

Subsecuencia Común Más Larga

Programación Dinámica

Sergio García Prado

10 de Noviembre de 2015

- 1 Introducción
 - Formulación del Problema
 - Definiciones
- 2 Aplicaciones
- 3 Programación Dinámica
- 4 Subsecuencia Común más larga
 - Enfoques Disponibles
 - Enfoque dinámico
- 5 Fin

Section 1

Introducción

Subsection 1

Formulación del Problema

Formulación del Problema

Dadas dos secuencias de longitud arbitraria, nuestro objetivo es encontrar la subsecuencia común de mayor longitud entre ambas.

Subsection 2

Definiciones

Secuencia

- Es una colección ordenada de elementos en la cual la repetición está permitida.
- Ejemplo: A, B, C, A, E, F

Subsecuencia

- Es una secuencia que se obtiene a partir de otra secuencia de igual o mayor longitud mediante la supresión de algunos elementos manteniendo el orden de los elementos restantes.
- Ejemplo: A, C, A es una subsecuencia de A, B, C, A, E, F.

Section 2

Aplicaciones

Aplicaciones

- Secuenciación del ADN.
- Software de control de versiones (git).
- Comando diff.

Section 3

Programación Dinámica

Programación Dinámica

- Patrón de diseño de algoritmos basado en la división del problema base en subproblemas de menor tamaño y complejidad que solo se resolverán una única vez.
- Solapamiento de Problemas.
- Subestructura Óptima.

Solapamiento de Problemas

- Un problema tiene esta propiedad si se puede dividir en subproblemas de menor tamaño cuyos resultados se reutilizarán para resolver sucesivos subproblemas de nivel superior.
- Ejemplo: Sucesión de Fibonacci.

Subestructura Óptima

- La solución óptima del problema contiene (o depende) de las soluciones óptimas a sus subproblemas..

Section 4

Subsecuencia Común más larga

Subsection 1

Enfoques Disponibles

Enfoques Disponibles

- N = número de secuencias.
- n_i = Secuencia i -ésima.
- Boráz: $O(2^{n_1} \sum_{i=2}^N n_i)$.
- Programación Dinámica: $O(N \prod_{i=1}^N n_i)$.

Subsection 2

Enfoque dinámico

Notación Utilizada

- Se expondrá el caso de dos secuencias.
- $X[0...m-1]$ e $Y[0...n-1]$ secuencias de longitud m y n respectivamente.
- $L[0...m][0...n]$ matriz de tamaño $m \times n$, para almacenar los resultados de cada subproblema
- Sea S una secuencia de longitud l e $i \in (1, l)$, entonces S_i es la correspondiente a los i primeros elementos.

Ejemplo: $X = abcde$

$X_1 = a$, $X_3 = abc$ y $X_5 = abcde = X$

Fórmula

$$LCS(X_i, Y_j) = \begin{cases} 0 & \text{if } i = 0 \vee j = 0 \\ LCS(X_{i-1}, Y_{j-1}) + 1 & \text{if } x_i = y_j \\ \max(LCS(X_i, Y_{j-1}), LCS(X_{i-1}, Y_j)) & \text{if } x_i \neq y_j \end{cases}$$

Funcionamiento

- Rellenar matriz L a partir de función LCS.
- Recorrer L desde L_{m-1n-1} hasta L_{00} .

Ejemplo de funcionamiento 1

- $X = abcde$, $m = 5$
- $Y = aert$, $n = 4$

Ejemplo de funcionamiento 2

	∅	a	b	c	d	e
∅						
a						
e						
r						
t						

	∅	a	b	c	d	e
∅	0	0	0	0	0	0
a	0	1				
e	0					
r	0					
t	0					

	∅	a	b	c	d	e
∅	0	0	0	0	0	0
a	0					
e	0					
r	0					
t	0					

	∅	a	b	c	d	e
∅	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1			
e	0					
r	0					
t	0					

Ejemplo de funcionamiento 3

	∅	a	b	c	d	e
∅	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1	1	1	1
e	0	1				
r	0					
t	0					

	∅	a	b	c	d	e
∅	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1	1	1	1
e	0	1	1	1	1	2
r	0	1	1	1	1	2
t	0					

	∅	a	b	c	d	e
∅	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1	1	1	1
e	0	1	1	1	1	2
r	0					
t	0					

	∅	a	b	c	d	e
∅	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1	1	1	1
e	0	1	1	1	1	2
r	0	1	1	1	1	2
t	0	1	1	1	1	2

Ejemplo de funcionamiento 4

	\emptyset	a	b	c	d	e
\emptyset	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1	1	1	1
e	0	1	1	1	1	2
r	0	1	1	1	1	2
t	0	1	1	1	1	2

	\emptyset	a	b	c	d	e
\emptyset	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1	1	1	1
e	0	1	1	1	1	2
r	0	1	1	1	1	2
t	0	1	1	1	1	2

	\emptyset	a	b	c	d	e
\emptyset	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1	1	1	1
e	0	1	1	1	1	2
r	0	1	1	1	1	2
t	0	1	1	1	1	2

	\emptyset	a	b	c	d	e
\emptyset	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1	1	1	1
e	0	1	1	1	1	2
r	0	1	1	1	1	2
t	0	1	1	1	1	2

Ejemplo de funcionamiento 5

	\emptyset	a	b	c	d	e
\emptyset	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1	1	1	1
e	0	1	1	1	1	2
r	0	1	1	1	1	2
t	0	1	1	1	1	2

	\emptyset	a	b	c	d	e
\emptyset	0	0	0	0	0	0
a	0	1	1	1	1	1
e	0	1	1	1	1	2
r	0	1	1	1	1	2
t	0	1	1	1	1	2

Ejemplo de funcionamiento 6

- Para las secuencias $X = abcde$, $Y = aert$ el resultado es:
- $LCS = ae$ de longitud 2

Error encontrado

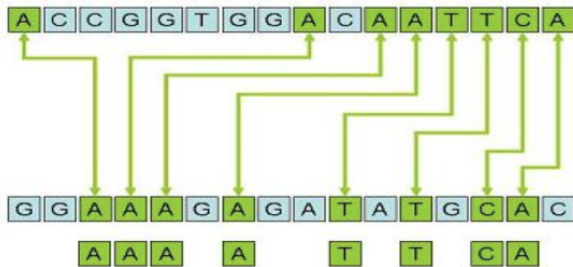


Figura 1:

Error encontrado

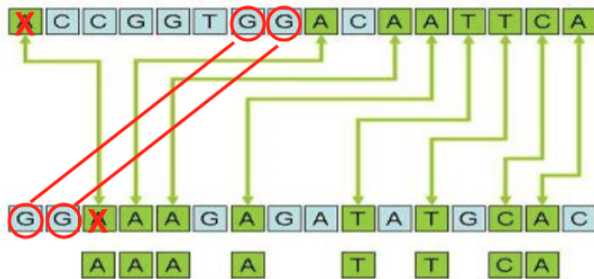


Figura 2:

Section 5

Fin