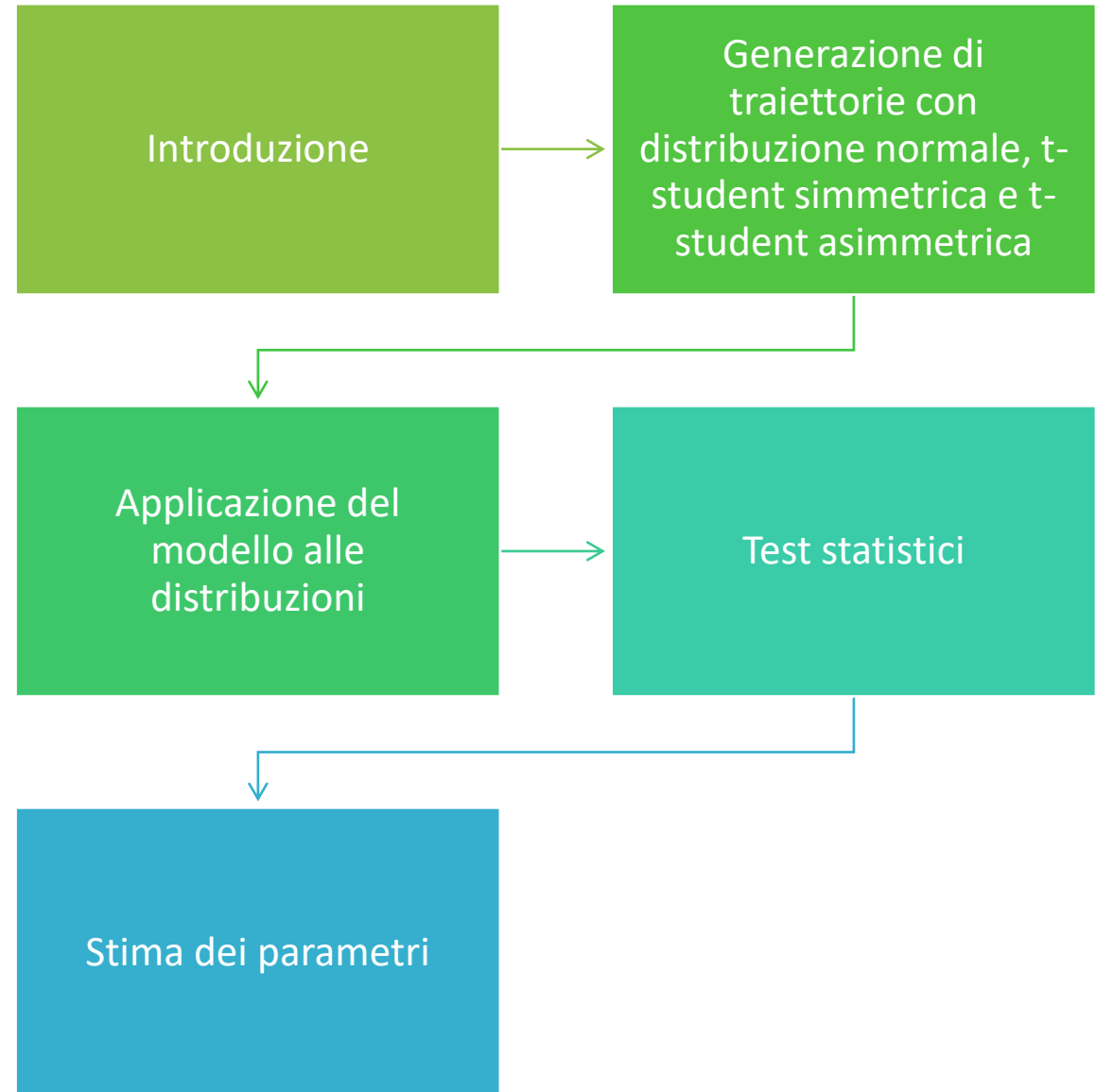


Simulazione e analisi del modello Arch(q) e Garch(q,p)

Melissa Petrolo – 0286160

Metodi Probabilistici e Statistici per i
Mercati Finanziari

Sommario



Introduzione

- Il **modello ARCH** è un modello '*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*' che assume che la varianza del termine corrente sia una funzione non lineare della varianza dei rumori precedenti. Un aspetto rilevante dei processi ARCH è la capacità di modellare il clustering della volatilità; questo significa che le serie storiche finanziarie possono mostrare periodi in cui la volatilità è elevata e seguita da periodi di volatilità relativamente bassa.

$$X_t = \sigma_t W_t$$

$$\sigma_t^2 = \begin{cases} a_0 + a_1 * X_{t-1}^2 & \text{se } q = 1 \\ a_0 + a_1 * X_{t-1}^2 + a_2 * X_{t-2}^2 & \text{se } q = 2 \\ a_0 + \sum_{s=1}^q a_s X_{t-s}^2 & \text{se } q > 2 \end{cases}$$

Per garantire stazionarietà:

$$1 - \sigma_W^2 \sum_{k=1}^q a_k > 0$$

Introduzione

- Il **modello GARCH** è un modello '*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*' ed è un'estensione del *modello ARCH* che consente di modellare la varianza del processo in base non solo ai valori precedenti del processo, ma anche ai valori precedenti della varianza.

$$X_t = \sigma_t W_t$$

$$\sigma_t^2 = \begin{cases} a_0 + a_1 * X_{t-1}^2 + b_1 * \sigma_{t-1}^2 & \text{se } q = 1 \text{ e } p = 1 \\ a_0 + a_1 * X_{t-1}^2 + b_1 * \sigma_{t-1}^2 + b_2 * \sigma_{t-2}^2 & \text{se } q = 1 \text{ e } p = 2 \\ a_0 + a_1 * X_{t-1}^2 + a_2 * X_{t-2}^2 + b_1 * \sigma_{t-1}^2 & \text{se } q = 2 \text{ e } p = 1 \\ a_0 + a_1 * X_{t-1}^2 + a_2 * X_{t-2}^2 + b_1 * \sigma_{t-1}^2 + b_2 * \sigma_{t-2}^2 & \text{se } q = 2 \text{ e } p = 2 \\ a_0 + \sum_{s=1}^q a_s X_{t-s}^2 + \sum_{s=1}^p b_s \sigma_{t-s}^2 & \text{se } q > 2 \text{ e } p > 2 \end{cases}$$

Per garantire stazionarietà:

$$1 - \left(\sigma_W^2 \sum_{k=1}^q a_k + \sum_{k=1}^p b_k \right) > 0$$



Generazione delle distribuzioni

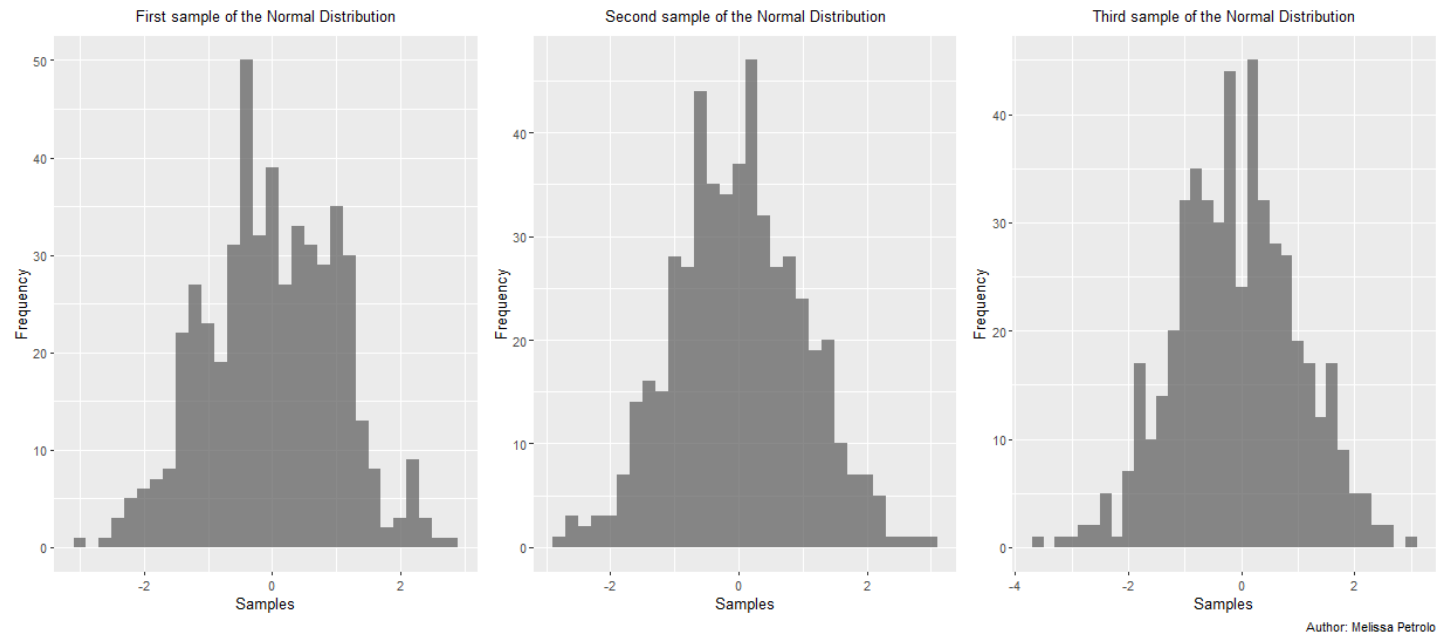
Generazione delle distribuzioni

- Sono state generate tre diverse traiettorie per tre diverse distribuzioni utilizzando la libreria **stats** e **fGarch**
 - Distribuzione normale
 - Distribuzione t-student simmetrica
 - Distribuzione t-student asimmetrica

Distribuzione normale

University of Roma "Tor Vergata" - @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari 2022-2023

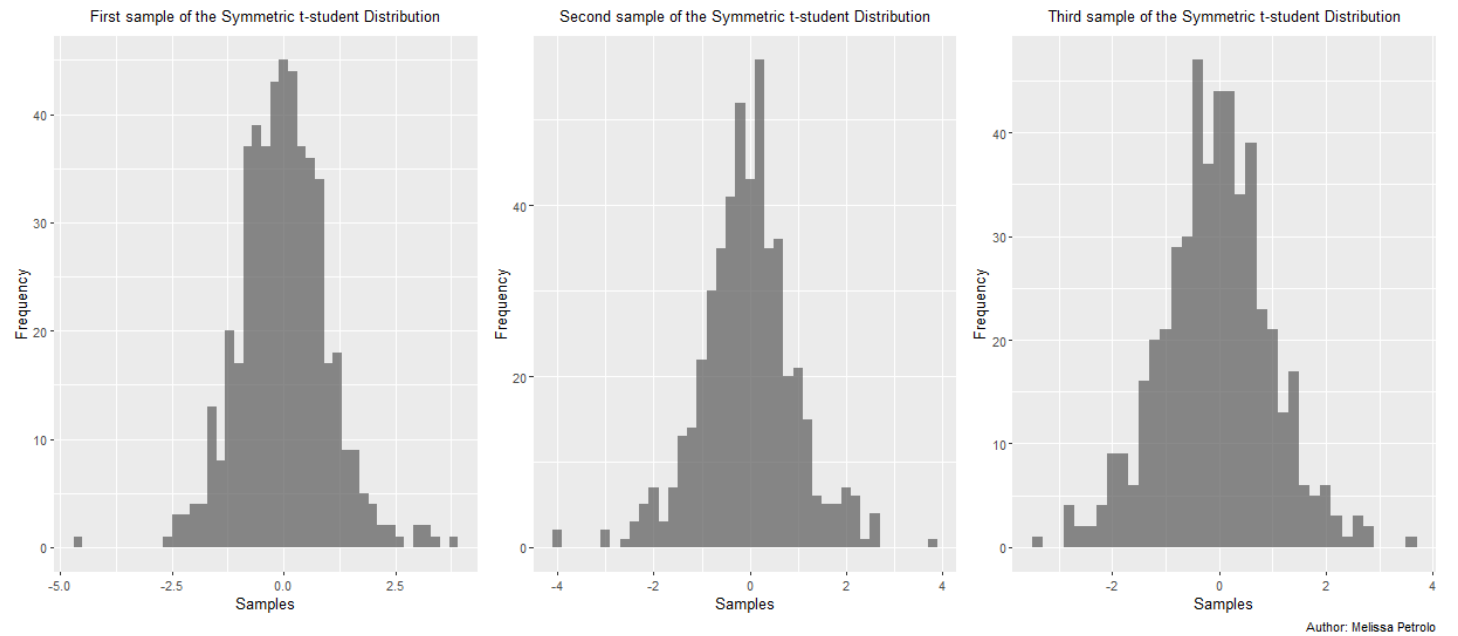
Histogram of 499 samples generated from the Normal Distribution



Distribuzione t-student simmetrica

University of Roma "Tor Vergata" - @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari 2022-2023

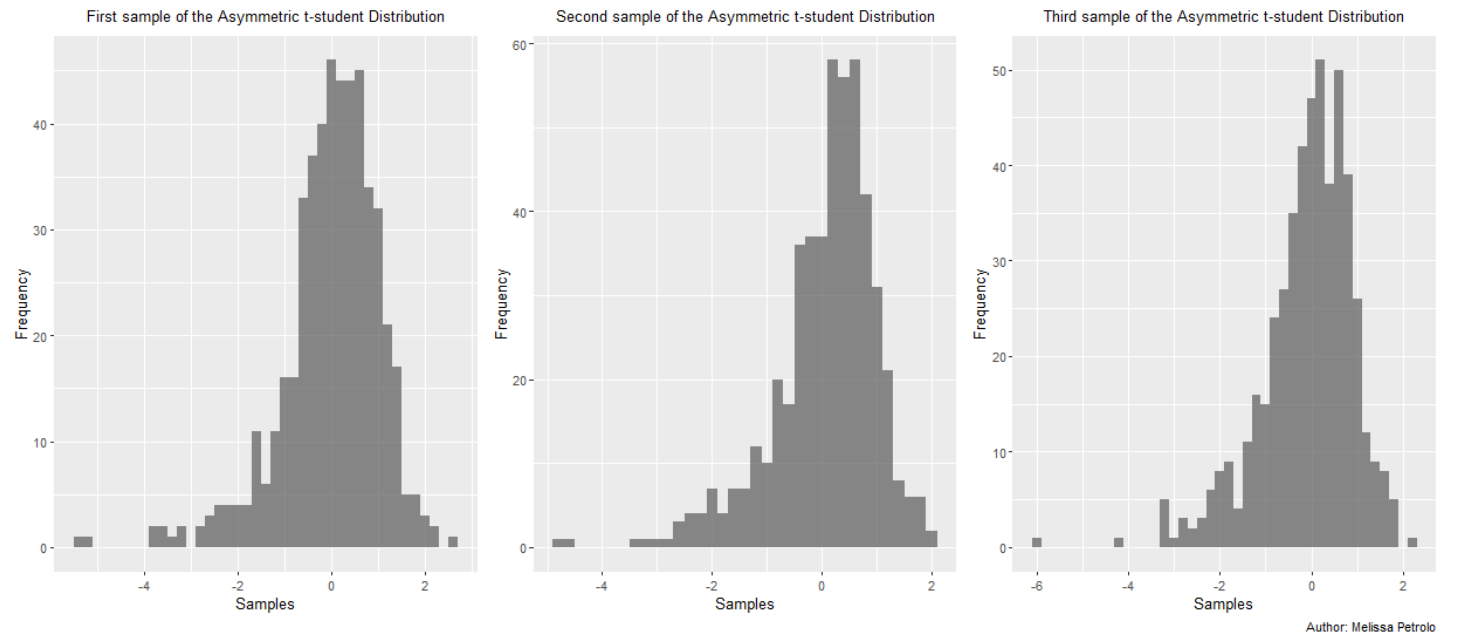
Histogram of 499 samples generated from the Symmetric t-student Distribution



Distribuzione t-student asimmetrica

University of Roma "Tor Vergata" - @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari 2022-2023

Histogram of 499 samples generated from the Asymmetric t-student Distribution





Applicazione del modello e test statistici

Funzioni

- Per prima cosa, applichiamo il modello Arch(q) e Garch(p,q) alle diverse traiettorie per ogni distribuzione generata attraverso due funzioni distinte.
- Nella figura seguente, la funzione per il modello Garch.

```
function(a0, aq, bp, X0, sigmasquared0, W_t, q, p){
  # genero il valore di X_t_1 attraverso la sola conoscenza di X0 e sigmasquared0
  sigmasquared_t[1] <- (a0 + aq[1] * X0^2 + bp[1] * sigmasquared0)
  X_t[1] <- sqrt(sigmasquared_t[1]) * W_t[1]

  if (p==1 && q==1) { # calcolo sigmasquared_t = a0 + a1 * X_t[i-1]^2 + b1 * sigmasquared_t[i-1]
    # per ogni elemento di W_t determino il valore associato di X_t
    for (i in 2:length(W_t)) {
      sigmasquared_t[i] <- a0 + aq[1] * (X_t[i-1]^2) + bp[1] * (sigmasquared_t[i-1])
      X_t[i] <- W_t[i] * sqrt(sigmasquared_t[i])
    }
  } else if (p==1 && q == 2){ # calcolo sigmasquared_t = a0 + a1 * X_t[i-1]^2 + a2 * X_t[i-2] + b1 * sigmasquared_t[i-1]
    if (length(aq)<2){
      stop("Numero di valori 'aq' deve essere uguale a 2")
    }
    # calcolo X_t[2] considerando X_t[1] e X0
    sigmasquared_t[2] <- (a0 + aq[1] * X_t[1]^2 + aq[2] * X0^2 + bp[1] * sigmasquared_t[1])
    X_t[2] <- sqrt(sigmasquared_t[2]) * W_t[2]
    # per ogni elemento di W_t determino il suo valore di X_t
    for (i in 3:length(W_t)) {
      sigmasquared_t[i] <- a0 + aq[1] * (X_t[i-1]^2) + aq[2] * (X_t[i-2]^2) + bp * (sigmasquared_t[i-1])
      X_t[i] <- W_t[i] * sqrt(sigmasquared_t[i])
    }
  } else if (p==2 && q==1){ # calcolo sigmasquared_t = a0 + a1 * X_t[i-1]^2 + b1 * sigmasquared_t[i-1] + b2 * sigmasquared_t[i-2]
    if (length(bp)<2){
      stop("Numero di valori 'bp' deve essere uguale a 2")
    }
    # calcolo X_t[2] considerando X_t[1], sigmasquaed_t[1] e sigmasquared0
    sigmasquared_t[2] <- (a0 + aq[1] * X_t[1]^2 + bp[1] * sigmasquared_t[1] + bp[2] * sigmasquared0)
    X_t[2] <- sqrt(sigmasquared_t[2]) * W_t[2]
    # per ogni elemento di W_t determino il suo valore di X_t
    for (i in 3:length(W_t)) {
      sigmasquared_t[i] <- (a0 + aq[1] * X_t[i-1]^2 + bp[1] * sigmasquared_t[i-1] + bp[2] * sigmasquared_t[i-2])
      X_t[i] <- W_t[i] * sqrt(sigmasquared_t[i])
    }
  } else if (p==2 && q==2){ # calcolo sigmasquared_t = a0 + a1 * X_t[i-1]^2 + a2 * X_t[i-2]^2 + b1 * sigmasquared_t[i-1] + b2 * s
    if (length(aq)<2 || length(bp)<2){
      stop("Numero di valori 'as' e 'bs' deve essere uguale a 2")
    }
    # calcolo X_t[2] considerando X_t[1], X0, sigmasquared_t[1] e sigmasquared0
    sigmasquared_t[2] <- (a0 + aq[1] * X_t[1]^2 + aq[2] * X0^2 + bp[1] * sigmasquared_t[1] + bp[2] * sigmasquared0)
    X_t[2] <- sqrt(sigmasquared_t[2]) * W_t[2]
    # per ogni elemento di W_t determino il valore associato di X_t
    for (i in 3:length(W_t)) {
      sigmasquared_t[i] <- (a0 + aq[1] * X_t[i-1]^2 + aq[2] * (X_t[i-2]^2) + bp[1] * sigmasquared_t[i-1] + bp[2] * sigmasquared_t[i-2])
      X_t[i] <- W_t[i] * sqrt(sigmasquared_t[i])
    }
  }
  X_t <- c(X0, X_t)
  return(X_t)
}
```

Scelta del modello

- Per seconda cosa, proviamo a rappresentare i dati del modello attraverso un **modello lineare** utilizzando la funzione *lm* del pacchetto *stats*. Le informazioni ottenute dal modello sono:
 - **Residui**: rappresentano gli errori nella stima della regressione lineare, cioè quanto i valori stimati si allontanino dai valori reali. In questa sezione vengono calcolate diversi cinque punti che rappresentano la simmetria dei residui rispetto al valore medio 0.
 - **Fitted values**: rappresentano i valori stimati della regressione lineare.
 - **Coefficienti**: che rappresentano le stime della regressione lineare. In questa sezione vengono calcolate diversi valori, quali:
 - **Estimate**: è il valore *OLS* (*Ordinary Least Square*) stimato per: **intercept** che rappresenta il valore dell'intercetta della retta e **index** che rappresenta l'inclinazione della retta;
 - **Std. Error**: misura l'errore medio di stima dell'intercetta, cioè di quanto i valori stimati si allontanano rispetto al valore reale;
 - **T-value**: misura per quante deviazioni standard la stima dei coefficienti si allontana da 0;
 - **P-value**: probabilità di ottenere un valore uguale o maggiore rispetto alla statistica dei test.

