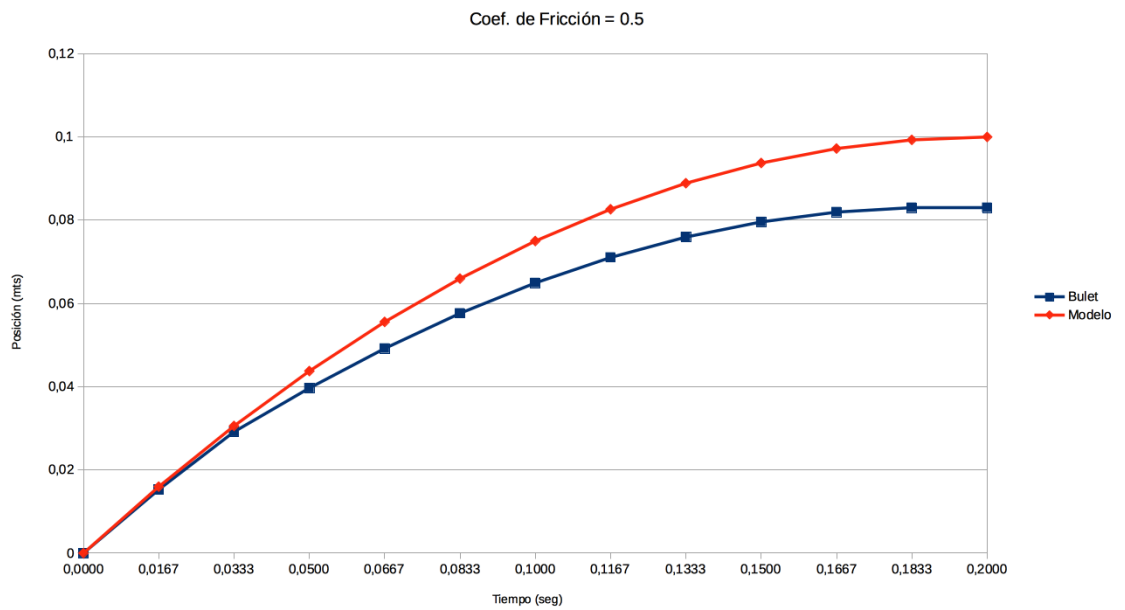


Figura 8: Resultados del experimento usando una velocidad inicial de 1 y coeficiente de fricción de 0.50.

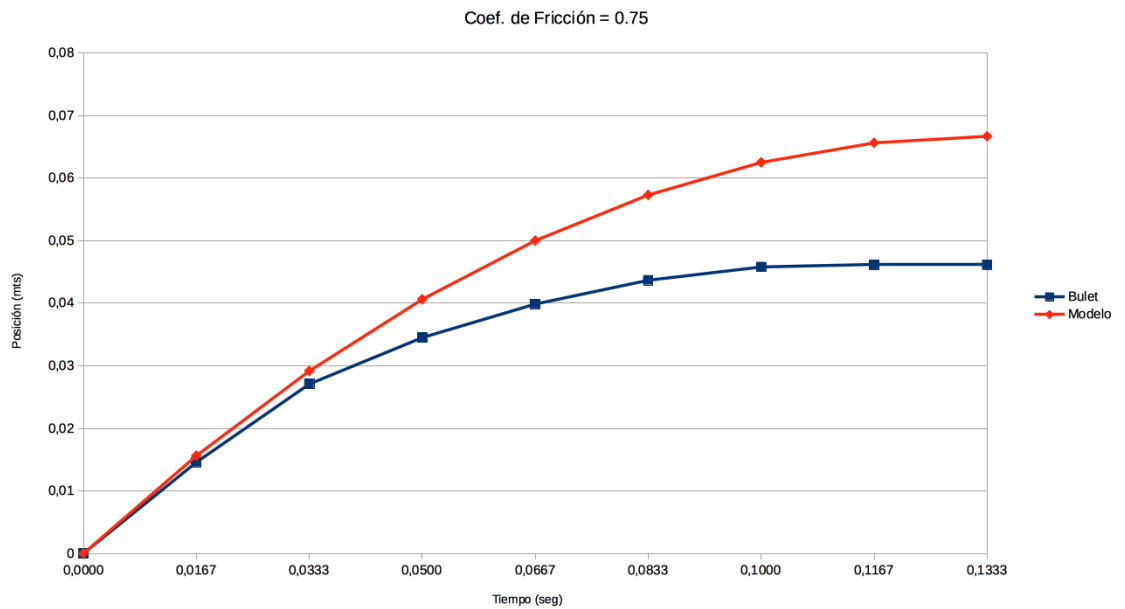


Figura 9: Resultados del experimento usando una velocidad inicial de 1 y coeficiente de fricción de 0.75.



## 4. Comprobación del Coeficiente de Restitución

### 4.1. Ejecución

En el siguiente experimento se simula la colisión entre una esfera con el suelo. La misma tiene una velocidad inicial constante, en dirección normal al suelo. En la simulación se le asigna al cuerpo un coeficiente de restitución determinado. Una vez finalizado el experimento se utiliza la velocidad final de la esfera y su velocidad inicial, para comprobar que el resultado de la simulación es consistente con el modelo matemático que representa las colisiones simples entre sólidos.