Scelta del modello

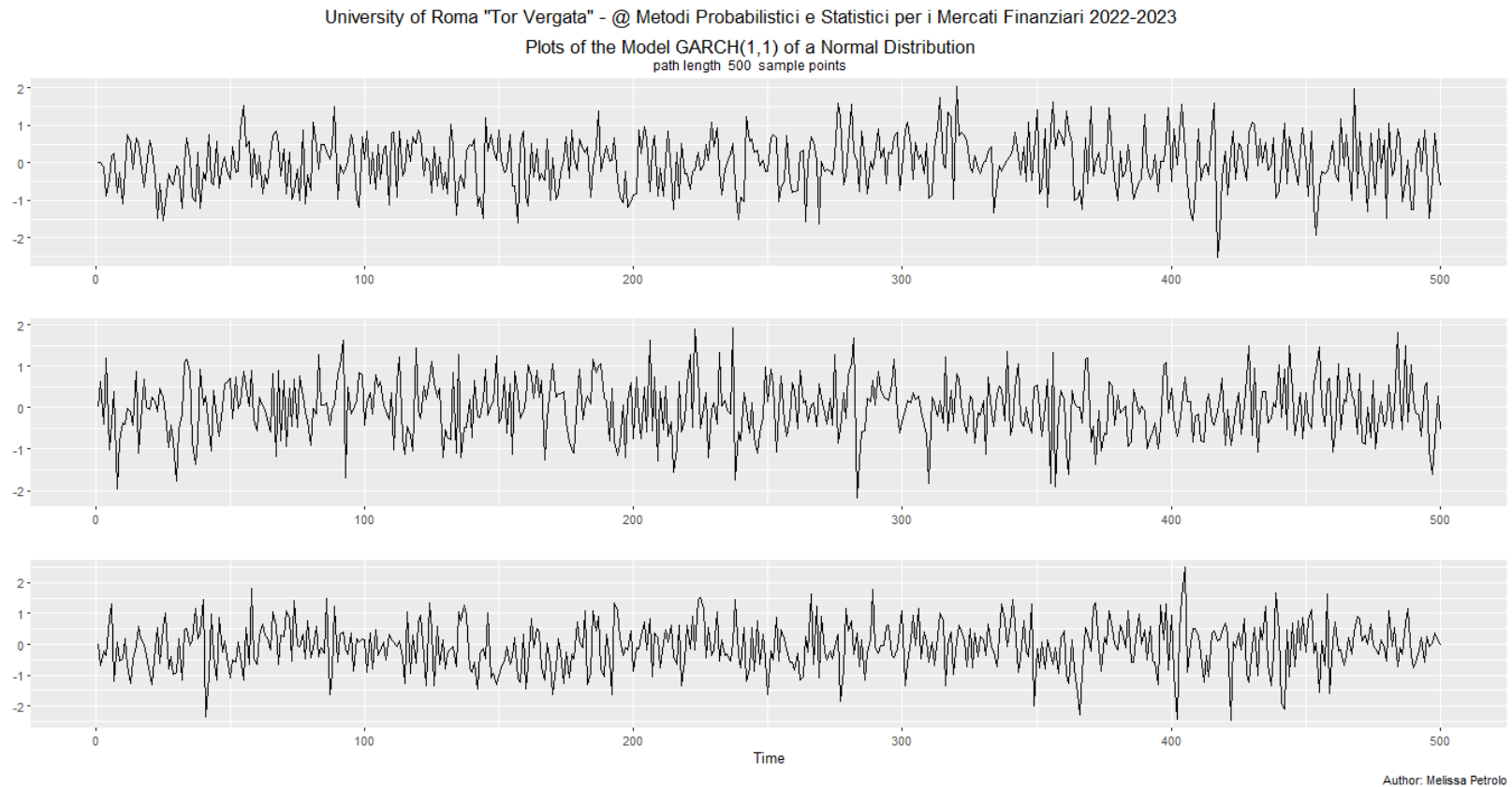
- Nella simulazione sono state verificate, per ogni modello Arch(q) e Garch(p,q) con $p=1,2$ e $q=1,2$, le condizioni di:
 - Stazionarietà
 - Omoschedasticità
 - Autocorrelazione
- In questa presentazione parleremo solamente del modello Garch(1,1) considerando solo una traiettoria per ogni distribuzione.

Test statistici

- Per verificare la condizione di *stazionarietà* so utilizzano i test statistici di **Augmented Dickey-Fuller** (ADF).
- Per verificare la condizione di *omoschedasticità* si utilizzano i test statistici di **Breusch-Pagan** (BP) e **White** (W).
- Per verificare la condizione di *autocorrelazione* si utilizza il test di **Ljung-box** (LB).
- Per verificare la *distribuzione* della serie si utilizzano i test di **Kolmogorov-Smirnov** (KS), **Cramer-Von Mises** (CVM) e il test di **Anderson-Darling** (AD).

Garch(1,1)

Distribuzione normale

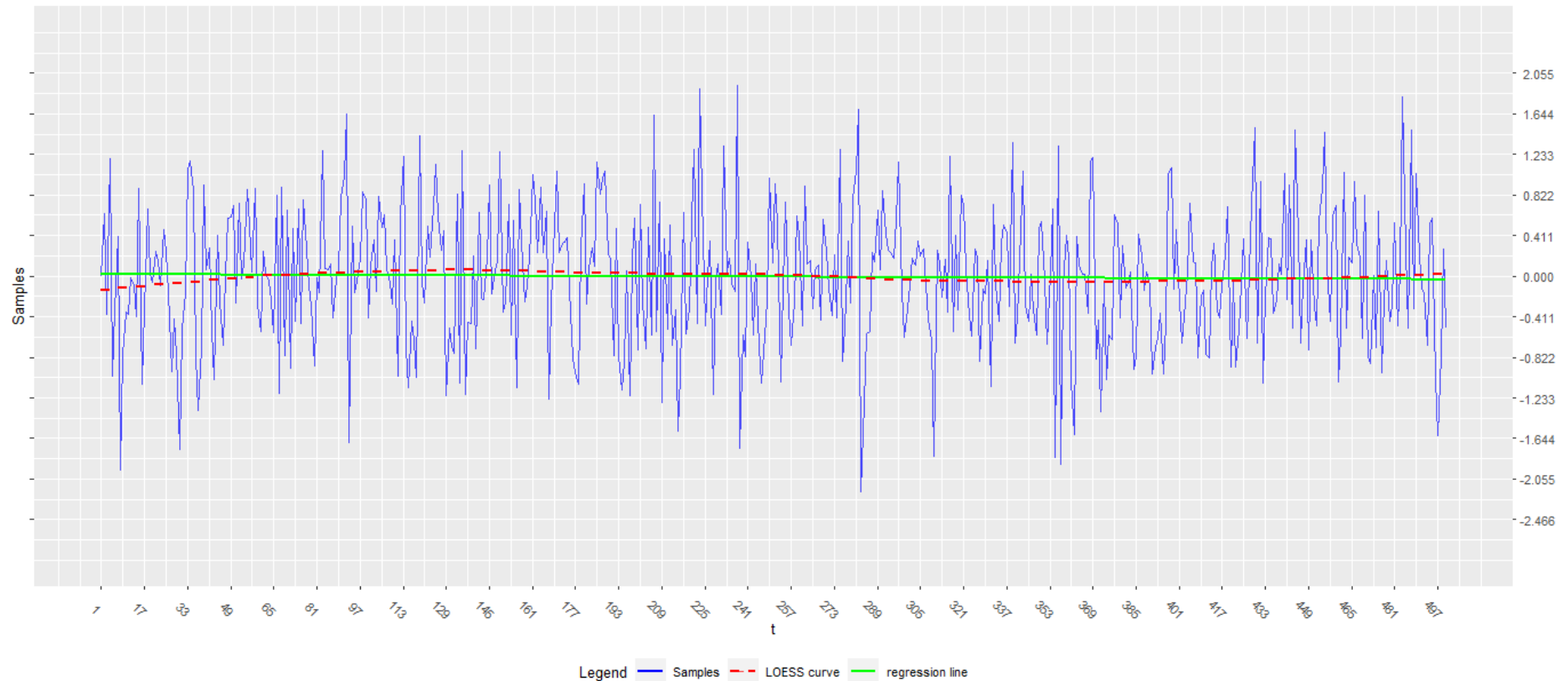


Serie del modello

University of Roma "Tor Vergata" - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari

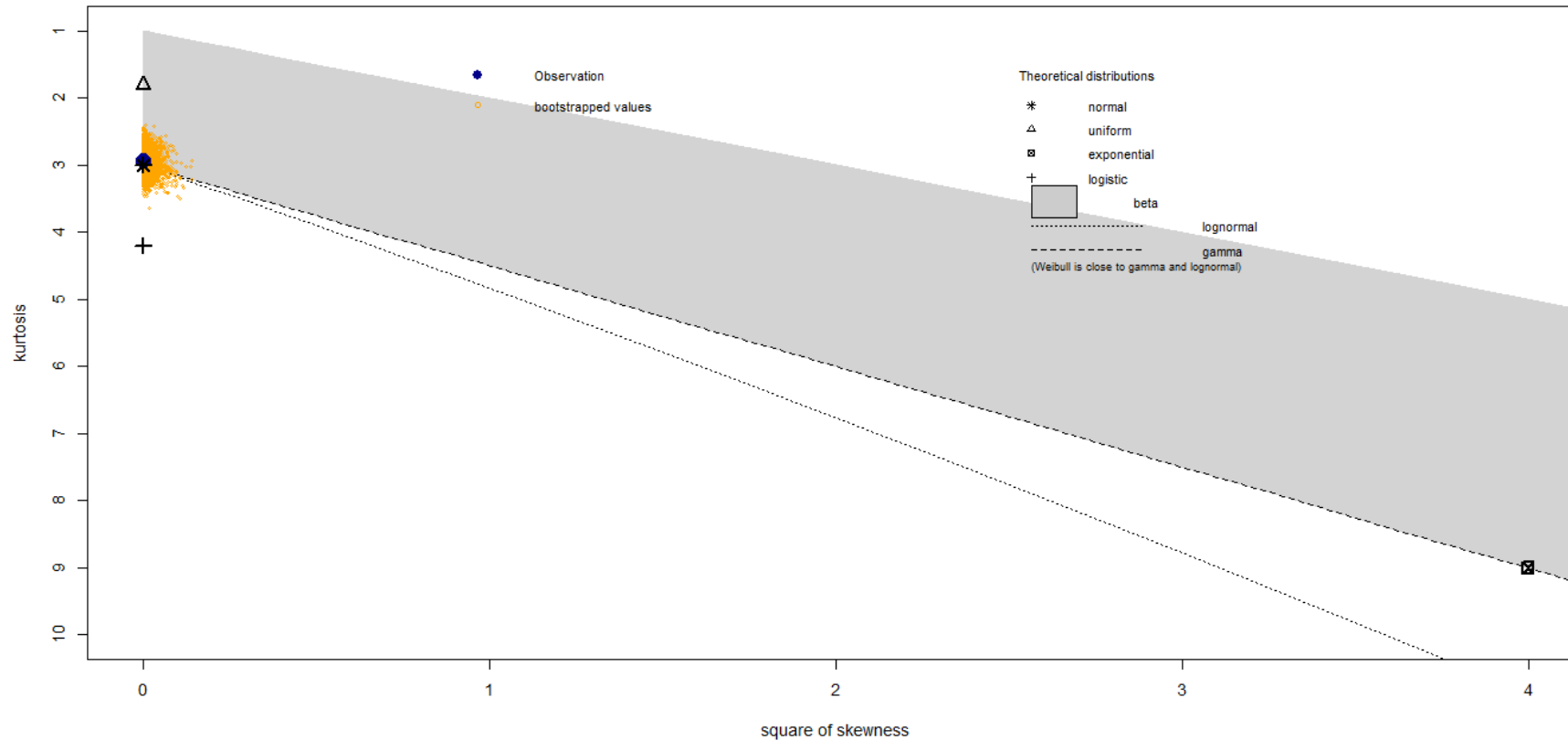
Line Plot of the model Garch(1,1) with a normal distribution

path length 500 sample points



Cullen-Frey

Cullen and Frey graph



summary statistics

min: -2.18609 max: 1.928775
median: 0.01320825
mean: -0.008155592
estimated sd: 0.7066884
estimated skewness: -0.03721109
estimated kurtosis: 2.940864

Goodness of fit – Test statistici

Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: z_st  
D = 0.019065, p-value = 0.9934  
alternative hypothesis: two-sided
```

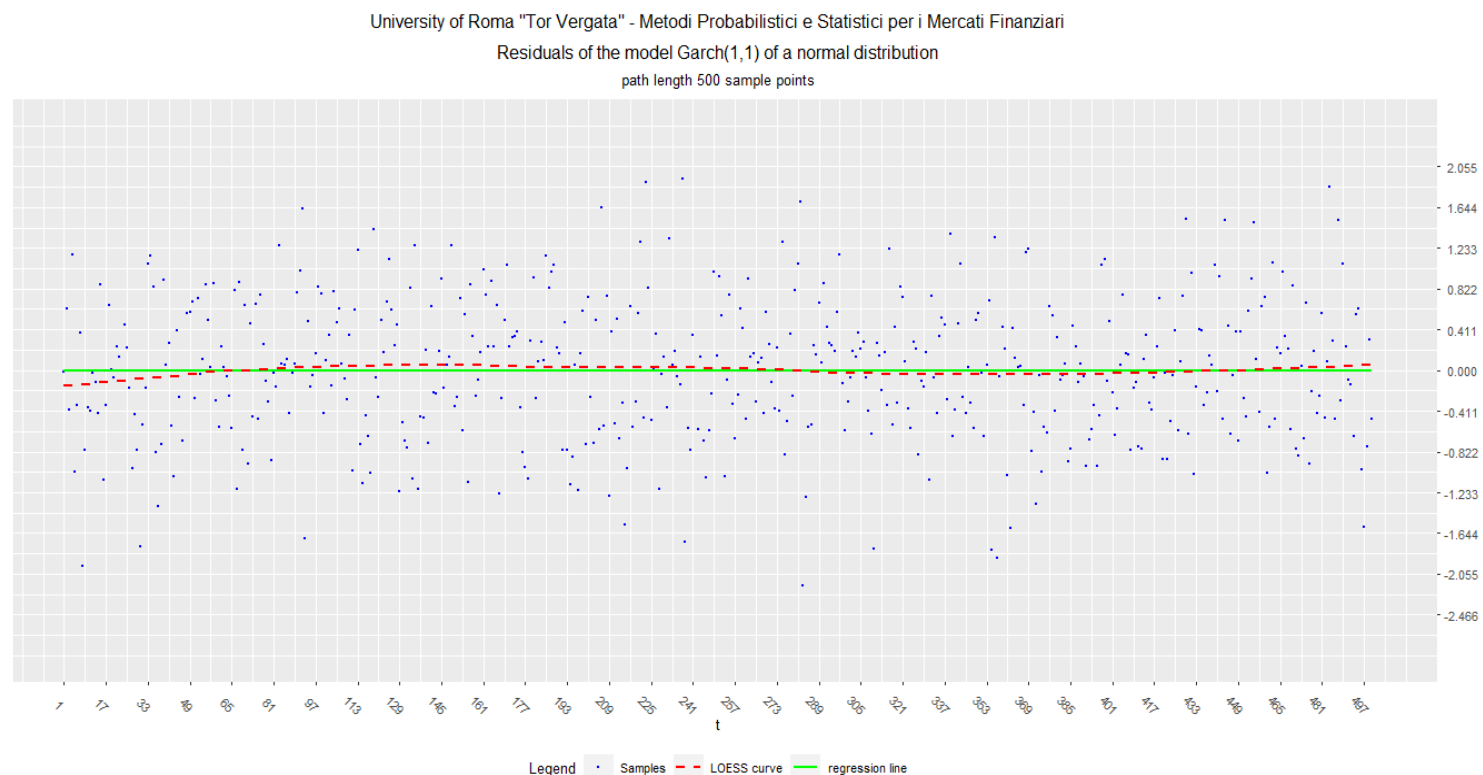
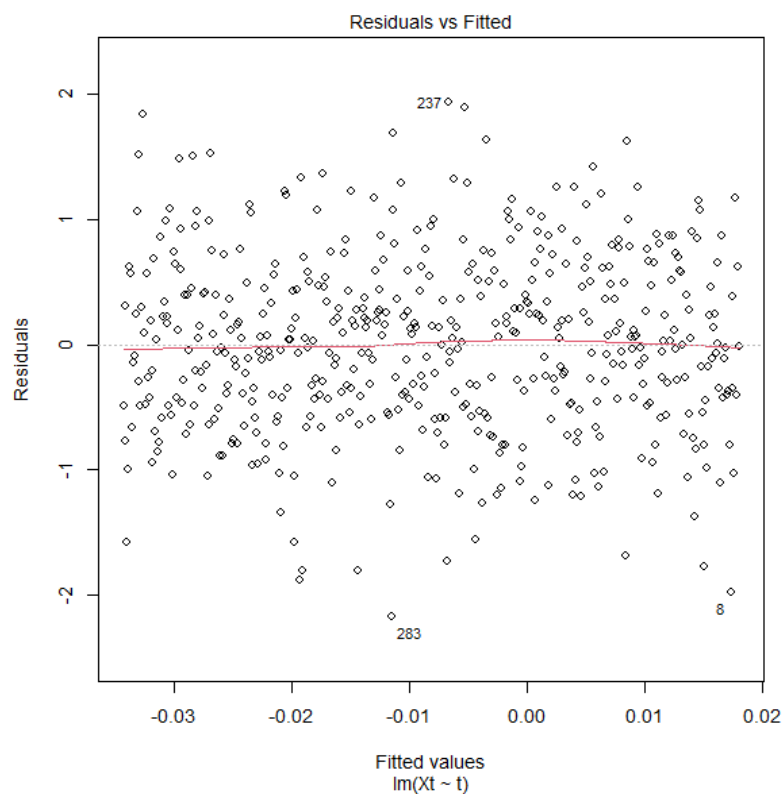
H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.9934 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione normale.

Modello lineare - Stazionarietà



Author: Melissa Petrolo

Stazionarietà – Test statistici

```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #  
#####  
  
Test regression none  
  
Call:  
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)  
  
Residuals:  
    Min       1Q   Median       3Q      Max   
-2.20345 -0.49711  0.01261  0.50027  2.01926  
  
Coefficients:  
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)      
z.lag.1      -1.11392    0.11083  -10.051  <2e-16 ***  
z.diff.lag1   0.09667    0.09991   0.968   0.3337      
z.diff.lag2   0.16184    0.08933   1.812   0.0706    .  
z.diff.lag3   0.14189    0.07797   1.820   0.0694    .  
z.diff.lag4   0.12553    0.06492   1.934   0.0537    .  
z.diff.lag5   0.05222    0.04539   1.150   0.2505      
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 0.7052 on 488 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.5134,    Adjusted R-squared:  0.5074   
F-statistic: 85.8 on 6 and 488 DF,  p-value: < 2.2e-16  
  
Value of test-statistic is: -10.0509  
  
Critical values for test statistics:  
    1pct  5pct 10pct  
tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

H_0 : La serie è NON STAZIONARIA

H_1 : La serie è STAZIONARIA

P-value: $2.2e - 16 < 0.05$

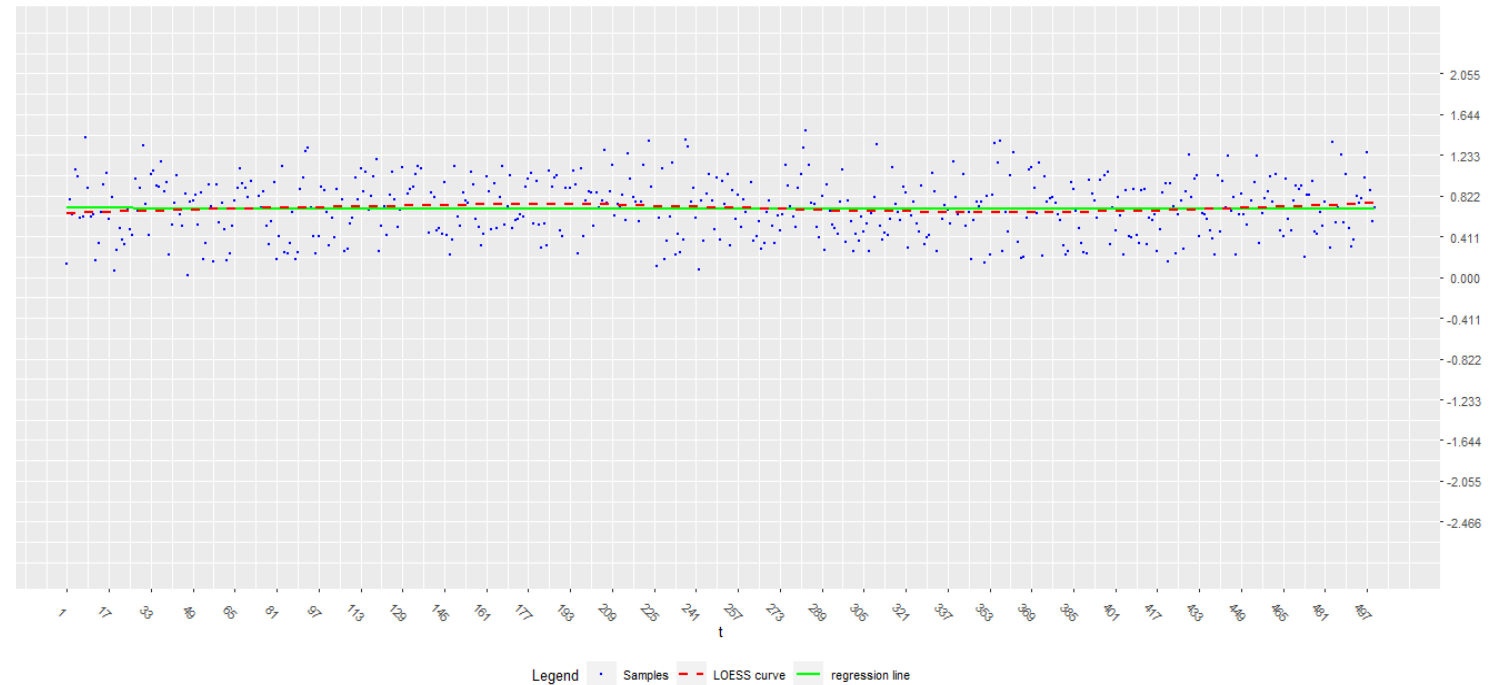
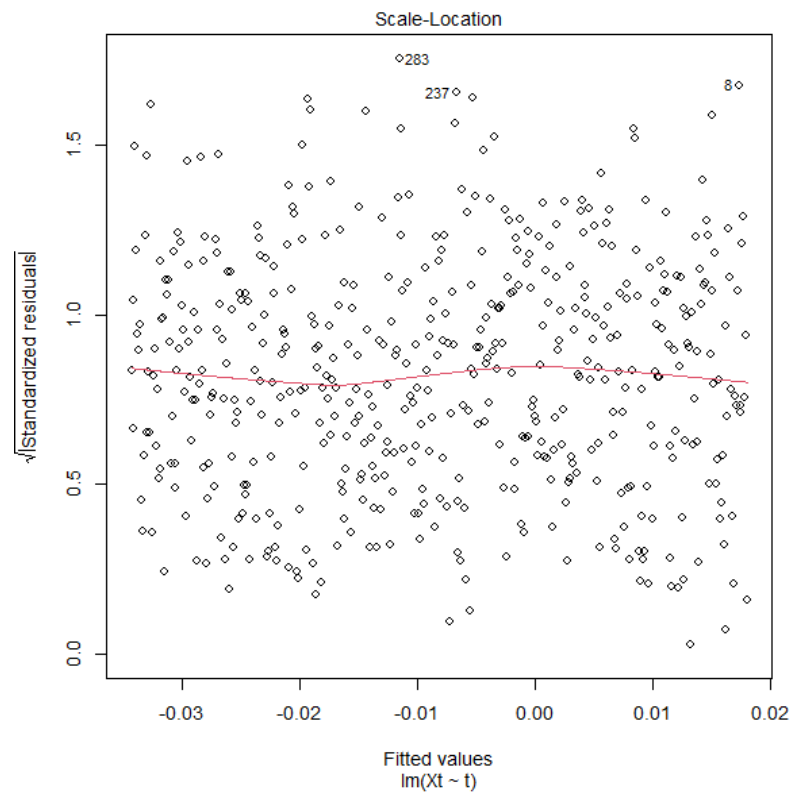
È possibile rigettare l'ipotesi nulla di non stazionarietà e affermare che la serie è **STAZIONARIA**.

Modello lineare - Omoschedasticità

University of Roma "Tor Vergata" - - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari

Scatter Plot of the Residuals of the model Garch(1,1) of a normal distribution

path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Omoschedasticità – Test statistici

studentized Breusch-Pagan test

data: $X_t \sim t$
BP = 0.08111, df = 1, p-value = 0.7758

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $0.7758 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

studentized Breusch-Pagan test

data: $X_t \sim t$
BP = 0.14216, df = 2, p-value = 0.9314

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $0.9314 > 0.05$

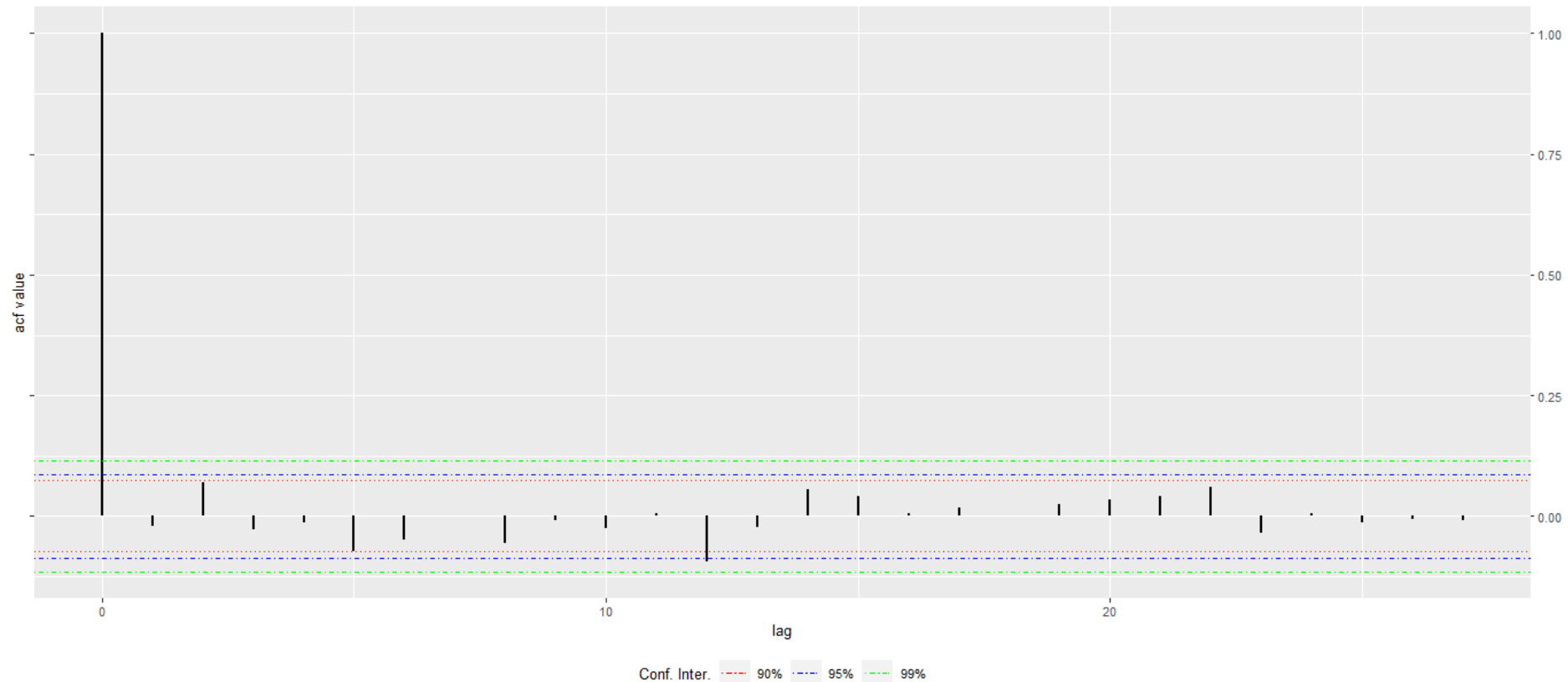
Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

Modello lineare – Non correlazione

University of Roma "Tor Vergata" - @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari 2022-2023

Plot of the Autocorrelogram of the Residuals in the Linear Model for the model GARCH(1,1)

Normal distribution, path length 500 sample points, lags 27



Author: Melissa Petrolo

Non correlazione – Test statistici

Box-Ljung test

```
data: y  
X-squared = 0.20218, df = 1, p-value = 0.653
```

m	Qm	pvalue
1	0.20	0.65296554
2	2.66	0.10274051
3	3.03	0.08149044
4	3.12	0.07721635
5	5.83	0.01577306
6	7.08	0.02901042
7	7.08	0.06936903
8	8.73	0.06825226
9	8.77	0.11842258
10	9.07	0.16972001

H_0 : i residui del modello sono
indipendentemente distribuiti
(ASSENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

H_1 : i residui del modello non sono
indipendentemente distribuiti
(PRESENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

P-value: < 0.05

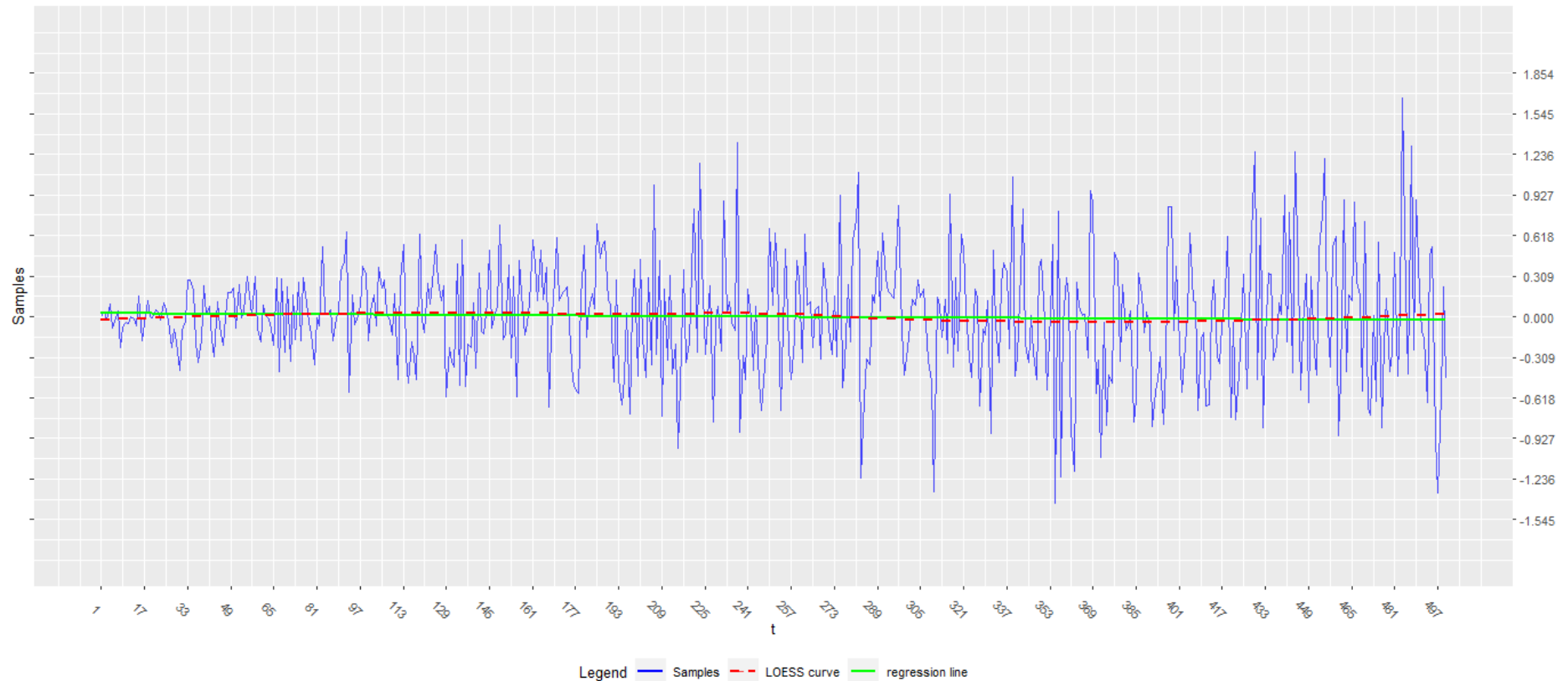
E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di
ASSENZA DI CORRELAZIONE della
serie.

Stima dei parametri

- La stima dei parametri è stata effettuata attraverso la libreria **rugarch**.
- Si esegue nuovamente l'addestramento del modello.
- Si recuperano i residui del modello per verificare nuovamente se esso possa essere adatto a rappresentare i dati controllandone:
 - stazionarietà
 - omoschedasticità
 - non correlazione

Serie del modello

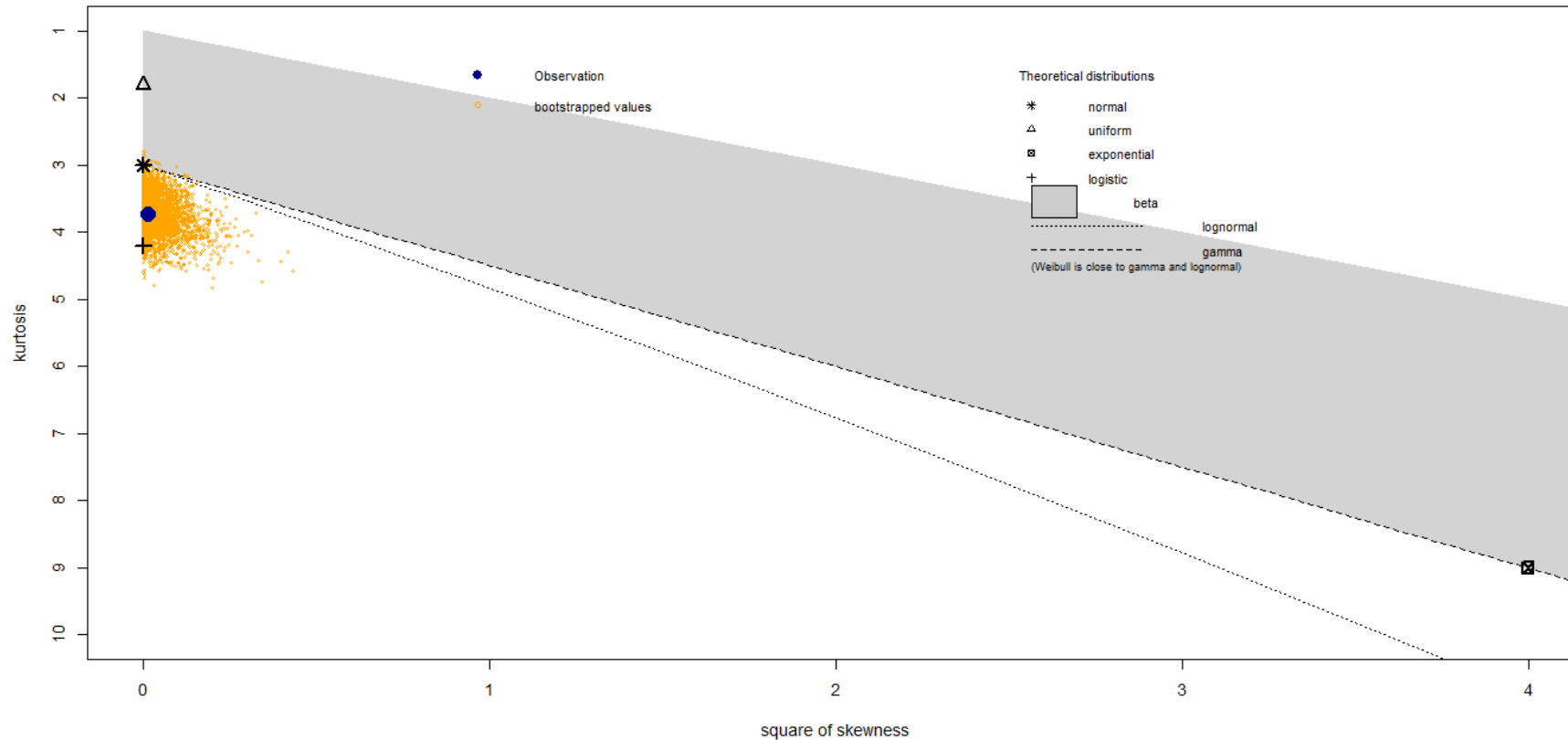
University of Roma "Tor Vergata" - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari
Residuals of the model Garch(1,1) with a normal distribution
path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Cullen-Frey

Cullen and Frey graph



summary statistics

```
-----
min: -1.422207  max: 1.668165
median: 0.006057704
mean: -0.00202259
estimated sd: 0.4510366
estimated skewness: 0.1188168
estimated kurtosis: 3.721029
```

Goodness of fit – Test statistici

Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: z_st  
D = 0.02777, p-value = 0.8354  
alternative hypothesis: two-sided
```

Distribuzione logistica generalizzata

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.835 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: z_st  
D = 0.019065, p-value = 0.9934  
alternative hypothesis: two-sided
```

Distribuzione normale

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.9934 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione normale.

Goodness of fit – Test statistici

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit
Null hypothesis: distribution 'pglogis'
with parameters location = -0.1232, scale = 0.5993, shape = 1.1466
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st
omega2 = 0.085386, p-value = 0.6615
```

Distribuzione logistica generalizzata

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.6615 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit
Null hypothesis: Normal distribution
with parameters mean = 0, sd = 1
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st
omega2 = 0.02501, p-value = 0.9896
```

Distribuzione normale

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.9896 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione normale.

Goodness of fit – Test statistici

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: distribution 'pglogis'
with parameters location = -0.123200335183057, scale = 0.59930
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st
An = 0.59424, p-value = 0.6534
```

Distribuzione logistica generalizzata

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.6634 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: Normal distribution
with parameters mean = 0, sd = 1
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st
An = 0.18489, p-value = 0.994
```

Distribuzione normale

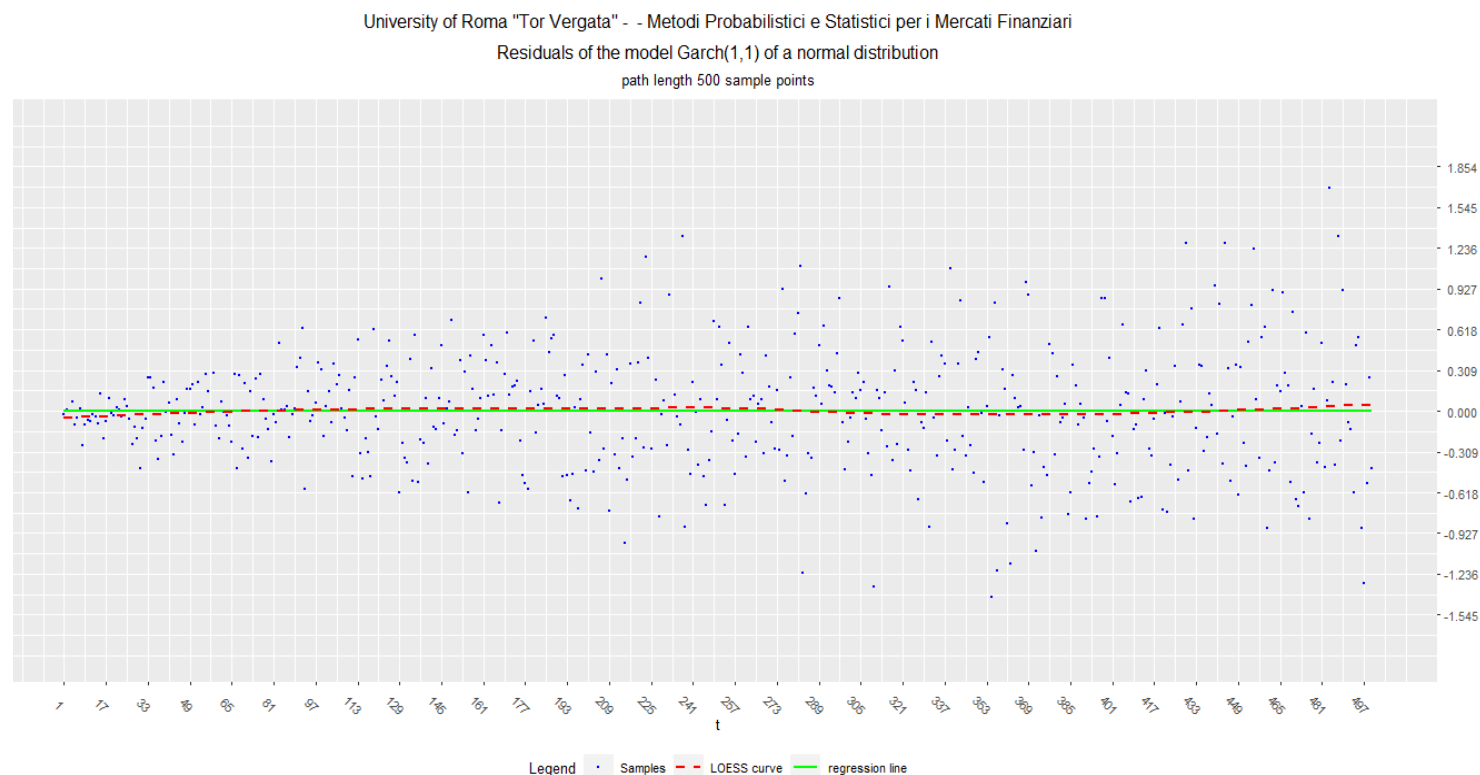
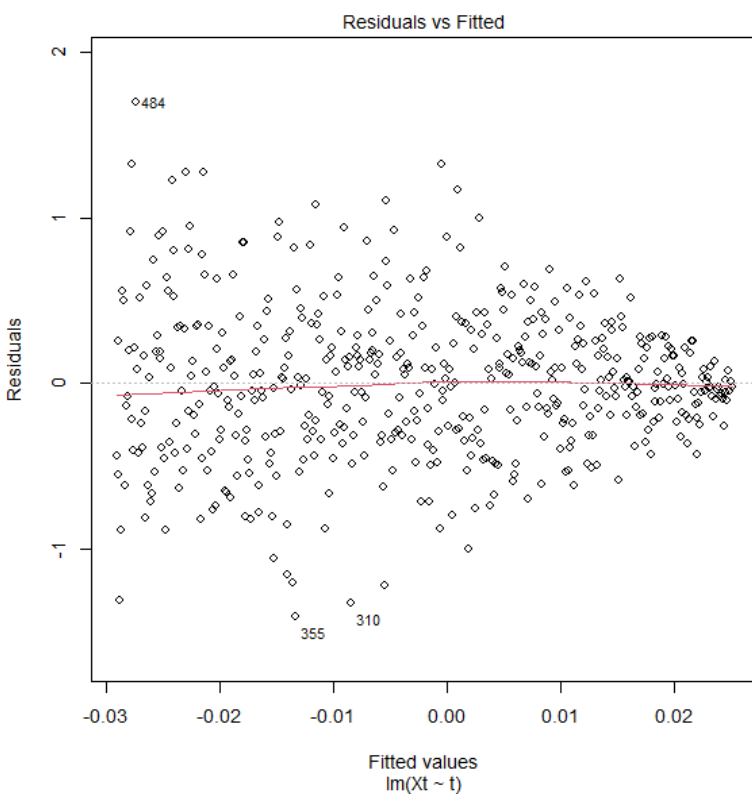
H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.994 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione normale.