### 4.2. Modelo Matemático

Para este experimento se utilizó el modelo que representa el coeficiente de restitución como el cociente entre la velocidad inicial ( $v_i$ ) y la velocidad final ( $v_f$ ):

$$e = \frac{v_f}{v_i}$$

### 4.3. Metodología del Experimento

En cada experimento se realiza una simulación con los parámetros que correspondan a dicha instancia de simulación. Al termino de esta, se obtiene las velocidades final e inicial. Con ellas se calcula el coeficiente de restitución  $e_{medida}$  y se compara con el que se utilizó para ejecutar la simulación  $e_{sim}$ . De la comparación se obtiene finalmente el error relativo entre ambos coeficientes  $\epsilon_{rel}$ .

### 4.4. Parámetros del Experimento

Se utilizó un sólido en forma de esfera para efectuar la colisión con el suelo. La misma tiene una masa de un kilogramo ( $m_{sphere} = 1\text{kg}$ ) y un radio de un metro ( $r_{sphere} = 1\text{m}$ ). Para la simulación se utilizó un ambiente sin gravedad ( $g = 0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ). De esta forma, se podrá tener en cuenta sólo la velocidad inicial ( $v_i$ ) y la velocidad final ( $v_f$ ) para el cálculo del coeficiente de restitución ( $e$ ).

Los parametros utilizados para este experimento fueron:

- $m_{sphere} = 1\text{kg}$
- $r_{sphere} = 1\text{m}$
- $g = 0$

#### 4.4.1. Experimento 1

Utilizando una  $v_i = -0,5 \frac{m}{s}$ :

$v_i$	-0.5		
$v_f$	0.000249	0.000219	0.001037
$e_{medida}$	0.000498	0.000438	0.002074
$e_{sim}$	0.2	0.5	0.8
$\epsilon_{rel}$	0.997	0.999	0.997

Figura 10: Resultados del experimento usando una velocidad inicial de 1 y coeficiente de fricción de 0.75.

#### 4.4.2. Experimento 2

Utilizando una  $v_i = -3,5 \frac{m}{s}$ :

$v_i$	-3.5		
$v_f$	0.000057	0.000018	0.3
$e_{medida}$	0	0	0.0857
$e_{sim}$	0.2	0.5	0.8
$\epsilon_{rel}$	1	1	0.893

#### 4.4.3. Experimento 3

Utilizando una  $v_i = -4 \frac{m}{s}$ :

$v_i$	-4		
$v_f$	0.000473	0.000424	1.23
$e_{medida}$	0.00012	0.00011	0.3
$e_{sim}$	0.2	0.5	0.8
$\epsilon_{rel}$	1	1	0.625

#### 4.4.4. Experimento 4

Utilizando una  $v_i = -5 \frac{m}{s}$ :

$v_i$	-5		
$v_f$	1	2.5	4
$e_{medida}$	0.2	0.5	0.8
$e_{sim}$	0.2	0.5	0.8
$\epsilon_{rel}$	0	0	0

#### 4.4.5. Experimento 5

Utilizando una  $v_i = -10 \frac{m}{s}$ :

$v_i$	-10		
$v_f$	2	5	8
$e_{medida}$	0.2	0.5	0.8
$e_{sim}$	0.2	0.5	0.8
$\epsilon_{rel}$	0	0	0

## 5. Análisis de Resultados

### 5.1. Comprobación del Coeficiente de Fricción

A partir de los gráficos se puede observar que los resultados de los experimentos fueron favorables. Los valores obtenidos a partir de la simulación se corresponden con los obtenidos a partir del modelo matemático, esto es un indicador de que Bullet debe estar usando dichos modelos para ejecutar las simulaciones.

Cabe destacar que los gráficos que corresponden al experimento 3, presentan una discrepancia mayor entre la simulación y el modelo. Este hecho puede deberse a que dicho experimento tiene una cantidad relativamente bajas de punto, por lo tanto la resolución de la simulación no es lo suficientemente buena y el simulador tiende a cometer un mayor error.

### 5.2. Comprobación del Coeficiente de Fricción

Este experimento mostró una limitación del motor físico, el mismo tiene problemas para representar correctamente las colisiones elásticas entre esferas y cuerpos rígidos, que ocurren a bajas velocidades. Esto queda en evidencia en los experimentos 1, 2, 3, y 4. En cada uno de ellos el error fue de casi el 100 %.

La razón por la que ocurre este hecho se debe a que Bullet utiliza un algoritmo de colisión que frena la velocidad de un objeto que está a punto de colisionar, haciendo esto puede evitar que los sólidos se traspasen y de esta forma se pueden realizar cálculos de fuerza más precisamente. En el caso de

los experimentos, las esferas poseen una rapidez muy baja, cuando están a punto de colisionar Bullet reduce aún más esta velocidad y eventualmente quedan con una velocidad tan baja que al chocar contra el suelo se aplica el efecto restitutivo a esta rapidez casi nula y se resuelve que la esfera debe quedar en reposo, cuando en realidad debería poseer una velocidad baja, pero no despreciable.

## **6. Conclusión**