Modello lineare - Stazionarietà



Author: Melissa Petrolo

Stazionarietà – Test statistici

```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #  
#####  
  
Test regression none  
  
Call:  
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)  
  
Residuals:  
    Min       1Q   Median       3Q      Max   
-1.3501 -0.2891 -0.0086  0.2612  1.7091  
  
Coefficients:  
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)      
z.lag.1      -1.10968    0.11137   -9.964  <2e-16 ***  
z.diff.lag1    0.08755    0.10133    0.864   0.3880      
z.diff.lag2    0.12313    0.09154    1.345   0.1792      
z.diff.lag3    0.12470    0.07988    1.561   0.1192      
z.diff.lag4    0.14986    0.06571    2.281   0.0230 *     
z.diff.lag5    0.08998    0.04587    1.962   0.0503 .     
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 0.4528 on 488 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.5154,    Adjusted R-squared:  0.5095  
F-statistic: 86.51 on 6 and 488 DF,  p-value: < 2.2e-16  
  
Value of test-statistic is: -9.9636  
  
Critical values for test statistics:  
    1pct  5pct 10pct  
tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

H_0 : La serie è NON STAZIONARIA

H_1 : La serie è STAZIONARIA

P-value: $2.2e - 16 < 0.05$

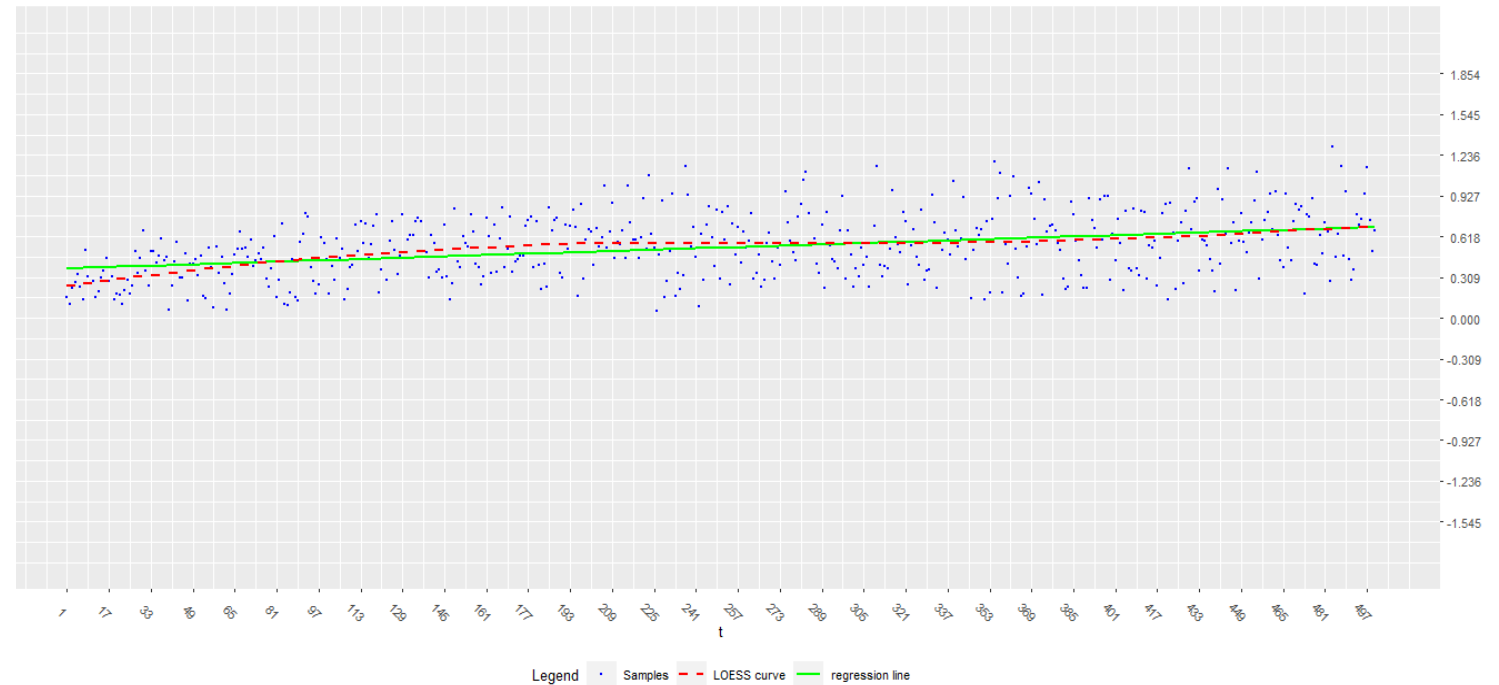
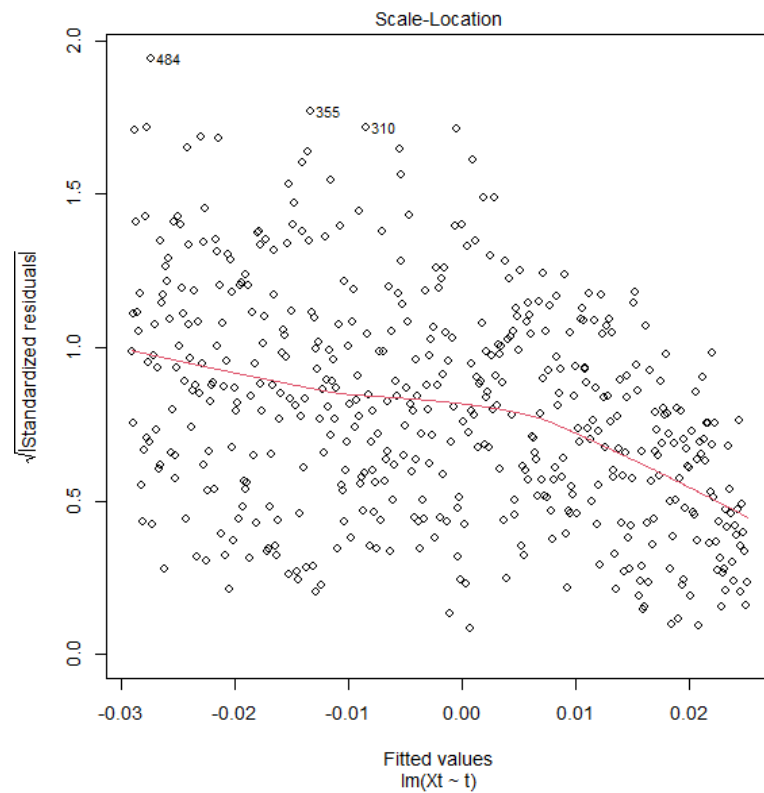
È possibile rigettare l'ipotesi nulla di non stazionarietà e affermare che la serie è **STAZIONARIA**.

Modello lineare - Omoschedasticità

University of Roma "Tor Vergata" - - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari

Scatter Plot of the Residuals of the model Garch(1,1) of a normal distribution

path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Omoschedasticità – Test statistici

studentized Breusch-Pagan test

```
data: Xt ~ t
BP = 49.47, df = 1, p-value = 2.015e-12
```

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $2.015e - 12 < 0.05$

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

studentized Breusch-Pagan test

```
data: Xt ~ t
BP = 49.569, df = 2, p-value = 1.722e-11
```

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $1.722e - 11 < 0.05$

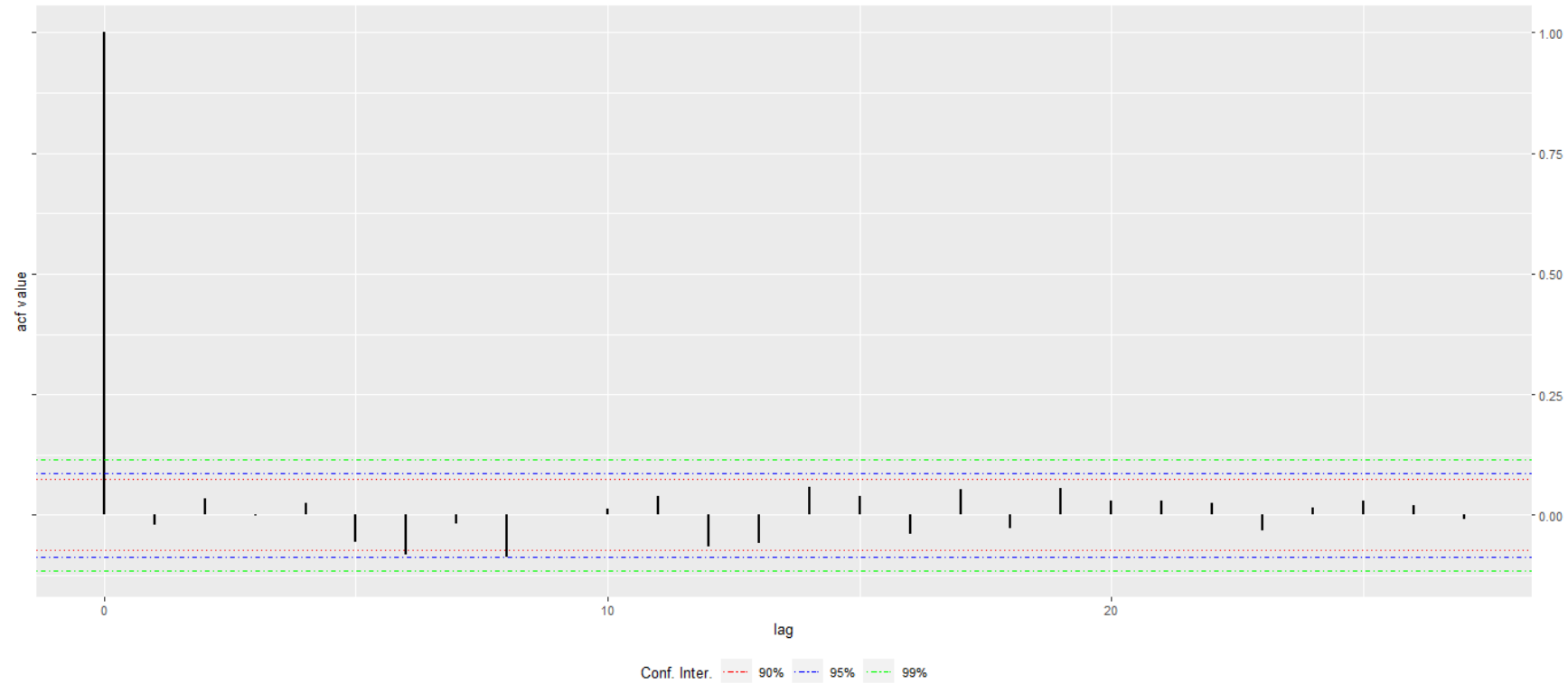
E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

Modello lineare – Non correlazione

University of Roma "Tor Vergata" - @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari 2022-2023

Plot of the Autocorrelogram of the Residuals in the Linear Model for the model GARCH(1,1)

Normal distribution, path length 500 sample points, lags 27



Author: Melissa Petrolo

Non correlazione – Test statistici

Box-Ljung test

```
data: y
X-squared = 0.18709, df = 1, p-value = 0.6654
```

m	Qm	pvalue
1	0.19	0.66535320
2	0.82	0.36569181
3	0.82	0.36507830
4	1.13	0.28804960
5	2.76	0.09639122
6	6.20	0.01273998
7	6.38	0.04113349
8	10.30	0.01616634
9	10.30	0.03563705
10	10.39	0.06498147

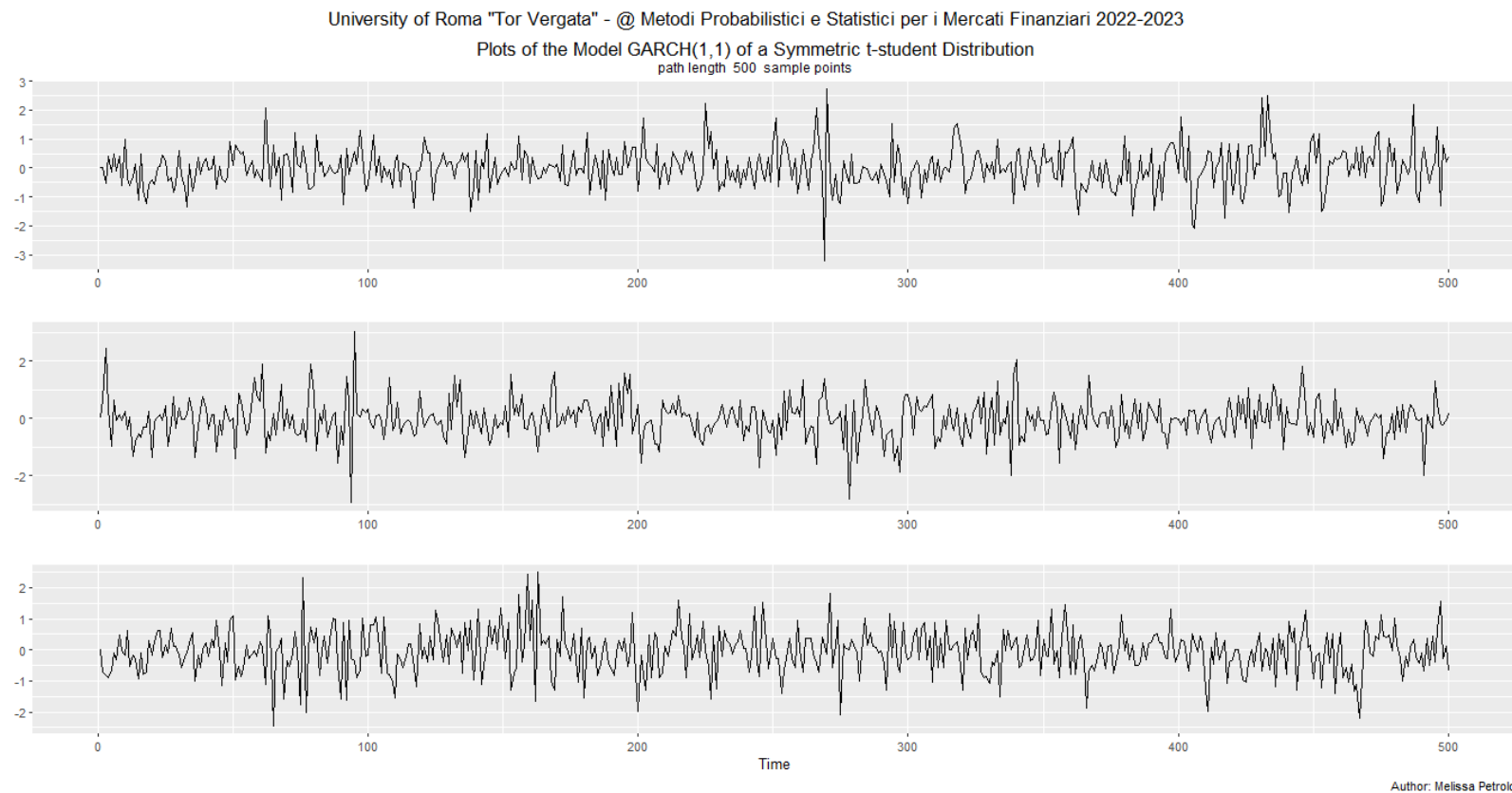
H_0 : i residui del modello sono
indipendentemente distribuiti
(ASSENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

H_1 : i residui del modello non sono
indipendentemente distribuiti
(PRESENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

P-value: < 0.05

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di
ASSENZA DI CORRELAZIONE della
serie.

Garch(1,1) Distribuzione t- student simmetrica

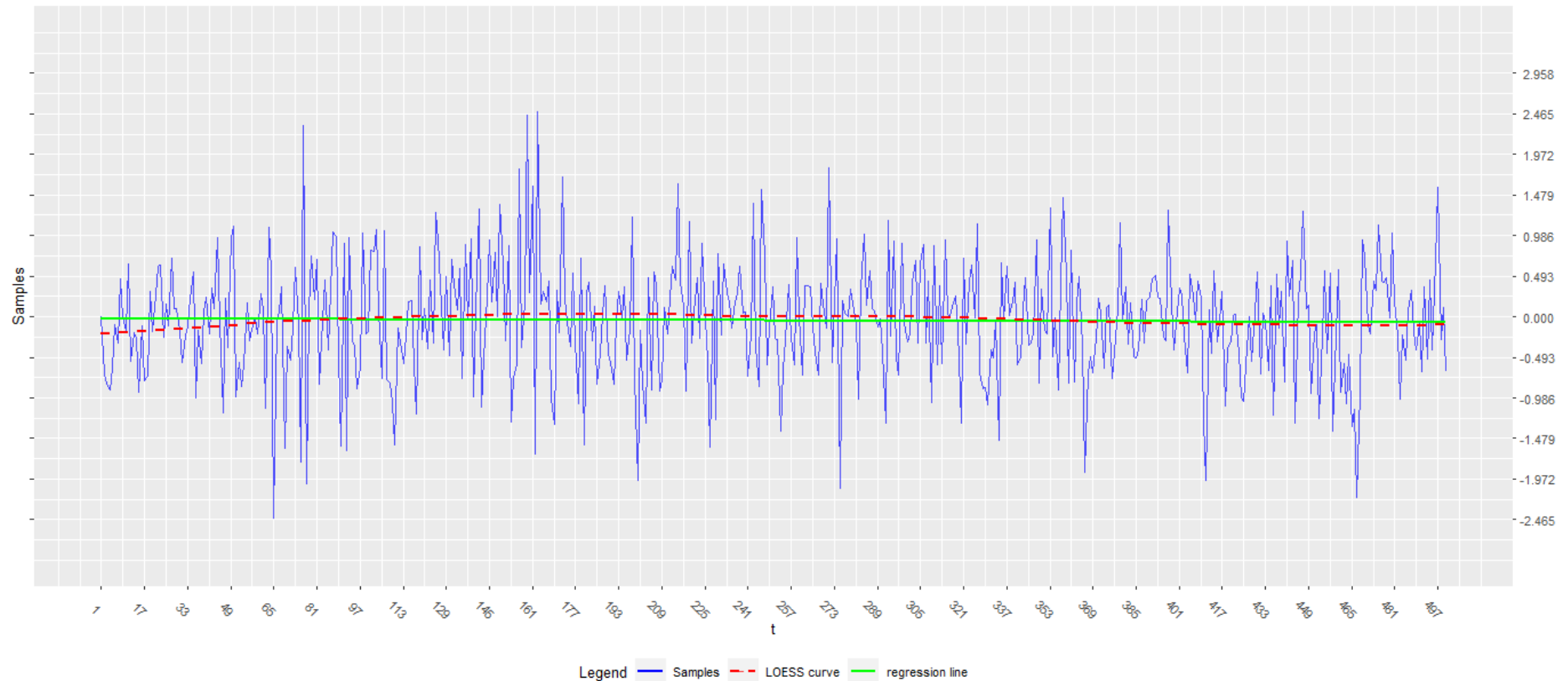


Serie del modello

University of Roma "Tor Vergata" - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari

Line plot of the model Garch(1,1) with a symmetric t-student distribution

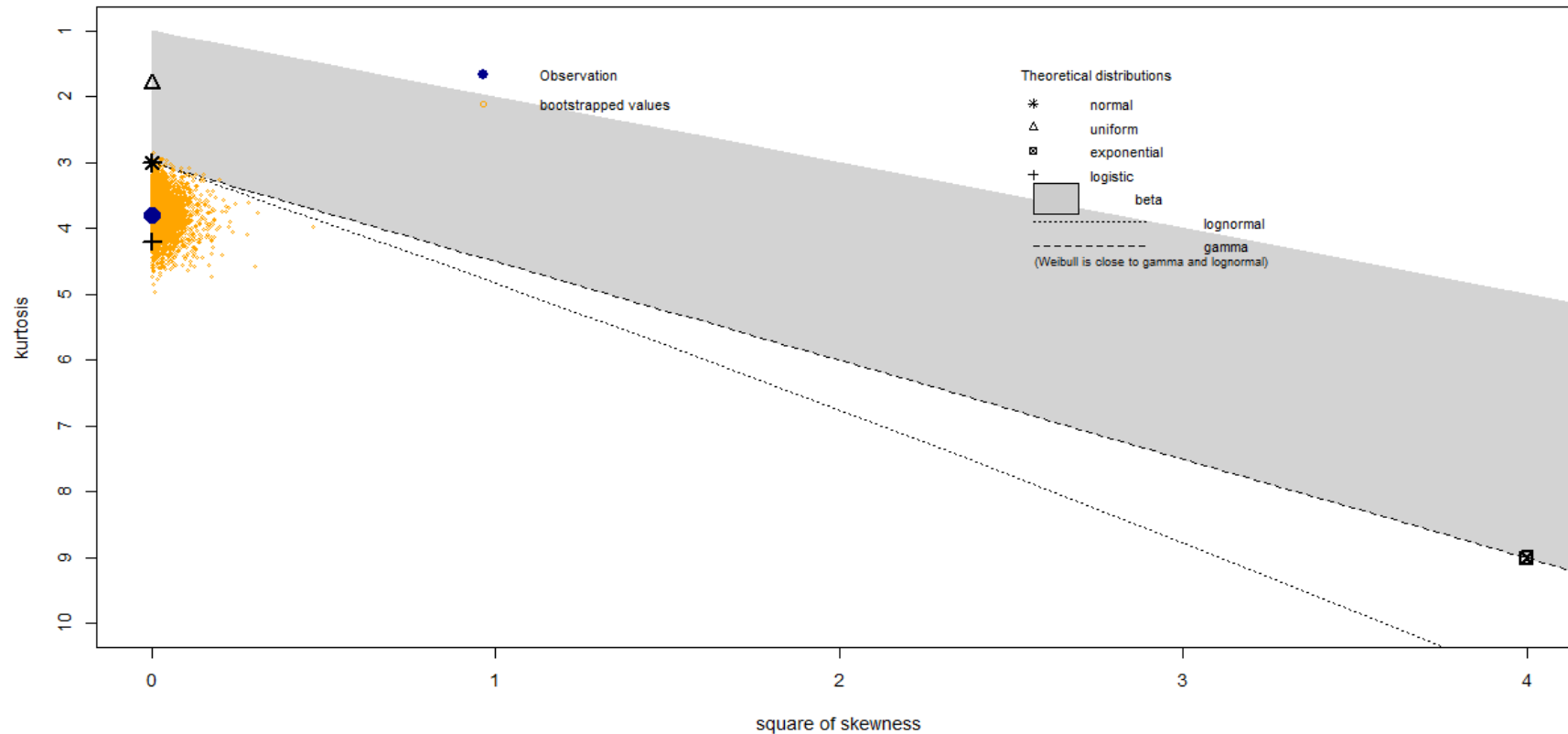
path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Cullen-Frey

Cullen and Frey graph



summary statistics

```
-----  
min: -2.444267  max:  2.490699  
median: -0.03470675  
mean: -0.04725887  
estimated sd:  0.721169  
estimated skewness: -0.01480967  
estimated kurtosis:  3.793243
```

Goodness of fit – Test statistici

Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: z_st
D = 0.014717, p-value = 0.9999
alternative hypothesis: two-sided
```

Distribuzione logistica generalizzata

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.9999 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: z_st
D = 0.01966, p-value = 0.9904
alternative hypothesis: two-sided
```

Distribuzione t-student

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.9904 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione t-student simmetrica.

Goodness of fit – Test statistici

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit
Null hypothesis: distribution 'pglogis'
with parameters location = 0.0636, scale = 0.54,
shape = 0.9327
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st
omega2 = 0.015323, p-value = 0.9996
```

Distribuzione logistica generalizzata

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.9996 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit
Null hypothesis: distribution 'pstd'
with parameters mean = 0, sd = 1, nu = 9
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st
omega2 = 0.025218, p-value = 0.9892
```

Distribuzione t-student

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.9892 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione t-student simmetrica.

Goodness of fit – Test statistici

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit  
Null hypothesis: distribution 'pglogis'  
with parameters location = 0.0636, scale = 0.54,  
shape = 0.9327  
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st  
An = 0.11193, p-value = 0.9999
```

Distribuzione logistica generalizzata

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.9999 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit  
Null hypothesis: distribution 'pstd'  
with parameters mean = 0, sd = 1, nu = 9  
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st  
An = 0.16568, p-value = 0.9971
```

Distribuzione logistica generalizzata

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.9971 > 0.05$

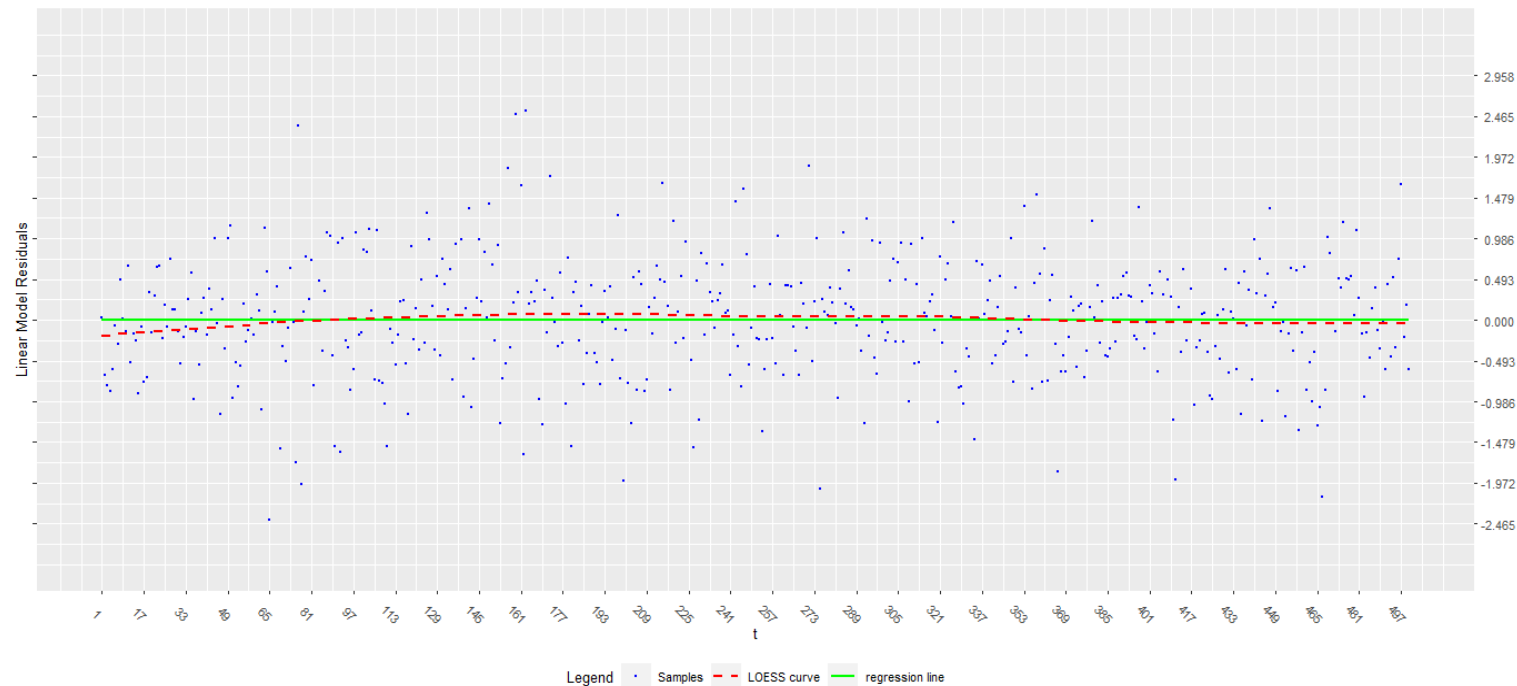
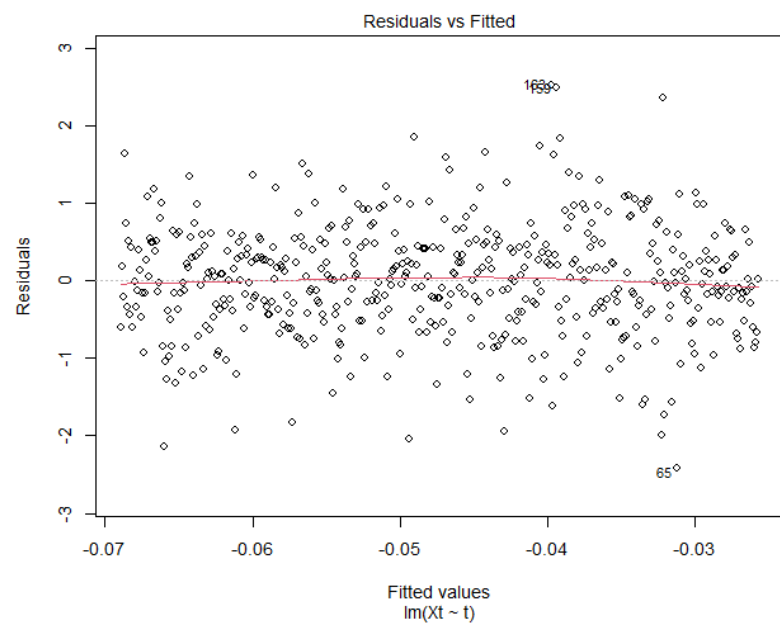
Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione t-student simmetrica.

Modello lineare - Stazionarietà

University of Roma "Tor Vergata" - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari

Residuals of the model Garch(1,1) with a symmetric t-student distribution

path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Stazionarietà – Test statistici

```
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression none

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.42629 -0.41526  0.03666  0.44984  2.40282

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
z.lag.1      -0.99138    0.10889  -9.104  <2e-16 ***
z.diff.lag1  -0.07819    0.10071  -0.776    0.438
z.diff.lag2  -0.01792    0.09117  -0.197    0.844
z.diff.lag3   0.01890    0.08029   0.235    0.814
z.diff.lag4   0.03124    0.06626   0.471    0.638
z.diff.lag5   0.07234    0.04530   1.597    0.111
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.7196 on 488 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5425,    Adjusted R-squared:  0.5369
F-statistic: 96.46 on 6 and 488 DF,  p-value: < 2.2e-16

Value of test-statistic is: -9.1042

Critical values for test statistics:
    1pct  5pct 10pct
tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

H_0 : La serie è NON STAZIONARIA

H_1 : La serie è STAZIONARIA

P-value: $2.2e - 16 < 0.05$

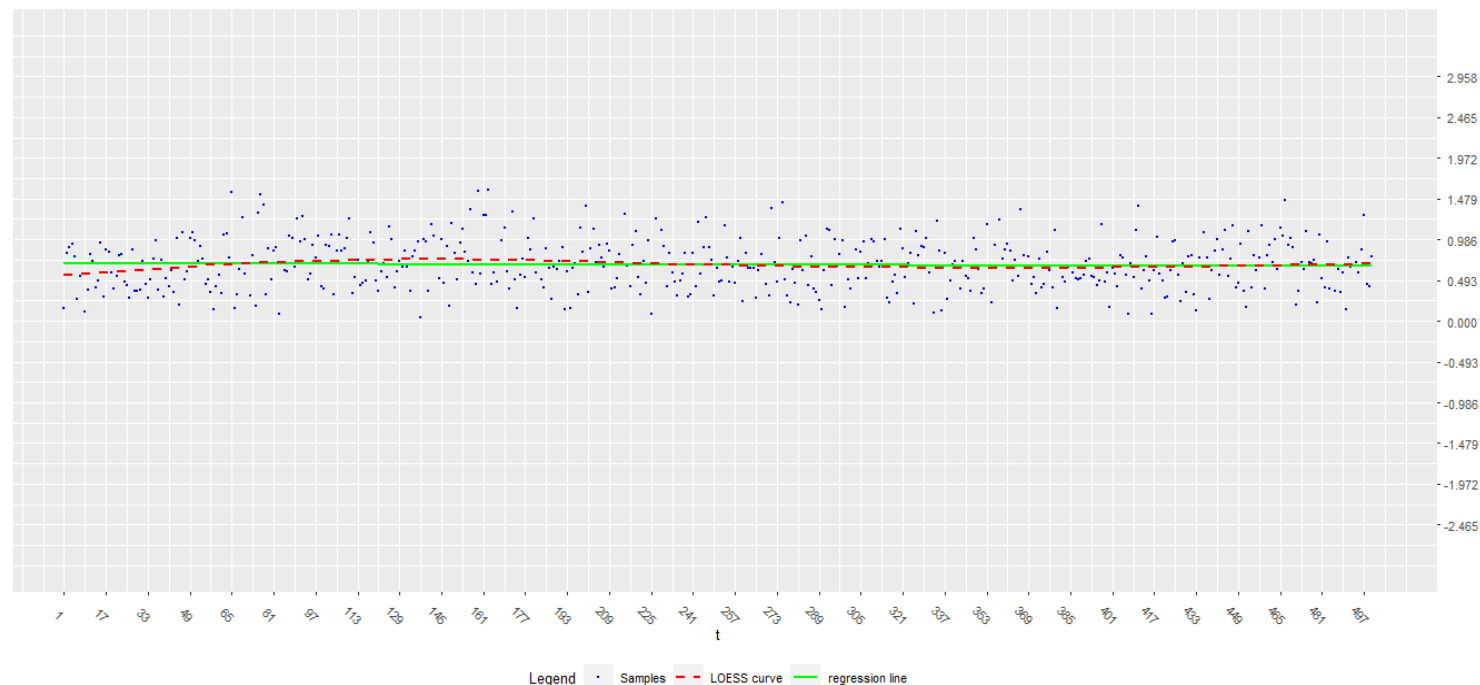
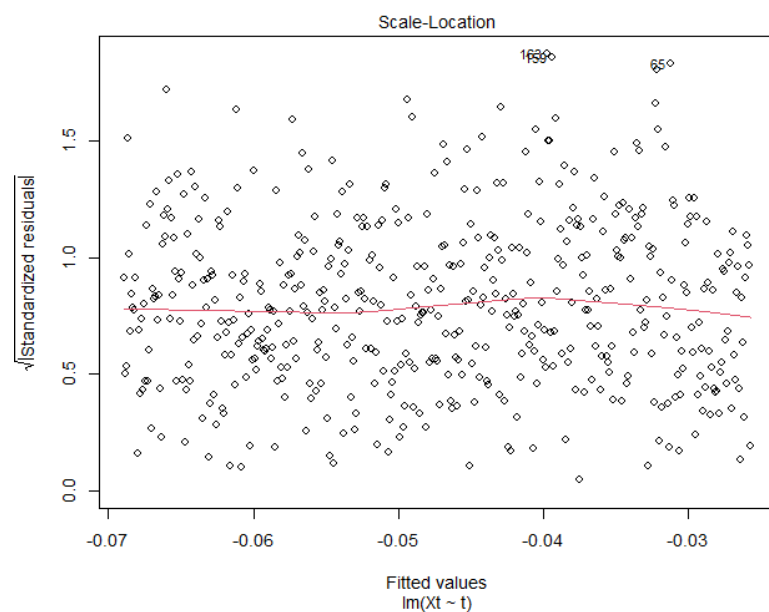
È possibile rigettare l'ipotesi nulla di non stazionarietà e affermare che la serie è **STAZIONARIA**.

Modello lineare - Omoschedasticità

University of Roma "Tor Vergata" - - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari

Scatter Plot of the Residuals of the model Garch(1,1) with a symmetric t-student distribution

path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Omoschedasticità – Test statistici

studentized Breusch-Pagan test

```
data:  Xt ~ t
BP = 2.0031, df = 1, p-value = 0.157
```

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $0.157 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

studentized Breusch-Pagan test

```
data:  Xt ~ t
BP = 3.1486, df = 2, p-value = 0.2072
```

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $0.9314 > 0.05$

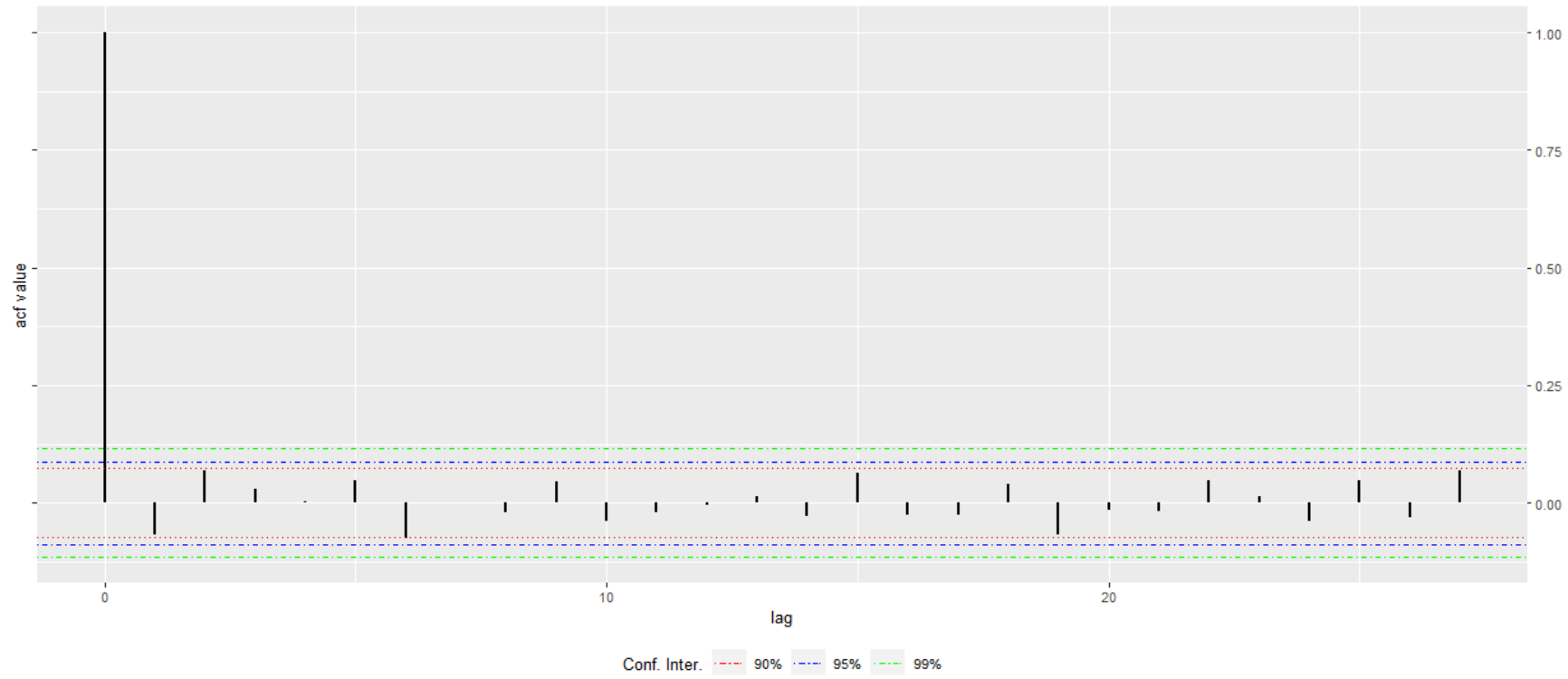
Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

Modello lineare – Non correlazione

University of Roma "Tor Vergata" - @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari 2022-2023

Plot of the Autocorrelogram of the Residuals in the Linear Model for the model GARCH(1,1)

t-student symmetric distribution, path length 500 sample points, lags 27



Author: Melissa Petrolo

Non correlazione – Test statistici

Box-Ljung test

```
data: y  
X-squared = 2.2579, df = 1, p-value = 0.1329
```

m	Qm	pvalue
1	2.26	0.132935924
2	4.60	0.031933847
3	5.03	0.024877745
4	5.04	0.024782283
5	6.24	0.012478784
6	9.10	0.002549317
7	9.11	0.010538054
8	9.30	0.025570150
9	10.32	0.035363845
0	11.10	0.049460036

H_0 : i residui del modello sono
indipendentemente distribuiti
(ASSENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

H_1 : i residui del modello non sono
indipendentemente distribuiti
(PRESENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

P-value: < 0.05

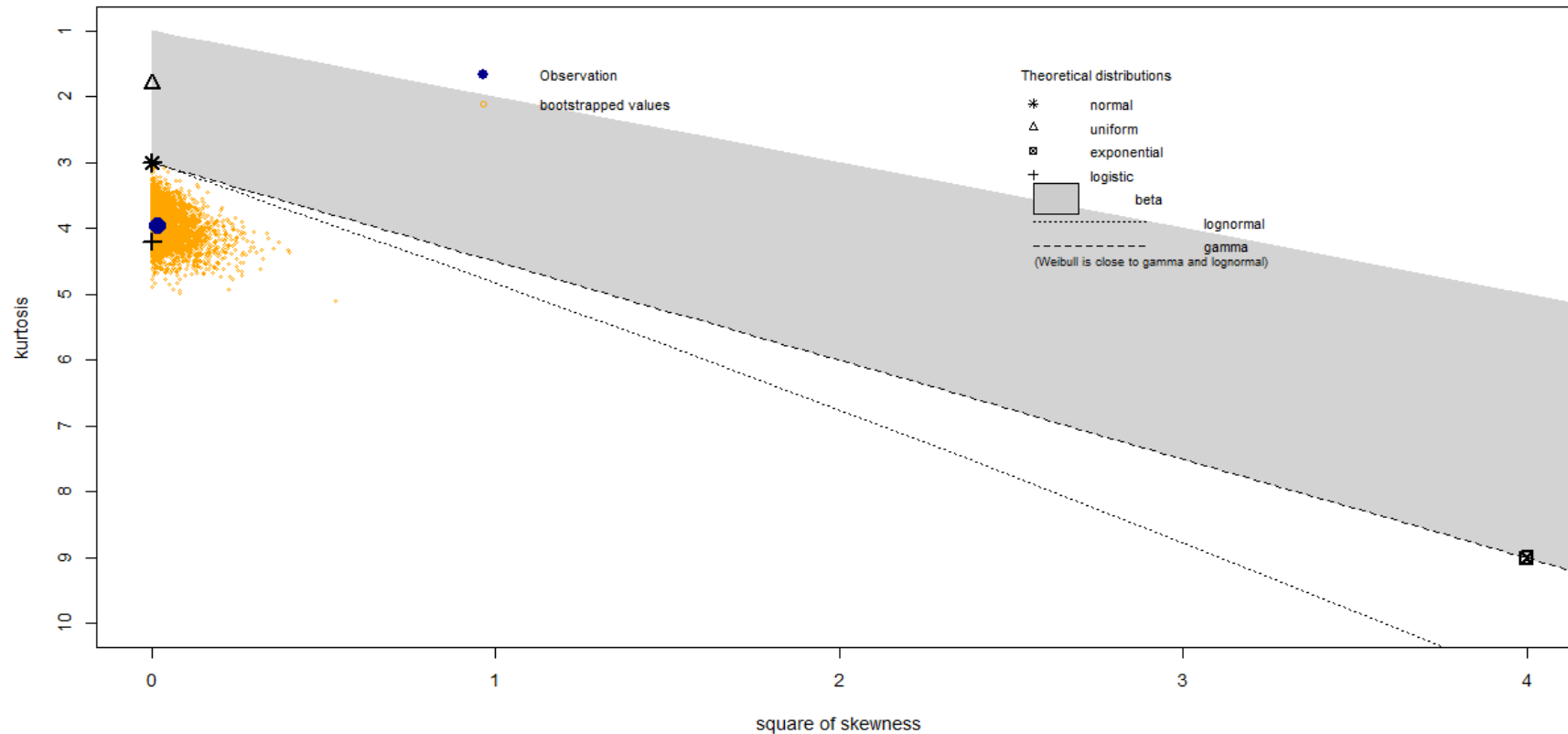
E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di
ASSENZA DI CORRELAZIONE della
serie.

Stima dei parametri

- La stima dei parametri è stata effettuata attraverso la libreria **rugarch**.
- Si esegue nuovamente l'addestramento del modello.
- Si recuperano i residui del modello per verificare nuovamente se esso possa essere adatto a rappresentare i dati controllandone:
 - stazionarietà
 - omoschedasticità
 - non correlazione

Cullen-Frey

Cullen and Frey graph



summary statistics

```
-----
min: -2.374945  max:  2.012716
median: -0.02175566
mean: -0.03846084
estimated sd:  0.6626274
estimated skewness: -0.1212236
estimated kurtosis:  3.950504
```

Goodness of fit – Test statistici

Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: z_st  
D = 0.027988, p-value = 0.8284  
alternative hypothesis: two-sided
```

Distribuzione logistica generalizzata

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.8284 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: z_st  
D = 0.026937, p-value = 0.8612  
alternative hypothesis: two-sided
```

Distribuzione t-student

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.8612 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione t-student simmetrica.

Goodness of fit – Test statistici

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit  
Null hypothesis: distribution 'pglogis'  
with parameters location = 0.0737, scale = 0.5294, shape = 0.9176  
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st  
omega2 = 0.055914, p-value = 0.8399
```

Distribuzione logistica generalizzata

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.8399 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit  
Null hypothesis: distribution 'pstd'  
with parameters mean = 0, sd = 1, nu = 6  
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st  
omega2 = 0.047865, p-value = 0.8893
```

Distribuzione t-student

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.8893 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione t-student simmetrica.

Goodness of fit – Test statistici

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: distribution 'pglogis'
with parameters location = 0.0737058145351111, scale = 0.529415583364253, shape = 0.91762303404264
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st
An = 0.36962, p-value = 0.8782
```

Distribuzione logistica generalizzata

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.8782 > 0.05$

Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: distribution 'pstd'
with parameters mean = 0, sd = 1, nu = 6
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st
An = 0.35197, p-value = 0.8946
```

Distribuzione t-student

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.8946 > 0.05$

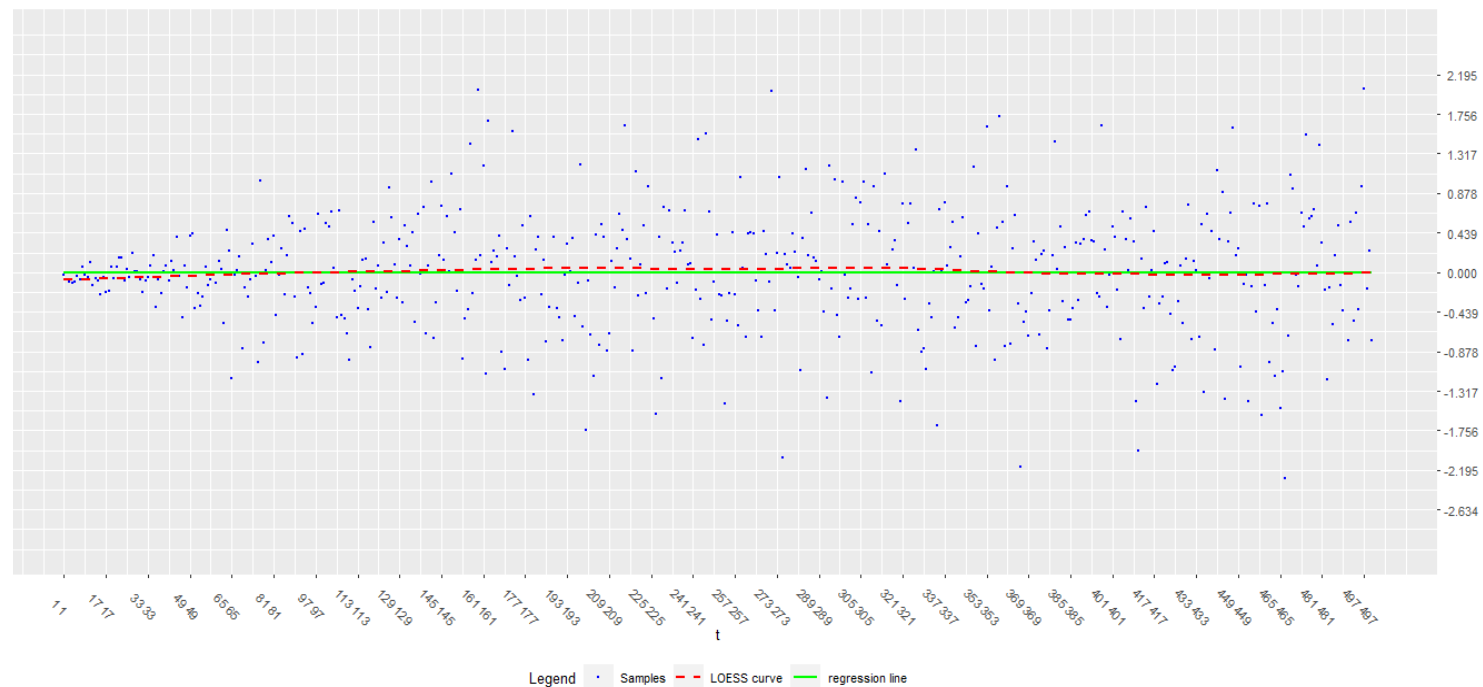
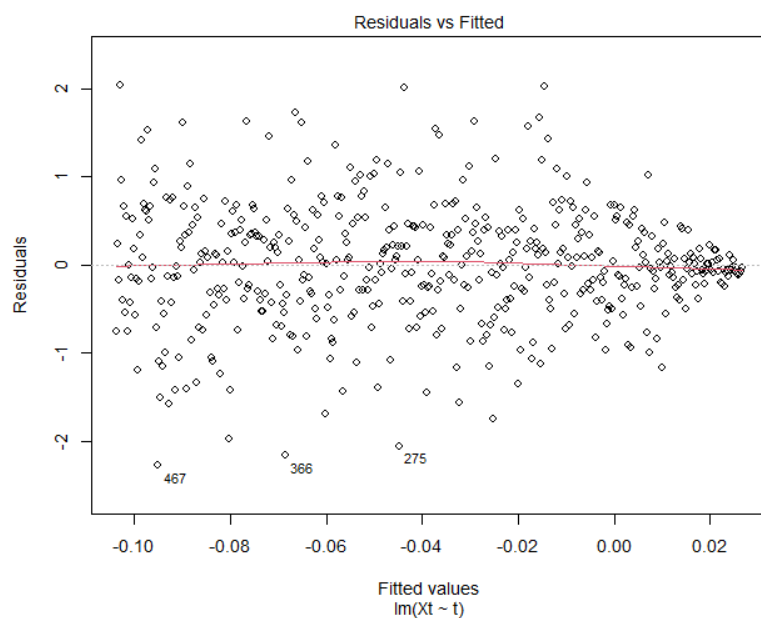
Non è possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione t-student simmetrica.

Modello lineare - Stazionarietà

University of Roma "Tor Vergata" - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari

Residuals of the model Garch(1,1) with a t-student symmetric distribution

path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Stazionarietà – Test statistici

```
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression none

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.28937 -0.37592  0.01262  0.40817  2.02459

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
z.lag.1      -0.955162   0.106756  -8.947  <2e-16 ***
z.diff.lag1  -0.068899   0.099026  -0.696   0.487
z.diff.lag2  -0.002928   0.089910  -0.033   0.974
z.diff.lag3   0.006125   0.079160   0.077   0.938
z.diff.lag4   0.026841   0.065770   0.408   0.683
z.diff.lag5   0.064516   0.045814   1.408   0.160
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.6652 on 488 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5176,    Adjusted R-squared:  0.5117
F-statistic: 87.26 on 6 and 488 DF,  p-value: < 2.2e-16

Value of test-statistic is: -8.9471

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

H_0 : La serie è NON STAZIONARIA

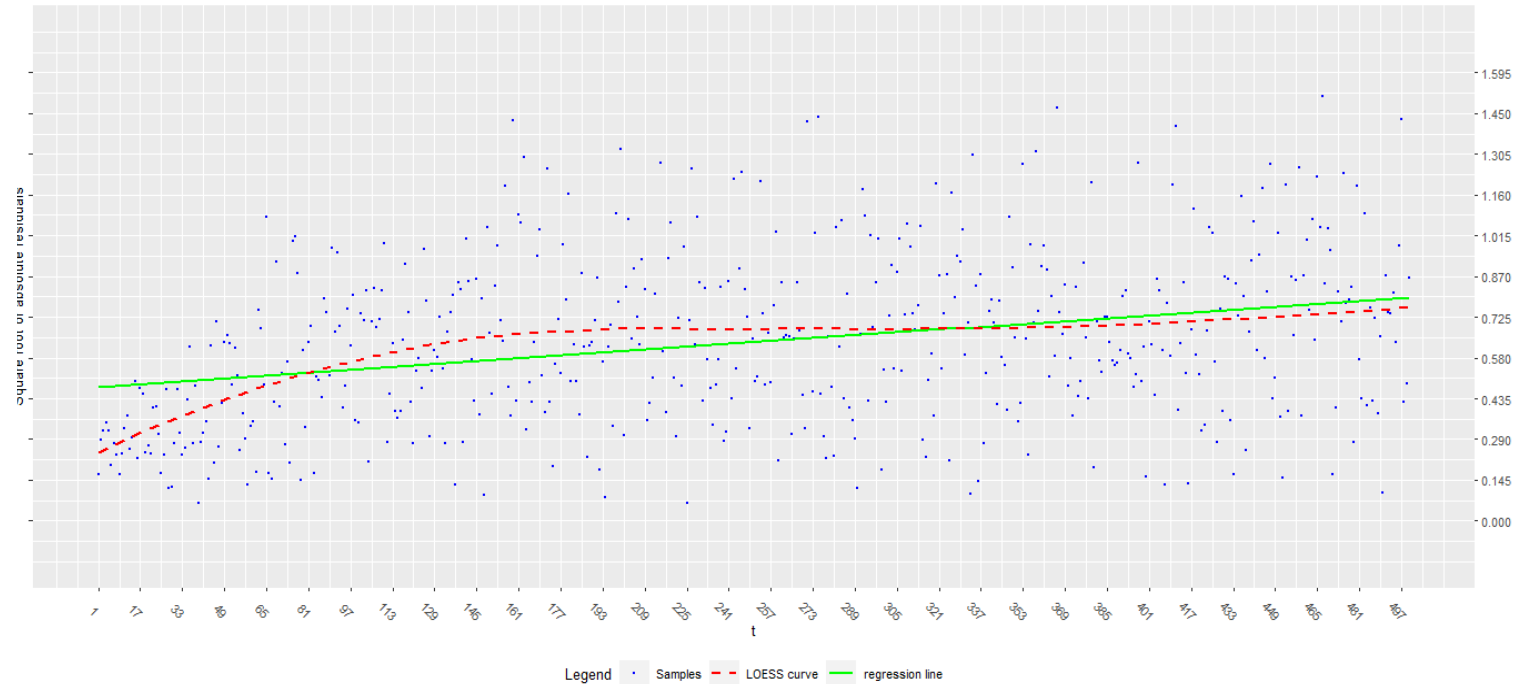
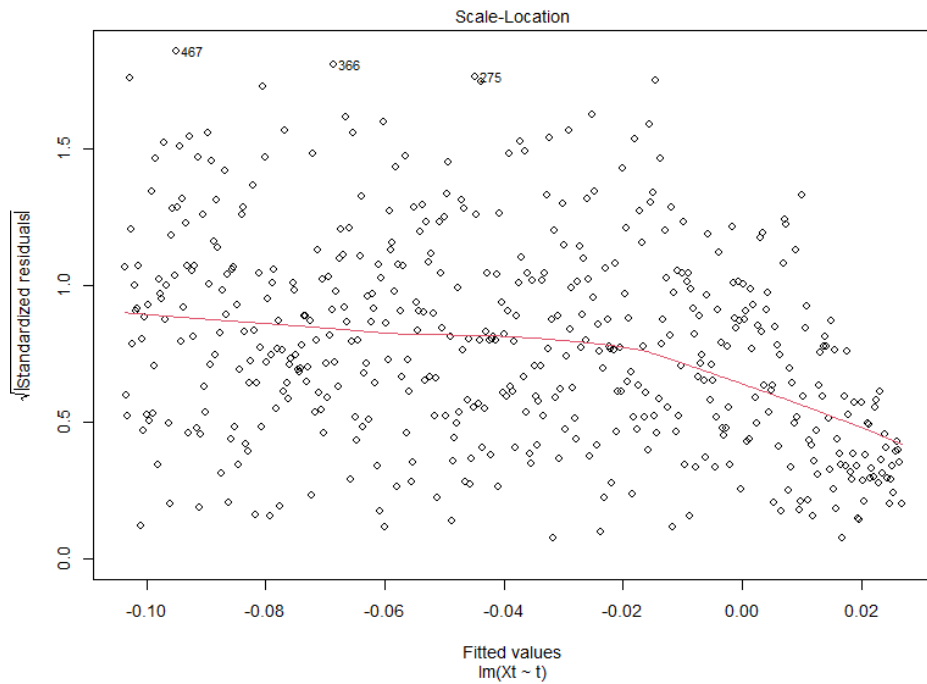
H_1 : La serie è STAZIONARIA

P-value: $2.2e - 16 < 0.05$

È possibile rigettare l'ipotesi nulla di non stazionarietà e affermare che la serie è **STAZIONARIA**.

Modello lineare - Omoschedasticità

University of Roma "Tor Vergata" - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari
Scatter Plot of the Residuals of the model Garch(1,1) with a symmetric t-student distribution
path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Omoschedasticità – Test statistici

studentized Breusch-Pagan test

data: $X_t \sim t$
BP = 24.419, df = 1, p-value = 7.749e-07

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $7.749e - 07 < 0.05$

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

studentized Breusch-Pagan test

data: $X_t \sim t$
BP = 27.316, df = 2, p-value = 1.171e-06

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $1.171e - 06 < 0.05$

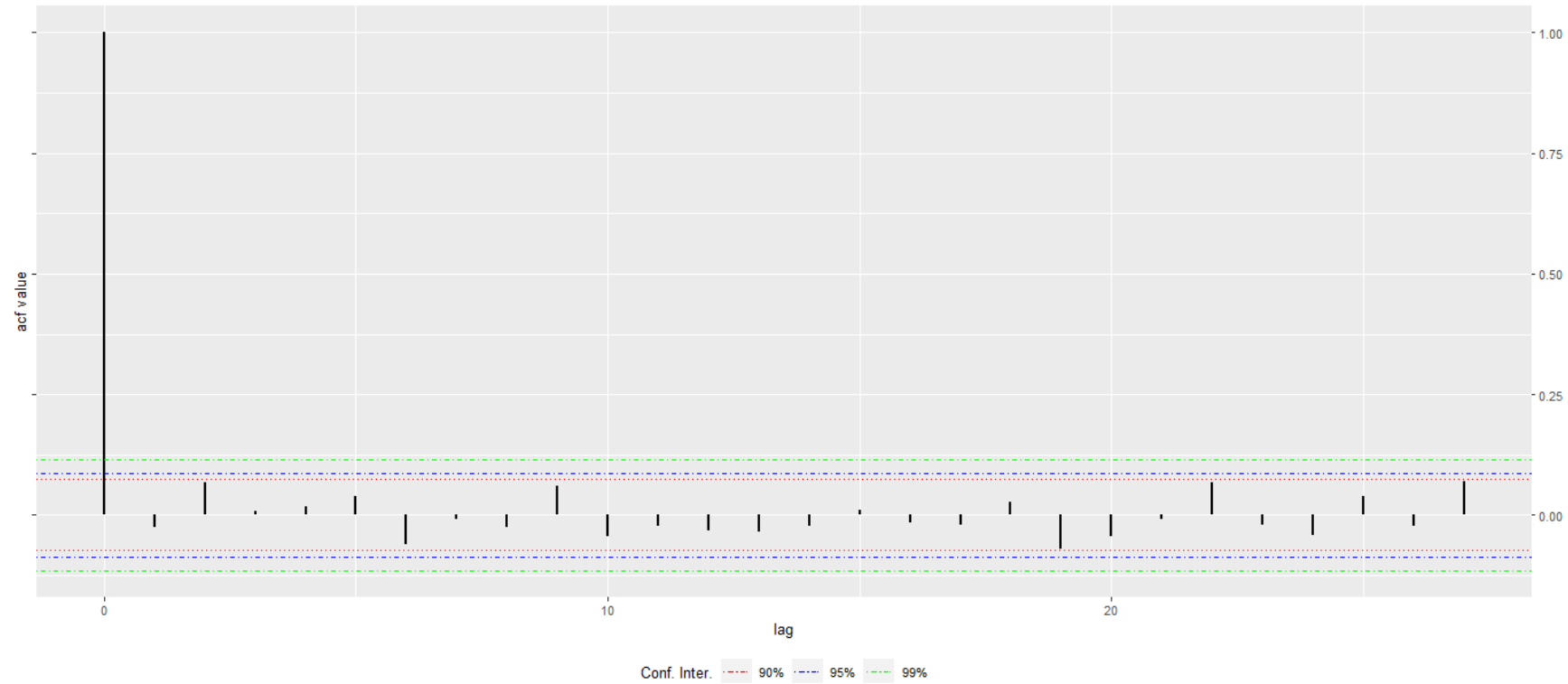
E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

Modello lineare – Non correlazione

University of Roma "Tor Vergata" - @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari 2022-2023

Plot of the Autocorrelogram of the Residuals in the Linear Model for the model GARCH(1,1)

t-student symmetric distribution, path length 500 sample points, lags 27



Author: Melissa Petrolo

Non correlazione – Test statistici

Box-Ljung test

```
data: y  
X-squared = 0.34583, df = 1, p-value = 0.5565
```

m	Qm	pvalue
1	0.35	0.55648308
2	2.59	0.10777721
3	2.61	0.10611981
4	2.78	0.09540729
5	3.55	0.05959468
6	5.49	0.01910152
7	5.52	0.06319295
8	5.83	0.12007667
9	7.73	0.10179394
10	8.69	0.12227890

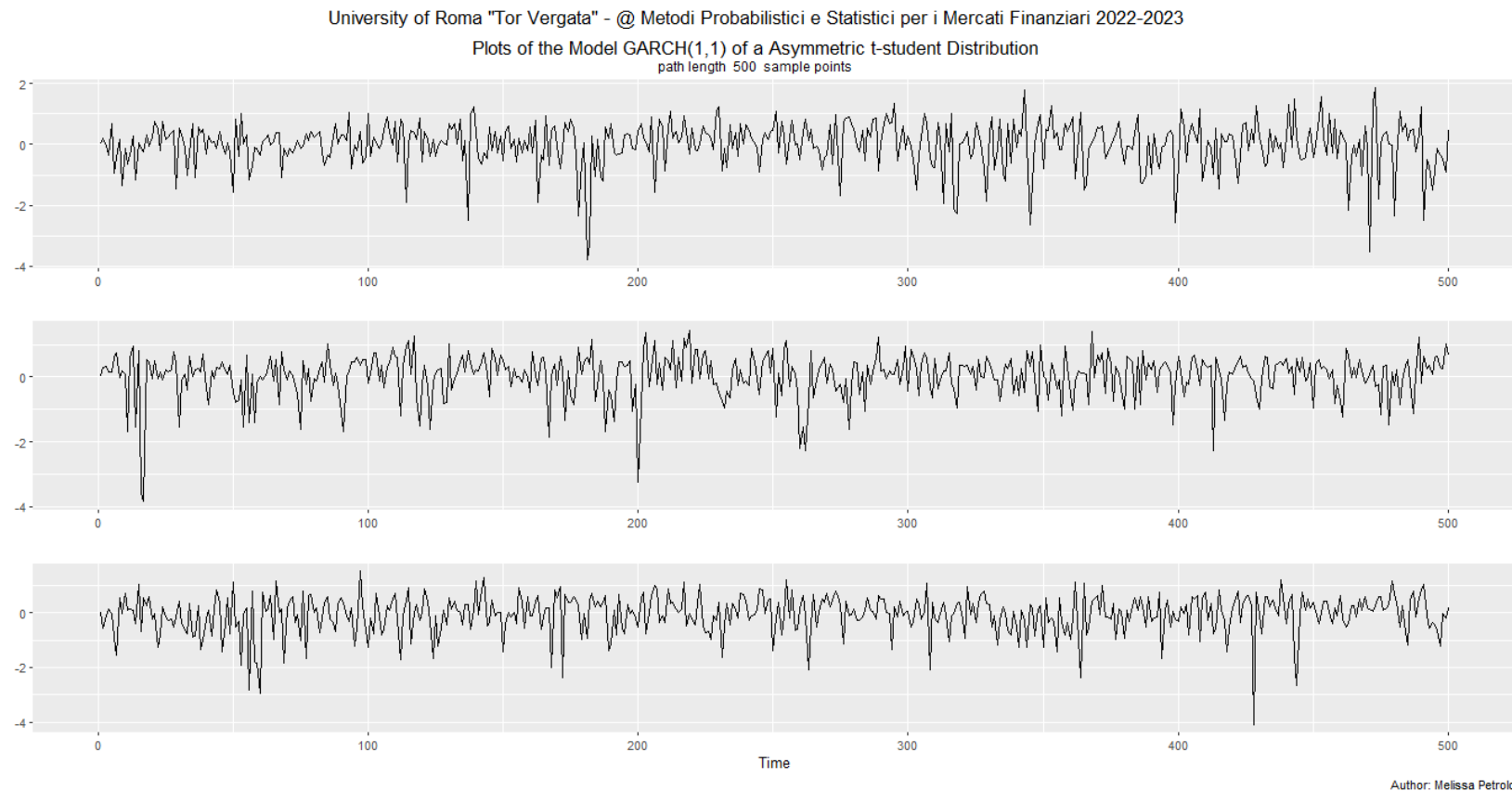
H_0 : i residui del modello sono
indipendentemente distribuiti
(ASSENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

H_1 : i residui del modello non sono
indipendentemente distribuiti
(PRESENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

P-value: < 0.05

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di
ASSENZA DI CORRELAZIONE della
serie.

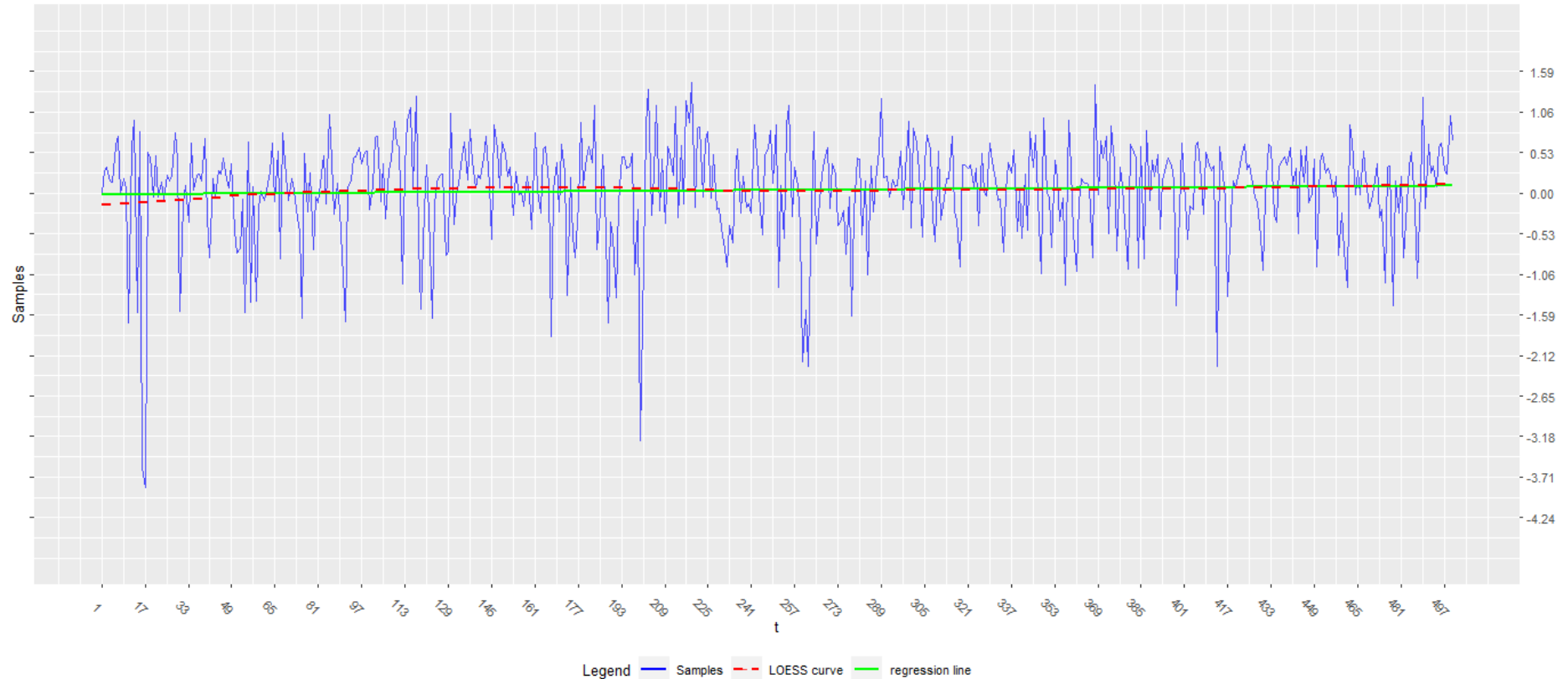
Garch(1,1) Distribuzione student asimmetrica



Author: Melissa Petrolo

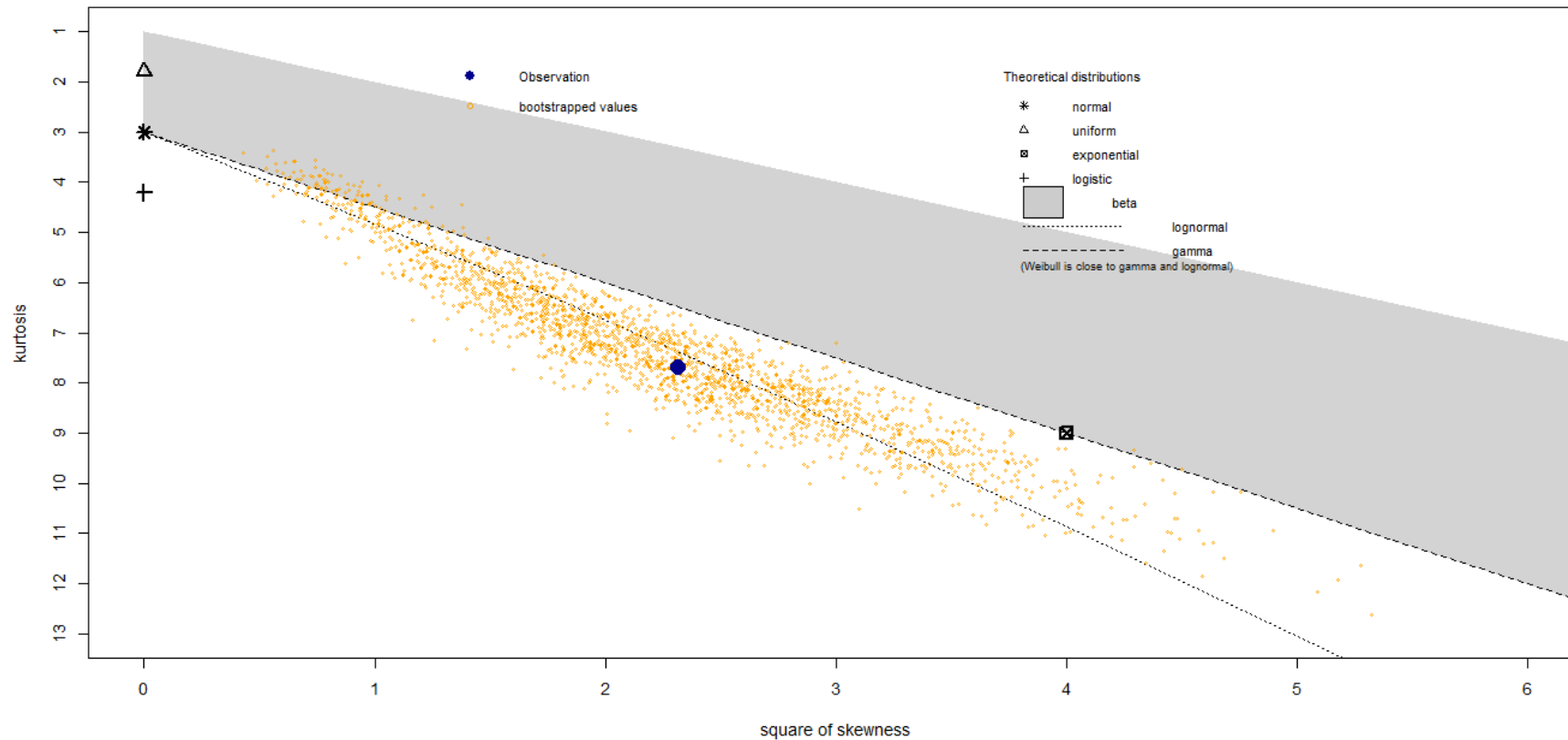
Serie del modello

University of Roma "Tor Vergata" - - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari
Line plot of the model Garch(1,1) with a asymmetric t-student distribution
path length 500 sample points



Cullen-Frey

Cullen and Frey graph



summary statistics

```
-----
min: -3.851051  max: 1.446431
median: 0.1617075
mean: 0.03789853
sample sd: 0.6783321
sample skewness: -1.521593
sample kurtosis: 7.678408
```

Goodness of fit – Test statistici

Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: z_st  
D = 0.10085, p-value = 7.658e-05  
alternative hypothesis: two-sided
```

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $7.658e - 05 < 0.05$

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione t-student asimmetrica.

Goodness of fit – Test statistici

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit  
Null hypothesis: distribution 'psstd'  
with parameters mean = 0, sd = 1, nu = 5, xi = 1  
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st  
omega2 = 1.4069, p-value = 0.0002779
```

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.0002779 < 0.05$

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

Goodness of fit – Test statistici

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit  
Null hypothesis: distribution 'psstd'  
with parameters mean = 0, sd = 1, nu = 5, xi = 1  
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st  
An = 7.1406, p-value = 0.0002863
```

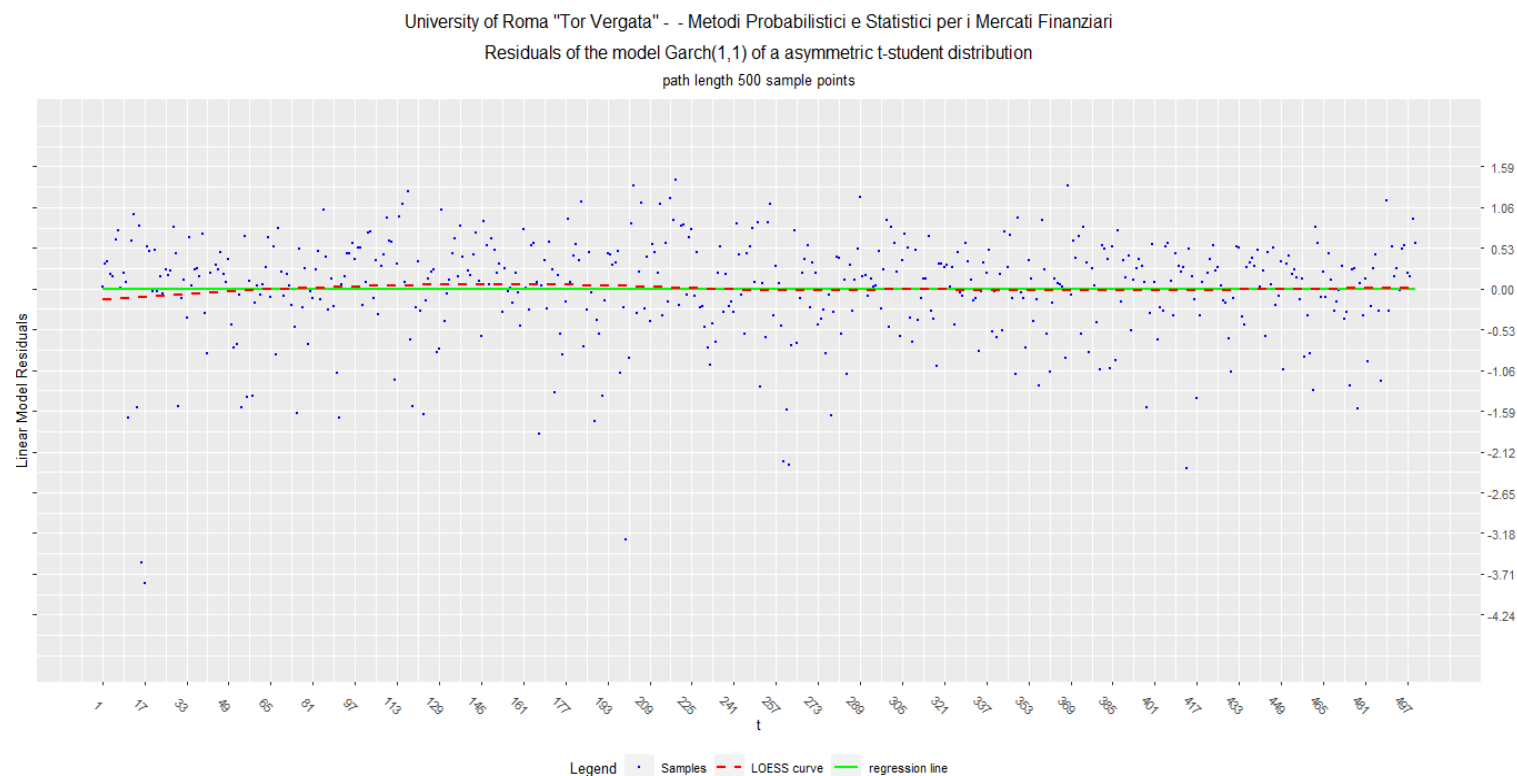
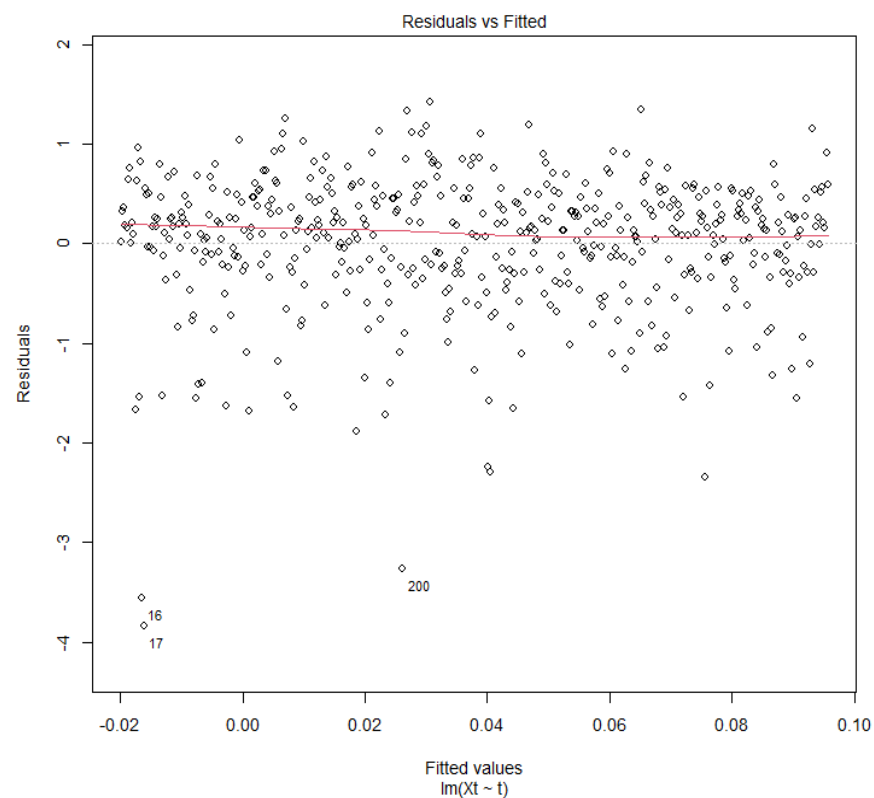
H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.0002863 < 0.05$

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

Modello lineare - Stazionarietà



Author: Melissa Petrolo

Stazionarietà – Test statistici

```
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression none

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.6691 -0.2930  0.1222  0.4301  1.4543

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
z.lag.1      -0.841267   0.097754  -8.606  <2e-16 ***
z.diff.lag1  -0.043735   0.090011  -0.486   0.627
z.diff.lag2  -0.014703   0.081694  -0.180   0.857
z.diff.lag3  -0.005177   0.072042  -0.072   0.943
z.diff.lag4   0.012278   0.060644   0.202   0.840
z.diff.lag5  -0.013693   0.045359  -0.302   0.763
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.6792 on 488 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.442,    Adjusted R-squared:  0.4352
F-statistic: 64.43 on 6 and 488 DF,  p-value: < 2.2e-16

Value of test-statistic is: -8.6059

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

H_0 : La serie è NON STAZIONARIA

H_1 : La serie è STAZIONARIA

P-value: $2.2e - 16 < 0.05$

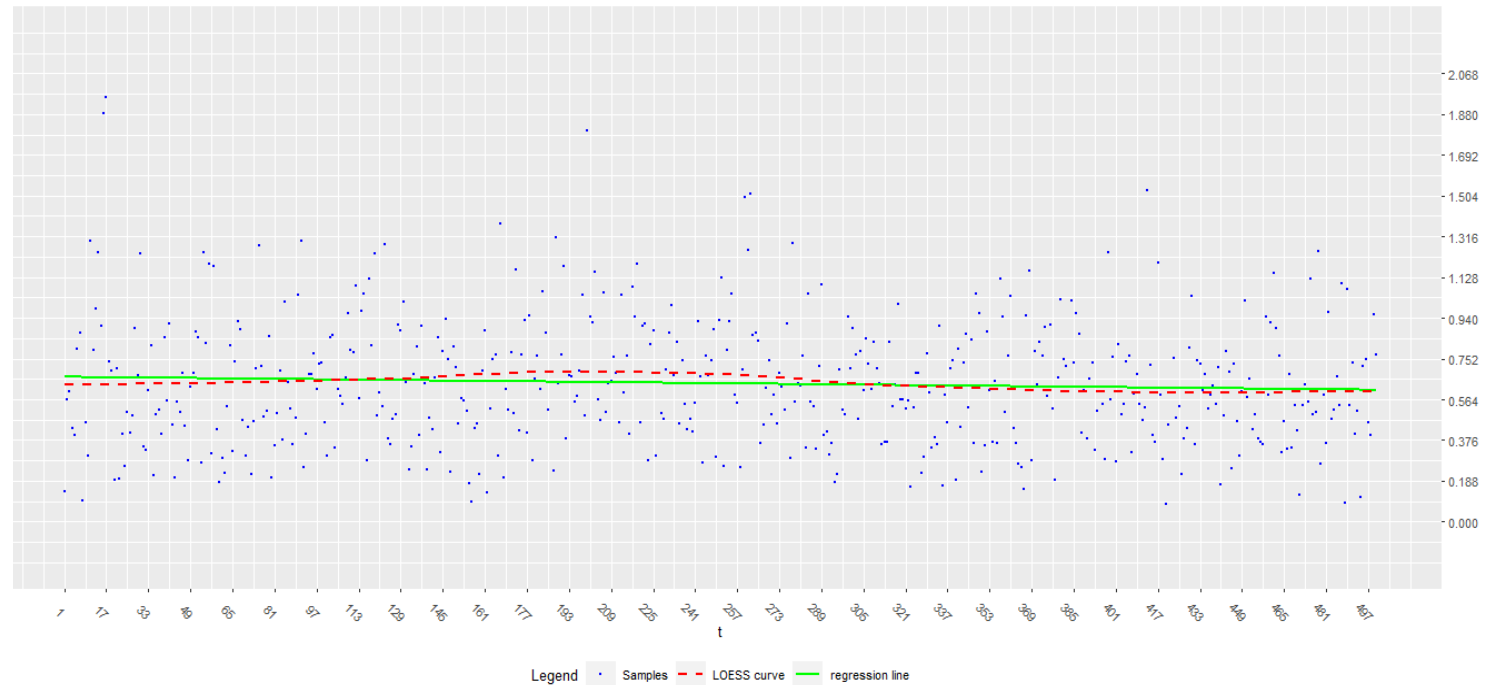
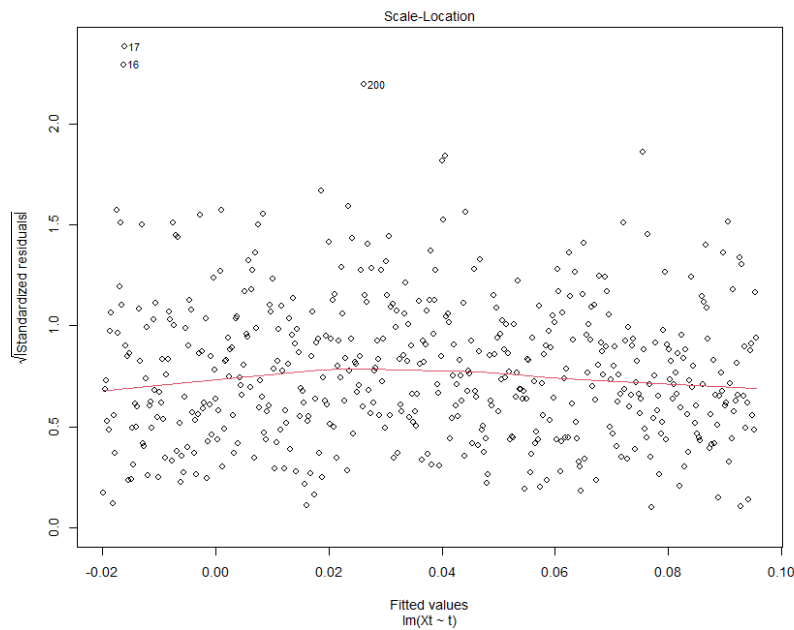
È possibile rigettare l'ipotesi nulla di non stazionarietà e affermare che la serie è **STAZIONARIA**.

Modello lineare - Omoschedasticità

University of Roma "Tor Vergata" - - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari

Scatter Plot of the Residuals of the model Garch(1,1) of asymmetric t-student distribution

path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Omoschedasticità – Test statistici

studentized Breusch-Pagan test

```
data: Xt ~ t
BP = 5.5742, df = 1, p-value = 0.01823
```

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $0.01823 < 0.05$

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

studentized Breusch-Pagan test

```
data: Xt ~ t
BP = 6.3265, df = 2, p-value = 0.04229
```

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $0.04229 < 0.05$

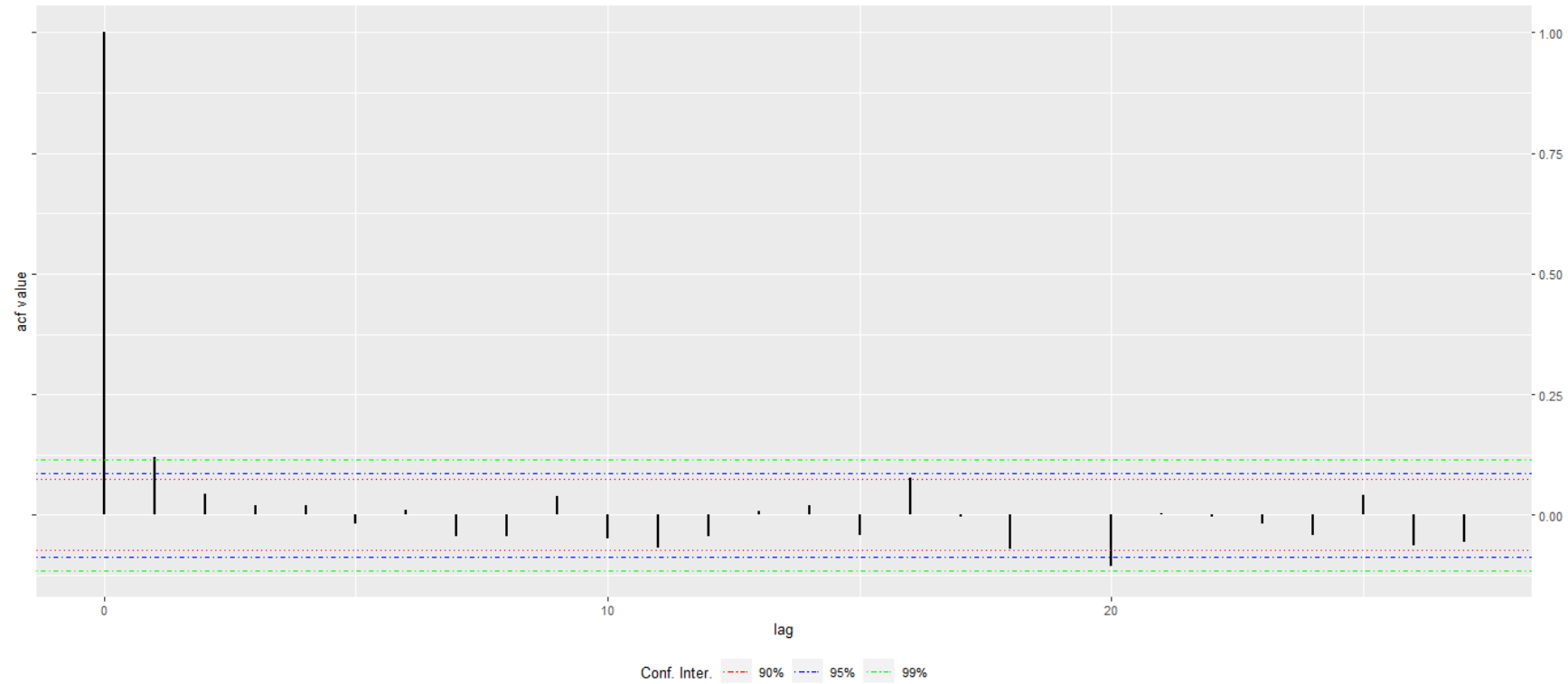
E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

Modello lineare – Non correlazione

University of Roma "Tor Vergata" - @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari 2022-2023

Plot of the Autocorrelogram of the Residuals in the Linear Model for the model GARCH(1,1)

t-student asymmetric distribution, path length 500 sample points, lags 27



Author: Melissa Petrolo

Non correlazione – Test statistici

Box-Ljung test

```
data: y
X-squared = 7.1729, df = 1, p-value = 0.007401
```

Qm	pvalue
17	0.007401159
19	0.004215551
40	0.003761597
61	0.003349388
79	0.003027693
84	0.002949959
78	0.007505784
82	0.012744423
61	0.020500384
83	0.024980877

H_0 : i residui del modello sono
indipendentemente distribuiti
(ASSENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

H_1 : i residui del modello non sono
indipendentemente distribuiti
(PRESENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

P-value: < 0.05

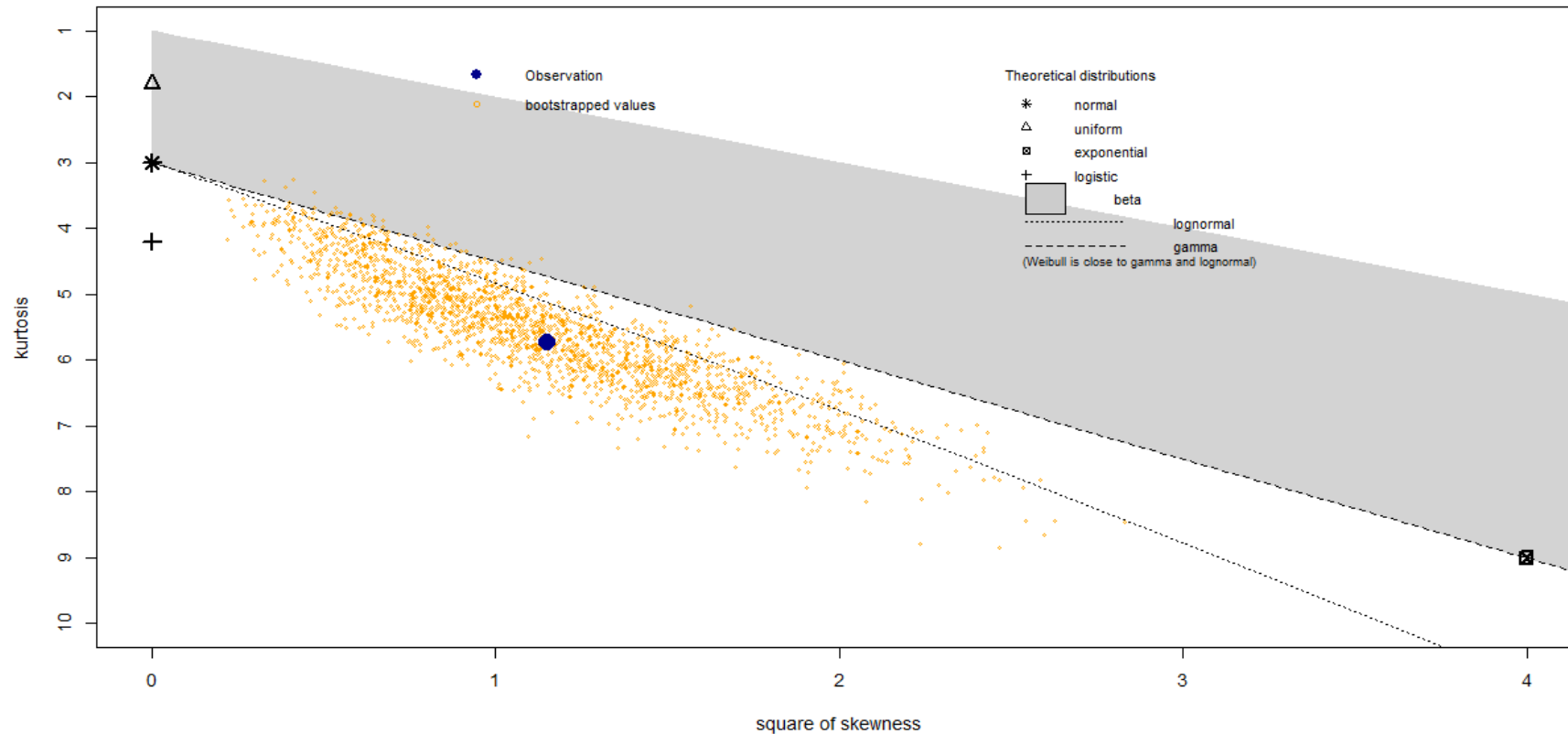
E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di
ASSENZA DI CORRELAZIONE della
serie.

Stima dei parametri

- La stima dei parametri è stata effettuata attraverso la libreria **rugarch**.
- Si esegue nuovamente l'addestramento del modello.
- Si recuperano i residui del modello per verificare nuovamente se esso possa essere adatto a rappresentare i dati controllandone:
 - stazionarietà
 - omoschedasticità
 - non correlazione

Cullen-Frey

Cullen and Frey graph



summary statistics

min: -3.190775 max: 1.802073
median: 0.1162308
mean: 0.0524619
sample sd: 0.6614715
sample skewness: -1.071379
sample kurtosis: 5.714497

Goodness of fit – Test statistici

Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: z_st  
D = 0.094481, p-value = 0.0002656  
alternative hypothesis: two-sided
```

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.0002656 < 0.05$

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione t-student asimmetrica.

Goodness of fit – Test statistici

```
Cramer-von Mises test of goodness-of-fit  
Null hypothesis: distribution 'psstd'  
with parameters mean = 0, sd = 1, nu = 5, xi = 1  
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st  
omega2 = 0.95588, p-value = 0.003106
```

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.003106 < 0.05$

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

Goodness of fit – Test statistici

```
Anderson-Darling test of goodness-of-fit  
Null hypothesis: distribution 'psstd'  
with parameters mean = 0, sd = 1, nu = 5, xi = 1  
Parameters assumed to be fixed
```

```
data: z_st  
An = 4.8908, p-value = 0.003237
```

H_0 : La serie segue la distribuzione specificata

H_1 : La serie NON segue la distribuzione specificata

P-value: $0.003237 < 0.05$

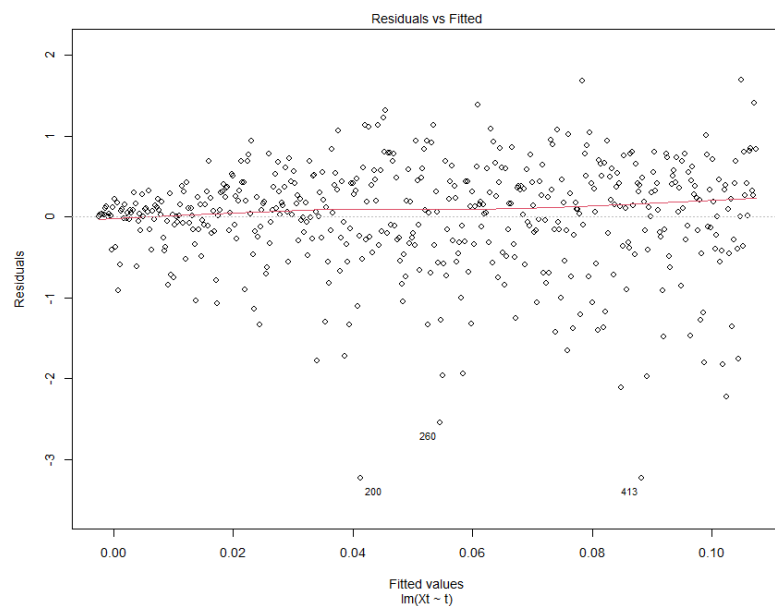
E' possibile rigettare l'ipotesi nulla che la serie sia una distribuzione logistica generalizzata.

Modello lineare - Stazionarietà

University of Roma "Tor Vergata" - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari

Residuals of the model Garch(1,1) of a asymmetric t-student distribution

path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Stazionarietà – Test statistici

```
#####  
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #  
#####  
  
Test regression none  
  
Call:  
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)  
  
Residuals:  
    Min       1Q   Median       3Q      Max   
-3.3237 -0.3080  0.0778  0.4042  1.7648  
  
Coefficients:  
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)      
z.lag.1      -0.874792   0.101344  -8.632  <2e-16 ***  
z.diff.lag1  -0.046022   0.093974  -0.490   0.625      
z.diff.lag2  -0.009479   0.085784  -0.110   0.912      
z.diff.lag3  -0.047880   0.074390  -0.644   0.520      
z.diff.lag4   0.052062   0.062270   0.836   0.404      
z.diff.lag5   0.038296   0.045620   0.839   0.402      
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
Residual standard error: 0.6624 on 488 degrees of freedom  
Multiple R-squared:  0.468,    Adjusted R-squared:  0.4614  
F-statistic: 71.54 on 6 and 488 DF,  p-value: < 2.2e-16  
  
Value of test-statistic is: -8.6319  
  
Critical values for test statistics:  
    1pct   5pct  10pct  
tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

H_0 : La serie è NON STAZIONARIA

H_1 : La serie è STAZIONARIA

P-value: $2.2e - 16 < 0.05$

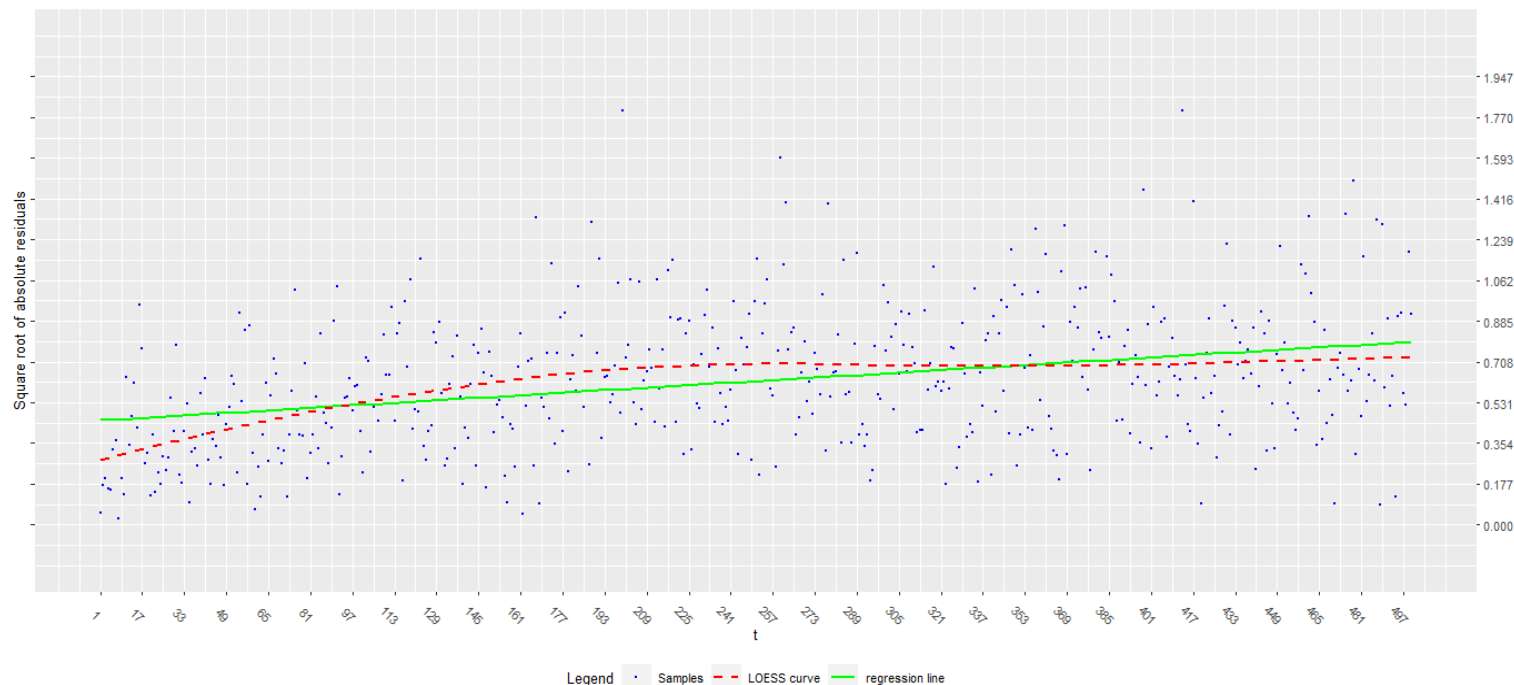
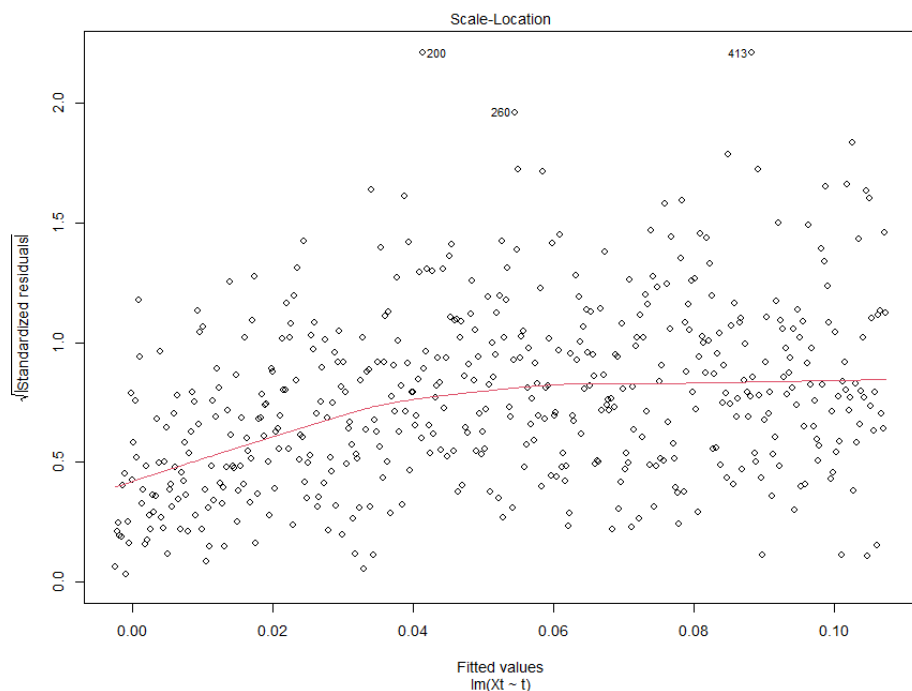
È possibile rigettare l'ipotesi nulla di non stazionarietà e affermare che la serie è **STAZIONARIA**.

Modello lineare - Omoschedasticità

University of Roma "Tor Vergata" - Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari

Scatter Plot of the Residuals of the model Garch(1,1) of asymmetric t-student distribution

path length 500 sample points



Author: Melissa Petrolo

Omoschedasticità – Test statistici

studentized Breusch-Pagan test

data: $X_t \sim t$
BP = 17.325, df = 1, p-value = 3.15e-05

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $3.15e - 05 < 0.05$

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

studentized Breusch-Pagan test

data: $X_t \sim t$
BP = 19.161, df = 2, p-value = 6.905e-05

H_0 : E' presente OMOSCHEDASTICITA' nella serie

H_1 : E' presente ETEROSCHEDASTICITA' nella serie

P-value: $6.905e - 05 < 0.05$

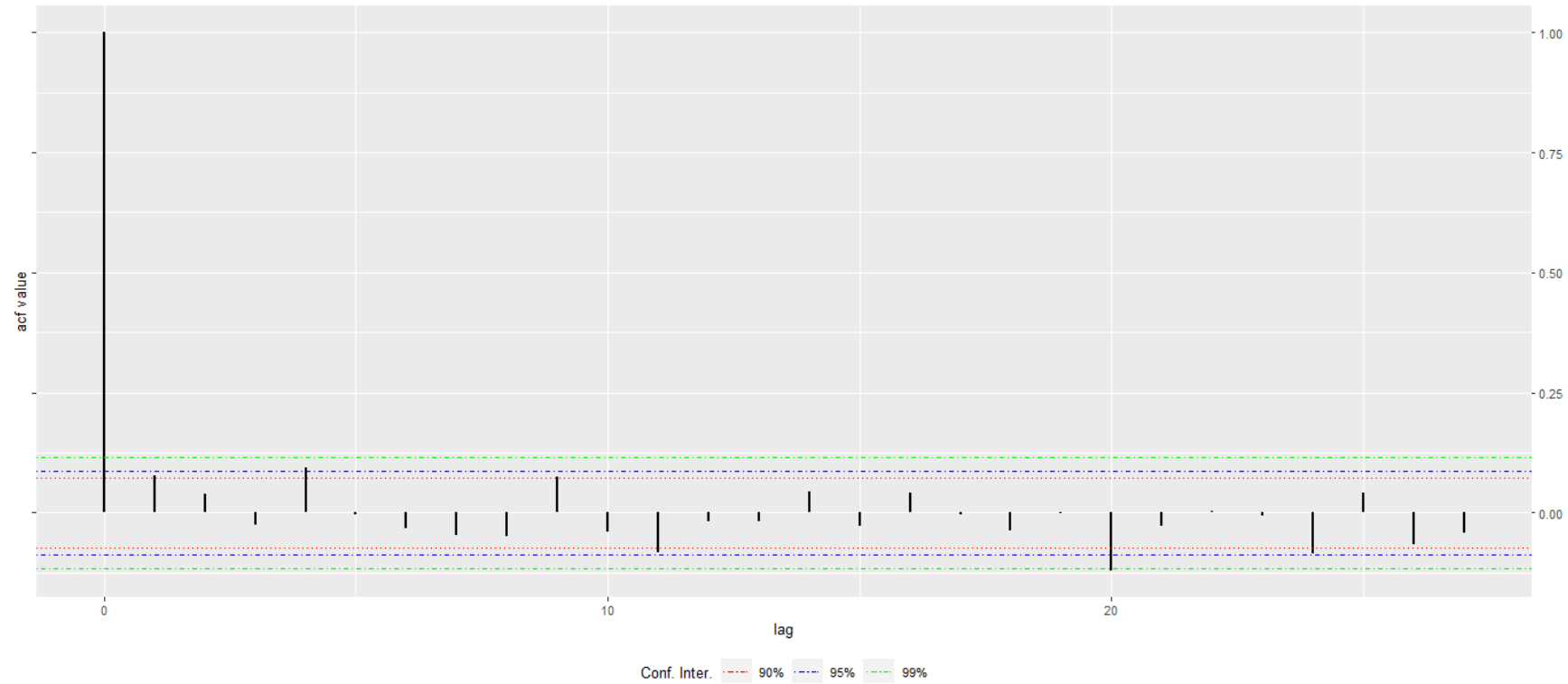
E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di **OMOSCHEDASTICITA'** della serie.

Modello lineare – Non correlazione

University of Roma "Tor Vergata" - @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari 2022-2023

Plot of the Autocorrelogram of the Residuals in the Linear Model for the model GARCH(1,1)

t-student asymmetric distribution, path length 500 sample points, lags 27



Author: Melissa Petrolo

Non correlazione – Test statistici

Box-Ljung test

```
data: y
X-squared = 2.9465, df = 1, p-value = 0.08607
```

n	Qm	pvalue
1	2.95	0.086065161
2	3.75	0.052771034
3	4.06	0.043973751
4	8.44	0.003674316
5	8.45	0.003652229
5	8.95	0.002780722
7	10.05	0.006572544
8	11.27	0.010374008
9	14.06	0.007101219
9	14.90	0.010803165

H_0 : i residui del modello sono
indipendentemente distribuiti
(ASSENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

H_1 : i residui del modello non sono
indipendentemente distribuiti
(PRESENZA DI AUTOCORRELAZIONE)

P-value: < 0.05

E' possibile rigettare l'ipotesi nulla di
ASSENZA DI CORRELAZIONE della
serie.

Conclusioni



Conclusioni

- In conclusione:
 - La condizione di stazionarietà è stata soddisfatta;
 - La condizione di omoschedasticità non viene soddisfatta con i parametri stimati;
 - La condizione di assenza di autocorrelazione non viene soddisfatta.
- Considerando che si tratti di una simulazione, questi risultati potrebbero dipendere dal seed iniziale e da come sono stati generati i dati.

Riferimenti

- [\[1\] Models Garch - Malina Marchese](#)
- [\[2\] Notes on ARCH-GARCH Processes - Monte Roberto](#)
- [\[3\] Toyota Camry US Monthly Sales Figures @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari](#)
- [\[4\] Monthly Pneumonia and Influenza Deaths in the U.S. from 1968 to 1978](#)
- [\[5\] Essentials of Time Series Analysis @ Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari \(MPSMF\) 2021-2022](#)